



## As Organizações Matemáticas e Didáticas na Sala de Aula de Matemática: o caso das equações de segundo grau

Mathematical and Didactic Organizations in the Mathematics Classroom: the case of  
quadratic equations

**Fernando Emílio Leite Almeida<sup>1</sup>**  
*Instituto Federal de Pernambuco - IFPE*

**Anna Paula de Avelar Brito Lima<sup>2</sup>**  
*Universidade Federal Rural de Pernambuco - UFRPE*

### RESUMO

O presente artigo caracteriza-se como um recorte de uma tese de doutorado. Contempla uma análise das organizações matemáticas (OM) e organizações didáticas (OD), propostas em 09 aulas, em que os alunos foram apresentados, pelo professor, ao saber equações do segundo grau a uma incógnita. As noções de OM e OD surgem no bojo da Teoria Antropológica do Didático, proposta por Yves Chevallard, particularmente, nas análises praxeológicas. As organizações matemáticas, como apresentamos, dizem respeito à toda atividade matemática que é construída na sala de aula, e esta, dialeticamente, constitui-se a partir da organização didática. No artigo em questão, foi contemplada a análise de alguns compêndios matemáticos que tratam da equação de segundo grau. Essa análise permitiu-nos caracterizar as organizações matemáticas. Os resultados desse estudo apontam que o professor apresenta, na sua ação didática, praticamente todos os tipos de tarefas identificados nos compêndios analisados. No que diz respeito às técnicas utilizadas pelo professor, identificamos uma preferência pela fórmula de Bhaskara, tendo sido observado, em alguns momentos, a técnica de tentativa e erro. No que diz respeito às tecnologias, estas se configuraram mais como vestígios tecnológicos e aconteceram, na maioria dos casos, implicitamente. Os momentos didáticos elencados na TAD puderam ser observados nas aulas, todavia, de forma não sequenciada, observando-se, quase sempre, a necessidade de apresentar alguma noção teórica, antes do desenvolvimento das tarefas, propriamente.

**Palavras-chave:** Teoria Antropológica do Didático; Organizações Didáticas; Organização Matemática; Praxeologias.

### ABSTRACT

This article was developed from a doctoral thesis. It includes an analysis of mathematical organizations (MO) and didactic organizations (DO), proposed in 09 classes, in which students were introduced, by the teacher, to know quadratic equations to an unknown. The notions of MO and DO emerge within the Anthropological Theory of Didactics, proposed by Yves Chevallard, particularly in praxeological analyses. Mathematical organizations, as we have presented, concern all mathematical activity that is constructed in the classroom, and this, dialectically, is constituted from the didactic organization. In the article in question, the analysis of some mathematical compendia that deal with the quadratic equation was included. This analysis allowed us to characterize

---

<sup>1</sup> Doutor pela Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE) em Ensino das Ciências e Matemática. Professor da Licenciatura em Matemática pelo Instituto Federal de Pernambuco (IFPE), Pesqueira, Pernambuco, Brasil. Praça Joaquim Mota Valença, 19. CEP:55200-000. ORCIDiD: 0000-0001-7059-8050. Lattes:<http://lattes.cnpq.br/6861562346345184>. E-mail: [fernandoemilioleite@yahoo.com.br](mailto:fernandoemilioleite@yahoo.com.br).

<sup>2</sup> Doutora pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) em Educação. Professora do Programa de Pós-Graduação pela Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE), Recife, Pernambuco, Brasil. Endereço para correspondência: Rua/Av., número, complemento, bairro, cidade, estado, país, CEP: 00000-000. ORCIDiD: 0000-0003-1471-228X. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/0430616110506423>. E-mail: [apbrito@gmail.com](mailto:apbrito@gmail.com).

mathematical organizations. The results of this study indicate that the teacher presents, in his teaching action, practically all types of tasks identified in the analyzed compendia. With regard to the techniques used by the teacher, we identified a preference for the Bhaskara formula, with the trial and error technique being observed at times. With regard to technologies, these were configured more as technological traces and occurred, in most cases, implicitly. The didactic moments listed in the TAD could be observed in classes, however, in a non-sequenced way, almost always observing the need to present some theoretical notion, before developing the tasks themselves.

**Keywords:** Mathematical Organizations; Didactic Organizations; Praxeologies, Second degree equation.

## INTRODUÇÃO

Este artigo apresenta um recorte de uma pesquisa de doutorado e propõe caracterizar as organizações matemáticas e didáticas que emergem numa sala de aula de matemática, quando o saber equação do primeiro grau a uma incógnita se encontra no jogo didático (Almeida, 2016).

A opção teórico-metodológica que fizemos nesse estudo se insere nos pressupostos da Didática da Matemática (Brun, 1996), considerando, de forma particular, a Teoria Antropológica do Didático (Chevallard, 1999), mais especificamente as Organizações Matemáticas e Didáticas, por serem objetivo da tese de que tratamos nesse artigo.

Com relação às Organizações Matemáticas (OM) e às Didáticas (OD), podemos dizer que essas são reconhecidas como potentes ferramentas que permitem modelizar e analisar as transformações que são feitas nos objetos de saberes a ensinar, no interior do sistema didático (Bosch; Gascón, 2007; Chevallard, 1999).

A Organização Matemática (OM) está relacionada à toda atividade matemática que é desenvolvida na sala de aula, constituindo-se a partir da Organização Didática (OD) estabelecida pelo professor. As duas convivem no interior do Sistema Didático, mantendo uma interdependência entre si. O professor, como agente didático, conduz toda atividade matemática, por meio da instituição dessa organização. Queremos dizer que a OD é o meio que o professor encontra para colocar em jogo a atividade matemática (Bessot, 2003).

No Brasil, as pesquisas relacionadas ao campo da TAD vêm crescendo nas últimas décadas, podendo ser considerado, na atualidade, aquele em que mais trabalhos acadêmicos são encontrados. Podemos destacar, nos últimos 15 anos, as produções de Araújo (2009), Bessa de Menezes (2010), Cavalcante (2018), Almouloud; Farias; Henriques (2018), Rodrigues (2019), entre outras.

