



Operações de Conjuntos na 1^a série do Ensino Médio Profissionalizante através da Resolução de Problemas

Set operations in the 1st year Vocational High School through Problem Solving

Mário Barbosa da Silva¹

Instituto Federal de São Paulo

RESUMO

A presente pesquisa apresenta uma prática de sala de aula desenvolvida com estudantes da primeira série do Ensino Médio Profissionalizante e tem por objetivo analisar de que modo a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir para a compreensão de conceitos e conteúdos da Teoria dos Conjuntos e no desenvolvimento do pensamento matemático do estudante. Trata-se de uma pesquisa de natureza empírica, de abordagem qualitativa, cujos dados foram coletados por observação participante e análise documental, registrados em gravações, filmagens e diário de campo. Os protocolos analisados evidenciaram que essa metodologia favoreceu tanto a construção quanto a compreensão do conhecimento matemático relacionado à Teoria dos Conjuntos, bem como o desenvolvimento do pensamento matemático ao longo da resolução e durante os momentos de plenária. Cabe destacar, ainda, que o processo avaliativo possibilitou ao professor identificar e orientar dúvidas e dificuldades dos estudantes, promovendo a aprendizagem matemática.

Palavras-chave: Resolução de Problemas; Pensamento Matemático; Teoria dos Conjuntos; Ensino Médio Profissionalizante.

ABSTRACT

This study presents a classroom practice developed with students of the first year of Vocational High School Education and aims to analyse how the Teaching-Learning-Assessment Methodology of Mathematics through Problem Solving can contribute to the understanding of concepts and contents related to Set Theory, as well as to the development of students' mathematical thinking. This is an empirical study with a qualitative approach, in which data were collected through participant observation, document analysis, audio and video recordings and field notes. The analysed protocols showed that this methodology supported both the construction and understanding of mathematical knowledge related to Set Theory, as well as the development of mathematical thinking throughout the problem-solving process and during the plenary discussions. It is also worth highlighting that the assessment process enabled the teacher to identify and address students' questions and difficulties, thereby promoting mathematical learning.

Keywords: Problem Solving; Mathematical Thinking; Set Theory; Vocational High School.

INTRODUÇÃO

Os conceitos abordados na Teoria dos Conjuntos podem ser considerados como um dos pilares para conceitos tanto internos à Matemática quanto externos, devido a

¹ Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL). Professor de Matemática Ensino Básico Técnico e Tecnológico do Instituto Federal de São Paulo (IFSP), Itaquaquecetuba, São Paulo, Brasil. Avenida Primeiro de maio, 500, Estação, Itaquaquecetuba, São Paulo, Brasil, CEP: 08571050. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-6660-6756>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/5007801353514811>. E-mail: prof.mariodasilva@gmail.com.

possibilitarem a elaboração de estruturas matemáticas complexas a partir de elementos simples, como os números, as relações e as funções. Esses aspectos são enfatizados na Base Nacional Comum Curricular² (Brasil, 2018), ao especificar que a Matemática não visa apenas à quantificação de fenômenos determinísticos ou às técnicas de cálculos com os números, mas “[...] criar sistemas abstratos, que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico” (Brasil, 2018, p. 265).

Diante desses aspectos, é fundamental que a aprendizagem dessa temática na Educação Básica seja permeada de compreensão e significado, para que o estudante consiga desenvolver habilidades cognitivas complexas. Assim, ao ter contato com uma Matemática mais sofisticada, no Ensino Médio, o estudante ampliará seus conhecimentos, bem como desenvolverá sua capacidade de raciocínio matemático, considerado com um dos grandes objetivos do ensino de Matemática do novo milênio (Ponte, Quaresma e Mata-Pereira, 2020).

Em consonância, Bianchini e Lima (2023) salientam que o ensino de Matemática seja direcionado para o desenvolvimento dos diferentes modos de pensamento, para a formação de um cidadão capaz de atuar de maneira reflexiva, criativa, analítica e responsável, ou seja, dotando-o de habilidades para interpretar, conjecturar, inferir, provar, explicar, estruturar, generalizar, aplicar, predizer, classificar, buscar e solucionar problemas em diversos contextos que são inerentes ao raciocínio humano.

Posicionamo-nos de maneira similar aos pesquisadores Ponte, Mata-Pereira e Henrique (2012, p. 356) e concordamos com sua afirmação de que para desenvolver a capacidade de raciocinar matematicamente do estudante, é essencial que o professor trabalhe com “[...] tarefas que, por um lado, requerem raciocínio e, por outro lado, estimulam o raciocínio. Só deste modo se pode esperar uma compreensão efetiva dos conceitos e procedimentos matemáticos por parte do aluno”.

Diante do exposto, consideramos que atividades de resolução de problemas podem contribuir de forma eficiente na compreensão tanto de conceitos quanto de conteúdos matemáticos, trabalhados na disciplina de Matemática, além de desenvolver diversas habilidades cognitivas para a promoção do raciocínio matemático. Ou seja, a

² Utilizaremos o termo Base para nos referirmos à BNCC (Brasil, 2018).

Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino apresenta “[...] características notáveis em sala de aula, no sentido de promover a aprendizagem, despertar o interesse dos estudantes de forma contextualizada e dinâmica, e adequada ao cenário de complexidade em que se encontram as escolas” (Silva et al., 2023, p. 2).

Dessa forma, assumimos nesta pesquisa a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino visando à construção e ao desenvolvimento dos diversos tipos de pensamento e do raciocínio matemático do estudante, fundamentais para a compreensão dos conceitos e conteúdos da Matemática e de outras áreas do conhecimento.

Por meio deste trabalho objetivamos analisar como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, segundo as concepções de Allevato e Onuchic (2021), pode contribuir na compreensão de conceitos e conteúdos da Teoria dos Conjuntos e no desenvolvimento do pensamento matemático do estudante. Visando atingir esse objetivo, pretendemos responder à seguinte questão: Como ocorre a aprendizagem sobre o conceito de Conjunto através da Resolução de Problemas?

Após esta Introdução, discorreremos sobre o aporte teórico em Resolução de Problemas; em seguida, abordaremos o Pensamento Matemático na literatura da Educação Matemática. Na sequência, explicitaremos os procedimentos metodológicos e as análises dos dados decorrentes da atividade construída. Apresentaremos as Considerações Finais e, por fim, as Referências.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Documentos oficiais e pesquisas em Educação Matemática têm se posicionado de maneira incisiva quanto aos benefícios da utilização e implementação da Resolução de Problemas como uma metodologia ou processo de ensino no contexto escolar. Esses aspectos são evidenciados na Base, explicitando que o processo de resolução de problemas, investigação e modelagem configuram-se como práticas privilegiadas da atividade matemática na Educação Básica (Brasil, 2018).

De forma similar, o currículo Paulista (São Paulo, 2020, p. 112, grifo nosso), salienta que a resolução de problemas pode contribuir com a promoção do desenvolvimento do conhecimento matemático e suas conexões com outras áreas do

saber, pois fomentar a existência de um conjunto de ideias fundamentais e articulação entre elas e as áreas é possível se:

O desenvolvimento do conhecimento matemático envolve a utilização da **metodologia da resolução de problemas**, especialmente no que tange às contextualizações, à busca de instrumentação crítica para o mundo do trabalho e à aproximação dos conteúdos escolares. Nesse sentido, o ato de abstrair e ressignificar os saberes matemáticos pode favorecer a elaboração de novas situações-problemas. Nessa perspectiva, pretende-se que o estudante também formule problemas em outros contextos e áreas do conhecimento.

Em âmbito internacional, a Resolução de Problemas também é considerada uma importante metodologia/estratégia de ensino e aprendizagem. Os Princípios e Padrões para a Matemática Escolar, documento orientador americano, propõem uma visão relevante sobre a resolução de problemas, enfatizando que ela:

[...] implica o envolvimento numa tarefa, cujo método de resolução não é conhecido antecipadamente. Para encontrar a solução, os alunos deverão explorar os seus conhecimentos e, através deste processo, desenvolvem, com frequência, novos conhecimentos matemáticos. **A resolução de problemas não só constitui um objetivo da aprendizagem matemática, como é também um importante meio pelo qual os alunos aprendem matemática** (NCTM, 2000, p. 57, grifo nosso).

Os Standards, como é conhecida essa publicação, sugerem de forma expressiva que a aprendizagem ocorra com o professor utilizando a Resolução de Problemas como metodologia de ensino, destacando sua contribuição para o desenvolvimento integral de conceitos e conteúdos nas disciplinas de Matemática. Ou seja, para esse documento, a resolução de problemas é um “pilar” na trajetória do estudante na Educação Básica, pois oportuniza momentos ricos para explorar, criar, discutir, aprender e refletir sobre o que está aprendendo.

Ideias convergentes aos documentos supracitados em relação à resolução de problemas são salientadas pelo *Mathematics Syllabuses Secondary One to Four* (Singapura, 2020). O foco central da estrutura curricular do ensino nesse país é o desenvolvimento da competência de resolução de problemas, articulada com os componentes de conceitos, habilidades, processos, metacognição e atitudes.

Figura 1 – Estrutura do Currículo de Matemática de Singapura



Fonte: *Mathematics Syllabuses Secondary One to Four* (Singapura, 2020, p. 9, tradução nossa)

A resolução de problemas, como um processo de ensino, proporciona o desenvolvimento de habilidades matemáticas complexas de pensamento crítico, criatividade, abstração, raciocínio e competência, tais como as provas e demonstrações matemáticas.

