



## Explorando Situações Problemas no estudo do Sistema de Numeração Decimal com professores que ensinam matemática

Exploring Problem Situations in the Study of the Decimal Numbering System with Teachers who Teach Mathematics

**Tatiani Garcia Neves<sup>1</sup>**

*Secretaria Municipal de Educação (SEMED)*

**Cintia Melo dos Santos<sup>2</sup>**

*Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD)*

### RESUMO

O presente artigo tem por objetivo apresentar uma análise de uma formação continuada, que buscou estudar, planejar e executar diferentes situações de ensino em torno dos conteúdos matemáticos do Sistema de Numeração Decimal (SND) em sala de aula para os anos iniciais do Ensino Fundamental. O referencial teórico que subsidiou o desenvolvimento dos encontros da formação foi a Teoria das Situações Didáticas (TSD), a qual contribuiu para mediar a interação entre formadores e professores, considerando conceitos como o contrato didático. A formação foi desenvolvida em 8 (oito) encontros, sendo gravados em áudio e vídeo. Neste artigo, apresentamos o desenvolvimento de duas situações-problemas desenvolvidas em um encontro, o jogo “nunca 5” e a senha do cofre do “tio Patinhas”. As discussões realizadas com o grupo de professores mostraram a insegurança frente ao trabalho com o SND mediado pelo uso de recursos didáticos em diferentes bases numéricas.

**Palavras-chave:** Sistema de Numeração Decimal; Teoria das Situações Didáticas; Recursos Didáticos; Formação Continuada.

### ABSTRACT

The aim of this article is to present an analysis of an ongoing training course, which sought to study, plan and implement different teaching situations centered around the mathematical content of the Decimal Numbering System (DNS) in the classroom for the initial years of elementary school. The theoretical framework that underpinned the development of the training meetings was the Theory of Didactic Situations (TDS), which helped to mediate the interaction between trainers and teachers, considering concepts such as the didactic contract. The training took place over 8 (eight) meetings which were recorded in audio and video. In this article, we present the development of two problem situations addressed in one meeting, the "Never 5" game and the password for the "Uncle Scrooge" safe. The discussions held with the group of teachers showed their insecurity about working with the DNS mediated by the use of didactic resources in different numerical bases.

**Keywords:** Decimal Numbering System; Theory of Didactic Situations; Teaching Resources; Continuing Education.

---

<sup>1</sup> Doutorado em Educação Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS). Professora da Educação Básica na Secretaria Municipal de Educação, Dourados, Mato Grosso do Sul (MS). Dourados, Mato Grosso do Sul, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Coronel Ponciano, 1700, CEP: 79839-900. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-1518-2156>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/7127764400662422>. E-mail: [tatianigarcianeves@gmail.com](mailto:tatianigarcianeves@gmail.com)

<sup>2</sup> Doutorado em Educação Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS). Docente do curso de Matemática- Licenciatura na Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD), Dourados, Mato Grosso do Sul (MS), Brasil. Endereço para correspondência: Rodovia Dourados/Itahum, Km 12, Cidade Universitária, Dourados/MS, Caixa Postal: 364, CEP: 79.804-970. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-2121-3120> Lattes: <http://lattes.cnpq.br/5224534008264568> E-mail: [cintiasantos@ufgd.edu.br](mailto:cintiasantos@ufgd.edu.br)

## INTRODUÇÃO

Como pesquisadoras na área de Educação Matemática, mais especificamente na Didática da Matemática (DM), percebemos a necessidade de desenvolver momentos de formação para os professores que ensinam matemática, com foco especial no estudo dos conceitos matemáticos, sobretudo, no campo dos números e operações. Embora as crianças, antes mesmo de começarem a aprender Matemática, já tenham contato com diversas situações do dia a dia que mostram a presença dos números e suas formas de representação, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) ressalta que o reconhecimento dos números no contexto cotidiano requer uma compreensão mais aprofundada. Isso inclui entender os números como representações de contagem, expressão de ordem e códigos. Portanto, é fundamental que os professores trabalhem com diferentes situações que envolvam números, de modo a desenvolver essas habilidades nas crianças.

Esse contato inicial com os números é necessário para que o aluno possa ter um melhor conhecimento com relação ao ensino do Sistema de Numeração Decimal (SND). Sobre o SND, a BNCC aponta que o desenvolvimento de habilidades relacionadas à leitura, escrita e ordenação de números naturais e racionais passa pela identificação e compreensão das características do sistema de numeração decimal, com especial atenção ao valor posicional dos algarismos, sendo que este deve ser mediado por situações com recursos didáticos que “levem à reflexão e à sistematização, para que se inicie um processo de formalização” (Brasil, 2017, p. 276).

Neste sentido, elaborar situações matemáticas desafiadoras, que levem o aluno a conjecturar e compreender tais habilidades, torna-se crucial no ensino desse conceito. Para tanto, o professor é desafiado a pensar em “boas situações” e na mobilização de recursos que estimulem o processo de construção do conhecimento pelo aluno.