Ao escolhermos a TAD como campo de pesquisa e, em especial, contemplarmos as OM e OD, é fundamental a definição do campo de saber em que eles serão investigados. Um campo

que particularmente nos interessa é aquele que diz respeito à álgebra, especificamente, às equações do 2º grau.

O texto será organizado com uma introdução, em que apresentamos algumas justificativas apontando os principais elementos conceituais da teoria antropológica do didático, em especial as organizações matemáticas e as didáticas; além do método e dos principais resultados do estudo.

## **NOÇÃO DE ORGANIZAÇÃO PRAXEOLÓGICA**

Uma parte da teorização da TAD diz respeito ao desenvolvimento da noção de praxeologia. Podemos dizer que a “didática se dedica a estudar as condições e restrições sob as quais as praxeologias se propõem a viver, a migrar, a mudar, a operar, a definir, a desaparecer, a renascer, etc. no seio das instituições humanas” (Chevallard, 2007, p. 719).

Essa dimensão faz da praxeologia uma unidade básica que permite analisar-se a ação humana em geral. Para Bosch e Gascón (2007; 2009), essa noção é formada a partir da união dos termos gregos “práxis” e “logos”, associação que permite considerar-se, ao mesmo tempo e com mesma importância, a dimensão prática – o “saber fazer” – e a dimensão teórica – o “saber”.

A praxeologia permite, então, analisar a evolução de uma relação institucional e se constitui a partir de noções-chaves, quais sejam: tipos de tarefas (T) a serem executadas a partir de, pelo menos, uma técnica ( $\tau$ ). Cada técnica, por sua vez, é explicada e legitimada por elementos tecnológicos ( $\theta$ ), que são justificados e esclarecidos por uma teoria ( $\Theta$ ) (Chevallard, 1999, 2007), conforme descreveremos brevemente a seguir.

### **Tipos de Tarefa (T)**

A raiz da praxeologia se encontra nas noções solidárias de tarefa  $t$  e o tipo de tarefa  $T$ . Quando a tarefa  $t$  forma parte de um tipo de tarefa  $T$ , podemos dizer que existe  $t \in T$ . A esse respeito, Chevallard (1999, p. 223) refere que, na maioria dos casos, a associação de uma tarefa a um tipo de tarefa é expressa por um verbo, como “desenvolver” a expressão literal dada, “subir” uma escada etc. Assim, quando dizemos subir uma escada, estamos diante de um tipo de tarefa. Mas, se dizemos apenas subir, não haveria tarefa. Por outro lado, quando dizemos

calcular o valor de uma função no ponto, temos um tipo de tarefa. Mas calcular, simplesmente, é o que chamamos de um de gênero de tarefa (Chevallard, 1999). Assim, o verbo, isoladamente, sem o seu complemento, possibilita identificar o gênero da tarefa dada.

### **Técnica ( $\tau$ )**

Uma técnica  $\tau$  diz respeito à maneira de fazer ou realizar as tarefas  $t \in T$ . Uma praxeologia relativa a  $T$  contém, em princípio, uma técnica  $\tau$  relativa a  $T$ . Para Chevallard (1999), estabelece-se, então, um bloco designado  $[T/\tau]$ , que foi por ele denominado bloco prático-técnico. Esse bloco é caracterizado, de forma genérica, como saber-fazer; que compreende determinado tipo de tarefa -  $T$  - e uma dada técnica -  $\tau$  - que permite realizar as tarefas desse tipo. Uma determinada técnica  $\tau$  pode não ser suficiente para realizar todas as tarefas  $t \in T$ ; ela pode funcionar para uma parte  $P(\tau)$  das tarefas  $T$  e fracassar para  $T \setminus P(\tau)$ .

### **Tecnologia ( $\theta$ )**

Sua definição baseia-se em um discurso racional (logos) sobre uma técnica  $\tau$  e tem como primeiro objetivo justificá-la “racionalmente”, que permite que se cumpra bem a tarefa  $T$ . Ou seja, a primeira função da tecnologia é descrever e justificar a técnica utilizada, como uma maneira de cumprir corretamente uma tarefa, ou mesmo permitir engendrar (ou a reconstruir, quando ela é dada).

A segunda função da tecnologia, apontada por Chevallard (1999), consiste em explicar, para torná-la inteligível, esclarecendo a técnica  $\tau$ . Além disso, a tecnologia pode produzir novas técnicas mais eficientes e adaptadas à realização de uma determinada tarefa. Em muitos casos, pode acontecer de alguns elementos tecnológicos estarem integrados à técnica.

### **Teoria ( $\Theta$ )**

O papel da teoria em relação à tecnologia é semelhante ao da tecnologia em relação à técnica, ou seja, a teoria ( $\Theta$ ) tem como objetivo justificar e esclarecer a tecnologia. Para Chevallard (1999), nesse caso, passa-se ao nível superior de justificação-explicação-produção.

Em termos gerais, podemos dizer que a teoria assume para a instituição ou para a pessoa uma função teórica para justificar e esclarecer.

## ORGANIZAÇÕES MATEMÁTICAS E DIDÁTICAS

A Organização Matemática (OM) está relacionada a toda a atividade matemática que é construída na sala de aula a partir de uma organização didática. As OM são construídas em torno de tipos de tarefas (T) matemáticas realizadas, de técnicas ( $\tau$ ) matemáticas explicadas, de tecnologias ( $\theta$ ) justificadas e de teorias ( $\Theta$ ) que são, em tese, os objetos matemáticos a serem estudados ou construídos em momentos de estudo (Araújo, 2009).

Para Chevallard (1999, 2002), o trabalho inicial do professor ou pesquisador consiste em determinar e caracterizar as praxeologias matemáticas a serem trabalhadas. O processo de aquisição dos saberes de referência inicia-se a partir de uma situação problemática, na qual o professor propõe ao aluno resolver um tipo de tarefa, cuja resolução exige uma técnica.

Para Araújo (2009, p. 40) e Bessa de Menezes (2010, p. 83), algumas questões devem tangenciar essas caracterizações:

- Existe clareza nos tipos de tarefa propostos e eles são bem identificados? Eles são representativos? Os tipos de tarefa são pertinentes em relação às necessidades matemáticas? Está explicada a razão de ser dos tipos de tarefa?

