RIDEMA
Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática

Uma análise sobre a formulação de problemas envolvendo volume e/ou capacidade à luz da Teoria dos Campos Conceituais

An analysis of the formulation of problems involving volume and/or capacity in light of the Theory of Conceptual Fields

Maria Solange dos Santos Gama
Universidade Federal Rural de Pernambuco

Elisângela Bastos de Melo Espindola
Universidade Federal Rural de Pernambuco

RESUMO

Este artigo é fruto de uma dissertação de mestrado desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências (PPGEC). No presente trabalho, tomamos por objetivo analisar a formulação e resolução de problemas (FRP) a partir de uma resposta, envolvendo os conceitos de volume e/ou capacidade, por alunos egressos do Ensino Médio. Fundamentamos a pesquisa na Teoria dos Campos Conceituais (TCC), pondo em relevo os tipos de situações que dão sentido aos conceitos de volume e capacidade (medição, comparação e produção). A pesquisa teve como lócus uma Escola de Aprendizes-Marinheiros (EAM), localizada na região metropolitana de Recife-Pernambuco. Contamos com a participação de 53 alunos, sendo estes de três turmas. Cada aluno foi solicitado a formular e resolver um problema a partir da resposta: O reservatório tem capacidade de 6.000 litros. Os critérios de análise foram norteados pela identificação dos tipos de situações, regras de ação e invariantes operatórios dos problemas formulados e resolvidos pelos alunos. Sobre a atividade de FRP realizada pelos alunos, identificamos 8 (oito) tipos distintos. Uma delas, apresentada por 16 de 30 alunos, teve como característica marcante, problemas formulados em torno da atribuição das dimensões do objeto, uso da fórmula para o cálculo do volume e a transformação de unidades de medidas de volume para capacidade, ou seja, convergiram para situações de medição. Esse aspecto nos fez refletir se a resposta de “6.000 litros” foi tendenciosa para os alunos, direcionando-os a reproduzir apenas problemas que já estavam habituados a resolver a respeito da relação entre as unidades de volume e capacidade. Os resultados evidenciaram também a dificuldade de alguns alunos em formular um problema, apresentando dados que possibilitem utilizar a resposta proposta, visto que alguns alunos utilizaram a resposta “o reservatório tem 6.000 litros” como um dado do problema.
Palavra-chave: Formulação de problemas; Resolução de problemas; Volume; Capacidade; Teoria dos campos conceituais

ABSTRACT

This article is the result of a master's thesis developed in the Postgraduate Program in Science Teaching (PPGEC). In the present work, we aim to analyze the formulation and resolution of problems (FRP) based on an answer, involving the concepts of volume and/or capacity, by high school students. We base the research on Conceptual Field Theory (CFT), highlighting the types of situations that give meaning to the concepts of volume and capacity (measurement, comparison and production). The research had as its locus at Apprentice-Sailors School (EAM), located in the metropolitan region of Recife-Pernambuco. We had the participation of 53 students, from three classes. Each student was asked to formulate and solve a problem based on the answer: The reservoir has a capacity of 6,000 liters. The analysis criteria were guided by the identification of the types of situations, rules of action and operational invariants of the problems formulated and solved by the students. Regarding the FRP activity carried out by students, we identified 8 (eight) distinct types. One of them, presented by 16 of 30 students, had as its striking characteristic, problems formulated around the attribution of the dimensions of the object, use of the formula to calculate the volume and the transformation of measurement units from volume to capacity, that is,

they converged for measurement situations. This aspect made us reflect on whether the answer of "6,000 liters" was biased towards the students, directing them to reproduce only problems that they were already used to solving regarding the relationship between volume and capacity units. The results also highlighted the difficulty of some students in formulating a problem, presenting data that makes it possible to use the proposed answer, as some students used the answer "the reservoir has 6,000 liters" as a given for the problem.
Keyword: Problem formulation; Problem solving; Volume; Capacity; Conceptual field theory

INTRODUÇÃO

Consideramos que a partir da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), a elaboração de problemas por alunos do ensino básico obteve maior destaque. Conforme a BNCC, no enunciado das habilidades "resolver e elaborar problemas" está implícito que "se pretende não apenas a resolução do problema, mas também que os alunos reflitam e questionem o que ocorreria se algum dado do problema fosse alterado ou se alguma condição fosse acrescida ou retirada" (Brasil, 2018, p.277).

Para o Ensino Médio, a BNCC orienta que se aproveite todo o potencial já adquirido pelos estudantes no Ensino Fundamental, para promover ações que ampliem o letramento matemático iniciado na etapa anterior. Nessa direção, "novos conhecimentos específicos devem estimular processos mais elaborados de reflexão e de abstração, que deem sustentação a modos de pensar que permitam aos estudantes formular e resolver problemas em diversos contextos com mais autonomia e recursos matemáticos" (Brasil, 2018, p. 528-529).

Particularmente, do 1º ao 9º ano do Ensino Fundamental, 10 dentre 49 habilidades da BNCC contendo o enunciado "resolver e elaborar problemas" se referem ao eixo das Grandezas e Medidas. Já no Ensino Médio, identificamos a seguinte habilidade: EM13MAT309 - Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Nesse cenário, desenvolvemos uma pesquisa no curso de Mestrado no Programa de Pós-graduação em Ensino das Ciências (PPGEC) sobre a formulação e resolução de problemas acerca dos conceitos de volume e capacidade a partir da proposta de diversos tipos de suportes, tais como: uma resposta, figuras, continuar o problema, criar um parecido, uma sentença. Para cada uma dessas atividades, há certa intencionalidade didática.

10.34019/2594-4673.

Em especial, o presente trabalho tem como objetivo analisar a formulação e resolução de problemas (FRP) a partir de uma "resposta". Nesse tipo de tarefa, o enfoque está na formulação de um enunciado e pergunta para um problema, cuja solução seja a resposta dada, que pode ser de cunho numérico, ou seja, um número, uma palavra ou uma frase (Chica, 2021). Em nosso caso, a resposta foi apresentada na seguinte frase: "O reservatório tem capacidade de 6.000 litros".

Ao tomarmos como norte a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) (Vergnaud, 1990) para análise dos problemas formulados e resolvidos pelos alunos, buscamos identificar os tipos de situações que envolvem os conceitos de volume e capacidade. Além disso, propusemo-nos a responder à indagação: Quais regras de ação e invariantes operatórios se apresentam como os mais recorrentes na FRP pelos alunos? Quais dificuldades são apresentadas pelos alunos na FRP? Para melhor compreensão de nosso trabalho, expomos, a seguir, algumas considerações sobre a TCC antes de apresentarmos a metodologia, a análise e discussão dos resultados.

A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS E O CAMPO CONCEITUAL DE VOLUME E CAPACIDADE

Na TCC, considera-se que as situações dão sentido aos conceitos matemáticos, mas o sentido não está nas situações em si mesmas. "Mais precisamente, são os esquemas evocados pelo sujeito individual por uma situação ou por um significante que constituem o sentido desta situação ou deste significante para este indivíduo" (Vergnaud, 1990, p.158).