Para tanto, o presente artigo tem por objetivo apresentar uma análise de uma formação continuada, que buscou estudar, planejar e executar diferentes situações de ensino em torno dos conteúdos matemáticos SND em sala de aula para os anos iniciais do Ensino Fundamental. As situações foram planejadas com aporte teórico da Teoria das Situações Didáticas (TSD) e, assim, este texto estrutura-se considerando duas situações: a primeira é o jogo “nunca 5” e a segunda trata-se da senha do cofre do “tio Patinhas”. Com isso, teceremos uma discussão sobre o ensino do SND por meio dos recursos didáticos, dos procedimentos metodológicos da

formação e, por fim, concluiremos com as discussões e resultados da formação continuada desenvolvida.

## **O ENSINO DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL (SND) POR MEIO DOS RECURSOS DIDÁTICOS**

Antes mesmo de iniciar o estudo da Matemática nos anos iniciais da escolarização, as crianças já observam ou conhecem diferentes situações cotidianas, como data/mês de aniversário, os números do relógio, pontuações em jogos esportivos, placas de carro, a numeração de suas roupas e calçados, que evidenciam os números e suas representações. Os números determinam o mundo a nossa volta, como indica Brasil (2014, p. 31) “os números, suas representações e a necessidade de operar com quantidades estão presentes em muitas práticas cotidianas e, como temos insistido aqui, compõem o nosso modo de ver o mundo, de descrevê-lo, de analisá-lo e de agir nele e sobre ele”.

Nesse contexto, evidencia a relevância de oportunizar às crianças no Ciclo de Alfabetização a apropriarem-se dos sistemas de numeração, principalmente do nosso Sistema de Numeração Decimal (SND) de origem indo-arábica, por ser utilizado em grande parte do mundo. Vale ressaltar que a Alfabetização Matemática<sup>3</sup> não se limita ao ensino do SND e de suas quatro operações aritméticas.

Nessa fase de escolarização, o professor precisa propiciar aos alunos a construção do SND por meio de situações lúdicas que levem o aluno a investigar as suas regularidades, bem como a compreensão do seu valor posicional. Na Alfabetização Matemática, entende-se que a “compreensão da estrutura do sistema decimal e posicional deve ser uma construção da criança: o aluno vai incorporando tais estruturas como propriedades plenas de significados, à medida em que forem mobilizadas por ele em situações lúdicas” (Brasil, 2014a, p. 19).

Por certo, é necessário que as crianças manuseiem e ajam sobre diferentes recursos didáticos, como palitos ou canudos coloridos, tampinhas, material dourado, quadro valor de

---

<sup>3</sup> Compreendemos a Alfabetização Matemática como sendo “o conjunto das contribuições da Educação Matemática no Ciclo de Alfabetização para a promoção da apropriação pelos aprendizes de práticas sociais de leitura e escrita de diversos tipos de textos, práticas de leitura e escrita do mundo” (Brasil, 2014, p. 31).

lugar, ábacos, para que estes possam viabilizar a exploração das especificidades do nosso sistema numérico e a compreensão das suas características, como indica a BNCC.

[...] recursos didáticos como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas. Entretanto, esses materiais precisam estar integrados a situações que levem à reflexão e à sistematização, para que se inicie um processo de formalização (Brasil, 2017, p. 276).

Neste sentido, as atividades utilizando os diferentes recursos didáticos devem ser sistematizadas via situações problemas, de modo que o aluno reflita sobre o conteúdo matemático. Com relação ao ensino do SND, as situações devem propiciar

[...] o desenvolvimento de habilidades no que se refere à leitura, escrita e ordenação de números naturais e números racionais por meio da identificação e compreensão de características do sistema de numeração decimal, sobretudo o valor posicional dos algarismos (Brasil, 2017, p. 268).

Logo, diante das habilidades a serem desenvolvidas no conteúdo do SND, emergem as seguintes questões: Como iniciar o ensino SND? Quais situações matemáticas propiciam a compreensão do SND? Sabemos que o nosso SND é conhecido por ter nove símbolos que o representa; possui agrupamentos de dez em dez, por isso, é conhecido por ser um sistema decimal; é um sistema posicional, pois, dependendo da posição que o símbolo ocupa, representa valores diferentes; possui um símbolo para o zero, que representa a “casa vazia”; e ainda se caracteriza por ser um sistema multiplicativo e aditivo, temos que um símbolo à esquerda do outro vale dez vezes mais, se estivesse na posição do outro, e ainda o valor do número é a partir da adição de valores posicionais.

Para a compreensão dessas características, o ensino introdutório do SND deve ser desencadeado a partir da compreensão de outras bases numéricas com a utilização de recursos didáticos para nortear o ensino de diferentes bases com diferentes agrupamentos, como pontuam Bittar e Freitas (2005, p. 53): “para discutir o conceito de base, recomenda-se trabalhar com materiais como tampas de garrafa, palitos e outros, permitindo que as crianças

os agrupem de forma variada. É importante estimulá-las a tentar criar novas formas de contar e de agrupar”.

