RIDEMA
Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática

Teoria das Situações Didáticas e Engenharia Didática com aporte do GeoGebra no ensino da Geometria Plana Olímpica

Theory of Didactic Situations and Didactical Engineering with the Support of GeoGebra in Teaching Plane Olympic Geometry

Paulo Vitor da Silva Santiago[1]
Universidade Federal do Ceará

Maria José Costa dos Santos[2]
Universidade Federal do Ceará

José Rogério Santana[3]
Universidade Federal do Ceará

RESUMO

Este artigo é derivado de uma pesquisa de grupo de Grupo de Estudos Tecendo Redes Cognitivas de Aprendizagem da Universidade Federal do Ceará - Campus Fortaleza, com apoio da Secretaria Estadual do Ceará. O propósito deste estudo é direcionar alternativas para a prática de ensino em Geometria Plana e Sequência, com foco na formação profissional de futuros professores de Matemática, utilizando abordagens visuais e interativas através do *software* GeoGebra. A metodologia adotada será a Engenharia Didática, em conjunto com a Teoria das Situações Didáticas, para conduzir a investigação. Dessa forma, o objetivo é contribuir para a formação inicial e continuada de professores de Matemática por meio da criação de situações didáticas que envolvam a Geometria Plana com questões olímpicas, promovendo a visualização e a compreensão do conteúdo com o apoio do GeoGebra.
Palavras-chave: Geometria; Engenharia Didática; Teoria das Situações Didáticas; GeoGebra.

ABSTRACT

This article is derived from research conducted by the Group of Studies on Weaving Cognitive Learning Networks at the Federal University of Ceará - Fortaleza Campus, with support from the State Department of Ceará. The purpose of this study is to provide alternatives for the teaching practice in Plane Geometry and Sequences, focusing on the professional training of future Mathematics teachers, using visual and interactive approaches through the GeoGebra software. The methodology employed will be Didactical Engineering, in conjunction with the Theory

[1] Doutorando em Ensino de Ciências e Matemática pelo Programa Pós-graduação em Ensino da Rede Nordeste de Ensino (RENOEN/UFC). Professor de Ensino Médio (SEDUC-CE), Fortaleza, Ceará, Brasil. Endereço para correspondência: Avenida da Universidade 2853, Benfica, Fortaleza, Ceará, Brasil. CEP: 60020-181. ORCID iD: http://orcid.org/0000-0002-6608-5452. Lattes: http://lattes.cnpq.br/9028281383409966. E-mail: paulovitor.paulocds@gmail.com.

[2] Doutora em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Professora do Programa Pós-graduação em Ensino da Rede Nordeste de Ensino (RENOEN/UFC), Fortaleza, Ceará, Brasil. Endereço para correspondência: Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Educação. Rua Walderi Uchoa, Benfica, Fortaleza, Ceará, Brasil. CEP: 60455-760. ORCID iD: https://orcid.org/0000-0001-9623-5549. Lattes: http://lattes.cnpq.br/3144508981197442. E-mail: mazzesantos@ufc.br.

[3] Doutor em Educação pela Universidade Federal do Ceará (UFC). Professor do Programa Pós-graduação em Ensino da Rede Nordeste de Ensino (RENOEN/UFC), Fortaleza, Ceará, Brasil. Endereço para correspondência: Universidade Federal do Ceará, Instituto UFC Virtual. Campus do Pici, Bloco 901/NPD (1o andar), Pici, Fortaleza, Ceará, Brasil. CEP: 60455-760. ORCID iD: https://orcid.org/0000-0002-8327-5864. Lattes: http://lattes.cnpq.br/6859739260962963. E-mail: rogesantana@ufc.br.

of Didactic Situations, to guide the investigation. Thus, the aim is to contribute to the initial and ongoing training of Mathematics teachers by creating didactic situations involving Plane Geometry with Olympic problems, enhancing the visualization and understanding of the content with the support of GeoGebra.
Keywords: Geometry; Didactical Engineering; Theory of Didactic Situations; GeoGebra.

INTRODUÇÃO

A geometria plana é uma das áreas mais desafiadoras e enriquecedoras nas Olimpíadas de Matemática Brasileira, estimulando o pensamento lógico e a criatividade dos alunos. Esse ramo da matemática exige não apenas a aplicação de fórmulas, mas também o desenvolvimento de habilidades de visualização e raciocínio espacial. Segundo Grando (2015), o pensamento matemático se constrói através da resolução de problemas e da exploração de conceitos, e a geometria plana oferece um espaço epistemológico para esse processo.

Segundo Pais (2007) a linguagem dos livros didáticos frequentemente apresenta a geometria de forma que pode limitar a exploração dos conceitos, o que destaca a importância da prática pedagógica inovadora por parte dos professores. Através de práticas pedagógicas inovadoras, o professor pode promover uma compreensão mais profunda e incentivadora, ajudando os estudantes a desenvolverem um sólido entendimento dos conceitos geométricos. Assim, a combinação de uma abordagem pedagógica com uso da tecnologia digital e um currículo bem estruturado são fundamentais para a aprendizagem e o sucesso dos alunos nas competições matemáticas com as provas internas e externas.

A questão central a ser explorada nesta pesquisa refere-se à dificuldade enfrentada pelos professores de Matemática em adotar uma abordagem inovadora para o ensino da Geometria Plana, além do método tradicional baseado em quadro, pincel e livro didático. Assim, a investigação se concentra na seguinte pergunta: como os futuros professores de matemática podem ensinar Geometria Plana de maneira não convencional com questões olímpicas? Dada a importância desse tema para o progresso dos alunos em Matemática, é essencial que os professores busquem maneiras de tornar o ensino mais significativo, integrando novas tecnologias e relacionando a Geometria Plana com outros conceitos matemáticos.

Neste contexto, o GeoGebra se apresenta como uma ferramenta promissora. O trabalho propõe uma metodologia que combina a Teoria das Situações Didáticas (TSD) e a Engenharia Didática (ED), utilizando o GeoGebra para apoiar a prática docente em Geometria Plana.

A metodologia empregada é a Engenharia Didática (ED), focando nas duas primeiras fases – análise preliminar e análise *a priori* – devido ao caráter inicial da investigação. O objetivo é direcionar essa proposta metodológica para um grupo de futuros professores de Matemática interessados em explorar a Geometria Plana além dos métodos tradicionais.

Assim, pretende-se o desenvolvimento de novas abordagens no ensino de Geometria Plana por meio de encontros formativos e discussões sobre o uso do GeoGebra na prática educacional com questões olímpicas de Matemática.

REFERENCIAL TEÓRICO

O percurso teórico da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas no contexto da Geometria Plana no Ensino Médio é enriquecido pela Teoria das Situações Didáticas e pela Metodologia de Pesquisa Engenharia Didática, que buscam aprimorar o ensino e a aprendizagem por meio da inovação pedagógica. A integração do GeoGebra como aporte tecnológico facilita a visualização e a prática dos conceitos geométricos, promovendo uma abordagem mais interativa e eficaz.

Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas

A Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) é uma iniciativa nacional destinada tanto às escolas públicas quanto às privadas do Brasil, Santiago (2021) organizada pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) com o apoio da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) e financiada pelos Ministérios da Educação e da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações (MCTIC).

Criada em 2005, a OBMEP visa estimular o interesse pela Matemática, identificar talentos na área e promover a melhoria da educação básica. De acordo com o regulamento disponível no site da OBMEP, seus principais objetivos incluem: incentivar o estudo da Matemática, oferecer acesso a materiais didáticos de qualidade, descobrir e apoiar jovens talentos rumo a universidades e áreas científicas, valorizar a formação dos professores, promover a integração entre escolas e instituições acadêmicas e fomentar a inclusão social por meio da educação matemática (Obmep, 2020).

O público-alvo abrange alunos desde o 2º ano do ensino fundamental até o último ano do ensino médio, com mais de 18 milhões de participantes em 2023 (Tabela 1). A OBMEP oferece programas de preparação para os medalhistas e disponibiliza recursos eletrônicos para estudo e treinamento, com destaque para o reforço direcionado aos alunos do 2º e 3º anos do ensino fundamental, iniciado em 2022 e planejado para continuidade no ano subsequentes.

A Tabela 1 apresenta dados da evolução das inscrições ao longo dos anos.

Tabela 1 – Dados de inscrição na OBMEP

Ano	Instituições de Ensino Inscritas (1ª fase/2ª fase)	Estudantes Inscritos (1ª fase/2ª fase)	Municípios Inscritos na OBMEP (1ª fase/2ª fase)	Premiações (Medalhas e Menção Honrosa)
2005	31.031/ 29.074	10.520.831/ 457.725	93,5%/ 91,9%	31.109
2006	32.655/ 29.661	14.181.705/ 630.864	94,5%/ 92,4%	34.743
2007	38.450/ 35.483	17.341.732/ 780.333	98,1%/ 96,9%	33.003
2008	40.397/ 35.913	18.326.029/ 789.998	98,7%/96,9%	33.017
2009	43.854/ 39.387	19.198.710/ 841.139	99,1%/ 98,1%	33.011
2010	44.717/ 39.929	19.665.928/ 863.000	99,16%/ 98,3%	33.256
2011	44.691/ 39.935	18.720.068/ 818.566	98,9%/ 98,1%	33.202
2012	46.728/ 40.770	19.166.371/ 823.871	99.42%/ 98,5%	45.434
2013	47.144/ 42.480	18.762.859/ 954.926	99,35%/ 98,83%	44.835
2014	46.711/ 41.302	18.192.526/ 907.446	99,41%/ 99,41%	45.664
2015	47.580/ 42.316	17.972.333/ 889.018	99,48%/ 97,62%	48.784
2016	47.474/ 43.232	17.839.424/ 913.889	99,59%/ 99,05%	48.984
2017	53.231/ 49.617	18.240.497/ 941.630	99,57%/ 99,23%	51.887
2018	54.498/ 50.183	18.237.996/ 952.782	99,44%/ 98,89%	54.121
2019	54.831/ 50.663	18.158.775/ 949.240	99,71%/ 99,03%	55.671
2021	53.375/ 35.075	17.774.936/ 566.285	99,84%/ 88,65%	57.057
2022	54.488/ 46.602	18.159.636/ 834.742	99,78%/ 97.79%	55.983
2023	55.383/ 48.759	18.369.125/ 846.708	99,87%/ 97.79%	26.239

Fonte: Elaboração baseada em Santiago (2021, p. 43-44)

Os dados apresentados na Tabela 1 indicam que, com exceção de 2011 e 2021, houve um aumento contínuo no número de escolas, alunos, municípios e medalhas ao longo dos anos. Em 2017, observou-se um crescimento significativo, pois, pela primeira vez, as escolas privadas foram incluídas na Olimpíada de Matemática, anteriormente restrita às escolas públicas. Essas mudanças resultaram em uma maior quantidade de premiações para alunos, que agora participam do Programa de Iniciação Científica Jr. (PIC) em Matemática. Os professores

doi 10.34019/2594-4673.

de matemática desempenham um papel crucial ao preparar os alunos para um bom desempenho acadêmico e profissional, capacitando-os com conhecimentos matemáticos que contribuem para seu sucesso.

Geometria Plana no Ensino Médio

No ensino médio, a Geometria Plana frequentemente se entrelaça com a álgebra, criando um vínculo essencial para a compreensão de muitos conceitos matemáticos. A resolução de problemas envolvendo figuras planas, como triângulos e quadriláteros, pode ser facilitada pelo uso de fórmulas algébricas que relacionam lados e ângulos. Por exemplo, a aplicação da fórmula de Bhaskara para encontrar as raízes de equações quadráticas pode ser utilizada para resolver problemas de áreas e perímetros de figuras geométricas (Castelo, 2013). Assim, a integração da álgebra com a Geometria Plana não só enriquece a compreensão dos alunos, mas também melhora sua capacidade de aplicar conceitos matemáticos em situações práticas.

De acordo com Ribeiro e Cury (2020), a analogia na Geometria Plana passa por três etapas principais: a observação de padrões geométricos, a generalização desses padrões e a aplicação de conceitos conhecidos para resolver problemas novos. Essas etapas permitem que os alunos desenvolvam uma compreensão mais profunda das propriedades geométricas ao conectar conceitos conhecidos a novas situações, facilitando a resolução de problemas complexos e a internalização dos conceitos.

O pensamento geométrico envolve tanto a representação gráfica quanto simbólica dos problemas. Como afirma Van Hiele (1986), a habilidade de visualizar e manipular figuras geometricamente é crucial para a solução de problemas, assim como a capacidade de traduzir essas visualizações em representações simbólicas. Esta dualidade permite que os alunos desenvolvam uma abordagem mais completa e eficiente para resolver problemas matemáticos complexos.

Segundo Proença (2008), os conceitos prévios em Geometria Plana, como a compreensão das propriedades de triângulos e quadriláteros, são fundamentais para o desenvolvimento das habilidades geométricas mais avançadas. Esses conhecimentos iniciais formam a base sobre a qual conceitos mais complexos são construídos, facilitando a aprendizagem e a aplicação de novos conceitos geométricos.

Como ressalta Polya (1978), o pensamento matemático é um processo dinâmico que envolve a exploração, a formulação e a resolução de problemas através da lógica e da criatividade. Esse pensamento é essencial para o desenvolvimento de habilidades matemáticas robustas, permitindo aos alunos abordar e resolver problemas de maneira estruturada e inovadora.

A utilização de recursos didáticos manipuláveis, como blocos geométricos e ferramentas de construção, é crucial para a solução de problemas matemáticos. De acordo com Freudenthal (1978; 1983), o uso de materiais manipulativos permite que os alunos explorem e compreendam conceitos geométricos de maneira mais concreta e visual, facilitando a internalização dos princípios matemáticos.

