



Apreensão do número racional: implicações de uma experiência de conversão

Rational number apprehension: implications of a conversion experience

Wellington José de Arruda Melo¹

Universidade Federal de Pernambuco - UFPE

Rosinalda Aurora de Melo Teles²

Universidade Federal de Pernambuco - UFPE

RESUMO

Este artigo apresenta parte da pesquisa intitulada “Diferentes caminhos, diferentes apreensões: uma análise da conversão entre os registros numérico fracionário e numérico percentual do número racional”, desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco. A pesquisa buscou responder ao seguinte problema: diferentes caminhos adotados na resolução das conversões entre os registros numéricos fracionários e numéricos percentuais do número racional implicam diferentes apreensões relacionadas ao objeto representado? O objetivo deste artigo é analisar as possíveis aprendizagens realizadas por alunos do 6º ano resultantes de sua experiência com um desses caminhos, a saber, a conversão via material manipulável. Concluímos que tais materiais, quando associados a representações figurativas, podem servir de base para representações intermediárias nessas conversões, destacando propriedades do objeto representado e favorecendo a apreensão do número racional, sobretudo, em sua representação numérica fracionária.

Palavras-chave: Racional; Materiais Manipuláveis; Representação; Conversão.

ABSTRACT

This article presents part of a research entitled “Different ways, different apprehensions: an analysis of the conversion involving fractional and percentage representations of the rational number” developed in the Graduate Program in Mathematics and Technological Education at the Federal University of Pernambuco. The research seeks to answer the following problem: do different ways adopted in resolving conversions involving fractional and percentage representations of the rational number imply different apprehensions related to the represented object? The objective of this article is to analyze the possible learning carried out by 6th grade students resulting from their experience with one of these ways, namely, conversion via manipulable material. We conclude that such materials, when associated with figurative representations, can serve as a basis for intermediate representations in these conversions, highlighting properties of the represented object and favoring the apprehension of the rational number, especially in its fractional representation.

Keywords: Rational; Manipulative; Representation; Conversion.

¹ Doutor em Educação Matemática e Tecnológica - UFPE. Professor de Educação Básica da Secretaria Municipal de Ensino da cidade do Recife, Pernambuco, Brasil. Rua Rocha Pombo, 583, Estância, Recife, Pernambuco, Brasil, CEP: 50865-090. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-1071-8780>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/2451339988780692> E-mail: wellingtonmelo74@mail.com.

² Doutora em Educação Matemática e Tecnológica – UFPE. Professora titular da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, Recife, Pernambuco, Brasil. Rua Luiz Rodolfo de Araújo, 302, Aflitos, Recife, Pernambuco, Brasil, CEP: 52050-052. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-7289-3501>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/8888500885370084>. E-mail: rosinalda.teles@ufpe.br.

INTRODUÇÃO

A abordagem dos números racionais em sala de aula é sempre desafiadora, requer muita atenção e cuidado especial. Isso, porque os conceitos associados a esse objeto matemático estão entre os mais importantes e mais complexos com os quais as crianças terão de lidar ao longo dos oito primeiros anos de sua escolarização (Behr et al, 1983). Portanto, como destaca Azevedo (2018), surgiram, desde a década de 1970, vários trabalhos em Educação Matemática dedicados ao tema. Contudo, alunos e professores ainda enfrentam muitas dificuldades relacionadas ao ensino e aprendizagem, sobretudo, das frações, o que, segundo o autor, demonstra que o volume de produção acadêmica ainda não resultou numa mudança substancial desse cenário.