A notoriedade dos benefícios de se trabalhar com a resolução de problemas em sala de aula está relacionada principalmente à compreensão de conceitos e conteúdos matemáticos. A esse respeito, Van de Walle (2009) ressalta que o desenvolvimento das principais ideias ligadas a um determinado conteúdo matemático ocorre no contexto de resolução de problemas. De forma similar, os pesquisadores Vila e Callejo (2006, p. 29) especificam que:

Os problemas são um meio para pôr o foco nos alunos, em seus processos de pensamento e nos métodos inquisitivos; uma ferramenta para formar sujeitos com capacidade autônoma de resolver problemas, críticos e reflexivos, capazes de se perguntar pelos fatos, suas interpretações e explicações, de ter seus próprios critérios, modificando-os, se for necessário, e de propor soluções.

Esses fatos são corroborados pela pesquisa de Allevato e Onuchic (2021), enfatizando que a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino é

considerada o ‘coração’ da atividade matemática, sendo a mola propulsora para a construção e compreensão de conceitos e conteúdos matemáticos. As pesquisadoras idealizaram o Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, em que os problemas – ditos problemas geradores – são propostos aos estudantes antes da apresentação formal do conteúdo mais adequado à sua resolução. E somente após esse processo é que o professor formaliza o conteúdo matemático a ser aprendido. Ou seja, a aprendizagem sobre um novo conceito ou conteúdo matemático começa com um problema e se realiza no decurso de sua resolução.

Allevato e Onuchic (2021) sugerem dez etapas no desenvolvimento da Metodologia para promover a aprendizagem através da Resolução de Problemas em sala de aula:

- (1) proposição do problema; (2) leitura individual; (3) leitura em conjunto; (4) resolução do problema; (5) observar e incentivar; (6) registro das resoluções na lousa; (7) plenária; (8) busca pelo consenso; (9) formalização e (10) proposição e resolução de novos problemas (Allevato; Onuchic, 2021, p. 52).

De acordo com essas pesquisadoras, as dez etapas têm por objetivo orientar os professores na promoção da compreensão da aprendizagem em Matemática. Além disso, os estudantes poderão aprender diversas formas de resolução, desenvolver o raciocínio matemático, bem como emergirão dados avaliativos no decurso da aprendizagem. Na sequência, apresentaremos os aspectos teóricos sobre o pensamento matemático.

De acordo com Flores Flores (2018, p. 7, tradução nossa), as palavras “[...] **“pensamento e raciocínio”** são usadas na vida cotidiana como sinônimos, “o **pensamento** é toda atividade da mente humana produzida graças ao seu intelecto, e o **raciocínio** é a capacidade da mente humana de fazer inferências, possuindo um valor mais formal”. De acordo com esse pesquisador, essa distinção esclarece que o raciocínio é uma função específica do pensamento, voltada para o processo lógico e analítico.

Concordamos com Silva (2025), de que a literatura que aborda essas temáticas frequentemente se empenha em estabelecer distinções conceituais entre os termos pensamento e raciocínio. Entendemos que essa diferenciação também se mostra pertinente no contexto da pesquisa que realizamos.

Cantoral et al. (2005, p. 20, tradução nossa) ratificam esse ponto de vista acerca dos inúmeros benefícios proporcionados pelo trabalho apoiado nas diferentes formas de

pensar no ensino da Matemática. Promover o desenvolvimento dessas formas de pensamento entre os estudantes corresponde a compreender “[...] num sentido moderno, que o pensamento matemático inclui, por um lado, pensar sobre tópicos matemáticos e, por outro, de processos avançados do pensamento, como abstração, justificação, visualização, estimativa e raciocínio a partir de hipóteses”.

Concordando com Bianchini e Lima (2023), é fundamental que as diversas formas de pensamento estejam acessíveis aos estudantes, permitindo a integração do pensamento matemático às atividades de sala de aula. Para esses pesquisadores:

O pensamento matemático é um tipo especial de pensamento, também necessário para muitas atividades cotidianas, sociais e profissionais exercidas por um cidadão. Pode ser entendido como o resultado de processos racionais do intelecto ou de abstrações da imaginação realizados a partir da observação e reflexão científica de fenômenos de diferentes naturezas, por meio da sistematização e contextualização de conhecimentos matemáticos, da capacidade de perceber visual e espacialmente, de representar, memorizar, pensar de maneira criativa, objetiva, lógica, analítica e crítica (Bianchini; Lima, 2023, p. 21).

Também concordamos com os pressupostos preconizados pelo Currículo Paulista de que a aprendizagem centrada na metodologia de Resolução de Problemas possibilita ao estudante se constituir como um ser reflexivo, pensante, criativo e autônomo, ressaltando a importância da Matemática, pois:

Os conhecimentos e as habilidades do pensamento matemático permitem ao estudante ver significado em um objeto de conhecimento, criar estruturas formais apoiados numa variedade de processos cognitivos para compreender o mundo e para identificar modelos no enfrentamento de situações mais complexas (São Paulo, 2020, p. 112).