Os desafios no aprendizado de matemática frequentemente derivam da falta de compreensão dos conceitos fundamentais e da aplicação inadequada das técnicas de resolução de problemas. Segundo Kieran (1992), as dificuldades no aprendizado matemático podem ser atribuídas à ausência de conexões claras entre os conceitos teóricos e sua aplicação prática, prejudicando a capacidade dos alunos de resolver problemas de maneira eficaz.

O papel do professor é crucial para a mediação eficaz em sala de aula, especialmente na Geometria Plana. Como afirmado por Ball (1990), a compreensão conceitual do docente influencia diretamente sua capacidade de orientar e apoiar os alunos na resolução de problemas complexos, promovendo um ambiente de aprendizagem mais produtivo e significativo.

A Geometria Plana, conforme descrito por Clements e Battista (1992), surgiu nos livros didáticos como uma área fundamental, com exemplos que incluem sólidos geométricos e polígonos. Esses exemplos ajudam a ilustrar e aplicar conceitos teóricos, facilitando a compreensão dos alunos e promovendo a aplicação prática dos princípios geométricos.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) estabelece diretrizes claras para o ensino da Geometria Plana, enfatizando a importância de explorar as propriedades e relações entre figuras geométricas para desenvolver habilidades espaciais e de raciocínio lógico (Brasil, 2017). Essas diretrizes visam garantir uma abordagem estruturada e consistente no ensino da geometria. A BNCC também reconhece a importância da tecnologia digital na educação matemática, afirmando que o uso de ferramentas digitais para visualizar e manipular figuras geométricas amplia a capacidade dos alunos de realizar raciocínios e argumentações complexas

(Brasil, 2017). Essa integração tecnológica é fundamental para o desenvolvimento de habilidades geométricas avançadas.

O uso de tecnologia na visualização de objetos abstratos, como *softwares* de geometria dinâmica, tem se tornado essencial em avaliações internas e externas, como as Olimpíadas de Matemática. De acordo com Ferrini-Mundy (2000), a tecnologia permite aos alunos explorar e compreender conceitos matemáticos de maneira mais profunda, facilitando a resolução de problemas complexos e a aplicação prática dos conhecimentos adquiridos. As questões de geometria da OBMEP para a área de matemática abrangem competências relacionadas à resolução de problemas, à interpretação de figuras e à aplicação de conceitos matemáticos em situações variadas (Santiago, 2021). Esses aspectos são fundamentais para avaliar a capacidade dos alunos de aplicar conhecimentos matemáticos em contextos reais e desafiadores.

Conforme destacado por Ribeiro e Cury (2020), a matriz da Geometria Plana no contexto da avaliação matemática inclui problemas que exigem uma compreensão profunda dos conceitos e a aplicação de técnicas de resolução para situações complexas. Essas questões avaliam não apenas o conhecimento teórico, mas também a habilidade de resolver problemas práticos utilizando conceitos geométricos.

Teoria das Situações Didáticas

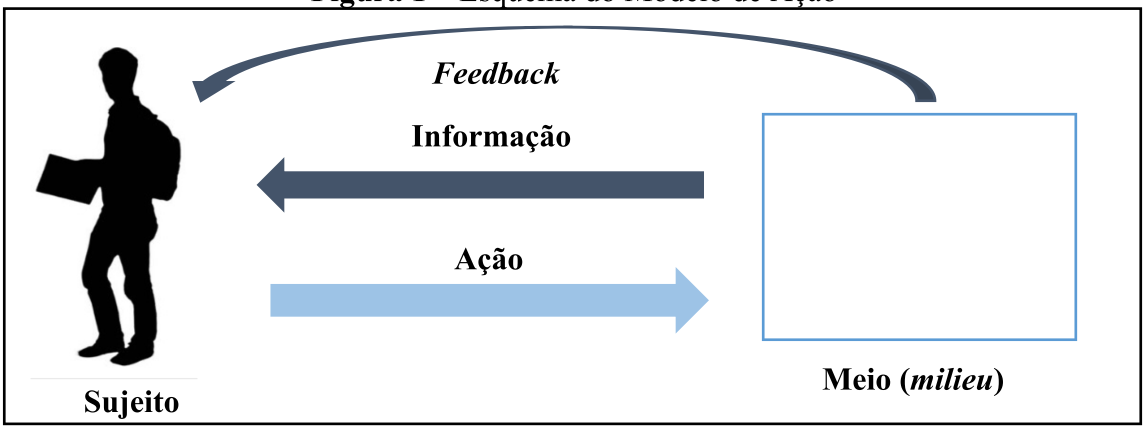
A comunicação na Didática da Matemática (DM) deve se concentrar nas atividades educacionais que visam o ensino, destacando principalmente os conhecimentos matemáticos (Brousseau, 1996). Dentro dessa abordagem, a DM deve proporcionar: explicações, teorias e conceitos, métodos de previsão e análise, além da integração de resultados relacionados aos modos de pensamento dos alunos baseado em Situações Didáticas (SD).

Conforme afirma Almouloud (2007), uma SD é definida pelo *milieu* (meio), que é estruturado com base na seleção das variáveis didáticas, sendo que alterações nessas variáveis provocam mudanças nas estratégias mais eficazes. Identificar esse modelo gera uma série de questões relativas à TSD e seus componentes, como a organização do ambiente de aprendizagem e as adaptações necessárias para o ensino. Nessa abordagem, o processo de aprendizagem é dividido em quatro etapas principais, conhecidas como etapas dialéticas: ação, formulação, validação e institucionalização.

Segundo Brousseau (2008), os conceitos de conhecimento e saber são utilizados de maneira distinta, os conhecimentos referem-se a meios que podem ser transmitidos (por imitação, iniciação, comunicação entre outros), sendo sempre demonstráveis, para controlar uma situação e alcançar um resultado específico, em consonância com expectativas e exigências sociais. Já o saber é o produto cultural de uma instituição que visa identificar, analisar e organizar esses conhecimentos, facilitando assim sua comunicação.

A primeira etapa de Ação examina o estágio inicial dos alunos e suas decisões baseadas na observação de resultados. Durante esse processo, o problema é abordado com estratégias que podem incluir decisões intuitivas. Brousseau (2008), por meio de descrições de táticas (ou procedimentos) que o indivíduo parece seguir ou pelas declarações daquilo que parece levar em consideração, mas tudo são apenas projeções.