À luz da Teoria dos Registros de representação Semiótica – TRRS, desenvolvida por Raymond Duval, podemos dizer que a dificuldade de aprendizagem dos objetos matemáticos está relacionada a não exploração das variadas formas de representação desses entes ideais. Isso, porque, nas palavras do autor, “a compreensão em matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representação semiótica” (Duval, 2003, p. 15). Assim, segundo a TRRS, para que ocorra a apreensão de um dado número racional, por exemplo, é necessário que os alunos sejam capazes de realizar as chamadas conversões, ou seja, transformações que partem de um tipo de representação para outro sem que haja a mudança do número ali representado, pois “do ponto de vista cognitivo, é a atividade de conversão que conduz aos mecanismos de compreensão” (Duval, 2003, p. 16). Nesse sentido, é importante destacar o termo “apreensão” como a compreensão conceitual do objeto, o que, para Duval (2013, p.20), é, antes de tudo, o reconhecimento do “mesmo objeto em diferentes representações semióticas que podem ser feitas a partir dele, cujos conteúdos não têm nada em comum”.

Por outro lado, vários estudos têm apontado a potencialidade de materiais manipuláveis para a aprendizagem de conceitos matemáticos. Como destacam Gitirana e Carvalho (2010), tais materiais permitem que, através de sua utilização durante as aulas, tenha-se o início da construção de conceitos e procedimentos básicos em matemática. Nesse sentido, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2017, p. 276) indica recursos didáticos, tais como “malhas quadriculadas, ábacos, jogos, livros, vídeos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica” ressaltando o seu “papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas”.

Esse texto é parte da pesquisa de doutorado realizada pelo primeiro autor, sob orientação da segunda autora, que buscou responder ao seguinte problema: diferentes caminhos adotados na resolução das conversões entre os registros numéricos fracionários e numéricos percentuais do número racional implicam diferentes apreensões relacionadas ao objeto representado? A pesquisa, desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica – EDUMATEC-UFPE, teve como objetivo geral analisar, do ponto de vista matemático e do ponto de vista cognitivo, as apreensões acerca do objeto número racional a partir de dois diferentes caminhos de conversão entre suas representações numéricas fracionárias e percentuais. Nesse artigo, temos por objetivo analisar as possíveis aprendizagens realizadas por estudantes do 6º ano resultantes de sua experiência com um desses caminhos, a saber, a conversão via material manipulável elaborado pelo pesquisador.

DESENVOLVIMENTO

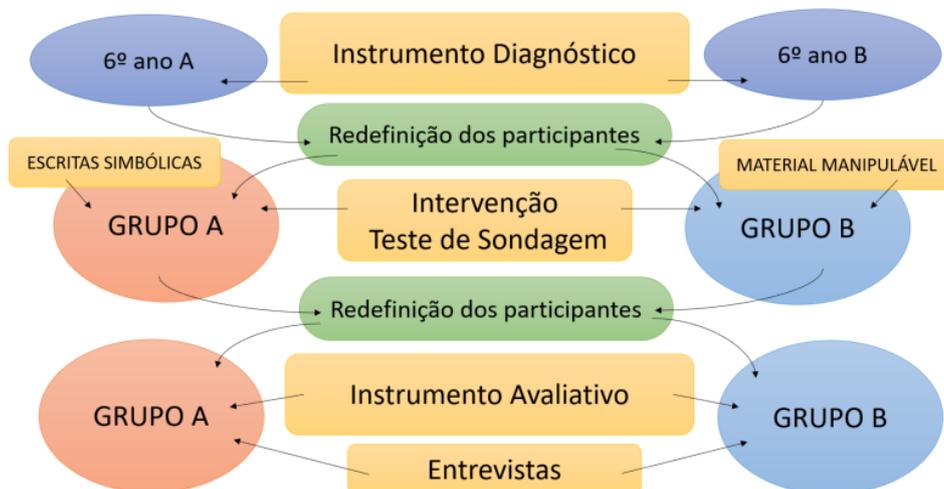
As dificuldades relacionadas à aprendizagem dos racionais passam pela necessária ampliação da própria ideia de número. Isso, porque, nos primeiros anos da escolaridade, tal ideia se restringe ao conjunto dos chamados números naturais. Essa ampliação, portanto, requer dos estudantes, dentre outras aprendizagens, a compreensão de que alguns números podem, também, representar partes menores que a unidade, o que significa uma ruptura com aquela noção inicial. Nessa transição, a apreensão da representação numérica fracionária, notadamente, destaca-se como um dos maiores desafios.