Certamente, entre os diversos recursos didáticos disponíveis para o professor, compreendemos que o nosso SND possui características que podem ser apreendidas por meio dos jogos. A introdução dos jogos no processo de ensino em sala de aula é um recurso didático que proporciona ao aluno desenvolver diferentes situações-problemas, num ambiente criativo, desafiador e ao mesmo tempo motivador, o que constitui um grande desafio para o professor, isto é, encontrar significados para os conteúdos matemáticos.

Para Smole (2007), os jogos desenvolvem habilidades em resolver problemas, visto que proporcionam aos alunos situações de investigação, pois estes têm que testar possibilidades e estratégias para ganhar o jogo e, assim, relacionam os elementos dos jogos com o conteúdo matemático. Para a autora, o jogo estimula diferentes raciocínios, o desenvolvimento da linguagem e a comunicação com os demais alunos, visto que, na busca de soluções, os alunos dialogam e precisam ouvir os demais colegas, sendo críticos nas tomadas de decisões.

O jogo propicia o desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas na medida em que possibilita a investigação, ou seja, a exploração do conceito por meio da estrutura matemática subjacente ao jogo e que pode ser vivenciada pelo aluno, quando ele joga, elaborando estratégias e testando-as a fim de vencer o jogo. Segundo Smole (2007), tais habilidades desenvolvem-se porque ao jogar, o aluno tem a oportunidade de resolver problemas, investigar e descobrir a melhor jogada, refletir e analisar as regras, estabelecendo relações entre os elementos do jogo e os conceitos matemáticos. Podemos dizer que o jogo possibilita uma situação de prazer e aprendizagem relevante nas aulas de Matemática.

Na visão de Smole (2007), o trabalho com jogos é um dos recursos que favorece o desenvolvimento da linguagem, diferentes processos de raciocínio e de interação entre os alunos, uma vez que, durante um jogo, cada jogador tem a possibilidade de acompanhar o trabalho de todos os outros, defender pontos de vista e aprender a ser crítico e confiante em si mesmo. A introdução dos jogos nas aulas de Matemática é a possibilidade de diminuir os bloqueios apresentados por muitos dos alunos que temem a Matemática e sentem-se incapacitados para aprendê-la.

Entre a diversidade de jogos que podem ser trabalhados em sala de aula, para iniciar o estudo do SND, Mongelli e Costa (2000, p. 21) indicam o trabalho com o jogo “nunca dez”. “Este jogo é de grande utilidade quando pretendemos iniciar o estudo do sistema de numeração decimal, pois auxilia na compreensão do significado do “vai um” e deve ser trabalhado antes de introduzir-se a sapateira, o ábaco ou o material dourado”.

Para Bittar e Freitas (2005), ao trabalhar com o jogo “nunca dez”, o professor pode fazer uso de tampas de garrafa, entre outros materiais, que, ao juntar, por exemplo, um monte de dez tampinhas, este deve ser substituído por outra tampinha, que não necessariamente precisa ser de cor diferente, mas precisa representar o monte de dez tampinhas. Para juntar as tampinhas, os jogadores, após estipulado quem inicia o jogo, podem fazer o uso do dado numérico, que, após lançado, irá parar no número que representará a quantidade de tampinhas a ser adquirida por cada jogador.

Para Bittar e Freitas (2005) como para Mongelli e Costa (2000), esse jogo pode ser adaptado para os jogos “nunca 3”, “nunca 4”, “nunca 5” entre outros, para que os alunos compreendam sobre o conceito de base. Neste artigo, enfocaremos a percepção de professores que ensinam matemática, ao jogarem o jogo “nunca 5”, seguidos de duas situações-problemas, como proposta para compreender a ideia de base no sistema de numeração decimal e suas características. Mais detalhes sobre o jogo e seus objetivos serão descritos nos procedimentos metodológicos deste artigo.

Logo, ensinar o conteúdo matemático por meio de recursos didáticos requer planejamento e estudo, para que, por meio desses os conceitos matemáticos, possam ter significados e que estimule as estratégias de resolução de problemas pelos alunos, tais situações demandam um trabalho minucioso do professor visto que:

Esta não é uma tarefa fácil, requerendo de um lado, a clareza sobre os vários conceitos matemáticos envolvidos e, de outro, um planejamento do momento e da maneira adequados à sua utilização no processo do ensino-aprendizagem, garantindo-se, assim, a riqueza conceitual, o prazer em participar da atividade e a conquista da autoconfiança (Gitirana *et al.*, 2013, p. 16).

Diante do exposto, a autora evidencia a importância de ter atividades bem planejadas e articuladas com o conceito matemático. Neste sentido, o presente artigo tem por objetivo apresentar uma análise de uma formação continuada, que buscou estudar, planejar e executar

diferentes situações de ensino em torno do SND em sala de aula para os anos iniciais do Ensino Fundamental. No próximo tópico, apresentaremos o aporte teórico que subsidiou o processo de formação continuada.