- As técnicas propostas para a resolução dos tipos de tarefa foram efetivamente elaboradas? São suficientes para os tipos de tarefa elencados? Poderão sofrer evoluções?

- As tecnologias disponíveis dão conta das técnicas empregadas? As justificativas têm um distanciamento grande, ou estão próximas das formas canônicas matemáticas? Essas tecnologias esclarecem as técnicas utilizadas?

- Os elementos teóricos são explicitados? Justificam a tecnologia empregada?

Dessa forma, a atividade matemática apresenta dois aspectos intimamente relacionados: o processo de construção de conhecimento e o processo de estudo ou processo didático. O processo de estudo, como atividade humana, também pode ser modelizado em termos de praxeologias, nomeadas por Chevallard de praxeologias didáticas (Chevallard, 1999).

As praxeologias apresentadas se constituem em pares (OM, OD), mantendo certa dependência entre si. Em uma situação de ensino, apresentam-se como o caminho mais curto

para aprendizagem e devem satisfazer os seguintes indicadores: a OM deve ser uma praxeologia local relativamente completa; a OD é um processo de estudo que inclui e se desenvolve a partir da razão de ser da OM.

A Organização Didática (OD) surge a partir do momento em que existe uma Organização Matemática sendo colocada em prática. Assim, as formas de organizar o ensino escolar de matemática podem ser descritas em termos de praxeologias didáticas e, como tais, apresentam uma estrutura composta por blocos inseparáveis: o bloco prático-técnico (a práxis, o “saber-fazer” didático) e o bloco tecnológico-teórico (o logos, o “saber” didático), conforme já mencionamos (Bosch; Gascón, 2007).

O professor, nesse processo, conduz uma ação didática com intuito de fazer os alunos aprenderem uma OM. As construções cumprem a função de caracterizar as organizações matemáticas que, por sua vez, condicionam as possíveis formas de organizar os estudos e, conseqüentemente, as organizações didáticas – OD.

Aprofundando as discussões das OD, Chevallard (1999) distingue seis momentos de estudo ou momentos didáticos, que levam em conta fatores básicos da dimensão e do desenvolvimento da atividade matemática, bem como, permitem a descrição da organização didática:

(1) o primeiro encontro com a organização matemática, que não se caracteriza, necessariamente, como um momento único, pois pode surgir, em outro momento, a necessidade de um novo encontro com o mesmo tipo de tarefa, podendo ser interpretado, segundo esse autor, como um “reencontro”.

(2) a exploração do tipo de tarefa e elaboração de uma técnica, que prevê que é preciso verificar se determinado contexto é o melhor para explorar certo tipo de tarefa, pois este é o operador-chave da construção de tipos de tarefa, enquanto entidade específica. É importante averiguar, na elaboração da técnica, se o tipo de tarefa faz parte do conjunto de tarefas problemáticas, pois essa elaboração está no coração do trabalho do sistema didático.

(3) a constituição do ambiente tecnológico-teórico mantém uma relação estreita com os outros momentos. Chevallard (2007; 1999) afirma que, desde o primeiro encontro com o tipo de tarefa T, existe, em geral, uma relação com um campo tecnológico-teórico anteriormente elaborado ou com sementes de um ambiente a ser criado.

(4) o trabalho com a técnica caracteriza-se como o trabalho da organização matemática, propriamente, e pode estar relacionado à melhoria da técnica, podendo exigir um retoque da tecnologia ou mesmo da teoria.

(5) a institucionalização, por seu turno, tem por objetivo incorporar o que de fato diz respeito à organização matemática, distinguindo, claramente, os elementos que participaram da organização matemática daqueles que se incorporaram ao seu equipamento praxeológico. É o momento em que o professor atua de forma mais direta, podendo também ter a participação ativa do aluno, tornando-se parte integrante da cultura da instituição ou da sala de aula (Chevallard, 1999; Almouloud, 2007).

(6) a avaliação articula-se estreitamente com o momento da institucionalização, e deve considerar a avaliação das relações “institucionais” e das relações “pessoais”. Segundo Chevallard (1999), o primeiro tipo transcende o segundo, pois, em parte, fundamenta as relações pessoais.

### **Organização Matemática a Priori da Equação do Segundo Grau a uma Incógnita**

Nesse momento, ensejamos apresentar a Organização Matemática a priori da equação do segundo grau a uma incógnita, um dos objetivos do nosso estudo. Para isso, utilizamos como fonte os livros de Cunha (1914), Trajano (1943), Calado (1956) e Menezes (1969), que nomeamos de compêndios, por serem obras clássicas, bem como as pesquisas de Ponte (2007), Bessa de Menezes (2010), para caracterizar as organizações matemáticas a priori.

A escolha por esses compêndios (livros matemáticos antigos) atende à necessidade de caracterizar as organizações matemáticas da equação do segundo grau a uma incógnita. Além disso, entendemos que os saberes à disposição, nesses livros, sofreram uma quantidade menor de transformações, estão mais próximos da sua gênese, mostram a realidade matemática com uma riqueza maior de detalhes.

A Organização Matemática, como apresentamos, diz respeito a toda atividade matemática que é construída na sala de aula, e esta, dialeticamente, constitui-se a partir da organização didática.

## Tipos de Tarefa

Na análise dos livros (compêndios) citados anteriormente, observamos que tanto Cunha (1914, p. 207) como Trajano (1943, p. 153) propõem que existe uma equação do segundo grau quando temos o valor 2 como o mais elevado expoente da incógnita, e este não deve se encontrar em denominador e nem aparecer debaixo do sinal de  $\sqrt{\quad}$ . Os autores apontam também que a equação deve conter três espécies de termos: termos em incógnita elevado ao quadrado, termos em incógnita no primeiro grau e termos conhecidos. Após as devidas operações, a equação poderá reduzir-se à forma  $ax^2 + bx + c = 0$ .