Vergnaud (2002a) apresenta duas definições sobre "esquema": Definição 1. O esquema é uma organização invariante da atividade para uma dada classe de situações. Definição 2. Um esquema compreende necessariamente quatro componentes. Na primeira definição, ressalta-se que é a organização da atividade que é invariante e não a atividade ou a conduta. Pois um esquema não é um estereótipo. Ele gera uma diversidade de condutas e de atividades, segundo as características particulares das situações. Vergnaud (2002a) afirma que, para estudar a atividade dos indivíduos, é necessário identificar as diferentes categorias de situações com as quais eles são confrontados.

A relação entre os conceitos de situação e de esquema é fundamentalmente dialética, no sentido de que não há esquema sem situação como também não há situação sem esquema. Visto

doi 10.34019/2594-4673.

que é o esquema que permite identificar uma situação como fazendo parte de uma certa classe. Haja vista que o esquema se endereça efetivamente a uma classe de situações. Sobre a segunda definição, os quatro componentes do esquema são: 1. Metas e antecipações; 2. Regras de ação do tipo "se ...então"; 3. Invariantes operatórios e 4. Possibilidades de inferência.

Sobre as metas e antecipações, estas são relacionadas aos objetivos e subobjetivos. Os objetivos são considerados como o componente intencional dos esquemas. Ou seja, os objetivos fornecem aos esquemas sua funcionalidade. As regras de ação se articulam à tomada de informação e de controle - sua função é produzir a atividade e a conduta. Vergnaud (1985, p. 250) explica que "as regras de ação constituem um nível relativamente próximo da ação observável". As regras dizem respeito ao componente gerador; haja vista que geram uma série de ações para atingir um dado objetivo. "[...] As regras constituem a parte generativa do esquema, aquela que é mais imediatamente responsável pelo curso temporal do comportamento e da atividade" (Vergnaud, 2002b, p. 7).

Os invariantes operatórios configuram-se como o componente propriamente epistêmico do esquema. Sendo assim, os objetos, propriedades, relações e processos que o pensamento recorta no real para organizar a ação constituem o núcleo duro da representação do que é necessário fazer em uma dada situação. Sem esses componentes, nem as inferências, nem as regras de ação, nem as predições, nem os significantes têm sentido (Vergnaud, 1985).

As possibilidades de inferência em situação são consideradas como "indispensáveis ao funcionamento do esquema em cada situação particular, hic et nunc" (Vergnaud, 1993, p. 6). Em razão dessa característica, esse componente do esquema possibilita "calcular" objetivos, regras e antecipações. Conforme Coulet (2007), a dimensão estratégica das inferências, o que nos remete a certas operações de pensamento do sujeito sobre as consequências de suas ações, sejam por um viés sistemático ou mesmo oportunista, por exemplo, para a escolha de uma alternativa entre várias, dependendo de suas vantagens e desvantagens.

Pelo exposto, tratamos de tomar como norte, para a atividade de FRP envolvendo os conceitos de volume e capacidade, os componentes dos esquemas, relativos aos aspectos intencionais, geradores e epistêmicos, ou seja, as metas e antecipações, regras de ação, tomada de informação e controle e invariantes operatórios. Ademais, focamos nosso olhar sobre as situações do campo conceitual de volume e capacidade. Com base na classificação de Baltar

(1996) sobre as situações que dão sentido ao conceito de área, a saber: "medida, comparação e produção"; adotada em outras pesquisas para o conceito de volume, a exemplo de Morais (2013), Figueiredo (2013) e Melo (2018), bem como, para o conceito de capacidade (Leão, 2020).

Sobre as situações de medição, Morais (2013) e Figueiredo (2013) apresentam como possíveis estratégias mobilizadas pelos alunos neste tipo de situação: contagem de unidades (contar sólidos unitários), uso de fórmulas, uso do princípio de Cavalieri, imersão, preenchimento (para os sólidos ocos é possível medir sua capacidade, preenchendo-o com um líquido e observando a quantidade utilizada no preenchimento), transbordamento e estimativas. Esses tipos de variações são refinados à luz de duas categorias de situações de medição: transformação de unidades e operacionalização de medidas. Em situações de transformação de unidades, o aluno dispõe da estratégia de medir o volume de um mesmo sólido, usando unidades diferentes. Segundo Morais (2013, p. 48), a situação de operacionalização de volumes "consiste em efetuar uma operação matemática com volumes permanecendo no quadro das grandezas". Nesse subtipo de situação:

> Intervêm as estratégias adicionar/subtrair volumes e multiplicar/dividir volume por um escalar, as quais são caracterizadas por uma operação envolvendo volumes. Do ponto de vista conceitual, esse tipo de situação permite compreender que dois volumes podem ser adicionados/subtraídos, bem como multiplicados/divididos por um escalar, evidenciando características de uma grandeza (Morais, 2013, p. 48).

As situações de comparação consistem em decidir, para um determinado conjunto de sólidos, qual deles tem maior/menor volume ou se têm volumes iguais. Vale ressaltar que, nas situações de comparação que envolvem dois sólidos, podemos determinar diretamente qual deles possui volume maior/menor ou se possuem volumes iguais. Enquanto, conforme Morais (2013, p. 50), "as situações de produção caracterizam-se pela produção de um sólido com volume menor, maior ou igual a um volume dado, e têm como estratégias composição, decomposição-recomposição e princípio de Cavalieri".

Diante do exposto, buscamos tomar como suporte esses tipos de situações (medição, comparação e produção) para analisar os problemas formulados e resolvidos pelos alunos, sem perder de vista os componentes dos esquemas, metas e antecipações, regras de ação e invariantes operatórios), pelos procedimentos metodológicos que detalhamos a seguir.

10.34019/2594-4673.

METODOLOGIA

Com o objetivo de analisar a formulação e resolução de problemas (FRP) a partir de uma "resposta" à luz da Teoria dos Campos Conceituais, especificamente, propomos aos alunos a seguinte tarefa: Formule e resolva um problema cuja resposta seja: O reservatório tem capacidade de 6.000 litros. Consideramos que tal reservatório poderia ser relacionado a diferentes objetos físicos pelos alunos. Pois diferentes sólidos geométricos podem ter o mesmo volume. Outro aspecto que consideramos foi a possibilidade de os alunos aplicarem na FRP uma concepção unidimensional ou tridimensional.