### **TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS (TSD)**

A Teoria das Situações Didáticas, proposta por Guy Brousseau, oferece um modelo teórico significativo para a compreensão do ensino e da aprendizagem, especialmente, no campo da Matemática. Essa teoria analisa as interações entre o professor, o aluno e o saber, enfatizando como essas relações podem contribuir para a construção do conhecimento. Uma ideia central dessa teoria é a de que o conhecimento é construído pelo aluno por meio de situações didáticas elaboradas pelo professor, que visam modelar um meio em que o aluno possa engajar-se ativamente no processo de aprendizagem.

De acordo com a abordagem teórica de Brousseau (2008), uma situação didática é concebida com o propósito de ensinar um determinado saber aos alunos. Nessa perspectiva, o professor propõe uma situação-problema sem revelar explicitamente o conteúdo a ser ensinado, com a intenção de estimular os alunos a engajarem-se ativamente na busca de soluções. Esse processo, denominado devolução, acontece quando o professor introduz uma situação-problema de forma que os alunos se apropriem da tarefa e assumam a responsabilidade pela resolução, sem a exposição direta do saber em questão. Se os alunos se envolvem com o problema e buscam soluções utilizando seus conhecimentos prévios, e se o saber não é explicitamente revelado pelo professor, a situação é considerada adidática. Assim, a caracterização de uma situação adidática está associada ao engajamento dos alunos na construção do conhecimento por meio da interação com a situação-problema proposta.

Na situação adidática, o processo de aprendizagem do aluno desenrola-se em três fases: Ação, Formulação e Validação. Na fase de Ação, o aluno engaja-se na resolução da situação-problema com base em seus conhecimentos prévios, sem a necessidade de justificar suas respostas. Essa etapa é caracterizada pela exploração inicial e tentativa de solução. Em seguida, na fase de Formulação, o aluno começa a refletir sobre suas abordagens e a justificar suas escolhas, além de trocar ideias com colegas. Nessa fase, há um esforço crescente para estruturar e comunicar o pensamento, embora ainda sem um rigor científico. Na fase de Validação, o

aluno demonstra e fundamenta a validade das soluções desenvolvidas, formalizando e detalhando o conhecimento obtido. Ao longo dessas fases, o professor desempenha um papel crucial como mediador, intervindo, quando necessário, para apoiar o aluno e garantir a continuidade e o progresso do processo de aprendizagem. Essas etapas proporcionam uma estrutura para o aluno construir e consolidar o conhecimento de maneira reflexiva e autônoma.

Na Institucionalização, o professor, em colaboração com os alunos, revisita e sistematiza os conhecimentos desenvolvidos durante o processo de aprendizagem nas três fases supracitadas. Nessa etapa, o novo saber é formalizado e integrado aos esquemas mentais dos alunos, permitindo que eles o utilizem na resolução de problemas matemáticos futuros. Quando o professor orienta essa formalização e integração do conhecimento, a situação deixa de ser adidática e passa a ser didática, uma vez que o conhecimento, antes explorado de forma implícita e autônoma, a partir de então é explicitamente ensinado e incorporado ao repertório dos alunos.

O conceito de contrato didático, nessa teoria, é fundamental para entender como essas situações didáticas desenrolam-se em um ambiente de aprendizagem. O contrato didático refere-se às regras e expectativas implícitas ou explícitas que regem as interações entre o professor e os alunos durante o processo de ensino. Esse contrato define o que é esperado de cada parte envolvida e como elas devem comportar-se para alcançar o objetivo educacional.

Um contrato didático bem estabelecido permite que o professor crie condições em que os alunos possam engajar-se de forma ativa na construção do conhecimento. O contrato didático pode ser implícito, o que significa que as regras e expectativas são estabelecidas de maneira natural e são compreendidas por meio da prática e das interações diárias. Em contraste, um contrato explícito envolve a definição clara e direta das expectativas e responsabilidades de cada parte.

Para um grupo de professores em formação, explorar o conceito de contrato didático oferece várias possibilidades. Primeiramente, permite aos professores refletirem sobre suas práticas e entender como suas expectativas e regras afetam a aprendizagem dos alunos. Por exemplo, os professores podem analisar como a introdução de novos conceitos ou métodos pode criar rupturas no contrato didático existente e como essas rupturas podem ser utilizadas para promover um aprendizado mais profundo e significativo.



Além disso, ao trabalhar com o contrato didático, os professores podem aprender a criar situações didáticas que fomentem a participação ativa dos alunos. Isso inclui a capacidade de formular situações-problemas que desafiam os alunos e incentivam a exploração e a descoberta, sem revelar diretamente o saber que se pretende ensinar. O professor atua como um mediador, ajudando os alunos a superarem desafios e a desenvolver suas próprias soluções, enquanto mantém um ambiente de aprendizagem envolvente e construtivo.

Uma abordagem prática para explorar o contrato didático em um grupo de professores é analisar diferentes cenários pedagógicos e discutir estratégias para ajustar o contrato didático de acordo com as necessidades dos alunos. Os professores podem compartilhar experiências e estratégias que funcionaram bem em suas próprias práticas e refletir sobre como essas práticas podem ser adaptadas ou melhoradas. Além disso, os professores podem experimentar diferentes abordagens e observar os efeitos no engajamento e na aprendizagem dos alunos, ajustando o contrato didático conforme necessário.