Para Calado (1956, p.389), “chama-se equação do 2º grau a uma incógnita toda equação inteira que se pode reduzir a forma (canônica)  $ax^2 + bx + c = 0$ , em que a, b, e c são números reais (os números inteiros, fracionários e irracionais têm o nome genérico de números reais) quaisquer, contanto que  $a \neq 0$ ”. As equações do segundo grau são apresentadas nos compêndios citados, tanto na forma completa, como nas incompletas. É possível, então, classificar/categorizar as praxeologias matemáticas pontuais em quatro tipos de tarefa:

- T1: Resolver a equação do tipo  $ax^2 + bx + c = 0$ ;
- T2: Resolver a equação do tipo  $ax^2 + c = 0$ ;
- T3: Resolver a equação do tipo  $ax^2 + bx = 0$ ;
- T4: Resolver a equação do tipo  $ax^2 = 0$ .

Vale destacar que nem sempre as equações do segundo grau vão aparecer na forma apresentada acima, podem surgir de diferentes formas, caracterizando-se como subtipos de tarefas, que são formas que ainda não foram reduzidas à forma canônica apresentada anteriormente (Chevallard, 1999).

Para Cunha (1914) e Menezes (1969) existem situações em que os elementos da equação devem ser desenvolvidos, bem como, sofrer transposições, serem reduzidas, até chegarem a uma forma limite da equação: a forma canônica. Podemos dizer, então, que os tipos de tarefas T11, T12 e T13, apresentados a seguir, após cumprirem as etapas anteriores, transformam-se em T1 ( $ax^2 + bx + c = 0$ ). Da mesma forma, T21 transforma-se em T2 ( $ax^2 + c = 0$ ), T31 em T3 ( $ax^2 + bx = 0$ ), e assim por diante, como outras variações de subtipos de tarefas que surgirem a partir de um processo de resolução, transformando-se em um dos quatro tipos de tarefas.



- T11: Resolver a equação do tipo  $ax^2 + bx + c = d$ ;
- T12: Resolver a equação do tipo  $(ax + c)^2 = 0$ ;
- T13: Resolver a equação do tipo  $(x + a).(x + b) = 0$ ;
- T21: Resolver a equação do tipo  $(x + a).(x + b) = cx + d$ ;
- T31: Resolver a equação do tipo  $(x + a).(x + b) = c$ .

No tópico posterior, apresentaremos as técnicas utilizadas, referentes às tarefas discutidas anteriormente. Reforçamos que toda nossa discussão se baseia em dados retirados, em sua maior parte, dos livros de Cunha (1914), Trajano (1943), Calado (1956) e Menezes (1969), com intuito de fomentar nossa discussão na análise dos dados da pesquisa.

### As Técnicas

Para resolver um tipo de tarefa ou subtipo de tarefa, é necessário, no mínimo, uma técnica de base, que se refere à maneira de realizar as tarefas  $t \in T$ . Reiteramos que, para Chevallard (1999, p. 83), tem-se um bloco designado  $[T/\tau]$ , o bloco prático-técnico, que pode ser identificado como a dimensão do saber-fazer; ou seja, existe uma determinada maneira de realizar esta tarefa, chamada de técnica  $\tau$ , conforme disposto no quadro 1:

**Quadro 1-** Técnica principal e auxiliar dos tipos de tarefas

T1: $ax^2 + bx + c = 0$	
$\tau$ Principal	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\tau</math> CQ: Completar quadrados;</li> <li>• <math>\tau</math> FB: Fórmula de Bhaskara.</li> </ul>
$\tau$ Auxiliar	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\tau</math> DRE: Desenvolver ou reduzir expressões;</li> <li>• <math>\tau</math> TTC: Transpor termos ou coeficientes, invertendo operações.</li> </ul>
T2: $ax^2 + c = 0$	
$\tau$ Principal	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\tau</math> TTC: Transpor termos ou coeficientes, invertendo operações.</li> </ul>
$\tau$ Auxiliar	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\tau</math> DRE: Desenvolver ou reduzir expressões.</li> </ul>
T3: $ax^2 + bx = 0$	
$\tau$ Principal	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\tau</math> FE: Fatorar expressões, colocando em evidência o fator comum.</li> </ul>

$\tau$ Auxiliar	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\tau</math> ITZ: Igualar os termos do produto a zero;</li> <li>• <math>\tau</math> TTC: Transpor termos ou coeficientes, invertendo operações.</li> </ul>
$T4: ax^2 = 0$	
$\tau$ Principal	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\tau</math> DRE: Desenvolver ou reduzir expressões.</li> </ul>
$\tau$ Auxiliar	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\tau</math> FE: Fatorar expressões, colocando em evidência o fator comum.</li> </ul>

**Fonte:** Elaborado pelos autores

Dependendo da forma que o subtipo de tarefa relacionada à equação do segundo grau se apresenta, surge a necessidade de mobilizar outras técnicas que consideramos como técnicas auxiliares, desenvolvidas pelo professor para chegar à forma canônica da equação do segundo grau, como observado no quadro 2.

**Quadro 2 - Técnicas Auxiliares e Principais dos Subtipos de Tarefa**

$T11: ax^2 + bx + c = d$	
$\tau$ Principal	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\tau</math> CQ: Completar quadrados;</li> <li>• <math>\tau</math> FB: Fórmula de Bhaskara.</li> </ul>
$\tau$ Auxiliar	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\tau</math> DRE: Desenvolver ou reduzir expressões;</li> <li>• <math>\tau</math> TTC: Transpor termos ou coeficientes, invertendo operações.</li> </ul>
$T12: (ax + c)^2 = 0$	
$\tau$ Principal	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\tau</math> ERQ: Extrair raiz quadrada da equação.</li> </ul>
$\tau$ Auxiliar	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\tau</math> TTC: Transpor termos ou coeficientes, invertendo operações.</li> </ul>
$T13: (x + a).(x + b) = 0$	
$\tau$ Principal	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\tau</math> PN: Produto nulo, igualando os fatores a zero.</li> </ul>
$\tau$ Auxiliar	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\tau</math> TTC: Transpor termos ou coeficientes, invertendo operações.</li> </ul>
$T21: (x + a).(x + b) = cx + d$	
$\tau$ Principal	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\tau</math> DRE: Desenvolver ou reduzir expressões.</li> </ul>
$\tau$ Auxiliar	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\tau</math> FE: Fatorar expressões, colocando em evidência o fator comum;</li> <li>• <math>\tau</math> DRE: Desenvolver ou reduzir expressões;</li> <li>• <math>\tau</math> TTC: Transpor termos ou coeficientes, invertendo operações.</li> </ul>
$T31: (x + a).(x + b) = c$	