Diante desses fatos, consideramos que as atividades fundamentadas na resolução de problemas e implementadas pela Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, segundo as concepções de Allevato e Onuchic (2021), podem promover a construção de diversas formas de pensamentos, entre as quais, o pensamento matemático do estudante.

As etapas sugeridas por essas pesquisadoras possibilitam a leitura atenciosa visando estabelecer relações com os conhecimentos prévios na elaboração de uma resposta, bem como abstrair e imaginar uma possível representação do contexto do

problema. Em pequenos grupos, os estudantes discutem suas compreensões e entendimentos, possibilitando a elaboração de soluções. Ressalte-se que durante o processo de resolução cabe ao professor criar um ambiente para a construção tanto dos conceitos e conteúdos quanto do pensamento matemático, ao solicitar a explicação de como a resolução foi elaborada. Ou seja, a explicação da resolução dos estudantes pode revelar qual foi o pensamento empregado, além de identificar suas compreensões e dificuldades. Essas informações constituem evidências avaliativas para o professor, que poderá auxiliar os estudantes em suas resoluções sem fornecer respostas, bem como sanar as dúvidas e favorecer o desenvolvimento do pensamento matemático.

METODOLOGIA DE PESQUISA

O estudo relatado nesta pesquisa foi desenvolvido em dois encontros, realizados no mês de junho de 2025. Participaram 40 estudantes da 1^a série do curso Técnico em Mecânica integrado ao Ensino Médio, em uma escola pública localizada na região metropolitana de São Paulo, Brasil.

Trata-se de uma pesquisa de natureza empírica, de abordagem qualitativa, cujos dados foram coletados por observação participante e análise documental, registrados em fotografias e gravações, que, de acordo com Borba, Almeida e Gracia (2018), tem por objetivo priorizar a compreensão da dinâmica do contexto da sala de aula, bem como as discussões e produções dos participantes que vivenciam o processo de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática.

Concordamos com Ponte, Mata-Pereira e Henrique (2012, p. 356), ao afirmarem “[...] trabalhar em tarefas que, por um lado, requerem raciocínio e, por outro lado, estimulam o raciocínio. Só deste modo se pode esperar uma compreensão efetiva dos conceitos e procedimentos matemáticos por parte do aluno”.

Desse modo, consideramos que as atividades fundamentadas através da Resolução de Problemas podem favorecer tanto a compreensão de conceitos e conteúdos quanto o desenvolvimento do pensamento matemático. Para isso, utilizamos uma questão extraída do livro didático relacionada ao conceito de Conjunto, apresentada na Figura 2.

Figura 2 – Problema de preferência de Esporte

Em uma pesquisa realizada com 50 pessoas para saber que esporte elas apreciam entre futebol, basquete e vôlei, o resultado foi o seguinte: 23 gostam de futebol, 18 de basquete e 14 de vôlei; 10 gostam de futebol e de basquete; 9 de futebol e de vôlei; 8 de basquete e de vôlei e 5 gostam das três modalidades.

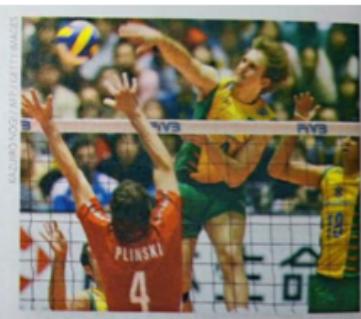
- a) Quantas pessoas não gostam de nenhum desses esportes?
- b) Quantas gostam somente de futebol?
- c) Quantas gostam só de basquete?
- d) Quantas gostam apenas de vôlei?
- e) E quantas não gostam nem de basquete nem de vôlei?
- f) Quantas pessoas gostam só de futebol ou só de basquete ou de ambos?



Brasil x França, 1/7/2006



Brasil x EUA, 23/9/2006



Brasil x Polônia, 3/12/2006

Fonte: Dante (2007, p. 20)

ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS DADOS

Após as instruções sobre a atividade serem fornecidas, cada estudante recebeu uma cópia do problema gerador para leitura individual. Em seguida, organizados em pequenos grupos³, iniciaram a leitura conjunta, discussão com os colegas e a elaboração de estratégias de resolução. Esperava-se que, a partir da compreensão do enunciado do problema – que abordava a preferência por modalidade esportiva – os estudantes mobilizassem seus conhecimentos prévios para propor uma possível resolução.

Na sequência, cada grupo apresentou sua resolução, registrando suas respostas na lousa, explicitando os procedimentos adotados e revelando seus pensamentos. As apresentações ocorreram de forma espontânea, sem uma ordem pré-estabelecida, à medida que os grupos se prontificavam a compartilhar com os colegas os resultados obtidos.

³ Foram formados seis grupos com quatro estudantes e quatro grupos com três.