Por fim, é importante que os professores reconheçam que o contrato didático não é um conceito fixo, mas algo que pode evoluir ao longo do tempo. À medida que os alunos se desenvolvem e suas necessidades mudam, o contrato didático pode precisar ser ajustado para garantir que continue a apoiar efetivamente a aprendizagem. Portanto, a reflexão contínua e a adaptação são essenciais para ampliar o impacto do contrato didático no processo de ensino e aprendizagem.

Em resumo, a compreensão e o manejo do contrato didático são cruciais para a eficácia da prática pedagógica. Para os professores em formação, explorar esse conceito oferece oportunidades para melhorar suas estratégias de ensino e criar ambientes de aprendizagem que promovam a construção ativa do conhecimento pelos alunos. Ao refletir sobre a questão e ajustar o contrato didático, os professores podem melhor apoiar o desenvolvimento dos alunos e alcançar melhores resultados educacionais.

## **PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS**

A formação continuada advém do projeto de pesquisa aprovado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) intitulado “Estudo de Decisões Didáticas Relativas à Elaboração e Implementação de Aulas Propostas por um Grupo de

Professores”. Para a execução do projeto, contamos com a parceria das instituições de ensino superior, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS), Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD) e Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul (UEMS), nas quais estão envolvidos professores pesquisadores, alunos de pós-graduação, alunos da graduação e professores da Rede Pública de ensino do estado de Mato Grosso do Sul. Para este artigo, relataremos a experiência da formação continuada desenvolvida na Escola Municipal Joaquim Murtinho, localizada no município de Dourados/MS, em que contamos com o apoio e trabalho do Grupo de Estudos em Didática da Matemática (DDMat).

Na referida escola, constituímos um grupo de 48 professores atuantes nos anos iniciais e/ou finais do Ensino Fundamental, na qual foram desenvolvidos 8 (oito) encontros em torno do estudo do Sistema de Numeração Decimal (SND), Operações do campo Aditivo e Multiplicativo.

Nesses encontros, o grupo de professores decidiu os conteúdos a serem desenvolvidos, bem como a sua periodicidade, sendo um encontro mensal. Vale ressaltar que, para a constituição desse grupo, contamos com a parceria da direção da escola, que disponibilizou infraestrutura para que os encontros acontecessem e que realizou a convocação dos professores, estando, igualmente, presente em todos os encontros.

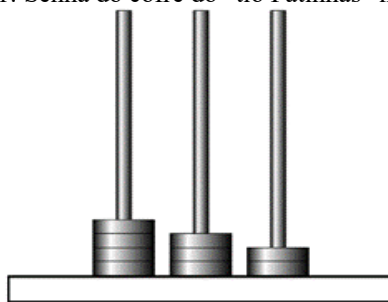
No primeiro encontro da formação, realizamos a apresentação da equipe; apresentação breve da proposta do projeto; construímos os procedimentos metodológicos da formação em conjunto com os professores (Periodicidade da formação, horário, conteúdos, grupos de trabalho). Na continuidade, realizamos a execução de uma oficina sobre o SND, com o propósito de estudar com os professores esse conteúdo matemático e instigá-los a compartilharem suas experiências de sala de aula.

Para isso, apresentamos as seguintes situações matemáticas: O jogo “nunca 5”. Material necessário para o jogo: Ábacos, peças de cores iguais, ou peças diversas (botões, fichas etc.) e uma ficha com números sortidos (números baixos, de valor médio e alto); Fichas individuais para marcação da pontuação; Regras do jogo: Nesse jogo, utilizaremos um dado comum e peças coloridas e ou peças de mesmas cores. O jogo apresenta as seguintes regras: Estabeleça a ordem de jogada; jogue o dado e confira o valor obtido; registre o número obtido e represente-o de acordo com as peças. Cada cinco peças da cor branca devem ser trocadas por uma peça da cor

bege; cada cinco peças da cor bege devem ser trocadas por uma peça da cor marrom e cada cinco peças da cor marrom são trocadas por uma peça na cor preta. O primeiro jogador que conseguir uma peça preta é o ganhador.

Na sequência, a seguinte situação: A senha para abrir o cofre do “tio Patinhas” está representada no ábaco a seguir, na Base 5.

Figura 1: Senha do cofre do “tio Patinhas” na Base 5



Fonte: Acervo das autoras.

É feita a pergunta: Qual é a senha do cofre no sistema decimal?

Na sequência, apresentaremos o desenvolvimento da atividade e discussões que permearam a formação continuada.

### **QUESTÕES EM DISCUSSÃO DURANTE O DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE**

Nas discussões desenvolvidas pelos professores, primeiramente, ao jogar com peças coloridas (figura 1) nas quais tinham que realizar as trocas dependendo da base escolhida, jogo do nunca 3, 4, 5 e assim por diante, os professores não apresentaram dificuldades quanto à proposta da atividade, sendo que, após várias jogadas, ficou exposto por meio de vários momentos de discussão a compreensão do sistema de trocas. No entanto, ao partir para uma situação que envolvessem essa compressão, os professores já apresentaram dificuldades, ao contrário das “trocas” desenvolvidas durante o jogo. Tais dificuldades podem ser compreendidas quando foi proposto a seguinte situação: A senha para abrir o cofre do “tio Patinhas”. Qual é a senha no sistema decimal?