$\tau$ Principal	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\tau</math> FE: Fatorar expressões, colocando em evidência o fator comum.</li> </ul>
$\tau$ Auxiliar	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\tau</math> DRE: Desenvolver ou reduzir expressões;</li> <li>• <math>\tau</math> PN: Produto nulo, igualando os fatores a zero;</li> <li>• <math>\tau</math> TTC: Transpor termos ou coeficientes, invertendo operações.</li> </ul>

Fonte: Elaborado pelos autores

Optamos por contruir uma estrutura dos subtipos de tarefas, acompanhados das técnicas auxiliares que consideramos as mais importantes, relativas às equações do segundo grau. No entanto, entendemos que existem outros subtipos de tarefas que, conseqüentemente, podem suscitar outras técnicas auxiliares não contemplados no quadro 2. Na sequência, procuramos apontar as tecnologias que justificam as técnicas, bem como as tarefas que foram apresentadas anteriormente.

### As Tecnologias

Podemos afirmar que a tecnologia ( $\theta$ ) assegura que a técnica permita o bom cumprimento da tarefa T. Ou seja, ela aparece para descrever e justificar a técnica utilizada como uma maneira de cumprir corretamente uma tarefa (Chevallard, 2007). Em muitos casos, pode acontecer de alguns elementos tecnológicos estarem integrados à técnica. Considera-se que toda tecnologia tem a necessidade de uma justificativa que caracteriza a teoria da técnica.

O quadro 3, a seguir, aponta as tecnologias matemáticas que justificam as técnicas apresentadas nos dois últimos quadros. O objetivo dessa informação é produzir elementos teóricos que justifiquem a resolução das equações do segundo grau.

**Quadro 3:** Tecnologias dos tipos de tarefas

Equação na forma completa $ax^2 + bx + c = 0$ :
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\theta</math> POI: Propriedades das operações inversas em IR (conjunto dos números reais) ou leis da transposição de termos;</li> <li>• <math>\theta</math> PR: Propriedade da radiciação.</li> </ul>
Equação na forma incompleta $ax^2 + c = 0$ :
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\theta</math> PR: Propriedade da radiciação;</li> <li>• <math>\theta</math> POI: Propriedades das operações inversas em IR (conjunto dos números reais) ou leis da transposição de termos.</li> </ul>

Equação incompleta na forma $ax^2 + bx = 0$ :
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\theta</math> PDM: Propriedade distributiva da multiplicação;</li> <li>• <math>\theta</math> PPN: Propriedade do produto nulo;</li> <li>• <math>\theta</math> POI: Propriedades das operações inversas em IR (conjunto dos números reais) ou leis da transposição de termos.</li> </ul>
Equação incompleta na forma $ax^2 = 0$ :
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\theta</math> PDM: Propriedade distributiva da multiplicação;</li> <li>• <math>\theta</math> PPN: Propriedade do produto nulo.</li> </ul>

**Fonte:** Elaborado pelos autores

As tecnologias anteriormente apresentadas, no que concerne às equações do segundo grau, consistem em propriedades (ou axiomas) apoiados nas equações algébricas, que, por sua vez, pertencem à teoria dos anéis dos polinômios ( $\Theta AP$ ). Por outro lado, as propriedades das operações inversas e as propriedades gerais das igualdades pertencem ao corpo dos reais ( $\Theta CR$ ).

### **Abordagem Metodológica**

Para o desenvolvimento da nossa pesquisa, contemplamos uma abordagem qualitativa de cunho etnográfico (Ludke; André, 1986). Elegemos como sujeito participante do nosso estudo um professor do 9º ano do ensino fundamental e os seus respectivos alunos de uma escola da rede estadual de Pernambuco, na cidade de Pesqueira, interior do estado.

Para construção dos dados, optamos, no primeiro momento, pela realização de uma análise das organizações matemáticas a priori da equação do segundo grau a uma incógnita em alguns livros de matemática, conforme destacado no tópico anterior. No segundo momento, foi realizada a videografia de nove aulas e, no terceiro, a transcrição das aulas, para, posteriormente, identificamos as organizações matemáticas e didáticas.

### **ANÁLISES DOS DADOS**

Nessa etapa da pesquisa procuramos identificar as organizações matemáticas e as organizações didáticas que emergiram na sala de aula de matemática e fizemos opção por alguns recortes na análise dos dados, conforme descrito a partir de agora.

Ao iniciar a aula, o professor, em sua ação didática, aponta para necessidade de realizar uma passagem das equações do primeiro grau para as de segundo grau. Essa escolha sugere uma ideia de pré-requisito: as de primeiro grau são a base para as de segundo, de acordo com sua concepção. O diálogo entre o professor e alunos em sala de aula sugere o que ora postulamos. Evoluindo a análise, o professor, como pode ser observado no recorte a seguir, informa aos alunos que vai contemplar em sala de aula as equações na forma geral e na forma incompleta, como podemos ver a seguir:

#### Quadro 4: Recorte da transcrição da aula

(P): Bom, a equação do segundo grau, ela pode estar subdividida ou fatiada em equações completas, numa forma geral completa e na forma incompleta, ok?

(A): OK

(P): Então a gente vai distinguir, vai diferenciar quando uma equação é do primeiro grau, quando é do segundo grau, quando é do terceiro grau, quando é do quarto grau e, assim, sucessivamente. Também não somente conhecer, diferenciar essas equações, como também diferenciar a equação quando ela é completa e quando ela é incompleta... a equação do segundo grau.

(A): O que é incógnita?

(P): Isso... Olhe aí, já achei uma pergunta, o que é a palavra incógnita?

(A): É o valor desconhecido, né?

(A1): É o valor desconhecido ou não?

(A2): É o x e o y...

(P): Se é o valor desconhecido?

(A2): Isso.