Conforme Melo (2018, p. 33) "a passagem de uma concepção unidimensional de volume para uma tridimensional está relacionada com a passagem do campo das estruturas aditivas para o campo das estruturas multiplicativas". Compreendemos que os alunos poderiam, por exemplo, desenvolver a FRP a partir da resposta dada, em torno de uma situação de comparação, cuja pergunta fosse voltada para o cálculo da diferença da capacidade de um reservatório para outro a fim de obter a resposta "o reservatório tem capacidade de 6.000 litros". De outra forma, a transição de uma concepção unidimensional para a concepção tridimensional ocorre, por exemplo, por meio da construção da fórmula do volume do paralelepípedo e da articulação das propriedades de outras grandezas (comprimento e área). Assim, o aluno poderia calcular o volume de um paralelepípedo e desenvolver uma situação de transformação de unidades para obter a resposta.

Sobre a identificação das classes de situações e das formas de organização da atividade (esquemas), consideramos o quão importante é identificarmos as características mais determinantes que permitem reconhecer a diferença entre uma e outra, e entre um esquema e outro para a mesma classe de situações (Samurçay; Vergnaud, 2000). Assim, trilhamos o seguinte caminho:

- Para identificação das metas e antecipações - como os alunos tomaram para si o objetivo da atividade proposta: Formular e resolver um problema a partir da resposta: O reservatório tem capacidade de 6.000 litros;
- Tipo de situação - a situação apresentada pelo aluno: medição, comparação e/ou produção;

- Regras de ação, tomada de informação e controle - a sequência dos dados apresentados pelo aluno no enunciado do problema. E a análise de sua resolução a fim de identificarmos alguns elementos implícitos neste. Por fim, os elementos similares e diferentes nas regras de ação e agrupamento daqueles mais frequentes;
- Invariantes operatórios - em alguns casos, a identificação dos conhecimentos mobilizados pelos alunos logo no enunciado do problema, e, em outros, a partir da análise da resolução do problema formulado. Neste processo, a identificação de teoremas em ação e conceitos em ação corretos ou errôneos, referentes ao campo conceitual de volume e capacidade, foram tomados por base para verificar se a FRP estava coerente ou incoerente, incompleta ou confusa com a atividade proposta. Além disso, também verificamos certas representações simbólicas em cena.

Pelo exposto, nos casos particulares de FRP incoerente, incompleta ou confusa, detivemo-nos a analisar as dificuldades apresentadas pelos alunos a partir da resposta fornecida à FRP e dos teoremas em ação errôneos.

Nessa pesquisa, contamos com a participação de 53 alunos, sendo: 19 alunos da turma E, 20 alunos da turma F e 14 alunos da turma G. Cada participante foi identificado de acordo com a turma à qual pertence, seguido de uma numeração. Por exemplo, os alunos da turma E: E1, E2, etc. Todos eles estavam matriculados na disciplina de Matemática I do Curso de Formação de Marinheiros (C-FMN), da Escola de Aprendizes-Marinheiros de Pernambuco (EAMPE). Essa disciplina tem por objetivo construir relações entre os conceitos matemáticos e as situações do cotidiano do trabalho marinheiro.

As atividades de FRP foram aplicadas no período final das aulas ministradas pelos professores regentes. Essas aulas eram conjugadas e tinham a duração, ao todo, de 1 hora e 30 minutos. As atividades foram aplicadas individualmente e cada aluno teve um tempo de, no máximo, 40 minutos para formular e resolver o seu problema.

Por fim, salientamos que esta pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética e Pesquisa da UFRPE e só após a emissão do Parecer Consubstanciado de nº 5.832.412, foram iniciados os trabalhos de construção e análise dos dados.

RESULTADOS

De 53 alunos, 30 conseguiram formular e resolver um problema a partir da resposta "o reservatório tem capacidade de 6.000 litros", sem apresentar erros. Identificamos na FRP de 16 alunos, uma concepção tridimensional (multiplicando as medidas das três arestas) de um paralelepípedo, ou seja, eles apelaram para o uso da fórmula do cálculo do volume. Tal fato, remete-nos às seguintes considerações:

> Capacidade e volume são conceitos que possuem muita relação e a diferenciação entre esses conceitos é delicada, no entanto consideramos que a distinção entre volume e capacidade depende dos contextos que esses conceitos estão inseridos, isto é, depende do que se quer medir (Melo, 2018, p.42).

Assim, os alunos, como apresentamos no Quadro 1, enfatizam sobre a situação de transformação de unidades - a relação que existe entre as unidades de volume e capacidade. Metade deles apresentaram as medidas do objeto explicitando a equivalência entre as medidas "1dm^3 é igual a 1 litro" e a outra metade "1m^3 é igual a 1.000 litros".

Quadro 1 - FRP a partir de uma resposta - 1º tipo mais frequente (16 alunos)

Situações (S) Situação de medição - Transformações de unidades de medidas.
Metas e antecipações (MA): Formular e resolver um problema cuja resposta seja: "O reservatório tem capacidade de 6.000 litros".
Regras de ação (RA): Apresentação do objeto: reservatório no formato de paralelepípedo, tanque de combustível ou caixa d'água. Apresentação das dimensões do objeto em dm, cm ou m. Cálculo do volume do objeto em dm^3, cm^3 ou m^3. Transformação de unidades de medidas de dm^3, cm^3 ou m^3 para litro). **Pergunta:** Qual é a capacidade do reservatório em litros?
Invariantes operatórios (IO): Reconhecimento de um objeto físico como tridimensional: o paralelepípedo. Aplicação da fórmula para calcular o volume de um paralelepípedo. Conversão de unidades de volume para capacidade.

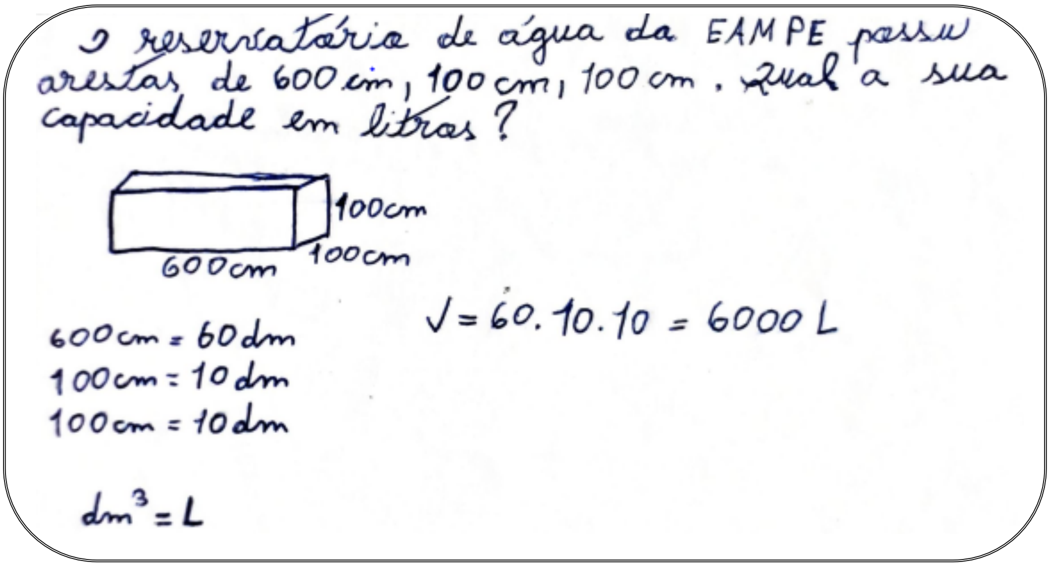
Fonte: Elaborado pelas autoras.