Nessa situação, a ideia é explorar com os professores a posição dos números. É possível notar que, no ábaco da figura, não há uma indicação de Unidades, Dezenas e Centenas e, assim, a representação numérica pode ser explorada tanto da esquerda para a direita quanto da direita

para a esquerda. Nessa etapa inicial da atividade, já houve vários questionamentos por parte dos professores, apontando-se que, para muitos isso não era “permitido na Matemática”, a representação iniciada em diferentes lados. Vejamos o diálogo do grupo de professores, intitulado grupo 2, no desenvolvimento da atividade:

[...]

P1: Aqui que é a unidade Mari. Daí cada 5 aqui, ganha uma aqui [faz a indicação da direita para esquerda]. Então é unidade, dezena e centena.

P2: Não. O jogo não é de unidade, dezena e centena.

P1: Eu sei.

P2: O jogo é nunca 5.

P1: Então do jeito que você falou aqui vale quanto? [questionamento das peças coloridas que eram posicionadas por P2 para explicação ao grupo da esquerda para direita].

P2: Olha. A cada 5 unidades aqui, digo pecinhas aqui [indicando a posição das pecinhas da esquerda para direita], eu troco por uma de 5 aqui [indicando o palito do meio do ábaco da esquerda para direita]. Então aqui eu tenho 3 de 5, que é 15. A cada 5 unidades, é, 5 pecinhas aqui, eu troco por uma de 25, pois 5 vezes 5 é 25.

[vários professores falam ao mesmo tempo interrompendo P2]

P1: Mari, para dar certo tem que ser daqui para lá [indicando que as pecinhas precisavam ser posicionadas nos palitos da direita para esquerda, seguindo as classes de unidades simples, ordenadas em unidades, dezenas e centenas].

P2: Gente, eu não lembro de ter que começar o jogo pela direita. Eu não lembro, mas vamos ver.

P1: Faz considerando a unidade, da direita para a esquerda.

P2: Tá. Se é unidade, então vamos ver.

P1: Então são 2, 15, 25, 25 [...] que dá 100. Então são 117. Eu não tinha me atentado que tinha que começar da direita para a esquerda. Até porque é um jogo, é para a criança trabalhar com as trocas. Isso que entendi na explicação delas [referindo-se às propostas das formadoras para jogarem com o nunca 3, nunca 4].

P3: Mas aqui, se for pensar para o aluno, ela não colocou a ordem. E nem a cor. Trabalhando com os outros jogos [referindo-se ao nunca 3, nunca 4], a gente chegou a conclusão que não interfere o lado, mas se a gente for ver, de um lado para o outro dá um número, de outro para o outro dá outro.

P4: Eu só sei que se é confuso e difícil para a gente, como é que vamos ensinar para as crianças isso? Eu não vou.

Para a maioria dos professores presentes na formação, tal discussão não deveria ser levada para a sala de aula, pois eles acreditavam que iria “confundir” os alunos e que já deveria ser ensinada a representação “correta”, começando da direita (unidades) para a esquerda. Assim, a presente situação já desestabilizou todas as certezas adquiridas pelos professores quando estavam realizando as trocas apenas com as fichas.

Considerando o número de peças representado em cada vareta, da esquerda para a direita, temos  $(432)_5$ . Para descobrirmos a senha no sistema decimal, precisamos pensar que, na primeira vareta, da direita para a esquerda, temos duas unidades. Na vareta do meio, aparecem três peças, mas ao considerarmos que a cada agrupamento de cinco peças na primeira vareta, trocamos por uma peça que foi inserida na segunda vareta, temos que cada uma das peças do meio vale cinco unidades, portanto, temos 15 unidades. Já na terceira vareta, a cada cinco peças da vareta do meio, trocamos por uma peça que foi inserida na terceira vareta. Assim, considerando que cada peça da vareta do meio vale cinco unidades cada, quando juntarmos cinco peças, teremos que o agrupamento dessas peças, a ser representado por uma peça na terceira vareta, valerá 25 unidades. Logo, como aparece na figura 1, na terceira vareta, teremos um total de 100 unidades. Portanto  $100+15+2=117$ . Assim,  $(432)_5=(117)_{10}$ .

Essa resolução resultou em vários momentos de discussão entre os professores, quando muitos relataram que “achavam que tinham compreendido o sistema de trocas”, porém, diante de tal situação, já não tinham mais certeza do que haviam entendido. É importante destacar que o jogo “nunca 5”, bem como as diferentes situações desenvolvidas com os professores foram com o intuito de explorar situações para compreender a ideia de base no sistema de numeração decimal e o próprio SND. Os professores relataram, diante das atividades apresentadas, que as situações propostas não eram viáveis para o trabalho em sala de aula, acreditavam que não seria necessário a compreensão de outras bases para o entendimento do SND e ressaltaram novamente que tais atividades só iriam “confundir” os alunos.