Segundo a TRRS, a coordenação entre diferentes registros de um mesmo objeto matemático é fundamental para a sua compreensão e, nesse sentido, as conversões surgem como as atividades cognitivas mais importantes (Duval, 2003). Numa conversão, no entanto, a mudança da representação inicial para a representação final sempre ocorre por meio de representações intermediárias, ou seja, mesmo em situações em que a transformação se dá no pensamento, “esta conversão interna não é feita diretamente, ela passa por representações intermediárias” (DUVAL, 2012, p. 295).

Diante disso, nessa pesquisa, investigamos, no que concerne à apreensão do número racional representado, as implicações da utilização de dois diferentes caminhos, ou seja, de dois tipos de representações intermediárias nas conversões fração → percentual realizadas, a saber,

as representações numéricas e as representações produzidas via material manipulável. Para tanto, desenvolvemos um percurso metodológico conforme o esquema apresentado na figura 1.

Figura 1 - Percurso metodológico da pesquisa



Fonte: Elaborada pelos autores

O Instrumento Diagnóstico, respondido pelos 22 estudantes do 6º ano A e 20 estudantes do 6º ano B presentes no dia de sua aplicação, propunha atividades relacionadas às representações numéricas fracionárias e percentuais do número racional e tinha como objetivo definir os participantes que permaneceriam no estudo.

A etapa seguinte contou somente com os estudantes que demonstraram os desempenhos mais baixos em termos de acertos observados e consistiu numa intervenção, realizada pelo pesquisador, em que foi apresentado aos participantes dos dois grupos formados dois diferentes caminhos para a conversão *fração* → *percentual*: o caminho por meio de representações numéricas no Grupo A e o caminho via material manipulável no Grupo B.

Na sequência, aplicamos o Teste de Sondagem, que foi respondido individualmente e, dessa vez, sem a utilização do manipulável pelos participantes do Grupo B. O estudo prosseguiu apenas com os cinco participantes de cada grupo que conseguiram realizar as conversões *fração* → *percentual* propostas no Teste de Sondagem utilizando o caminho apresentado na intervenção.