Dos dez grupos participantes, sete conseguiram responder corretamente aos seis itens propostos, um dos quais se refere à resolução do grupo 1⁴, conforme a ilustração a seguir.

Figura 3 – Resolução do grupo 1

The figure shows handwritten mathematical work on lined paper. At the top, it says "Problema sobre esporte". Below that, there are three equations:

$$T = F + B + V$$

$$50 = 23 + 18 + 14$$

$$50 = 55$$

Below the equations is a table with four columns labeled F, B, V, and Soma (Sum). The values are:

F	B	V	Soma
23	18	14	55
18	10	9	37
		8	45

At the bottom, there is a subtraction operation: $23 + 18 + 14 - 10 - 9 - 8 + 5 = 33$.

Fonte: dado do problema sobre preferência de esporte

A análise da resolução revela que os estudantes do grupo 1 iniciaram a comparação entre a quantidade total de entrevistados e a soma dos que indicaram preferência por alguma modalidade esportiva, formulando uma equação:

$$T = F + B + V$$

$$50 = 23 + 18 + 14$$

$$50 = 55$$

Apesar da distinção entre os valores apresentados no resultado, os estudantes perceberam que algumas pessoas indicaram mais de uma modalidade esportiva, o que resultou em um total superior a 50. Esse aspecto vai ao encontro do que salientaram Bianchini e Lima (2023, p. 21) ao afirmarem que os resultados de processos racionais de intelecto ou de abstrações da imaginação podem ser “[...] realizados a partir da observação e reflexão científica de fenômenos de diferentes naturezas, por meio da sistematização e do conhecimento matemático [...]”.

A observação realizada por esse grupo possibilitou a elaboração de uma resolução sistemática, na qual foram empregados elementos algébricos no início da argumentação, bem como o pensamento analítico e criativo, culminando na resposta correta. Tais

⁴ Nesta pesquisa, cada grupo foi nomeado de grupo 1, grupo 2, grupo 3, ..., grupo 10.

elementos são evidenciados pela expressão que representa os dados fornecidos no problema para calcular a quantidade de entrevistados que indicaram alguma modalidade, conforme a imagem da Figura 4.

Figura 4 – Resolução do grupo 1

Problema sobre esporte

$$T = F + B + V$$

$$50 = 23 + 18 + 14$$

$$50 = 55$$

F	B	V	Total
23	18	14	55
10	9	8	
			$23 + 18 + 14 - 10 - 9 - 8 + 5 = 33$

Fonte: dado do problema sobre preferência de esporte

Os estudantes iniciaram somando os valores 23, 18, e 14, que se referem à quantidade de entrevistados que indicaram a preferência por futebol, basquete e vôlei. Em seguida, subtraíram os valores correspondentes aos entrevistados que indicaram duas modalidades: 10 para futebol e vôlei, 9 para basquete e vôlei e 8 para futebol e basquete. Esses procedimentos evidenciaram que os estudantes compreenderam a existência de elementos comuns entre esses conjuntos. Por fim, adicionaram 5, valor correspondente aos entrevistados que afirmaram gostar das três modalidades, evitando a exclusão dessas pessoas. Essa operação matemática resultou no valor 33, número que indica o total de participantes que preferem exclusivamente uma, duas ou três modalidades esportivas.

Essa resolução revelou não apenas a compreensão da sobreposição entre conjuntos, mas também a capacidade de estruturar uma estratégia algébrica no decorrer da resolução. Ao articularem operações de adição e subtração de forma sistemática, os estudantes do grupo 1 demonstraram o tipo de pensamento mobilizado, a saber, o pensamento algébrico. Além disso, é possível salientar que a Resolução de Problemas potencializou a promoção de diferentes registros matemáticos – como o aritmético e o algébrico – bem como o pensamento criativo, ambos essenciais para o desenvolvimento do pensamento matemático, conforme preconizam Bianchini e Lima (2023).

Tais evidências mostram como a atividade de resolução de problemas coloca o foco no estudante, em seus processos de pensamento, no desenvolvimento da criatividade e na construção de conceitos e conteúdos (Allevato; Onuchic, 2021; Vila; Callejo, 2006), além do desenvolvimento do pensamento matemático.

Os estudantes justificaram corretamente como calcularam a resposta do item ‘a’, subtraindo 33 pessoas do total de 50, obtendo valor de 17 pessoas. Ou seja, essas dezessete pessoas não gostam de futebol, vôlei e basquete, conforme a Figura 5.

Figura 5 – Resolução do item ‘a’ do grupo 1

1) 17 não gostam de nenhum esporte, pois 33 gostam de algum esporte, elas não precisam mais subtrair do numero total 50 que será igual a 17.

Fonte: dado do problema sobre preferência de esporte

Esses aspectos vêm ao encontro do que salientaram Allevato e Onuchic (2021) e Van de Walle (2009), de que as atividades de resolução de problemas contribuem para que o estudante construa, de forma consciente, a compreensão de conceitos e conteúdos matemáticos. Além disso, o protagonismo esteve integralmente com os estudantes nesse processo.