(P): Pode ser o valor desconhecido de x, de y, né? Pode ser o valor de x e y. Então, incógnita é o valor realmente desconhecido que se procura saber, né? O valor desconhecido que se procura saber. Ou, na questão, pode ser, ou, no problema, pode ser o enigma do problema. Né? Essa incógnita, pode ser o enigma do problema. (...) Então ele traz aqui em cima, dizendo assim, “as equações podem ser classificadas de acordo com o valor do maior expoente da incógnita”.

Uma consideração importante, que pode ser observada no quadro 4, está relacionada ao início do diálogo com os alunos sobre a constituição de um ambiente tecnológico-teórico (terceiro momento didático) que, para Chevallard (2007), caracteriza-se, em muitas situações, como o primeiro momento da organização didática, por uma questão do que ele nomeia como “economia da didática global”.

Em outro momento, podemos relacionar 1ª constituição do ambiente tecnológico, que acontece quando o professor faz referência, explícita e intencionalmente, à classificação das equações. Ademais, o professor, no seu discurso tecnológico, revela, explicitamente, que é importante para o aluno “diferenciar quando uma equação é do primeiro grau, quando é do segundo grau, quando é do terceiro grau, quando é do quarto grau”.

Do ponto de vista da organização didática, quando o professor repete várias vezes que “a incógnita é realmente o valor desconhecido que se procura saber”, existem indícios que ele pode estar adentrando no quinto momento da organização didática: a “institucionalização” do saber.

Mais adiante, o professor contempla, a partir de um problema proposto em linguagem natural, um subtipo de tarefa que, ao ser desenvolvido por meio de uma técnica, transforma-se no tipo de tarefa  $ax^2 + bx = 0$  (equação incompleta): “pensei em um número elevado ao quadrado e somei ao próprio número, obtive o triplo do número inicial. Em que número pensei?”. Ao fazer a leitura do para os alunos, o professor vai escrevendo a representação do problema em linguagem algébrica ( $x^2 + x = 3x$ ). No quadro 5, apresentamos o registro do professor.

<b>Quadro 5:</b> Registro matemático
$x^2 + x = 3x$

A equação no quadro 5 diz respeito a um subtipo de tarefa que, após o professor aplicar a técnica de transpor termos ou coeficientes (técnica que nesse momento é considerada auxiliar), passa a ser um tipo de tarefa  $ax^2 + bx = 0$ . O trabalho do professor dá-se em torno de apresentar as técnicas de resolução. Essa ação didática representa o primeiro encontro com o tipo de tarefa  $ax^2 + bx = 0$ . Na transcrição do quadro 6, podemos observar a resolução desse tipo de tarefa.

#### Quadro 6: Recorte da transcrição da aula

(P): Olhe aí... vamos tentar resolver? Jogando o valor de x ao quadrado aqui... jogando aqui o outro valor de x, que já está antes da igualdade... e o três x que está depois da igualdade ele passa para antes da igualdade com o sinal...
(A): Negativo...
(P): Negativo... então, vai menos três x...
(A): Igual a zero...
(P): Quando a gente jogou tudo para antes da igualdade, quem ficou depois da igualdade?
(A): Zero...
(P): Zero... não ficou ninguém, fica zero. Então, x ao quadrado é igual a quem? Esses dois termos aqui eles são semelhantes... né verdade? Então, os dois termos semelhantes a gente reduz em um termo só...
(A): Menos dois x...
(P): Então vai dá menos dois x. Parabéns! Menos dois x que é igual a zero...
(A): Zero...

<b>Quadro 7: Registro matemático</b>	
$x^2 + x = 3x$ $x^2 + x - 3x = 0$ $x^2 - 2x = 0 \rightarrow \text{valor de } c = 0$ $x(x - 2) = 0$	
$X = 0$	$(x - 2) = 0$ $X - 2 = 0 \quad s = \{0, 2\}$ $X = 0 + 2$ $X = 2$
Forma da equação geral $ax^2 + bx + c = 0$ Verificação:	
$X^2 - 2x = 0$	$x^2 - 2x = 0$
$0^2 - 2 \cdot 0 = 0$	$2^2 - 2 \cdot 2 = 0$
$0 = 0$	$4 - 4 = 0$
	$0 = 0$

Podemos observar a constituição de uma técnica, que diz respeito à movimentação de valores que se encontram no primeiro e no segundo membro, bem como a fatoração das expressões, colocando o fator comum em evidência. Esses movimentos fazem parte das técnicas matemáticas, transpondo termos e reduzindo a expressão, tornando possível chegar à forma canônica  $ax^2 + bx = 0$ .

Logo em seguida, surge o momento de utilizar a técnica de fatorar as expressões. O professor coloca em evidência o fator comum, igualando os termos do produto a zero e transpondo termos ou coeficientes.

Outro aspecto importante a ser destacado é que o primeiro momento traz a ele associado o segundo momento didático, que é a exploração do tipo de tarefa e elaboração da técnica. Esse momento ocorre na medida em que são apresentados os tipos ou subtipos de tarefa.

No quadro 8, apresentamos uma síntese das organizações matemáticas que emergiram na sala de aula. Essas organizações seguem a sequência de tipo de tarefas, técnicas e elementos tecnológicos.



- Tipo de Tarefa T<sub>1</sub>:  $ax^2 + bx + c = 0$

**Quadro 8:** Organização Matemática

Técnicas	$\tau_{TE}$ : Tentativa e erro; $\tau_{FB}$ : Fórmula de Bhaskara; $\tau_{DE}$ : Desenvolver ou reduzir expressões; $\tau_{TTC}$ : Transpondo termos ou coeficientes, invertendo operações.
Elementos tecnológicos	$\theta_{POI}$ : Propriedades das operações inversas em IR ou Leis de transposição de termos; $\theta_{PR}$ : Propriedade da radiciação.

Fonte: Elaborado pelos autores

- Tipo de tarefa T<sub>2</sub>:  $ax^2 + c = 0$

**Quadro 9:** Organização Matemática

Técnicas	$\tau_{TE}$ : Tentativa e erro; $\tau_{FB}$ : Fórmula de Bhaskara; $\tau_{DE}$ : Desenvolver ou reduzir expressões; $\tau_{TTC}$ : Transpondo termos ou coeficientes, invertendo operações.
Elementos tecnológicos	$\theta_{POI}$ : Propriedades das operações inversas em IR ou Leis de transposição de termos; $\theta_{PR}$ : Propriedade da radiciação.