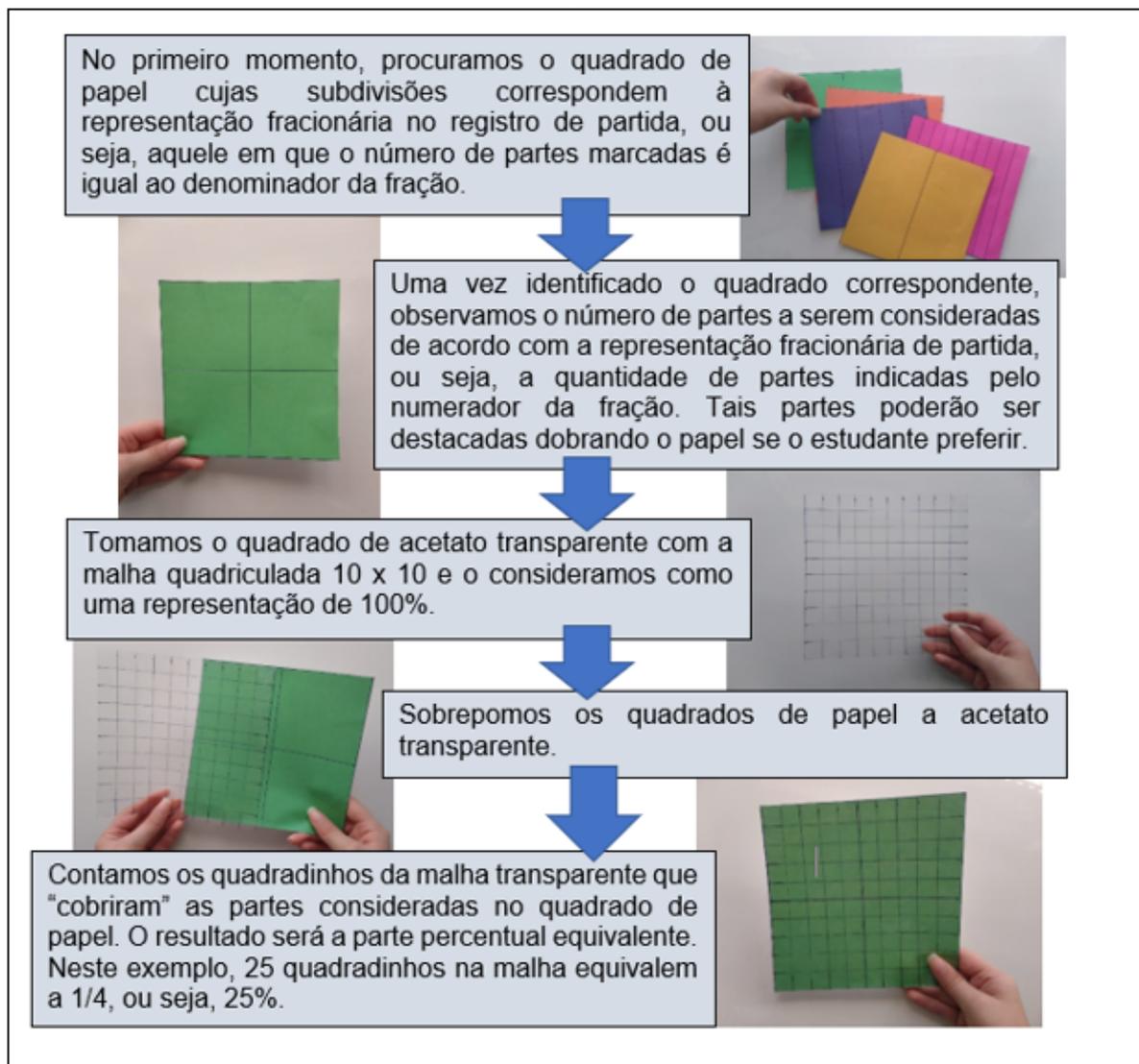
Por fim, aplicamos o Instrumento Avaliativo com cinco atividades para observar como os participantes lidariam com atividades não exploradas durante a intervenção, tais como a conversão no sentido oposto, ou seja, *percentual* → *fração*, a percepção do tamanho da parte

em relação ao todo e a comparação de tamanho entre diferentes racionais em suas representações fracionárias e percentuais.

Nosso propósito era investigar, com relação ao conceito de número racional, possíveis apreensões não fomentadas diretamente na intervenção, mas que poderiam ser relacionadas a essa experiência anterior dos participantes com os caminhos de conversão trabalhados.

Neste recorte, apresentamos uma discussão sobre as possibilidades e dificuldades relacionadas à apreensão do número racional a partir da adoção de um dos caminhos investigados. Para tanto, detivemo-nos à apresentação dos resultados e análises referentes aos participantes do grupo B, cujo caminho de conversão trabalhado na intervenção consistiu nas etapas apresentadas na figura 2. O exemplo ilustrado é da conversão $1/4 \rightarrow 25\%$.

Figura 2 - Conversão da representação $\frac{1}{4}$ para a representação 25% com o material manipulável



Fonte: Elaborada pelos autores

Os participantes somente puderam utilizar o manipulável durante a intervenção que durou cerca de duas horas. Assim, tanto o Teste de Sondagem, realizado dois dias após a intervenção, quanto o Instrumento Avaliativo, aplicado quatro dias após a intervenção, foram realizados sem o material.

A atividade 1 do Instrumento Avaliativo propunha conversões *percentual* → *fração* partindo das representações 50%, 40%, 75%, 80%, 10% e 25%. O sentido da conversão era, portanto, oposto ao trabalhado durante a intervenção, como apresenta a figura 3.