Cabe destacar, ainda, que, além de favorecer a compreensão de conceitos e conteúdos, as atividades de Resolução de Problemas também promoveram o desenvolvimento do pensamento matemático dos participantes, quando os grupos justificaram suas resoluções. Ressalte-se que a explicação das estratégias empregadas tanto pelos estudantes do grupo 1 quanto pelos demais grupos possibilitou comprovar não apenas a validação coletiva, mas também a transição de um raciocínio empírico para formas mais complexas, avançadas e sistemáticas de pensamento, ou seja, desenvolveram elementos do raciocínio dedutivo.

Figura 6 – Resolução do item ‘b’

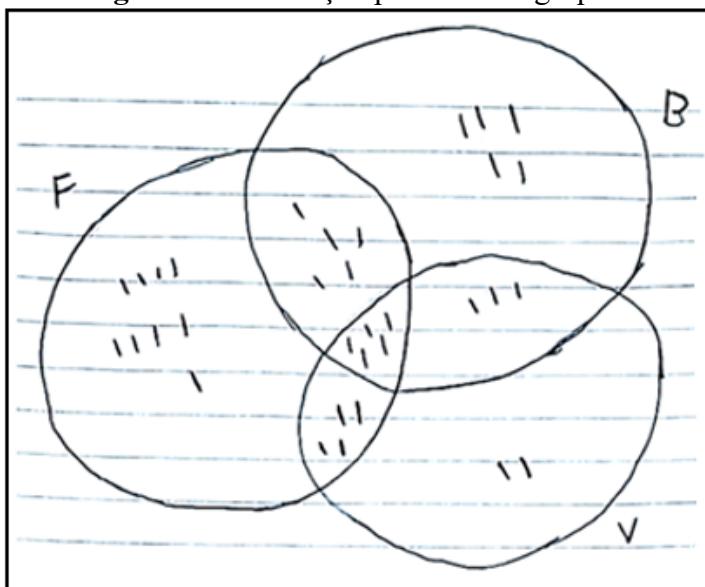
B) 9 pessoas gostam apenas de futebol. Futebol + futevôlei = 9 - 9 = 4, depois devemos somar com as 5 pessoas que gostam de todos: 4 + 5 = 9

Fonte: dado do problema sobre preferência de esporte

Tanto as respostas do item ‘a’ quanto do ‘b’, elaboradas pelo grupo 1, permitiram analisar os procedimentos adotados e o raciocínio utilizado pelos estudantes para justificar suas resoluções. Ou seja, o problema gerador possibilitou a “[...] sistematização e contextualização de conhecimentos matemáticos, da capacidade de perceber visual e espacialmente, de representar, memorizar, pensar de maneira criativa, objetiva, lógica, analítica e crítica” (Bianchini; Lima, 2023, p. 21).

Esses aspectos também dialogam com os pressupostos defendidos por Allevato e Onuchic (2021), segundo os quais a Resolução de Problemas pode desempenhar um papel central no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, por favorecer a atuação ativa dos estudantes durante o desenvolvimento de suas resoluções e na apresentação de suas respostas. Essa abordagem, além de estimular o compartilhamento de descobertas e saberes construídos ao longo da atividade, também possibilita o aprimoramento da criatividade e do pensamento matemático. Esses pressupostos são evidenciados na resolução do grupo 1.

Figura 7 – Resolução pictórica do grupo 1



Fonte: dado do problema sobre preferência de esporte

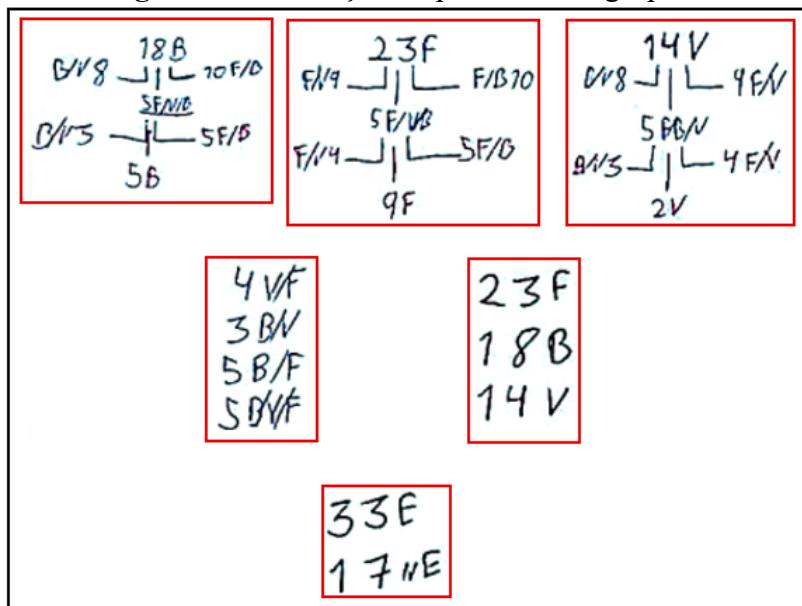
O grupo 1 empregou tanto uma resolução algébrica (Figura 3) quanto a pictórica (Figura 7), distribuindo corretamente os valores nas regiões correspondentes aos conjuntos futebol, vôlei e basquete. No momento da plenária, os estudantes apresentaram e explicaram a estratégia utilizada, detalhando o significado de cada região da Figura 7, com base nos dados fornecidos pelo problema.