Figura 1 – Esquema do Modelo de Ação

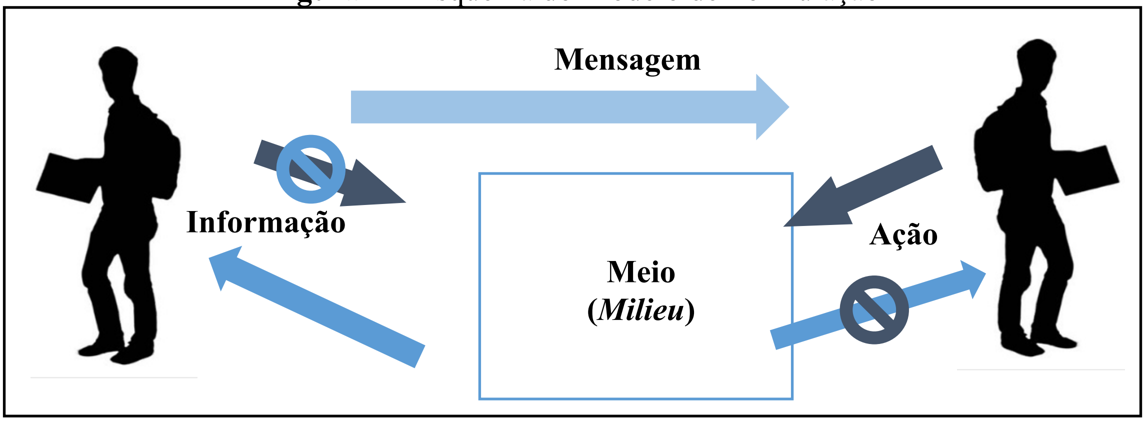


Fonte: Brousseau (2008, p. 28).

Essas situações refletem uma abordagem mais experimental e intuitiva na aquisição do conhecimento matemático, o que pode explicar em parte a dificuldade dos nossos alunos em argumentar sobre suas soluções, mesmo quando chegam à resposta correta, sem saber detalhar os procedimentos que utilizaram.

A segunda de Formulação, o foco está na necessidade do aluno revisar o problema para compreender a solução. A formulação requer que o participante se envolva na comunicação de informações com outro indivíduo. Almouloud (2007) explica que o objetivo da dialética da formulação é a troca de informações. Por exemplo, se um aluno precisa agir e não possui todas as informações necessárias, enquanto seu parceiro tem essas informações, pode haver troca de julgamentos e debates sobre a validade das informações, sem que isso configure necessariamente uma situação de formulação.

Figura 2 – Esquema do Modelo de Formulação



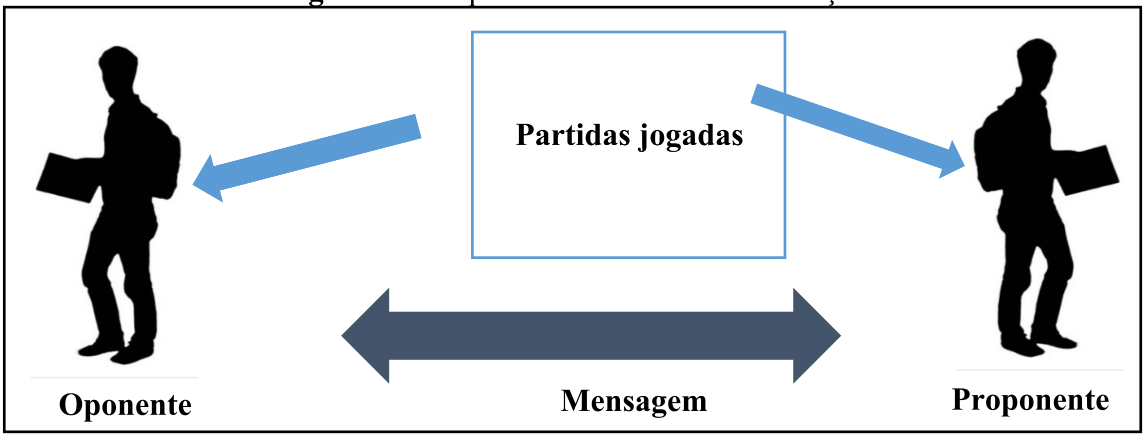
Fonte: Brousseau (2008, p. 28).

A formulação do conhecimento envolve uma variedade de repertórios linguísticos, incluindo sintaxe e vocabulário. Essa aquisição está associada aos conhecimentos que eles declaram, mas ambos são processos distintos, como ilustrado na Figura 2, que apresenta um Modelo de Formulação.

Já na terceira de Validação difere ao introduzir um novo modelo de formulação: aqui, o emissor deixa de ser um informante para se tornar um proponente, e o receptor assume o papel de oponente. Ambos colaboram para encontrar uma resposta ou um método de validação do conhecimento adquirido. Brousseau (1996) observa que, na teoria das situações, os alunos revelam as características das situações às quais respondem.

10.34019/2594-4673.

Figura 3 – Esquema do Modelo de Validação



Fonte: Brousseau (2008, p. 28).

Nesta fase de validação, prossegue-se com o enunciado e, caso haja divergência, solicita-se uma demonstração ou que outra pessoa utilize suas descobertas na interação destacada na Figura 3.

Por última, a Institucionalização, na TSD, envolve o professor apresentando uma solução para o problema discutido em sala de aula, promovendo um momento de interação e socialização do conhecimento. Em situações institucionais, o conhecimento é formalizado pelo professor e se torna o padrão oficial que os alunos devem usar para resolver problemas. Brousseau (2008) destaca que o papel do professor nessa fase é crucial, pois uma institucionalização prematura pode prejudicar a construção do conhecimento, enquanto uma institucionalização tardia pode levar a interpretações errôneas, atrasar o aprendizado e dificultar a aplicação do conhecimento.

Metodologia de pesquisa Engenharia Didática

A ED surgiu no início dos anos 1980 na França, no campo da DM. Essa abordagem metodológica visa analisar e estruturar situações didáticas, assemelhando-se ao trabalho do engenheiro que, ao desenvolver um projeto, baseia-se em conhecimentos científicos e submete-se a um controle rigoroso, mas lida com problemas mais complexos do que os objetos refinados da ciência (Artigue, 1996).

Artigue (1996) define a ED como um processo empírico com o objetivo de conceber, implementar, observar e analisar situações didáticas. Ela destaca que a ED desempenha uma

10.34019/2594-4673.

função dupla que pode ser integrada na criação de metodologias de pesquisa qualitativa para o ensino.

Essa função pode ser dividida em dois níveis de análise: a microengenharia, que investiga a complexidade das interações na sala de aula, e a macroengenharia, que aborda as dificuldades metodológicas e institucionais relacionadas ao binômio ensino e aprendizagem (Alves, 2016). De acordo com Leivas e Gobbi (2014), essa abordagem pode ser compreendida tanto como uma metodologia de pesquisa especializada quanto como uma sequência organizada de aulas ou atividades desenvolvidas de forma estruturada.

Para aplicar essa metodologia de maneira sistemática em planejamento e execução, é essencial seguir as seguintes etapas: i) Análise preliminar, ii) Concepção e análise *a priori* das situações didáticas, iii) Experimentação e iv) Análise *a posteriori* e validação.

A fase de análise prévia das situações didáticas destaca a importância das análises preliminares, que residem em uma cuidadosa análise das concepções dos alunos, das dificuldades e dos erros persistentes, com a engenharia projetada para estimular, de forma controlada, a evolução dessas concepções (Artigue, 1996).