Figura 3 - Atividade 1 do Instrumento Avaliativo

1) Transforme as porcentagens abaixo em frações não centesimais:

50% = 40% = 75% = 80% = 10% = 25% =

Fonte: Elaborada pelos autores

Segundo Duval (2011, p. 118), “a conversão direta e a conversão inversa são duas tarefas cognitivas tão diferentes quanto subir ou descer um caminho íngreme na montanha” (Duval, 2011, p. 118). Assim, transformações como $1/4 \rightarrow 25\%$ e $25\% \rightarrow 1/4$ têm custos cognitivos distintos e, portanto, a realização de uma não é garantia de que a outra também será realizada.

A atividade 2, como apresentado na figura 4, demandava a identificação da fração que representava mais que a metade do todo e da fração que representava menos que a metade do todo dentre os seguintes registros: $2/4$, $2/5$, $5/10$ e $3/4$.

Figura 4 - Atividade 2 do Instrumento Avaliativo

2) Observe as frações abaixo e marque-as da seguinte forma:

a) Circule aquela que representa mais que a metade do todo.

b) Faça um x naquela que representa menos que a metade do todo.

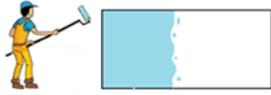
$\frac{2}{4}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{5}{10}$ $\frac{3}{4}$

Fonte: Elaborada pelos autores

A atividade 3 avaliava a habilidade de realizar estimativas intuitivas e, para tanto, os participantes deveriam indicar as três representações numéricas fracionárias mais próximas das três partes representadas por ilustrações, a saber, $1/4$, $1/2$ e $9/10$, conforme apresentado na figura 5.

Figura 5 - Atividade 3 do Instrumento Avaliativo

3) *Circule a fração que mais se aproxima da parte do muro que cada pintor já pintou:*

	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{5}$
	$\frac{9}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$

Fonte: Elaborada pelos autores

A atividade 4, como apresentado na figura 6, requeria a identificação da fração que representava a maior parte do todo entre os seguintes pares: $\frac{2}{5}$ e $\frac{2}{10}$, $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{10}$ e $\frac{4}{5}$, $\frac{2}{5}$ e $\frac{1}{2}$.

Figura 6 – Atividade 4 do Instrumento Avaliativo

4) *Compare as frações abaixo e circule, em cada par, aquela que representa a maior parte do todo:*

$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{10}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{2}$
---------------	----------------	---------------	---------------	----------------	---------------	---------------	---------------

Fonte: Elaborada pelos autores

Por fim, a atividade 5 incluía representações numéricas percentuais e solicitava a identificação do maior número entre $\frac{4}{5}$ e 45% e entre 45% e $\frac{2}{10}$, como apresentado na figura 7.

Figura 7 – Atividade 5 do Instrumento Avaliativo

5) Observe o número de cadeiras ocupadas em cada ônibus e circule, em cada par, aquele que está mais cheio:

$\frac{4}{5}$ de cadeiras ocupadas	45% de cadeiras ocupadas
45% de cadeiras ocupadas	$\frac{2}{10}$ de cadeiras ocupadas

Fonte: Elaborada pelos autores

A tabela 1 apresenta os resultados da aplicação do Instrumento Avaliativo. Os cinco participantes do Grupo B estão identificados como B3, B4, B7, B15 e B17, as atividades foram designadas pela letra Q acompanhada da numeração, conforme a ordem em que apareciam no instrumento, e da habilidade trabalhada. As letras minúsculas indicam os itens de cada atividade. A cor verde sinaliza os itens respondidos corretamente e a cor vermelha marca as respostas incorretas. A tabela também indica os índices de acertos por atividade/habilidade, bem como os índices de acertos por participante.