Dentre a FRP com a organização (Quadro 1), selecionamos a do aluno F20 (Figura 1). Na FP construída por ele, observamos no texto as dimensões do reservatório em cm e, através da representação simbólica que utiliza na resolução, podemos constatar que ele faz a

10.34019/2594-4673.

transformação de unidades das medidas das dimensões (de cm para dm) e em seguida indica a relação de equivalência: $dm^3 = L$.

Figura 1 - FRP a partir de uma resposta dada pelo F20



Fonte: Protocolo do aluno F20.

O aluno F20 (Figura 1), usa a relação $dm^3 = L$, quando efetua o produto das dimensões (sem mencionar que estão em dm), o que resultaria no volume de 6.000 dm^3 apresentando imediatamente, como resultado, 6.000 L. Este é um fato que nos parece interessante do ponto de vista da necessidade do aluno em finalizar a atividade com a resposta 6.000 L. Temos em cena uma concepção de volume-número (60.10.10) (Anwandter-Cuellar, 2013). Contudo, ocorre todo um processo de transformação de cm para dm, o que nos leva a concluir que ele realiza isto de forma consciente.

Em relação ao Quadro 2, a organização da FRP diferencia-se pela inserção do conceito de porcentagem.

10.34019/2594-4673.

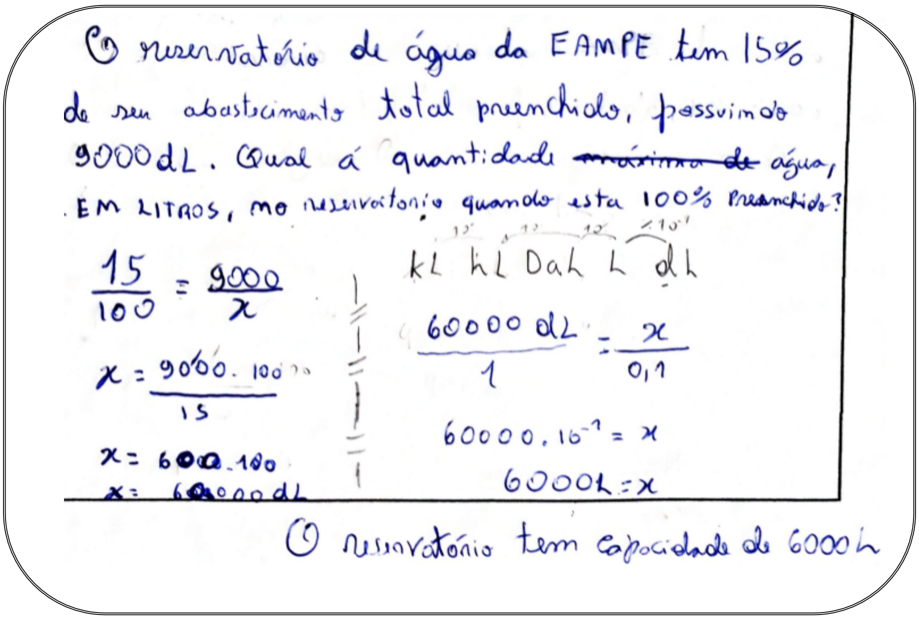
Quadro 2 - FRP a partir de uma resposta - 2º tipo mais frequente (5 casos)

Situações (S): Situação de medição - transformação de unidades - Operacionalização de medidas
Metas e antecipações (MA): Formular e resolver um problema cuja resposta seja: “O reservatório tem capacidade de 6.000 litros”.
Regras de ação (RA): Apresentação do objeto: reservatório, recipiente. Apresentação da capacidade do objeto em L, hL, dL ou volume em m^3. Apresentação da porcentagem de uma parte da capacidade total de um reservatório e o correspondente a quantidade de litros. **Pergunta:** Qual é a capacidade total do reservatório em litros?
Invariantes operatórios (IO): Cálculo de porcentagem (por regra de três) Conversão de unidades de capacidade para volume.

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Expomos aqui, dois exemplos (de E18 e G05) em cujo texto do problema havia uma parte da capacidade em porcentagem e um questionamento sobre a capacidade total do reservatório. Entretanto, na situação de transformação de unidades de capacidade para volume, encontramos no caso do aluno E18 (Figura 2), o uso da unidade decilitro, pouco utilizada no dia a dia.

Figura 2 - FRP a partir de uma resposta dada do E18

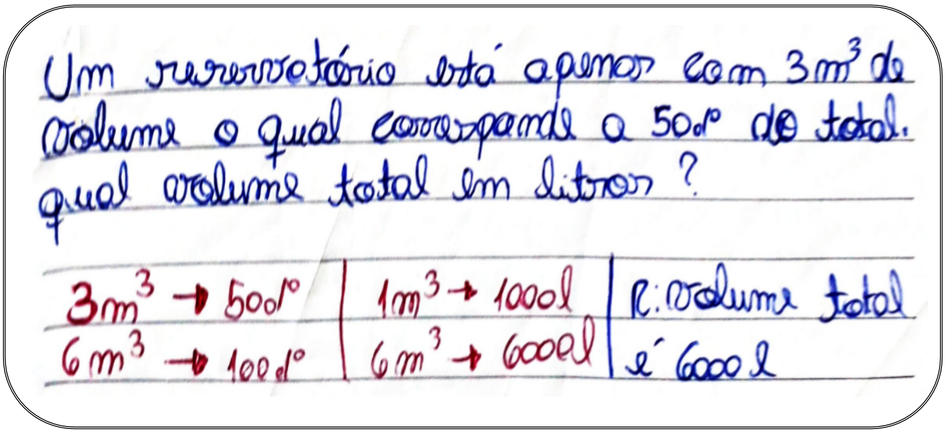


Fonte: Protocolo do aluno E18.

Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática
Juiz de Fora, v. 8, n. 1, p. 1-20, Jan. – Dez., e-ISSN: 2594-4673, 2024
10.34019/2594-4673.

No exemplo da FRP do aluno G05 (Figura 3), percebemos que ele opera a conversão de medidas, relacionando m^3 a litros. Bem diferente do aluno E18 (Figura 2), que utilizou a escala de conversão das unidades de medidas.

Figura 3 - FRP a partir de uma resposta dada pelo G05



Um reservatório está apenas com 3m³ de volume o qual corresponde a 50% do total.
qual volume total em litros?

3m³ → 50%	1m³ → 1000l	R: volume total
6m³ → 100%	6m³ → 6000l	é 6000 l

Fonte: Protocolo do aluno G05.