Quanto ao desenvolvimento do jogo “nunca 5” com o auxílio do ábaco, a proposta foi fazer com que os professores entendessem outros agrupamentos, para facilitar a compreensão do nosso SND. Nesse jogo, com o auxílio do ábaco, os professores receberam o ábaco e dois dados numéricos, que, após definido quem começava o jogo, deveriam jogar os dados e, a partir do número obtido, representar no ábaco, sempre lembrando que, em cada vareta, nunca poderia ter cinco fichas. Vale ressaltar que o ábaco utilizado como recurso didático nessa situação não possui indicação de unidades, dezenas ou centenas, sendo um recurso de baixo custo que pode ser confeccionado pelos professores, com caixas de ovos, palitos de churrasco e macarrões, útil para subsidiar discussões em outra base do sistema de numeração. No entanto, os professores

tiveram dificuldades em compreender o agrupamento em outra base visto que estavam arraigados com o ensino do SND, como podemos visualizar no diálogo entre dois professores:

P2: A cada cinco branca vale uma bege, a cada cinco bege vale uma... entende? Toda vez que eu for pensar cinco aqui (conta no ábaco) você troca por uma aqui, valor equivalente. A cada cinco peças brancas vale uma bege  
P1: Qual cor que você representou a dezena?  
P2: A dezena, deixa eu ver, a unidade bege.  
P1: É bege, a unidade é bege.  
P2: Bege a dezena.  
P1: Mas na unidade tem que ter dez, na unidade 10.  
P2: Não, mas é por isso que aqui é nunca 5.

No desenvolvimento dessa atividade, os professores, inicialmente, tiveram uma certa dificuldade em trabalhar com a ordem das varetas, ou seja, começavam pela primeira vareta e, ao jogar novamente, começavam a outra jogada pela segunda vareta, sendo assim, foi necessário um direcionamento para que compreendessem a importância de respeitar a ordem das varetas, a partir da escolha da vareta inicial, que poderia ser a primeira da esquerda para a direita, ou a primeira da direita para a esquerda, conforme figura 2. Observa-se que o ábaco não possui qualquer indicação do sistema de numeração mobilizado:

Figura 2 - Professores jogando o “Jogo do nunca 5”



Fonte: Acervo das autoras.

Professora formadora: [...] pessoal, no jogo “nunca 5”, é preciso entender e ter o cuidado ao trabalhar com os alunos a linguagem matemática. Pois se chegarmos lá para os alunos e falarmos assim que nesse jogo, essa vareta é das unidades, essa das dezenas e essa das centenas, como estamos percebendo em alguns grupos, isso não existe. Não tem. Aqui estamos trabalhando com um sistema de trocas que envolve uma base diferente. Quando eu olho o desenho aqui [referindo-se a figura 1], se eu assumir a vareta como alguns estão fazendo da direita para esquerda como a primeira vareta que representaria no nosso sistema de numeração decimal as unidades, dá um número. Mas se eu assumir da esquerda para a direita, realizando as trocas, encontramos outro número, aqui eu tentando representar da base cinco para a base dez. Nesse caso, a maioria está assumindo começando da direita para a esquerda. Posteriormente, discutiremos quando tivermos uma representação na base dez e quisermos mudar para outra base e faz a diferença definir por qual lado você começa.

Ao jogarem, os professores não tinham a necessidade de ficar representando sempre as unidades obtidas pelo dado numérico, para depois fazer a troca. Por exemplo, ao retirar, no dado numérico, o número sete, já colocava duas fichas na primeira vareta e uma na segunda, representando o agrupamento de cinco fichas. Vale pontuar que, em um grupo com seis professores jogando, somente um teve essa estratégia. Os demais professores tiveram que sempre representar o número obtido no ábaco, para, posteriormente, realizar as trocas.

Em um momento de reflexão do jogo, propusemos uma análise do ábaco, se seria interessante trabalhar com fichas de mesma cor ou não, visto que, no SND, sempre trabalhamos com o mesmo símbolo para representar os números. No entanto, ao trabalhar com cores diferentes para cada ficha disposta na vareta, pode-se dar a ideia de troca de símbolos. Nesse momento, ficou evidente, nas discussões, o quanto é difícil compreender a ideia de conservação, que isso está muito além de saber desenvolver as operações do campo aditivo. Tal situação ficou evidente, quando apresentamos aos grupos a situação-problema da senha do cofre do “tio Patinhas”, na qual os professores tinham que descobrir a senha do cofre do tio Patinhas que estava representado no ábaco com agrupamentos de 5 em 5, e qual seria esse número no SND, como podemos visualizar no diálogo abaixo, entre dois professores do grupo 1:

P2: Esse aqui é base cinco, esse aqui ó vale 25 cada peça, esse aqui vale 5 cada peça e esse vale 1, aqui é base cinco, aqui ó temos o sistema decimal, vale centena dezena e unidade, esse aqui tem outro valor, outro tipo de base, no caso aqui ó, vou escrever aqui atrás...