Fonte: Elaborado pelos autores

- Tipo de tarefa T<sub>3</sub>:  $ax^2 + bx = 0$

**Quadro 10:** Organização Matemática

Técnicas	$\tau_{TE}$ : Tentativa e erro; $\tau_{FB}$ : Fórmula de Bhaskara; $\tau_{FE}$ : Fatorar expressões, colocando em evidência o fator comum; $\tau_{ITZ}$ : Igualando os termos do produto a zero; $\tau_{TTC}$ : Transpondo termos ou coeficientes, invertendo operações.
Elementos tecnológicos	$\theta_{PDM}$ : Propriedade distributiva da multiplicação; $\theta_{PPN}$ : Propriedade do produto nulo; $\theta_{POI}$ : Propriedades das operações inversas em IR ou Leis de transposição de termos.

Fonte: Elaborado pelos autores

- Tipo de tarefa T<sub>4</sub>:  $ax^2 = 0$

**Quadro 11:** Organização Matemática

Técnicas	$\tau_{FE}$ : Fatorar expressões, colocando em evidência o fator comum; $\tau_{ITZ}$ : Igualando os termos do produto a zero; $\tau_{DR}$ : Desenvolver ou reduzir expressões.
Elementos tecnológicos	$\theta_{PDM}$ : Propriedade distributiva da multiplicação; $\theta_{PPN}$ : Propriedade do produto nulo.

**Fonte:** Elaborado pelos autores

Os momentos didáticos na relação com T<sub>1</sub>:  $ax^2 + bx + c = 0$ , T<sub>2</sub>:  $ax^2 + c = 0$  e T<sub>3</sub>:  $ax^2 + bx = 0$ , serão apresentados a seguir. Para Chevallard (2007), por mais que pareça paradoxal, o primeiro encontro pode acontecer várias vezes, em função dos ambientes matemáticos e didáticos constituídos. Assim, existe situações em que o primeiro encontro pode ser interpretado como um reencontro com o tipo de tarefa.

No que diz respeito ao primeiro encontro com o tipo de tarefa  $ax^2 + bx + c = 0$ , observamos nas aulas que esse momento coincidiu, igualmente, com o primeiro encontro dos outros três tipos de tarefas. O professor propõe o reencontro com o tipo de tarefa (T<sub>1</sub>)  $ax^2 + bx + c = 0$ , e nesse reencontro utiliza, pela primeira vez, a técnica de tentativa e erro e a de transpor termos ou coeficientes para determinar apenas uma das raízes da equação. Vale destacar que a utilização dessas técnicas, inicialmente, aconteceu nas equações do primeiro grau. Foi observado, também, que o professor contempla na sua aula o tipo de tarefa T<sub>2</sub>:  $ax^2 + c = 0$ .

No que diz respeito às tecnologias, estas apareciam mais como vestígios tecnológicos. As técnicas trabalhadas nessa tarefa específica foram: transpor os termos ou coeficientes, e desenvolver e reduzir expressões. Ainda com relação às tecnologias, foi observado que sua utilização pelo professor acontecia, na maioria dos casos, implicitamente. Observa-se que a sua função nas aulas, além de “justificar a tarefa e a técnica”, foi também a de “expor porque a técnica funcionava bem” (Chevallard, 2007). A relação entre a tecnologia e o bloco tarefa-técnica foi percebido também em os outros tipos de tarefas.

O primeiro encontro com o tipo de tarefa T<sub>3</sub>:  $ax^2 + bx = 0$  surge a partir de um subtipo de tarefa ( $x^2 + x = 3x$ ). Dessa forma, o professor contempla a técnica de desenvolver e reduzir, para que o subtipo de tarefa possa ser transformado no tipo de tarefa (T<sub>3</sub>). Além dessa técnica,

outras surgiram, tais como tentativa e erro; factoração de expressões, colocando em evidência o fator comum; igualando os termos do produto a zero e transpondo termos ou coeficiente.

Ainda sobre a realização do tipo de tarefa  $ax^2 + bx + c = 0$ , é possível dizer que ela pode ser cumprida por mais de uma técnica: a primeira, por tentativa e erro (mesmo que parcialmente), e a segunda, em que determina o conjunto solução de forma completa, pela fórmula de Bhaskara.

No que tange à exploração do tipo de tarefa e à elaboração das técnicas (segundo momento didático), podemos acrescentar que elas ocorrem na medida em que são apresentados os tipos de tarefas. De forma geral, aconteceram com os três tipos de tarefas  $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$ . Além disso, esse momento também se repetiu tantas vezes quanto foram os tipos de tarefas, assim como aconteceu com o primeiro momento.

É possível perceber que a constituição do ambiente tecnológico-teórico, para os três tipos de tarefas, aparece em diferentes aspectos e momentos, às vezes com enfoque mais geral e, em outros momentos, de forma mais específica para cada tipo de tarefa. A criação desse ambiente se deu como se existisse a necessidade de primeiro colocar à disposição dos alunos as questões teóricas, para depois adentrar com as práticas. Inferimos, a partir da observação das aulas, que essa dinâmica vai sendo cristalizada no decorrer da aula e da realização das tarefas. Mesmo diante desse fato, podemos acrescentar que a ênfase maior da constituição desse ambiente aconteceu antes da realização das tarefas  $T_2$  e  $T_3$ , e antes da realização da tarefa  $T_1$ :  $ax^2 + bx + c = 0$ , em que se discutiram demonstrações relativas à aplicação da técnica.

Vale destacar que a técnica de tentativa e erro foi apresentada como um meio de realizar todo e qualquer tipo de tarefa da equação do segundo grau. No entanto, é deixada de lado em detrimento de outras técnicas que parecem ser consideradas pelo professor como mais potentes e eficientes. Dentre as mais potentes e que o professor mantém uma relação mais próxima, destacamos a fórmula de Bhaskara. Sobre essa técnica, identificamos que ela foi utilizada nos tipos de tarefas ( $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$ ). Vale destacar, que isso só acontece no final de todas as aulas, em um momento que o professor intitula de “resumo geral”.