Além disso, sobre o cálculo da porcentagem total, o aluno G05 (Figura 3), apresentou "50%", o que tornou a resolução do problema formulado por ele bem mais fácil, em torno do teorema em ação: 50% correspondem à metade do total. Diferente do aluno E18 (Figura 2) que recorreu ao teorema em ação: 15% significam 15 em 100, mobilizando o conceito de proporção para obter a porcentagem (100%) que equivale a capacidade total.

Em relação à atividade de FRP, além do que apresentamos nos Quadros 1 e 2, diagnosticamos outras 6 organizações da atividade de FRP, com similaridades menos frequentes ou com produções bem particulares. Todas essas conduziram à resposta "O reservatório tem capacidade 6.000 litros" e versaram sobre:

- Apresentação do volume total em m^3 para conversão em litros (2 alunos);
- Apresentação de uma capacidade inicial e da capacidade que completa a total (2 alunos);
- Apresentação de uma quantidade de objetos (baldes, tanque) com suas respectivas quantidades para serem multiplicadas de modo a obter a capacidade total (2 alunos);
- Apresentação de uma fração da capacidade para calcular a capacidade total (1 aluno);

- Apresentação do tempo de enchimento de uma fração da capacidade total para obter a total (1 aluno);
- Apresentação da quantidade de alunos e do consumo diário individual deles para obter a capacidade total (1 aluno).

Na sequência, apresentaremos e discutiremos algumas incoerências/dificuldades mais frequentes, apresentadas pelos alunos para essa proposta de FRP.

Dificuldades apresentadas pelos alunos na FRP a partir de uma resposta

De acordo com Chica (2001, p. 167) "o texto da resposta traz restrições que o aluno deve considerar na elaboração do texto do problema, especialmente na pergunta que deve ser orientada pela resposta solicitada". Além disso, faz-se necessário levar "os alunos a perceberem que um problema pode ter ou não dados numéricos ou suficientes, que relação existe entre os dados numéricos e outros elementos do texto, e principalmente nesse tipo de proposta, se a resposta é coerente com o problema". Diante disso, expomos na Tabela 1, o panorama da FRP que consideramos não atender tais critérios.

Tabela 1 - Características das dificuldades na FRP a partir de uma resposta

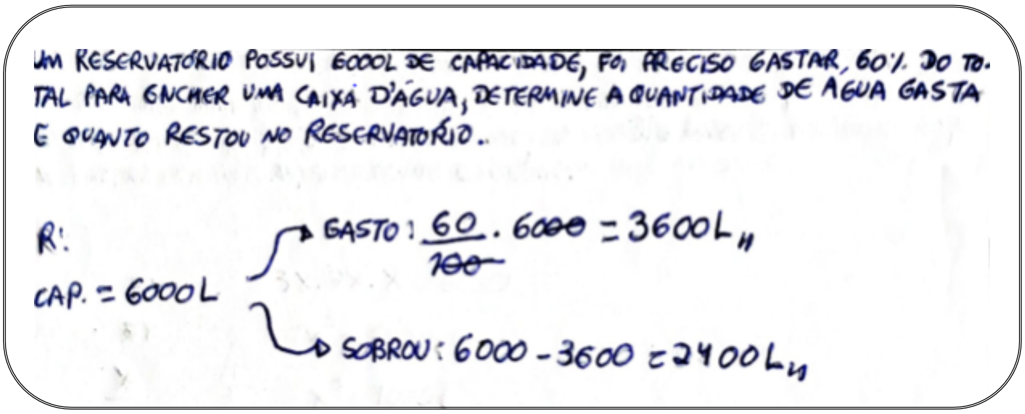
Quantidade de alunos	Dificuldades identificadas
8	Formulou o problema colocando a resposta: 6.000 litros, no seu enunciado.
7	Formulou o problema usando a resposta proposta e com erro de cálculo numérico e/ou conceitual.
4	Formulou um problema com uma pergunta que destoa da resposta proposta: "o reservatório tem capacidade de 6.000 litros".
3	Formulou o problema usando a resposta proposta, mas não explicitou a resolução.
1	Formulou um problema sem usar a resposta proposta e com erros conceituais.

Fonte: Elaborada pelas autoras.

Sobre os alunos que formularam e resolveram o problema usando a capacidade de 6.000 litros como dado no enunciado do problema, indicamos como exemplos a FRP dos alunos E11

(Figura 4) e E12 (Figura 5). Vale salientar que não identificamos erros na produção de ambos, porém eles não atentaram que a proposta dessa atividade seria formular e resolver um problema com a resposta: “o reservatório tem capacidade de 6.000 litros”.

Figura 4 - FRP a partir de uma resposta dada pelo E11


UM RESERVATÓRIO POSSUI 6000L DE CAPACIDADE, FOI PRECISO GASTAR 60% DO TOTAL PARA ENCHER UMA CAIXA D'ÁGUA, DETERMINE A QUANTIDADE DE ÁGUA GASTA E QUANTO RESTOU NO RESERVATÓRIO.

R:

CAP. = 6000L

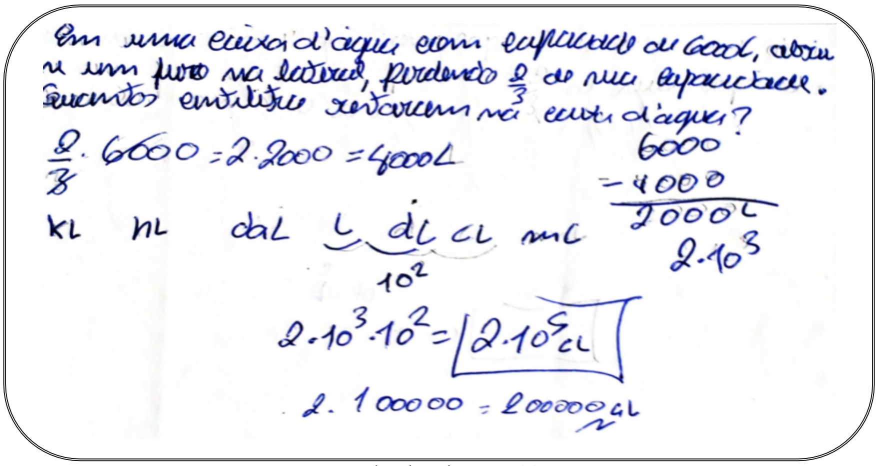
GASTO: $\frac{60}{\cancel{100}} \cdot 6000 = 3600L$

SOBROU: $6000 - 3600 = 2400L$

Fonte: Protocolo do aluno E11.

O aluno E11 (Figura 4) utilizou o conceito de porcentagem na FRP, enquanto o aluno E12 (Figura 5) faz uso do conceito de fração. Ambos desenvolveram situações de medição com operacionalização de medidas, entretanto as perguntas formuladas não correspondem à resposta proposta na atividade.