Assim, na segunda fase da Engenharia Didática, a análise *a priori*, deve ser vista como uma análise do controle do sentido; de maneira simplificada, enquanto a teoria construtivista enfatiza o papel do aluno na construção de seus conhecimentos por meio de interações com um determinado meio, a teoria das situações didáticas, que fundamenta a metodologia da engenharia didática, sempre teve a intenção de ser uma teoria de controle das relações entre sentido e situações (Artigue, 1996).

A terceira fase da Engenharia Didática, conforme Artigue (1996), consiste na aplicação e experimentação das atividades planejadas, coletando dados sobre a investigação. A análise posterior e a validação da situação didática são baseadas nos dados coletados durante o desenvolvimento das atividades, utilizando as produções dos alunos e o diário de campo.

Nesse contexto, Almouloud e Silva (2012) afirmam que, nesta fase, ocorre a análise dos dados obtidos durante a aplicação das situações-problema, que deve ser registrada por meio de observações, gravações em vídeo e produções escritas dos alunos. Os autores ressaltam que essa análise deve ser confrontada com a análise a priori para validar ou não as hipóteses formuladas na investigação (Almouloud; Silva, 2012).

10.34019/2594-4673.

Quadro 1 – Comparação entre as noções de situação didática e a-didática

Situação	Descrição e campo de aplicação
Situação Didática (Didática da Matemática) Trinômio: saber matemático – professor – estudante	É uma situação que descreve o ambiente didático do aluno, englobando tudo que se destina a ensinar algo. Nesse contexto, o aluno compreende o papel do professor, independentemente de sua manifestação durante o desenvolvimento da situação (Brousseau, 2000).
Situação A-didática (Didática da Matemática) Trinômio: saber matemático – professor – estudante	Como parte fundamental de uma situação didática, trata-se de uma situação em que a intenção de ensinar não é explicitada para o aprendiz, embora tenha sido concebida, planejada e estruturada pelo professor (Almouloud, 2007).

Fonte: Brousseau (2000) e Almouloud (2007).

Neste estudo, a ED é revisitada no contexto da prática tradicional papel e lápis com a utilização do *software* GeoGebra, reformulando especialmente a análise preliminar e a análise *a priori* para identificar as variáveis didáticas relacionadas à Geometria Plana.

Aporte tecnológico do GeoGebra

O *software* GeoGebra, criado por *Markus Hohenwarter* em 2001, é descrito por Lucas (2009) como uma ferramenta educacional dinâmica, gratuita e de código aberto. Disponível para download sem custo, o GeoGebra é compatível com os principais sistemas operacionais, incluindo *MacOS*, *Linux* e *Windows*, e também oferece versões adaptadas para dispositivos móveis, como *Android* e *iOS*. Este programa combina visualizações gráficas e algébricas, permitindo configurações flexíveis que proporcionam resultados dinâmicos e atraentes para diversos contextos educacionais.

Desenvolvido em *Java*, o GeoGebra utiliza uma linguagem de programação aberta e disponibiliza o portal geogebra.org como um repositório interativo, facilitando a criação de modelos educacionais para professores e alunos. O *software* tem conquistado reconhecimento internacional, recebendo prêmios como o de Melhor *Software* Educacional na Alemanha e na

Europa. Abrange uma ampla gama de tópicos matemáticos, como geometria plana, razão, proporção, trigonometria, geometria analítica e funções afins e quadráticas. Conforme destacado por Gomes *et al*. (2013), o *software* livre é um aliado valioso na inclusão digital; um processo que, apesar de complexo, é essencial para formar professores e alunos como indivíduos autônomos e conscientes, contribuindo para uma sociedade mais justa e menos desigual.

O GeoGebra permite a construção e modificação de objetos matemáticos como pontos, linhas, segmentos, vetores e seções cônicas, além de possibilitar a inserção direta de coordenadas e equações. O *software* trata variáveis como números, pontos e vetores, oferecendo comandos para raízes e extremos que são exibidos na visualização 2D, podendo ir até imagens em 3D ou Realidade Aumentada (RA) no *iOS*. Como destacado por Paranhos (2009), uma expressão algébrica corresponde a um objeto específico na geometria e vice-versa. Esta abordagem facilita um aprendizado significativo, apoiado pelo professor, envolvendo toda a turma na exploração dos conceitos e na aplicação prática dos conhecimentos teóricos.

ANÁLISE PRELIMINAR DA PESQUISA

A fase de Análises Preliminares envolveu a pesquisa das abordagens de ensino do tópico Referencial Teórico e a identificação das dificuldades e desafios enfrentados pelos professores durante as atividades educacionais com uso da tecnologia em questões olímpicas. Esta metodologia visou coletar as percepções e expectativas de pesquisas da OBMEP, Ensino de Geometria, TSD, ED e o *software* GeoGebra.

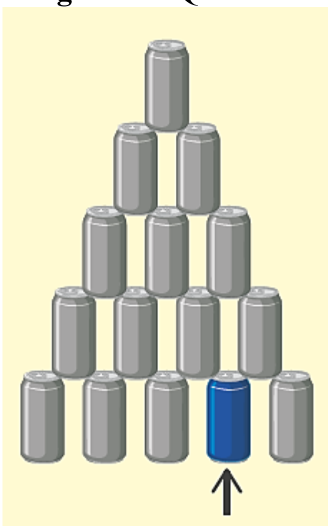
GEOMETRIA PLANA COM FIGURAS

Na metodologia apresenta-se uma situação didática elaborada a partir de uma questão extraída da OBMEP do ano de 2023, envolvendo o assunto sobre sequência de objetos geométrico com a utilização do GeoGebra. A construção apresentada explorada a janela 2D e o controle deslizante, como forma de oferecer uma visualização e interpretação geométrica no espaço, sendo uma alternativa para o professor incentivar a participação do aluno e as capacidades cognitivas no que diz respeito à percepção dos objetos geométricos em 3D.

A análise *a priori* desta pesquisa é uma fase da ED que possibilita a estruturação de variáveis locais e globais (Almouloud; Silva, 2012) e nesta seção, apresentamos exclusivamente as variáveis locais pertinentes à pesquisa inicial. O foco principal é examinar as possíveis dificuldades e desafios que os alunos podem enfrentar, bem como as estratégias propostas pelos professores para enfrentar essas questões olímpicas, conforme discutido durante a aplicação. Em seguida, detalharemos a situação didática e o tópico matemático que será investigado neste estudo.

Questão 1: (OBMEP, Nível 1, 6º e 7º anos do Ensino Fundamental) Joana só pode retirar uma lata da pilha se não houver nenhuma lata apoiada sobre ela. Qual é o menor número de latas que ela precisa retirar antes de pegar a lata azul indicada pela seta? Alternativas: (A) 5; (B) 6; (C) 7; (D) 8; (E) 9.