Tabela 1 - Resultados do Instrumento Avaliativo

Participantes	Quesitos												Acertos					
	Q1 – Converter no sentido percentual → fração.						Q2 – Avaliar a magnitude ou tamanho da fração em relação ao todo.		Q3 – Estimar a fração representada a partir de uma figura.			Q4 – Estabelecer relação comparativa de grandeza entre frações.				Q5 – Estabelecer relação comparativa de grandeza entre fração e percentual.		
	a	b	c	d	e	f	a	b	a	b	c	a		b	c	d	a	b
B3																		47%
B4																		41%
B7																		100%
B15																		100%
B17																		59%
Acertos	86%						50%		86%			40%				70%		

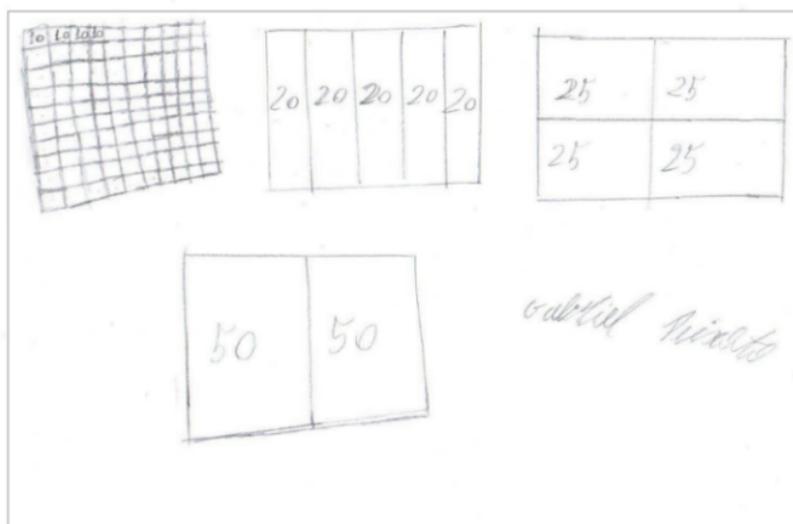
Fonte: Elaborada pelos autores

No que concerne à atividade 1, os 86% de acertos nas conversões *percentual* → *fração* propostas sugerem que as dificuldades relacionadas à mudança no sentido da conversão parecem ter sido atenuadas frente à criação de uma estratégia resolutiva própria. As entrevistas realizadas pelo pesquisador revelaram a importância que as lembranças oriundas da experiência anterior com o material manipulável tiveram para tal desempenho. Segundo Duval (2003, p. 31),

Muitas vezes, as representações “mentais” não passam de representações semióticas interiorizadas. As representações mentais úteis ou pertinentes em matemática são sempre representações semióticas interiorizadas em interação com um tratamento de produção externa de representações semióticas.

Nesse sentido, as falas dos participantes corroboraram a afirmação do autor, evidenciando a relação entre as representações semióticas produzidas a partir do manipulável, e utilizadas como representações intermediárias nas conversões realizadas durante a intervenção, e as referências internas citadas para a criação de um caminho viável para as conversões no sentido oposto e, dessa vez, sem a utilização do manipulável. Tal relação fica ainda mais evidente na resolução do participante B7 que, na ausência do material, decidiu produzir desenhos conforme vemos na figura 8.

Figura 8 - Desenhos produzidos pelo participante B7



Fonte: Dados da pesquisa

Segundo Duval (1999), por vezes, a aprendizagem em matemática utiliza a produção de representações que cumprem uma função auxiliar em relação a outras representações de um dado objeto matemático.

Nesse sentido, percebe-se que os desenhos feitos por B7 servem como representações intermediárias para as conversões realizadas pelo participante e cumprem, pelo menos, duas funções auxiliares em relação à representação numérica percentual de partida: a Interpretação Heurística, pois permitem “tratamentos visuais que contribuem para a escolha de um caminho na resolução de um dado problema” e a Interpretação Explicativa, já que evidenciam “informações contidas de modo explícito ou implícito na representação principal” (Moretti e Baerle, 2022, p. 588 e 589).

Quanto às atividades 2 e 3, que demandavam a percepção da parte em relação ao todo na representação, e às atividades 4 e 5, que requeriam a comparação de tamanho entre números racionais representados por frações e percentuais, as resoluções e falas dos participantes evidenciaram possíveis aprendizagens relacionadas ao objeto, mas também dificuldades, sobretudo, referentes à apreensão de sua representação numérica fracionária.