Figura 5 - FRP a partir de uma resposta dada pelo E12


Em uma caixa d'água com capacidade de 6000L, abriu-se um furo na lateral, perdendo $\frac{2}{3}$ de sua capacidade. Quantos centilitros restaram na caixa d'água?

$\frac{2}{3} \cdot 6000 = 2 \cdot 2000 = 4000L$

$6000 - 4000 = 2000L$

$2 \cdot 10^3$

kL hL daL $\underbrace{L \quad dL \quad cL}_{10^2}$ mL

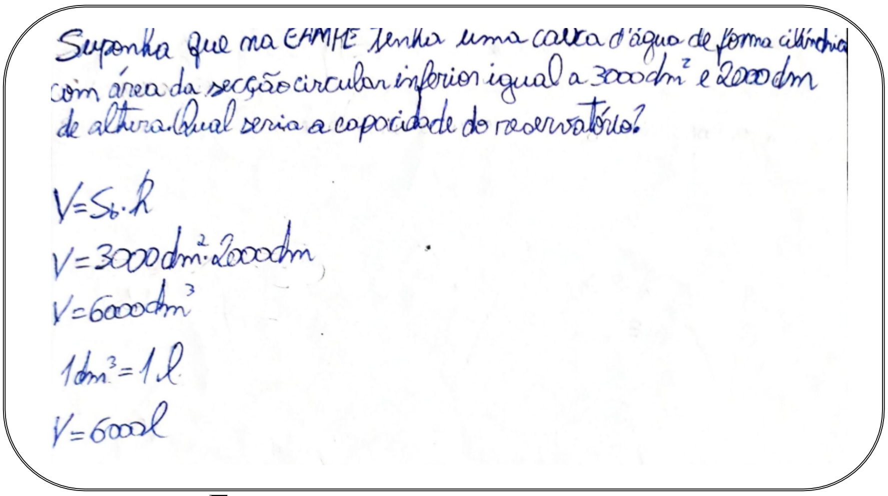
$2 \cdot 10^3 \cdot 10^2 = \boxed{2 \cdot 10^5 cL}$

$2 \cdot 100000 = 200000 cL$

Fonte: Protocolo do aluno E12.

No exemplo seguinte (Figura 6), explicitamos a FRP do aluno F10 que formulou o problema, diferentemente dos exemplos anteriores, utilizando um reservatório no formato cilíndrico. Além disso, observamos nos dados do problema que ele atribuiu medidas à área da seção circular (3.000 dm³) e à altura (2.000 dm) de maneira equivocada, não atentando para o erro de cálculo numérico ao multiplicar 3.000 x 2.000 resultando em 6.000 dm³.

Figura 6 - FRP a partir de uma resposta pelo F10


Suponha que na CAMHE tenha uma caixa d'água de forma cilíndrica com área da secção circular inferior igual a 3000dm² e 2000dm de altura. Qual seria a capacidade do reservatório?

$V = S_b \cdot h$

$V = 3000dm^2 \cdot 2000dm$

$V = 6000dm^3$

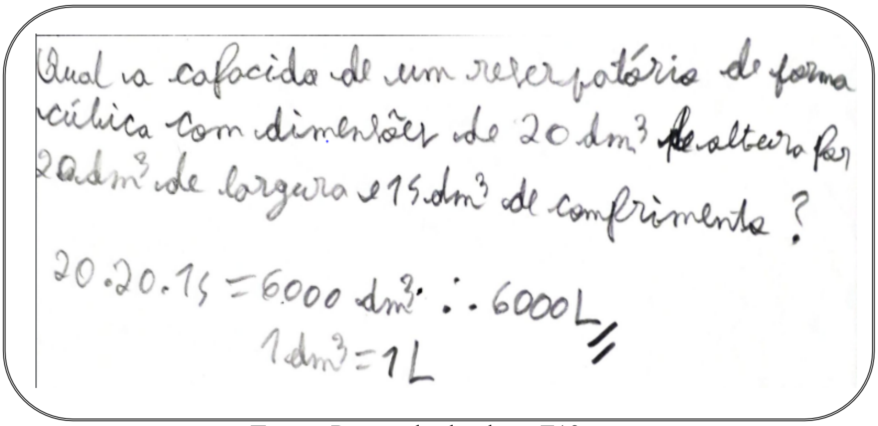
$1dm^3 = 1l$

$V = 6000l$

Fonte: Protocolo do aluno F10.

Já no exemplo da FRP do aluno F12 (Figura 7), percebemos como ele apresenta o teorema em ação errôneo: O cubo possui arestas com medidas diferentes: 20 dm³ de altura, 20 dm³ de largura e 15 dm³ de comprimento. Além de atribuir uma unidade de volume (dm³) às dimensões altura, largura e comprimento do cubo, onde o correto seria uma medida de comprimento (dm) por se tratar de uma medida linear.

Figura 7 - FRP a partir de uma resposta pelo F12


Qual a capacida de um reservatório de forma cúbica com dimensões de 20 dm³ de altura por 20dm³ de largura e 15dm³ de comprimento?

$20 \cdot 20 \cdot 15 = 6000\ dm^3 \therefore 6000L$

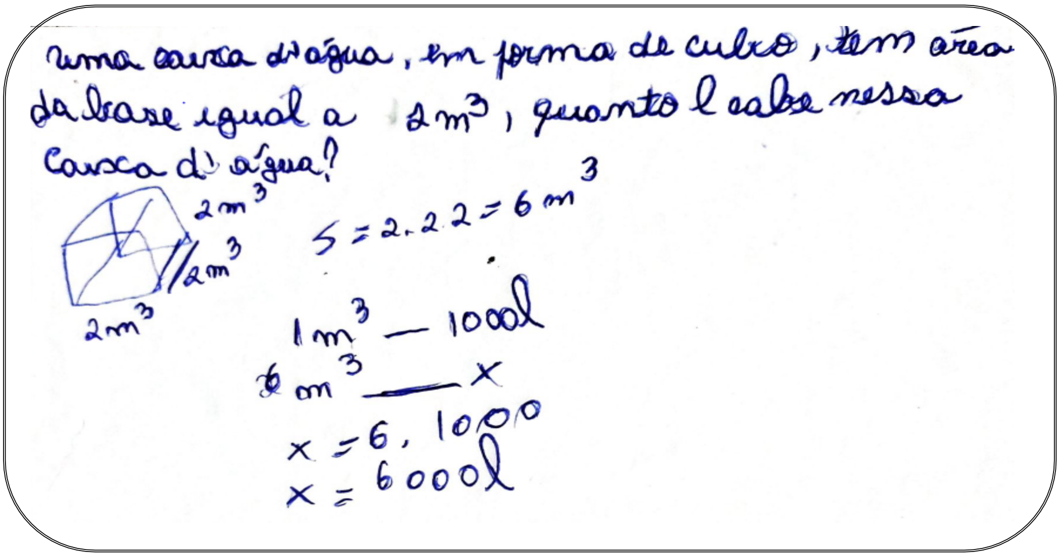
$1dm^3 = 1L$

Fonte: Protocolo do aluno F12.