P1: Gente, eu sou péssima em Matemática.

P2: Eu gosto de Matemática.

Nessa atividade, os professores compreendiam os valores dispostos na primeira vareta, os valores dispostos na segunda vareta, porém, os valores dispostos na terceira vareta, alguns tiveram dificuldade em compreender que cada ficha equivale a 25. Nessa discussão, um dos professores (P2), que estava compreendendo, foi até o quadro e explicou passo a passo as trocas realizadas e os valores de cada ficha, fazendo com que o grupo entendesse tal situação. Esse professor foi questionado pela professora formadora para que representasse, no ábaco, o número 125. Nesse questionamento, o professor ficou tentando distribuir o número entre as varetas, mas sabia que não estava procedendo de forma correta, após várias tentativas refutadas por ele mesmo, chegou no resultado, que era de colocar uma ficha na quarta vareta do ábaco. Nessa discussão final, ficou evidente a dificuldade na conservação, e os professores ressaltaram que não iriam mais criticar ou culpabilizar os alunos na compreensão desse conceito no SND, visto que ficou evidente que, quando operamos com outros agrupamentos (mudando dos agrupamentos que as professoras já estavam habituadas), este provocou desestabilizações na compreensão das trocas e agrupamentos, de modo que entenderam as dificuldades dos alunos.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

As discussões realizadas durante a formação continuada de professores ressaltam a importância de um contrato didático bem definido e adaptável para o ensino do Sistema de Numeração Decimal (SND). O conceito de contrato didático, conforme descrito por Brousseau, envolve as expectativas, regras e compromissos entre formadores e professores em formação, desempenhando um papel crucial na modelagem do processo de ensino e aprendizagem.

Durante a formação, o contrato didático foi estruturado para aprofundar a compreensão dos professores sobre o SND, utilizando recursos didáticos. Atividades como o jogo "nunca 5" e o uso de ábacos foram introduzidas para explorar e reforçar conceitos essenciais, como o valor posicional e a estrutura do sistema de numeração decimal. Essas abordagens criaram um ambiente de aprendizagem que incentivou tanto a reflexão prática quanto teórica sobre o SND.

O jogo "nunca 5" foi uma ferramenta para desafiar e reconfigurar as concepções prévias dos professores sobre o sistema numérico. Entretanto, destacou a necessidade de um contrato didático que permita flexibilidade para adaptar e negociar as atividades conforme as



necessidades emergentes. A atividade com o ábaco, projetada para ilustrar a importância do valor posicional e da representação numérica, revelou a necessidade de ajustar expectativas e práticas em relação ao uso de diferentes métodos e representações.

A discussão sobre a conversão de números de base 5 para o sistema decimal, exemplificada pela senha do cofre do “tio Patinhas”, evidenciou uma ruptura no contrato didático estabelecido. A resistência dos professores a novas formas de representação e a dificuldade em lidar com a complexidade das conversões entre bases numéricas mostraram que o contrato didático inicial não abordou completamente as dificuldades e nuances do SND. Isso destacou a necessidade de maior clareza e suporte das formadoras para ajudar os professores a adaptarem-se a novas abordagens.

Além disso, a atividade com o ábaco revelou desafios adicionais relacionados ao uso de diferentes cores e à conservação do valor, apontando para a necessidade de um contrato didático que seja adaptável e ofereça suporte contínuo. Para integrar novos conceitos e recursos de forma eficaz na prática pedagógica, o contrato didático deve ser claramente definido e flexível para atender às necessidades emergentes durante a formação.

Em resumo, um contrato didático bem estabelecido, flexível e adaptável é essencial para apoiar os professores na integração do ensino do Sistema de Numeração Decimal em suas práticas pedagógicas. A reflexão contínua e o ajuste do contrato didático são essenciais para promover o desenvolvimento profissional dos professores e proporcionar a aprendizagem do ensino do SND.

## REFERÊNCIAS

BITTAR, M.; FREITAS, J.L.M. **Conteúdos e Metodologia para os ciclos iniciais do ensino fundamental**. Campo Grande- MS. Editora UFMS, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2017.

BRASIL. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Apresentação**. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: MEC, SEB, 2014.

BRASIL. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Construção do Sistema de Numeração Decimal**. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: MEC, SEB, 2014a.

GITIRANA, V. *et al.* **Jogos com Sucata na Educação Matemática.** Projeto Rede. Recife: NEMAT, 2013.

MONGELLI, M. C. J. G.; COSTA, H. L. Q. G. **Instrumentação para a Pesquisa e Prática de Ensino de Matemática I.** Sistema de Numeração e Operação Frações. Coordenadoria de Educação Aberta e a Distância, Universidade Federal do Mato Grosso do Sul (UFMS), 2000.

SMOLE, K.C.S. **Jogos Matemáticos do 1º ao 5º ano.** Porto Alegre: Artmed, 2007.

## HISTÓRICO

**Submetido:** 19 de agosto de 2024.

**Aprovado:** 30 de novembro de 2024.

**Publicado:** 13 de dezembro de 2024.