Esse aspecto remete-nos ao que Chevallard (1999) propõe, ao afirmar que se uma “maneira de fazer” tem êxito somente sobre uma parte de um tipo de tarefa  $T$ , essa técnica será

“substituída” por outra que dê conta, quando não sobre toda a tarefa T, ao menos sobre parte dela.

O momento da institucionalização, nas aulas observadas, aconteceu, especialmente, logo após os alunos finalizarem a resolução dos exemplos relacionados ao tipo de tarefa. Nesse momento, o professor retomou aspectos da resolução que ele acreditava serem importante para os alunos, ou seja, aquelas informações que os alunos deveriam construir como aprendizagem.

Segundo Chevallard (2007), o momento da avaliação normalmente vem articulado com o momento da institucionalização, pois seria nesse momento que as técnicas que foram elaboradas na institucionalização seriam medidas quanto à sua validade. Sobre esse aspecto, é possível perceber uma forte relação entre a avaliação e a institucionalização, pois o professor, ao retomar problemas corretos ou incorretos, enfatizava os momentos em que os alunos atravessavam dificuldades, em detrimento dos demais, com intuito de corrigir atitudes dos alunos que, em sua concepção, não favoreceriam a aprendizagem.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo procurou caracterizar as organizações matemáticas e didáticas que emergiram numa sala de aula de matemática, quando o saber equação do primeiro grau a uma incógnita se encontrava no jogo didático.

Um primeiro aspecto que devemos destacar sobre as aulas diz respeito ao aparecimento dos tipos de tarefas  $T_1: ax^2 + bx + c = 0$ ,  $T_2: ax^2 + c = 0$ ,  $T_3: ax^2 + bx = 0$  e  $T_4: ax^2 = 0$ , na intervenção didática docente. A partir da proposição desses tipos de tarefas surgiram, embora em momentos raros, subtipos de tarefa que ao ser desenvolvidos passam a ser considerados um tipo de tarefa.

Entre as técnicas apresentadas, a que nos chamou mais atenção foi a técnica de tentativa e erro. Embora não tenha sido utilizada de maneira frequente entre os tipos de tarefa, ela apareceu em momentos de destaque, inclusive na conclusão das atividades, que o professor intitulou de “revisão”. Quanto às tecnologias, por sua vez, observamos que não foram exploradas explicitamente nas aulas observadas.

Em relação aos momentos didáticos foi possível constatar que todos eles foram contemplados de forma não sequenciada, não individual (mais de um momento atua, ao mesmo

tempo na relação didática) e não controlado. Nas aulas observadas, foi possível perceber que a constituição do ambiente tecnológico-teórico deu-se, na maioria das vezes, antes do primeiro encontro com o tipo de tarefa ( $ax^2 + c = 0$ ;  $ax^2 + bx = 0$  e  $ax^2 + bx + c = 0$ ), quando o professor propunha uma discussão teórica sobre o tipo de tarefa a ser apresentado.

## REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A.; FARIAS, L. M. S.; HENRIQUES, A. (Org.). **A Teoria Antropológica do Didático face ao professor de matemática**. 1. Ed. – Curitiba, PR: CRV, 2018.

ALMEIDA, F. E. L. de. **O contrato didático e as organizações matemáticas e didáticas: analisando as relações no ensino de equação do segundo grau a uma incógnita**. 2016. 305f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife.

ARAÚJO, A. J. **O ensino de álgebra no Brasil e na França: estudo sobre o ensino de equações do 1º grau à luz da teoria antropológica do didático**. 2009. 290f. Tese de Doutorado. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009.

BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico a la formación del profesorado de matemáticas de secundaria**. In: M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 89-113). Santander: SEIEM, 2009.

BOSCH, M.; GASCÓN, J. **25 años de transposición didáctica**. In: **Sociedad, escuela y matemáticas**. Aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD) / Luisa Ruiz Higuera; Antonio Estepa; F. Javier Garcia. Jaén, España: Publicaciones de la Universidad de Jaén, 2007.

BRUN, J. **Didáctica das Matemáticas** /Brun, J.; Direção: Jean Brun. Trad: Maria José Figueredo, Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

BESSA DE MENEZES, M. **Praxeologia do Professor e do Aluno: uma análise das diferenças no ensino de equações do segundo grau**. Tese de Doutorado, UFPE, 2010.

BESSOT, Annie.. **Une Introduction à la théorie des situations didactiques**. Master “Mathématiques, Informatiques” de Grenoble 2003-2004. N° 91. Oct. 2003.

CALADO, J. J. G.. **Compêndio de Álgebra**. 2ª Ed. Lisboa: Livraria Popular de Francisco Franco, 1956.

CUNHA, A. J. da. **Elementos da Álgebra**. 12ª Ed. Lisboa: Livraria Antônio Maria Pereira,

1914.

CAVALCANTE, J. L.. **A dimensão cognitiva na Teoria Antropológica do didático: reflexão teórico-crítica no ensino de probabilidade na licenciatura em matemática** / José Luiz Cavalcante. – Recife, 2018.

CHEVALLARD, Y. **El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. Recherches en Didactique des Mathématiques.** Vol 19, nº 2, 1999.

CHEVALLARD, Y. **Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique.** In: Sociedad, escuela y matemáticas. Aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD) / L. Ruiz-Higueras... et. al.; Jaén, España: Publicaciones de la Universidad de Jaén, 2007.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A.. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas.** São Paulo, E.P.U., 1986. 99p.

MENEZES, D. L. de. **Abecedário da Álgebra.** 2ª Ed. São Paulo: Livraria Nobel, 1969.

PONTE, J. P.. **Equações do 2º grau do fim do século XIX ao início do século XXI: uma análise de sete manuais.** Revista: Quadrante, vol. XXI, nº 1, 2007.

RODRIGUES, R. F.. **Percorso de estudo e pesquisa no conceito de função: analisando o processo de ensino e aprendizagem e as influências na formação do professor de matemática** / Rochelande Felipe Rodrigues. – Recife, 2019.

TRAJANO, A. **Álgebra Elementar.** 19ª Ed. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1943.

## HISTÓRICO

**Submetido:** 20 de agosto de 2024.

**Aprovado:** 29 de outubro de 2024.

**Publicado:** 13 de dezembro de 2024.