10.34019/2594-4673.

No caso do aluno E15 (Figura 8), ele apresenta uma concepção de volume-área (Anwandter-Cuellar, 2013), ou seja, ele confunde as grandezas volume e área. O aluno faz apelo aos teoremas em ação errôneos: A área da base de um cubo é considerada a aresta do cubo; a medida da aresta do cubo é indicada em m^3; o produto de 2 x 2 x 2 é igual a $6m^3$.

Figura 8 - FRP a partir de uma resposta pelo E15


uma caixa d'água, em forma de cubo, tem área da base igual a $2m^3$, quanto l cabe nessa caixa d'água?

$2m^3$

$2m^3$

$2m^3$

$S = 2.2.2 = 6m^3$

$1m^3 — 1000l$

$6m^3 — x$

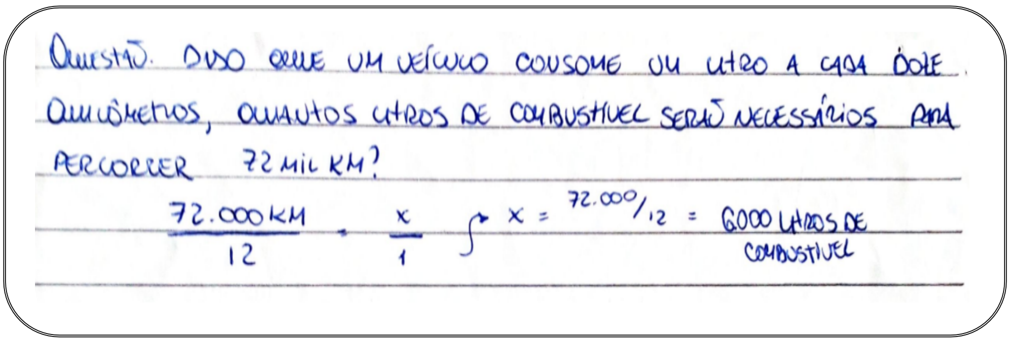
$x = 6 . 1000$

$x = 6000l$

Fonte: Protocolo do aluno E15.

Ainda em relação às incoerências identificadas pelos alunos que realizaram essa atividade, apresentamos o exemplo da FRP do aluno G16 que retrata o caso em que a pergunta formulada no problema do aluno destoa da resposta: "O reservatório tem capacidade de 6.000 litros".

Figura 9 - FRP a partir de uma resposta pelo G16

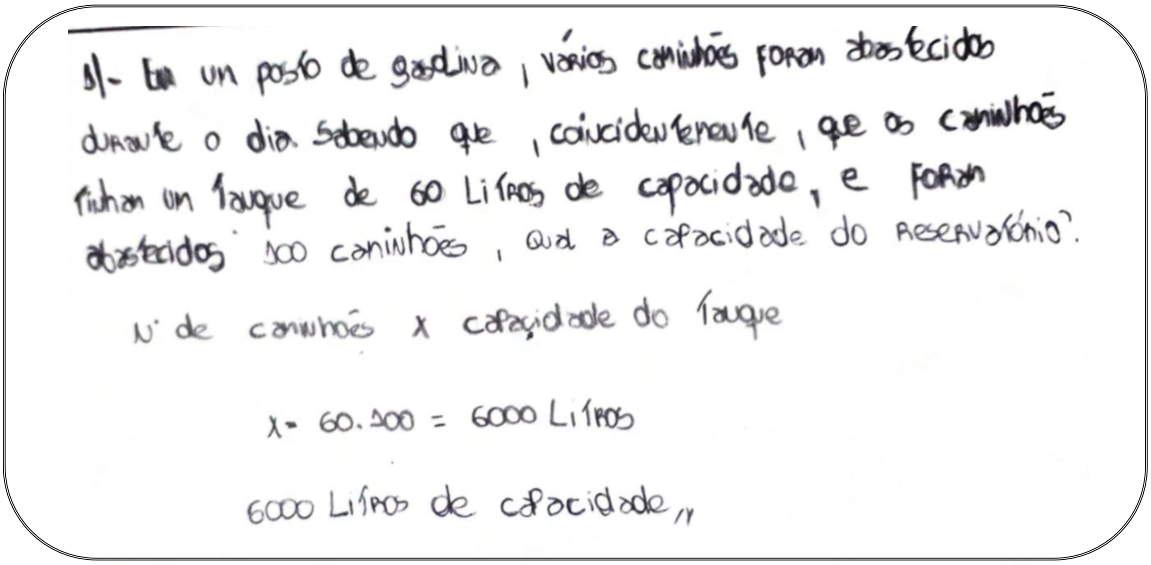

QUESTÃO. DADO QUE UM VEÍCULO CONSOME UM LITRO A CADA DOZE QUILÔMETROS, QUANTOS LITROS DE COMBUSTÍVEL SERÃO NECESSÁRIOS PARA PERCORRER 72 MIL KM?

$\frac{72.000 \text{ KM}}{12} = \frac{x}{1} \rightarrow x = 72.000/12 =$ 6000 LITROS DE COMBUSTÍVEL

Fonte: Protocolo do aluno G16.

Como podemos observar, na Figura 9, o aluno elabora a pergunta do problema em torno do consumo de combustível de um veículo para percorrer uma dada distância. De outra forma, identificamos esse tipo de incoerência na FRP do aluno E07 (Figura 10).

Figura 10 - FRP a partir de uma resposta pelo E07



1)- Em un posto de gasolina, vários caminhões foram abastecidos durante o dia. Sabendo que, coincidentemente, que os caminhões tinham um tanque de 60 Litros de capacidade, e foram abastecidos 100 caminhões, qual a capacidade do reservatório?

N° de caminhões x capacidade do tanque

x= 60.100 = 6000 Litros

6000 Litros de capacidade,,

Fonte: Protocolo do aluno E07.

Observamos no exemplo do aluno E07 (Figura 10) que ele, ao formular a pergunta do problema "qual a capacidade do reservatório?", não estabelece uma conexão com os dados apresentados no enunciado do problema. Neste caso, 6.000 L correspondem ao volume total de todos os tanques dos caminhões, cujo teorema em ação é: Se um tanque de um caminhão tem 60 L, 100 tanques de caminhões possuem 6.000 L.

CONCLUSÃO

Neste artigo buscamos analisar a formulação e resolução de problemas (FRP) a partir de uma resposta, envolvendo os conceitos de volume e/ou capacidade, por alunos egressos do Ensino Médio. Fundamentamos a pesquisa na Teoria dos Campos Conceituais (TCC) e para uma melhor compreensão dos problemas formulados e resolvidos pelos alunos, optamos por utilizar a noção de esquema e seus componentes: metas e antecipações, regras de ação e invariantes operatórios, com exceção das inferências, por motivos de limitação metodológica.

doi 10.34019/2594-4673.