As entrevistas com B3, B4 e B17 revelaram que esses participantes não perceberam a relação existente entre o numerador e o denominador, ou seja, a relação parte-todo na representação fracionária. Ao explicar como pensou para determinar a fração maior e a fração

menor que a metade na atividade 2, o participante B4, por exemplo, afirmou “o número é alto. *Aí perguntava qual era o mais alto, aí, eu coloquei cinco de dez e o que era menor eu coloquei dois de quatro*”. Percebe-se que o participante considerou apenas os valores numéricos, tomados isoladamente no interior desses registros, para determinar qual era “alto” ou “menor” entre eles. Quanto às resoluções da atividade 4, a explicação dada por B3 em entrevista evidencia que o participante considerou como sendo as maiores frações aquelas cujos denominadores e numeradores eram os maiores. Do mesmo modo, o participante B17 afirmou que, para determinar a maior em cada par de frações apresentadas na atividade, foi “*contando pelos números de baixo, que são os maiores, e os de cima, que são os menores*”.

Tal equívoco decorre da não compreensão de que, diferente do número inteiro, que tem sua grandeza determinada pelo conjunto de unidades que nomeia, o número racional positivo tem, por sua vez, sua grandeza determinada por uma relação com a unidade (Lamon, 2007). Nesse caso, a representação fracionária passa a ser percebida como números independentes separados por um traço. Tal dificuldade de perceber a representação numérica fracionária como uma só entidade já havia sido destacada, dentre outros pesquisadores, por Behr e Post (1992), que propuseram um cuidadoso pensar sobre o que pode conduzir a tal compreensão.

Por outro lado, os desempenhos de B7 e B15, ambos com 100% de acertos nas atividades do Instrumento Avaliativo, e, principalmente, suas falas indicaram a apreensão da representação numérica fracionária do número racional em seu significado parte-todo. Esses participantes demonstraram compreender a representação fracionária como uma só entidade, expressão da parte, cuja magnitude é determinada em relação ao todo.

Segundo Duval (2012, p. 285), “a apreensão das representações semióticas supõe a discriminação das unidades significantes no registro ou onde a representação é produzida”. Essas unidades são os dados matematicamente pertinentes no interior das representações e sua discriminação somente pode ser feita via “observação, por um lado, das variações de representações sistematicamente efetuadas em um registro e, por outro lado, as variações concomitantes de representação em outro registro” (Duval, 2012, p. 285).

Nesse sentido, pode-se dizer que, no que concerne aos participantes B7 e B15, os resultados parecem indicar que o caminho de conversão com o material trabalhado durante a intervenção foi favorável a tal observação e, nesse caso, é preciso considerar a importância das

representações figurativas associadas ao manipulável e utilizadas como representações intermediárias nesse processo.

O caminho de conversão com o material manipulável, como vimos na figura 1, requeria apenas aquilo que Duval (2012b) chamou de *apreensão perceptiva*. Tal apreensão permite, por exemplo, o reconhecimento de uma figura, sem uma análise mais atenta dos seus elementos figurais, como sendo uma representação do mesmo objeto representado por uma fração (Duval, 2012b).

A apreensão perceptiva foi, portanto, suficiente para que os participantes B3, B4 e B17 conseguissem, até mesmo, elaborar um caminho para a conversão no sentido oposto, mas não o bastante para permitir que realizassem, com sucesso, as atividades do instrumento avaliativo que demandavam a percepção da parte em relação ao todo representado e a comparação de tamanho entre as partes representadas. Os participantes B7 e B15, por sua vez, demonstraram ser capazes também de observar e interpretar as propriedades dessas figuras como sendo propriedades dos números racionais ali representados, o que, segundo Duval (2012), caracteriza a chamada *apreensão discursiva*.