Aspectos semelhantes foram observados na resolução do grupo 2, embora com uma abordagem distinta que, em termos de raciocínio e resultados, convergiu com a resolução do grupo 1. A partir da análise da imagem da Figura 8, notamos que os estudantes do grupo 2 organizaram sua resolução especificando separadamente os valores atribuídos aos entrevistados que demonstraram preferência por apenas uma, por duas e por três modalidades esportivas – futebol, vôlei e basquete.

Inicialmente, indicaram os valores relativos aos que gostavam de apenas uma modalidade. Em seguida, identificaram os que preferiam duas modalidades e, por fim, os que gostavam das três. Na quarta etapa, ao analisarem os dados referentes à modalidade basquete, atribuíram o valor 3 à interseção entre basquete e vôlei e 5 à interseção entre basquete e futebol. Esses valores foram determinados pela subtração do total de entrevistados que gostavam de basquete e vôlei (8) pelo número de participantes que gostavam das três modalidades (5), restando 3 para a interseção específica entre duas modalidades.

Na etapa seguinte, indicaram o valor 5 como sendo o número de pessoas que apreciavam exclusivamente a modalidade basquete. Durante a apresentação, justificaram esse valor ao somarem os 5 que gostavam das três modalidades, os 3 que preferiam basquete e vôlei e os 5 que indicaram basquete e futebol, totalizando 13. Como o enunciado do problema informava que 18 entrevistados gostavam de basquete, os estudantes concluíram corretamente que 5 deles indicavam preferência exclusiva por essa modalidade.

Figura 8 – Resolução do problema do grupo 2



Fonte: dado do problema sobre preferência de esporte

Pela ilustração supracitada, é possível evidenciarmos que a resposta do item ‘a’ está correta, pois o grupo calculou a quantidade de 33 pessoas que gostavam de algum tipo de esporte e de 17 que não gostavam.

Na formalização dos conceitos e conteúdos sobre Conjunto e suas operações, os estudantes conseguiram relacionar suas respostas às operações de união, interseção e diferença, além de especificarem que a resposta do grupo 1, por meio do diagrama, possibilitou associar cada região a uma operação específica.

Esses aspectos convergem com as recomendações de Allevato e Onuchic (2021), ao salientarem que a Resolução de Problemas, quando bem implementada como metodologia de ensino, pode contribuir significativamente com a construção e compreensão de conceitos e conteúdos matemáticos, uma vez que “conceitos e habilidades matemáticas são aprendidas no contexto da resolução de problemas; promove-se o desenvolvimento de processos sofisticados de pensamento matemático e o trabalho de ensino de Matemática acontece em um ambiente de investigação orientada na resolução de problemas” (Allevato; Onuchic, 2021, p. 53).

Além disso, observamos que o problema gerador contribuiu para revelar o pensamento adotado pelos estudantes em suas estratégias de resolução, pois, nos protocolos supracitados, é possível identificar a presença de lógica, raciocínio,

sistematização, representação e criatividade, conforme salientam Bianchini e Lima (2023) e São Paulo (2020).

Por fim, destacamos que o processo avaliativo se constituiu no decurso da resolução do problema de esportes, possibilitando ao pesquisador realizar mediações para sanar dúvidas, auxiliar os estudantes a corrigirem e compreenderem seus erros e avançarem na construção do conhecimento. Ou seja, o processo avaliativo assumiu um caráter formativo, contribuindo para promover a compreensão de conceitos e conteúdos, em consonância com as recomendações de Allevato e Onuchic (2021) e Pironel e Onuchic (2021).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa teve por objetivo analisar como a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas pode contribuir na compreensão de conceitos e conteúdos relacionados à Teoria dos Conjuntos, trabalhados com estudantes da 1^a série do Ensino Médio Profissionalizante, de uma escola pública da região metropolitana de São Paulo. Para atingirmos nosso objetivo, propusemo-nos a responder à questão: Como ocorre a aprendizagem sobre o conceito de Conjunto através da Resolução de Problemas?