A FRP a partir de uma resposta teve como característica marcante problemas formulados em torno da atribuição das dimensões do objeto, uso da fórmula para o cálculo do volume e a transformação de unidades de medidas de volume para capacidade, ou seja, esses convergiram para situações de medição. Esse aspecto nos fez refletir se a resposta de “6.000 litros” foi tendenciosa para os alunos, que apenas reproduziram problemas que já estavam habituados a resolver a respeito da relação entre as unidades de volume e capacidade. Os resultados evidenciaram também a dificuldade de alguns alunos em formular um problema, apresentando dados com a possibilidade de utilizar a resposta proposta, visto que alguns alunos utilizaram a resposta “o reservatório tem 6.000 litros” no enunciado do problema.

Compreendemos que, na resolução de problemas, os alunos podem desenvolver vários caminhos para obter a resposta esperada. E, geralmente, o professor leva em conta se a resposta está certa ou errada. Mas, quais elementos considerar no enunciado dos problemas quando a resposta já é oferecida? Esta é uma questão que nos parece crucial na análise dos problemas formulados pelos alunos. No presente trabalho, não buscamos nos concentrar sobre os aspectos das contextualizações do dia a dia presentes nos problemas formulados pelos alunos. De modo que voltamos nosso olhar, sobretudo, à análise dos tipos de situações e os componentes dos esquemas em torno dos conceitos de volume e/ou de capacidade na FRP, por compreendermos ser necessário um olhar sobre o processo da atividade de FRP, e não apenas do produto (problema formulado pelo aluno), ou seja, se está correto ou errado quanto à questão formulada e à resposta encontrada.

Reiteramos como uma limitação metodológica da presente pesquisa, o fato de não termos realizado entrevistas com os alunos. Em virtude disso, não podemos analisar um componente importante dos seus esquemas na FRP: as inferências. Dizemos isto, diante de dúvidas que foram surgindo na análise dos problemas, tais como: o que leva um aluno a apresentar uma formulação tão complicada para ele mesmo resolver? Seria para impressionar o professor? Seria por competição com seus colegas? O que leva um aluno a apresentar situações de transformação de medidas complexas usando unidades de medidas não usuais como decilitros ou centilitros ou medidas como 5.10^4 cm^3?

Vale ressaltar que os participantes da pesquisa foram alunos egressos do Ensino Médio que se submeteram a um concurso público de nível nacional, inseridos em um Curso de

Formação Militar. Esse fato também nos convidou a refletir sobre como seria a FRP a partir de uma resposta, aplicada para alunos do Ensino Básico. Visto que as dificuldades apresentadas pelos alunos na resolução de problemas envolvendo os conceitos de volume e capacidade já são discutidas em pesquisas, a exemplo de Figueiredo (2013) e Melo (2018). Assim, compreendemos a necessidade de também ampliarmos o olhar sobre a formulação de problemas em torno desses conceitos.

Por fim, esperamos que nosso trabalho possa contribuir para inspirar outras pesquisas sobre a Formulação e Resolução de Problemas envolvendo Grandezas e Medidas, bem como outros campos conceituais.

REFERÊNCIAS

ANWANDTER-CUELLAR, N. Conceptions d'élèves de collège. **Petit x**, Grenoble, IREM de Grenoble, n. 93, p. 53-74, 2013. Disponível em: https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/93x4_1560761463705-pdf Acesso em: 10 abr. 2024.

BALTAR, P. M. **Enseignement et apprentissage de la notion d'aire de surface planes:** une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège. 1996. 352 f. Tese (Doutorado em Didática da Matemática) - Université Joseph Fourier, Grenoble, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

CHICA, C. H. Por que formular problemas? In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas:** habilidades básicas para aprender Matemática. 1. ed. reimp. São Paulo: Artmed, 2001, p. 151-173.

COULET, J-C. l Le concept de schème dans la description et l'analyse des compétences professionnelles : formalisation des pratiques, variabilité des conduites et régulation de l'activité. In: MERRI, M. (Ed.). **Activité humaine et conceptualisation:** Questions à Gérard Vergnaud. Toulouse: Presses Universitaires du Mirail, 2007. p. 297-306.

FIGUEIREDO, A. P. N. B. **Resolução de problemas sobre a grandeza volume por alunos do ensino médio:** um estudo sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais. 2013. 184f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Departamento de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2013.

LEÃO, K. W. M. **Abordagem de volume e capacidade em uma coleção de livros didáticos:** uma análise à luz da teoria antropológica do didático. 2020. 170f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Departamento de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020.

MELO, L. V. **Conhecimentos mobilizados por estudantes do ensino médio em situações que envolvem volume do paralelepípedo retângulo:** um estudo sob a ótica das imbricações entre campos conceituais. 2018. 154f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Departamento de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.

MORAIS, L. B. **Análise da abordagem da grandeza volume em livros didáticos de Matemática do Ensino Médio.** 2013. 132f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Departamento de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2013.

SAMURÇAY R., VERGNAUD G. Que peut apporter l'analyse de l'activité à la formation des enseignants, **Carrefours de l'éducation**, Malakoff, v. 10, p. 49-63, 2000.

VERGNAUD, G. Concepts et schèmes dans une théorie opératoire de la représentation. **Psychologie Française**, Issy les Moulineaux, n. 30, p. 245-252, 1985. Tradução de Maria Lucia Faria Moro, com revisão de Luca Rischbieter e Maria Tereza Carneiro Soares. Disponível em: www.vergnaudbrasil.com. Acesso em: 15 mar. 2024.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 10, n. 2, 3. p. 133-170, 1990.

VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DO RIO DE JANEIRO, I., 1993, Rio de Janeiro. **Anais [...].** Rio de Janeiro: UFRJ, 1993, p. 1-26.

VERGNAUD, G. Piaget visité par la didactique. **Intellectica**, Compiègne, n. 33, p. 107-123, 2002a. Tradução de Camila Rassi, com revisão de Luca Rischbieter, Maria Lucia Faria Moro e Maria Tereza Carneiro Soares Disponível em: www.vergnaudbrasil.com. Acesso em: 20 mar. 2023.

VERGNAUD, G. **Qu'est-ce qu'apprendre?** Conférence introductive. Colloque International de l'IUFM de l'Académie de Créteil. Créteil: IUFM, 2002b. Disponível em:https://www.gerard-vergnaud.org/texts/gvergnaud_2002_qu-est-ce-qu-apprendre_colloque-iufm-creteil.pdf. Acesso em: 15 mar. 2024.

VERGNAUD, G. Repères pour une théorie psychologique de la connaissance. In MERCIER A.; MARGOLINAS, C. (ed). **Balises pour la didactique des mathématiques**. Actes de la XIIe école d'été de didactique des mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage, 2005. p. 123-136.

HISTÓRICO

Submetido: 21 de agosto de 2024.
Aprovado: 25 de outubro de 2024.
Publicado: 13 de dezembro de 2024.