Figura 4 – Questão 1



Fonte: Prova da OBMEP do nível 1, (2023)

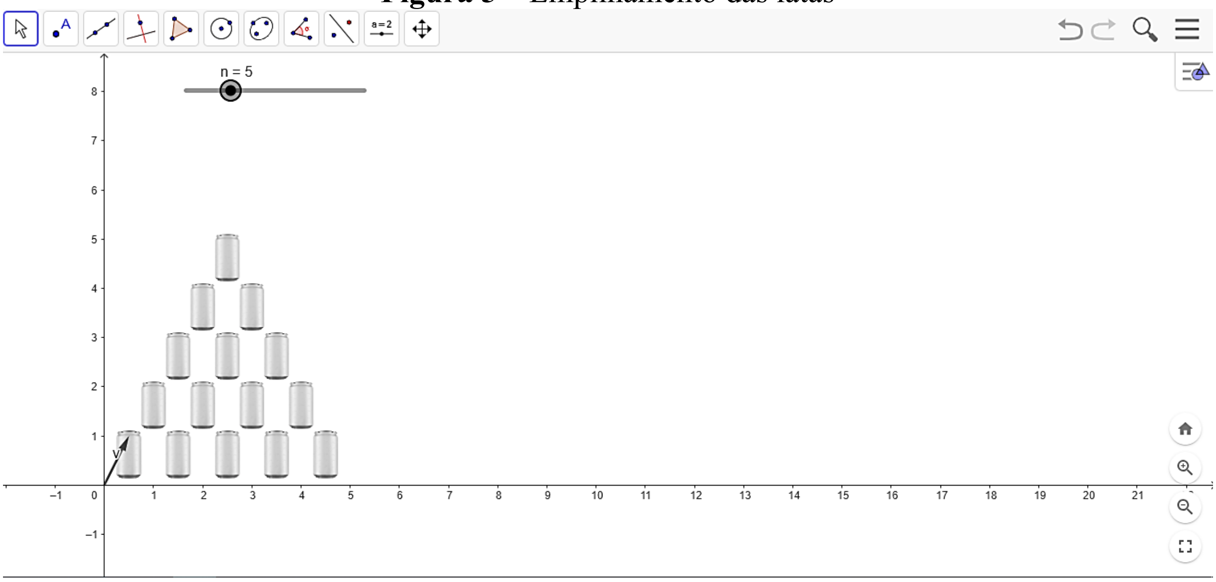
Com base nas simulações realizadas com uso do controle deslizante, constatou-se que era necessário ajustar a quantidade de latas para alcançar o objetivo pretendido. Para atingir esse objetivo, a sequência com o objeto geométrico que descreve a trajetória de empilhamento deve ser alterada.

A situação descrita envolve uma visualização das latas: representada por um vetor e outro por uma sequência contínua. O objetivo é determinar como a sequência geométrica é realizada com o movimento do controle deslizante a partir da quantidade de latas. É pressuposto que os professores possuem conhecimento prévio sobre o tema em questão e, portanto, é relevante explorar estratégias de resolução de problemas, utilizando tecnologias para aprimorar as habilidades matemáticas dos professores em formação.

Para isso, espera-se que os professores demonstrem a sequência das latas com uso do controle deslizante, utilizando o *software* GeoGebra. A investigação deve focar na alteração da quantidade e sequência, o que contribuirá para a construção do conhecimento dos professores. A seguir, apresenta-se um método para resolver a questão através da tecnologia, explorando a visualização e a percepção matemática oferecidas pelo GeoGebra.

No processo de resolução, é esperado que os alunos, ao terem o primeiro contato com o problema, leiam atentamente o enunciado e a imagem da questão olímpica, aplicando seus conhecimentos prévios para solucioná-lo. A resolução pode começar pelo movimento do controle deslizante de cada nível correspondente à quantidade de latas. Por exemplo, na Figura 5, os pontos a quantidade de latas foram construídos, permitindo delinear quais estão na sequência do empilhamento acima.

Figura 5 – Empilhamento das latas

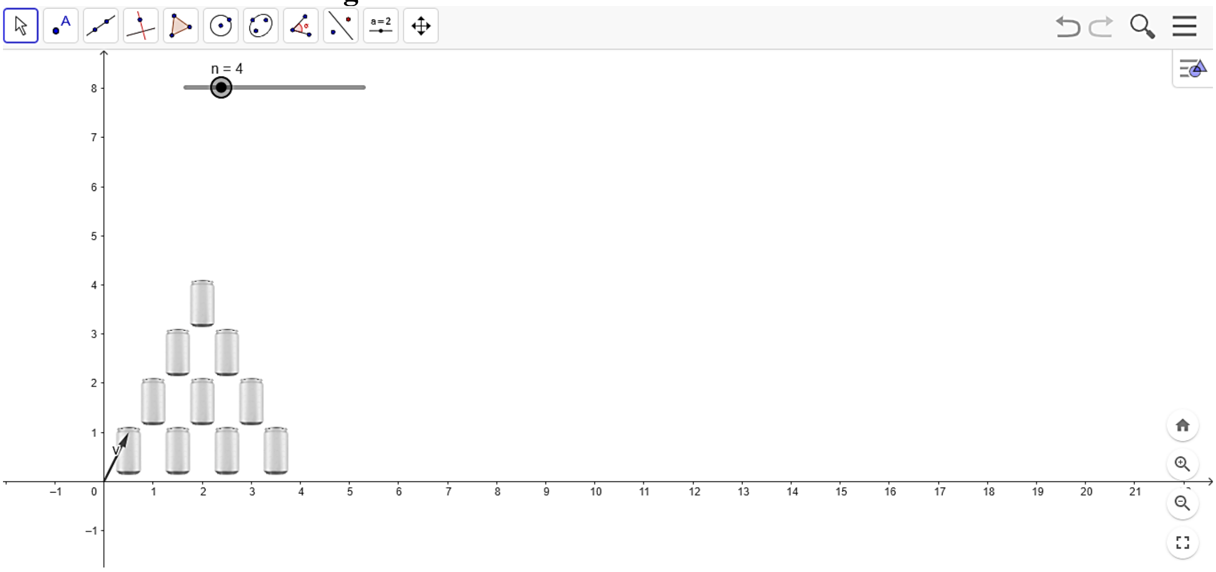


Fonte: Elaboração dos autores (2024)

Na fase de formulação, é crucial promover a troca de informações, tanto escritas quanto orais, entre os alunos e o ambiente educacional, permitindo que eles conjecturem ideias e apresentem estratégias para a resolução do problema. Recomenda-se que o professor(a), atuando como mediador(a), oriente o movimento com controle deslizante e perceba a relação entre a quantidade de latas para tirar utilizando o *software* GeoGebra.

A partir do nível 4, conforme construído na Figura 6, com a quantidade de latas empilhadas, o aluno pode colaborar com o professor na visualização do objeto que vai permanecer fixo.