Assim, concluímos que, para a discriminação das unidades de sentido e a consequente apreensão das representações, as conversões realizadas com o material manipulável deveriam fomentar nos participantes, para além da apreensão perceptiva, a apreensão discursiva das representações figurativas a ele associadas.

Por fim, os resultados indicaram que a experiência com o manipulável para realizar as conversões *fração* \rightarrow *percentual* durante a intervenção favoreceram o surgimento de representações mentais que serviram de referência para que os participantes pudessem realizar tais conversões sem a utilização desse material, também permitiram a elaboração de um caminho para a conversão oposta, *percentual* \rightarrow *fração*. Foram observadas, sobretudo, nas falas dos participantes elementos que sugerem outras apreensões relacionadas ao número racional, tais como o reconhecimento de equivalências referenciais entre diferentes representações fracionárias e a compreensão da representação numérica em seu significado parte-todo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse artigo, discutimos as possíveis implicações da experiência de conversão entre representações simbólico-numéricas do número racional com a utilização de material manipulável no desempenho de alunos do 6º ano do ensino fundamental frente a outras atividades envolvendo a conversão no sentido oposto, a percepção da parte em relação ao todo na representação e a comparação de tamanho entre partes representadas.

Concluimos que as representações figurativas produzidas a partir do manipulável, e utilizadas como representações intermediárias nas conversões, favoreceram a “discriminação das unidades significantes no registro”, e, portanto, no caso de alguns participantes, a apreensão do objeto representado (Duval, 2012, p.285). A utilização do manipulável associado a esses registros figurais pôde, portanto, oferecer ao indivíduo, a partir das percepções derivadas de sua experiência tátil-visual, outras possibilidades de apreender características do objeto representado.

Muito embora os resultados sugiram que a experiência com o material manipulável aplicado à realização de conversões tenha favorecido aprendizagens relacionadas ao número racional representado, é importante assegurar que tal utilização seja abandonada em seguida. Isso, porque, do ponto de vista cognitivo, deseja-se que os estudantes sejam capazes de, a partir das representações mentais surgidas de tal experiência, criar seus próprios caminhos resolutivos.

REFERÊNCIAS

AZEVEDO, T. C. **Uma análise da “tensão” entre o discreto e o contínuo no ensino de frações**. 2018. Dissertação (Mestrado). Curso de Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.

BEHR, M.; LESH, R.; POST, T.; SILVER, E. Rational-Number Concepts. *In.*: LESH, R.; LANDAU, M. **Acquisition of Mathematical Concepts and Processes**. Florida: Academic Press, 1983, p.91-126. Disponível em:
https://www.researchgate.net/publication/258510439_Rational_number_concepts

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>

DUVAL, R. **Conversion et articulation des représentations analogiques**. Seminaires de Recherche, IUFM Nord Pas de Calais, 1999.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. *In.*: MACHADO, S. D. A. **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. São Paulo: Papirus, 2003, p.11-13.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas**. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v.7, 2012, p.266-297. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p266>

DUVAL, R. Diferenças semânticas e coerência matemática: introdução aos problemas de congruência. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v.7, 2012b, p.97- 117. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n1p97>

DUVAL, R. Entrevista: Raymound Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v.2, 2013. Entrevista concedida a FREITAS, J. L. M. de, REZENDE, V. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/5946>

GITIRANA, V.; CARVALHO, J. A matemática do contexto e o contexto na matemática. *In.*: CARVALHO, J. B. P. F. de. **Coleção Explorando o Ensino, Matemática**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010, p.69-90.

LAMON, S. J. Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. *In.*: LESTER, F. **Second handbook of research on mathematics teaching and learning**. Reston: NCTM, 2007, p.629-667.

MORETTI, M. T.; BAERLE, L. D. M. O uso de Representações Auxiliares na Aprendizagem Matemática: um olhar semiocognitivo segundo Raymond Duval. **Educação Matemática Pesquisa**. v.24, 2022, p.582-610. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/55409>

HISTÓRICO

Submetido: 16 de agosto de 2024.

Aprovado: 04 de novembro de 2024.

Publicado: 13 de dezembro de 2024.