Observamos que as discussões promovidas ao longo da realização da atividade, bem como a análise dos protocolos, foram fundamentais para compreender as contribuições das etapas sugeridas por Allevato e Onuchic (2021), principalmente na fase de elaboração das resoluções, apresentação dos resultados e plenária. Ressalte-se que essas etapas se mostraram essenciais na implementação da Metodologia, cujo propósito é favorecer a construção do conhecimento matemático de forma consciente, responsável e criativa, além do desenvolvimento do pensamento matemático do estudante, em consonância com os objetivos previamente definidos pelo professor para a aula.

Cabe destacar que a construção e compreensão de conceitos e conteúdos sobre Conjuntos ocorreram no decorrer da atividade, à medida que se valorizou o protagonismo dos estudantes, os diferentes métodos de elaboração da resolução proposta por cada grupo, seus processos de pensamento e esforço na busca por respostas corretas e com embasamento conceitual, a interação, o respeito mútuo, a participação ativa e a aprendizagem promovida durante a apresentação de cada grupo e na busca pelo consenso.

Além disso, o erro se constituiu como parte do processo na construção do conhecimento e nas diferentes formas de pensamentos dos estudantes. Nesse contexto, é possível ao professor avaliar os avanços, as compreensões e as dificuldades apresentadas pelos estudantes e criar estratégias que possam contribuir em sua aprendizagem.

REFERÊNCIAS

- ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. de la R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (Org.). **Resolução de Problemas: teoria e prática**. 2 ed. Jundiaí-SP: Paco Editorial, 2021, p. 37-57.
- BIANCHINI, B. L.; LIMA, G. L. Introdução: os conteúdos matemáticos a serviço do desenvolvimento de diferentes formas de pensar. In: BIANCHINI, B. L.; LIMA, G. L. (Org.). **O pensamento matemático e os diferentes modos de pensar que o constituem**. São Paulo-SP: Livraria da Física, 2023, p. 1-13.
- BORBA, M. C.; ALMEIDA, H. R. F. L.; GRACIA, T. A. S. **Pesquisa em Ensino e Sala de Aula**: diferentes vozes em uma investigação. 2^a ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2020.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Base Nacional Comum Curricular. Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 2018. (versão completa)
- CANTORAL, R. et al. **Desarrollo del pensamiento matemático**. México: Trilhas/ITESM, Universidad Virtual, 2005.
- DANTE, L. R. **Matemática: contexto e aplicações**. 1^a série do Ensino Médio. Editora Ática, 2007.
- FLORES FLORES, I. **Disposición de actitud y aptitud en el aprendizaje de matemática de los estudiantes de la Escuela Profesional de Contabilidad de la Universidad Nacional de San Agustín**. 2018. 127f. Tesi (Doctorado em Ciências: Education) – Unidad de Posgrado Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad Nacional de San Agustín, Arequipa.
- NCTM. **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston, VA – National Council of Teachers of Mathematics, 2000.
- PIRONEL, M.; ONUCHIC, L. de la R. Resolução de Problemas: oportunidade de avaliação para a aprendizagem. In: ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (Org.). **Resolução de Problemas: teoria e prática**. 2 ed. Jundiaí-SP: Paco Editorial, 2021, p. 59-80.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M.; MATA-PEREIRA, J. Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula? **Educação e Matemática**, n° 156, p. 7-11, 2020.

PONTE, J. P.; MATA-PEREIRA, J. HENRIQUE, A. O raciocínio matemático nos alunos do Ensino Básico e do Ensino Superior. **Revista Práxis Educativa**, v. 7, n. 2, p. 355-377, jul./dez, Ponta Grossa. 2012. DOI: <https://doi.org/10.5212/PraxEduc.v.7i2.0003>. Disponível em: <https://revistas.uepg.br/index.php/praxeducativa/article/view/4698>. Acesso em: 04 mar. 2025.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. **Currículo Paulista: etapa Ensino Médio**. São Paulo: SEDUC-SP, 2020.

SILVA, M. B. **Demonstração e Provas em Geometria Analítica através da Resolução e Proposição de Problemas**. 2025. 370f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo.

SILVA, M. B.; SILVA, I. P.; ALLEVATO, N. S. G.; POSSAMAI, J. P. Uma abordagem para o ensino de Geometria Analítica através da Resolução de Problemas. **Anais da XVI Conferência Interamericana de Educação Matemática**, Lima, p. 1-9, 2023.

SINGAPURA. **Mathematics Syllabuses Secondary One to Four: Implementation starting with 2020 Secondary Three Cohort**. Singapore, 2020. Disponível em: 2020-express_na-maths_syllabuses.pdf. Acesso em 18 mar. 2025.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino Fundamental: Formação de Professores e Aplicação em Sala de Aula**. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. Tradução: Paulo Henrique Colonese.

VILA, A; CALLEJO, M. L. **Matemática para aprender a pensar: O papel das crenças na resolução de problemas**. Porto Alegre: Artmed, 2006. Tradução: Ernani Rosa.

HISTÓRICO

Submetido: 06 de julho de 2025.

Aprovado: 04 de agosto de 2025.

Publicado: 12 de setembro de 2025.