Figura 6 – Movimento do controle deslizante

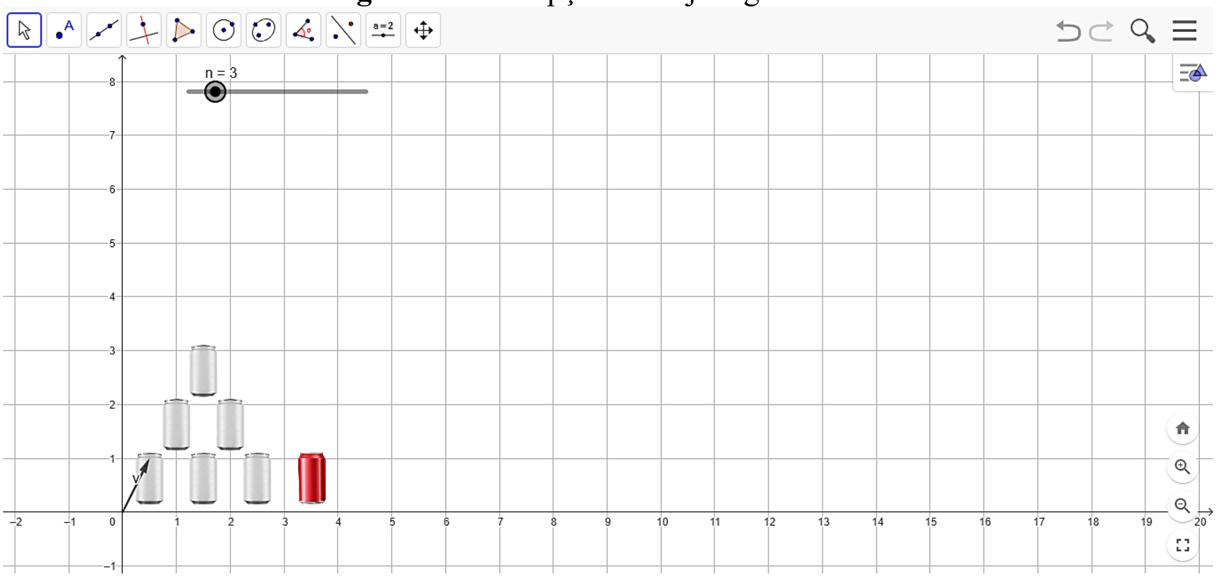


Fonte: Elaboração dos autores (2024)

Durante o processo de orientação dos alunos na visualização, o professor pode explorar as funcionalidades do GeoGebra e demonstrar os passos da construção através da janela de álgebra. A partir da construção ilustrada na Figura 7, é possível utilizar a ferramenta controle deslizante no nível de movimento três do GeoGebra, para auxiliar na visualização da lata vermelha fixa durante a retirada das demais latas do empilhamento gerado.

10.34019/2594-4673.

Figura 7 – Percepção do objeto geométrico



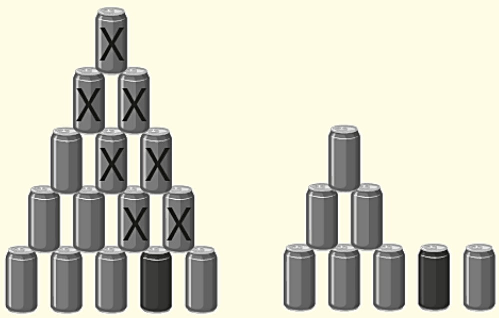
Fonte: Elaboração dos autores (2024)

A fase de validação começa quando o aluno reconhece a necessidade de ajustar o nívle de visualização do controle deslizante do GeoGebra. O aluno deve, portanto, manipular o controle deslizante para identificar a lata que permanece fixa que resolve a questão. O objetivo é que o aluno perceba que o movimento de cada nível do controle deslizante seja o acréscimo e decréscimo de latas. O aluno deve ajustar o controle deslizante até que a lata coincida com o nível de quantidade, conforme ilustrado na Figura 8.

Figura 8 – Resolução da questão olímpica

QUESTÃO 1 – ALTERNATIVA C

Solução: Para Joana retirar uma lata da pilha, ela deve, antes, retirar todas as outras latas que se apoiam na primeira, sempre que houver latas apoiadas. Há duas latas apoiadas na lata azul, as quais, por sua vez, são apoio de outras duas latas, e assim por diante até se chegar à lata do topo da pilha. Note que, apesar de a lata azul estar na camada mais inferior da pilha, nem todas as latas das camadas superiores precisam ser retiradas, pois não se apoiam na lata azul, nem em uma lata que se apoia na azul. Por isso, as latas marcadas com um **X** devem ser removidas antes de se remover a lata azul.



Removidas as latas marcadas com um **X**, a pilha fica como na segunda figura acima.

Fonte: Prova da OBMEP do nível 1, (2023)

10.34019/2594-4673.

A institucionalização, conduzida pelo professor, deve basear-se nas observações e descobertas feitas pelos alunos nas etapas anteriores. Nesse contexto, o docente deve introduzir o conceito de coeficiente angular utilizando a terminologia matemática convencional. Uma definição formal que pode ser utilizada é a descrita por Bonjorno (2020, p. 30) no livro Prisma matemática: geometria “Área e perímetro de um polígono regular em função da medida dos lados com sequência de figuras”.

Além de apresentar essa definição, o professor pode demonstrar que a sequência pode ser calculada nas seguintes situações:

(i) perímetro de um polígono regular;

(ii) área de um polígono regular com lado e ângulo central;

(iii) sequência geométrica com função.

No caso da questão proposta, estamos lidando com a situação (iii), onde a sequência depende do lado, perímetro e área. Uma generalização desse conceito é ilustrada na Figura 9.

Figura 9 – Generalização da sequência de figuras geométricas

32. Observe a sequência de figuras abaixo, formadas por quadrados alaranjados congruentes:

Considere a medida do lado de um quadrado como sendo 1 unidade de comprimento (u.c.), e a área desse quadrado como 1 unidade de área (u.a.), e copie o quadro a seguir no seu caderno, completando-o.

Medida do lado (em u.c.)	1	2	3	4	5
Medida do perímetro (em u.c.)	4	8	12	16	20
Medida da área (em u.a.)	1	4	9	16	25

Fonte: Bonjorno (2020, p. 30)

doi 10.34019/2594-4673.

O modelo de institucionalização proposto demonstra a viabilidade de explorar a visualização do empilhamento das latas utilizando o GeoGebra e o controle deslizante, reforçando a demonstração descrita no livro.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa visa integrar a Engenharia Didática (ED) e a Teoria das Situações Didáticas (TSD) para estruturar uma investigação alinhada com os objetivos deste estudo. A revisão da literatura revela que a Geometria Plana ainda é abordada de maneira tradicional nas salas de aula.

Assim, propõe-se uma articulação entre a ED e a TSD, utilizando o GeoGebra como ferramenta tecnológica, com o objetivo de criar situações didáticas que potencializem a prática docente e promovam um ensino mais eficaz deste tópico. Este artigo destaca as duas primeiras fases da ED, Análise Preliminar e Análise *a Priori*, que fundamentaram a pesquisa em andamento e permitiram a elaboração de situações didáticas com profundidade e um trabalho orientado. Essas fases são essenciais para desenvolver a percepção do professor sobre as previsões atitudinais dos alunos, oferecendo suporte ao trabalho docente e visando minimizar dificuldades e bloqueios cognitivos, epistemológicos e didáticos no ensino da Geometria Plana.

A partir da revisão teórica, compreende-se que a integração da ED com a TSD orienta o trabalho do professor, transformando-o em um investigador que reflete sobre sua prática e atua como mediador da aprendizagem, incentivando a autonomia dos alunos e a construção do conhecimento. O uso do GeoGebra, em contraste com o método tradicional de ensino, quadro, pincel e livro, representa uma abordagem inovadora que pode enriquecer o trabalho do professor e melhorar a compreensão dos alunos sobre o conteúdo. A facilidade de uso do *software* favorece a aprendizagem, permitindo aos alunos desenvolver habilidades que facilitam a apropriação autônoma e eficiente do conhecimento.

Com base nesta proposta metodológica voltada para professores em formação, destaca-se a importância de estabelecer uma metodologia que responda às necessidades dos estudantes, abordando a Geometria Plana com uso de questões olímpicas de matemática e sequências geométricas de figuras de uma forma mais dinâmica e visual. Espera-se que este trabalho contribua significativamente para a prática profissional futura dos docentes de Matemática, aprimorando sua capacidade de ensinar de forma mais efetiva e inovadora.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

ALMOULOUD, S. A.; SILVA, M. J. F. Engenharia didática: evolução e diversidade. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 7, n. 2, p. 22-52, 2012. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/19811322.2012v7n2p22/23452. Acesso em: 14 mar. 2024.

ALVES, F. R. V. Engenharia didática para a generalização da sequência de fibonacci: uma experiência num curso de licenciatura. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 18, n. 1, p. 61-93, 2016. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/20879. Acesso em: 18 mar. 2024.

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. *In:* BRUN, J. **Didática das Matemáticas**. Tradução: FIGUEIREDO, M. J. Lisboa: Instituto Piaget, Cap. 4. p. 193-217, 1996.

BALL, S. J. **Politics and policy making in education:** explorations in policy sociology. 1. ed. Nova York: Routledge, 1990.

BONJORNO, J. R. **Prisma matemática – geometria – ensino médio – área do conhecimento – matemática e suas tecnologias**. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017.

BROUSSEAU, G. Fundamentos e métodos da didáctica da matemática. *In:* BRUN, J. **Didática das Matemáticas**. Tradução: FIGUEIREDO, M. J. Lisboa: Instituto Piaget, p. 35-113, 1996.

BROUSSEAU, G. Educación y didáctica de las matemáticas. **Educación Matemática**, v. 12, n. 1, p. 5–38, 2000.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas:** conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

CASTELO, J. A. M. **Resolução de equações quadráticas: um resgate histórico dos métodos e uma proposta de aplicação da sequência fedathi no seu ensino**. 2013. 58 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2013. Disponível em: https://repositorio.ufc.br/handle/riufc/5454. Acesso em: 25 jun. 2024.

CLEMENTS, D. H.; BATTISTA, M. T. Geometry and spatial reasoning. *In:* D. GROUWS (Ed.). **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. New York: Macmillan Publishing Company, 1992. p. 420-464.

FERRINI-MUNDY, J. Principles and standards for school mathematics: A guide for mathematicians. **Notices of the American Mathematical Society**, v. 47, n. 8, 2000. . Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/237232508_Principles_and_Standards_for_School_Mathematics_A_Guide_for_Mathematicians. Acesso em: 16 jun. 2024.

FREUDENTHAL, H. **Weedeng and Sowing:** A preface to a Science of Mathematical Education. Dordrecht: D. Rediel, 1978.

FREUDENTHAL, H. **Didactical Phenomenology of Mathematical Structures**. Dordrecht: D. Rediel, 1983.

GOMES, R. O.; SILVA, M. L.; NUNES, J. B. Formação de professores para o letramento digital. *In:* NUNES, Joào B.; OLIVEIRA, Luisa X. (org). **Formação de professores para as tecnologias digitais:** software livre e educação a distância. Brasília: Liber, p. 68-81, 2013.

GRANDO, R. C. Recursos didáticos na educação matemática: jogos e materiais manipulativos. **Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica**, v. 5, n. 02, p. 393–416, 2019. DOI: 10.36524/dect.v5i02.117. Disponível em: https://ojs.ifes.edu.br/index.php/dect/article/view/117. Acesso em: 30 jun. 2024.

KIERAN, C. The Learning and Teaching of School Algebra. *In:* D. GROUWS (Ed.). **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. New York: Macmillan Publishing Company, 1992. p. 390-419.

LEIVAS, J. C. P.; GOBBI, J. A. O *software* GeoGebra e a Engenharia Didática no estudo de áreas e perímetros de figuras planas. **Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Tecnologias**, v. 7, n. 1, p. 182-199, 2014. Disponível em: https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/1521. Acesso em: 19 mar. 2023.

LUCAS, R. D. **GeoGebra e Moodle no ensino de geometria analítica**. 2009. 84 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2009. Disponível em: https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/4418. Acesso em: 19 mar. 2023.

OBMEP. **Regulamento**. Rio de Janeiro, 2020. Disponível em: http://www.obmep.org.br/regulamento.htm. Acesso em: 20 jan. 2024.

OBMEP. **Provas**. Rio de Janeiro, 2023. Disponível em: http://www.obmep.org.br/provas.htm. Acesso em: 12 mar. 2024.

PAIS, L. C. **Ensinar e aprender matemática**. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica.

PARANHOS, M. M. **Geometria dinâmica e o cálculo diferencial e integral**. 2009. 112 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009. Disponível em: http://portal.unemat.br/media/files/SINELZA_GONZAGA_DE_MELO_AZEVEDO.pdf. Acesso em: 19 mar. 2023.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. 1. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

PROENÇA, M. C. **Um estudo exploratório sobre a formação conceitual em geometria de alunos do ensino médio**. 2008. 203 f. Dissertação (Mestrado em Educação para Ciências) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Bauru, 2008. Disponível em: https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UNSP_e0c51aecd4fa71bc3c3a2db257f5972d. Acesso em: 15 jun. 2024.

RIBEIRO, A. J.; CURY, H. N. **Álgebra para a formação do professor:** explorando os conceitos de equação e de função. Belo Horizonte: Autêntica, 2020.

SANTIAGO, P. V. da S. **Olimpíada Internacional de Matemática: situações didáticas olímpicas no ensino de geometria plana**. 2021. 160 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2021. Disponível em: https://repositorio.ufc.br/handle/riufc/61842. Acesso em: 30 jun. 2024.

VAN HIELE, P. M. **Structure and insight - A theory of mathematics education**. Orlando: Academic Press, 1986.

HISTÓRICO

Submetido: 3 de agosto de 2024.
Aprovado: 27 de outubro de 2024.
Publicado: 13 de dezembro de 2024.