



## Aplicação da Teoria das Representações Semióticas e o GeoGebra: Explorando conceitos geométricos através de um campo de futebol

### Application of the Theory of Semiotic Representations and GeoGebra: Exploring Geometric Concepts through a Football Field

**Luiz Fernando Rodrigues Pires<sup>1</sup>**  
*Universidade Federal de Lavras*

#### RESUMO

Este artigo explora o uso da Teoria das Representações Semióticas de Raymond Duval e do software GeoGebra para o ensino de geometria no 6º ano do Ensino Fundamental. A pesquisa foi conduzida em uma escola pública em Juatuba, Minas Gerais, e visou integrar tecnologias educacionais ao currículo de matemática para melhorar a compreensão dos alunos sobre conceitos geométricos. A metodologia incluiu uma sequência didática que abordou desde conceitos intuitivos até a aplicação prática, utilizando o GeoGebra. As aulas permitiram aos alunos experimentarem, interpretar e manipular objetos geométricos de maneira dinâmica e interativa. Os resultados demonstraram que a integração de múltiplos registros de representação semiótica e o uso de tecnologias digitais contribuíram para uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos. As atividades realizadas indicam que o GeoGebra é uma ferramenta eficaz para desenvolver o ensino de geometria, promovendo um aprendizado significativo dos conceitos geométricos. O estudo conclui que a utilização de tecnologias digitais no ensino da matemática não substitui métodos tradicionais, mas complementa e amplia as possibilidades de ensino e aprendizagem do conteúdo geometria.

**Palavras-chave:** Geometria; Teoria das Representações Semióticas; GeoGebra; Ensino Fundamental; Tecnologia Educacional.

#### ABSTRACT

This article explores the use of Raymond Duval's Theory of Semiotic Representations and the GeoGebra software for teaching geometry in the 6th grade of elementary school. The research was conducted in a public school in Juatuba, Minas Gerais, and aimed to integrate educational technologies into the mathematics curriculum to improve students' understanding of geometric concepts. The methodology included a didactic sequence that covered everything from intuitive concepts to practical application using GeoGebra. The classes allowed students to experiment, interpret, and manipulate geometric objects dynamically and interactively. The results demonstrated that integrating multiple semiotic representation registers and using digital technologies contributed to a better understanding of mathematical concepts. The activities indicated that GeoGebra is an effective tool for developing geometry teaching, promoting significant learning. The study concludes that using digital technologies in mathematics education does not replace traditional methods but complements and expands the possibilities for teaching and learning geometry content.

**Keywords:** Geometry; Theory of Semiotic Representations; GeoGebra; Elementary Education; Educational Technology.

---

<sup>1</sup> Doutor em Educação pelo Programa de Pós-graduação em Educação: Conhecimento e Inclusão Social (FaE/UFGM). Professor Ajudante da Universidade Federal de Lavras (UFLA), Departamento de Educação em Ciências, Física e Matemática, Lavras, Minas Gerais, Brasil. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-5783-547X>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/4780351195011447>. E-mail: [luizfrpsm@gmail.com](mailto:luizfrpsm@gmail.com).

## CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A educação matemática no ensino fundamental enfrenta desafios significativos, especialmente, no que diz respeito ao ensino da geometria (MARQUES; CALDEIRA, 2018). Apesar de sua importância reconhecida para o desenvolvimento do pensamento lógico e das habilidades dedutivas, a geometria muitas vezes é negligenciada em favor de outras áreas da matemática, como a álgebra. Dessa forma, este artigo propõe o uso da Teoria das Representações Semióticas de Raymond Duval com a utilização do software GeoGebra como base para a introdução e suporte pedagógico para explorar conceitos de geometria, em uma turma do 6º ano do ensino fundamental de uma escola pública município de Juatuba, Minas Gerais.

A Teoria das Representações Semióticas de Duval tem sido um instrumento relevante na pesquisa sobre a aquisição e organização de conceitos matemáticos, conforme justifica Duval (FREITAS; REZENDE, 2013). Temos ainda que a compreensão dos conceitos matemáticos muitas vezes depende da utilização de representações semióticas, que facilitam a apreensão dos conceitos abstratos (DUVAL, 2010).

Duval (2010) salienta que, diferente de outras áreas do conhecimento, na matemática, nem tudo é perceptível ou observável através de objetos concretos; os conceitos e conteúdos são abstrações desencadeadas por processos de generalização, necessitando das representações semióticas para que ocorra uma verdadeira apreensão dos conceitos matemáticos. Assim, a Teoria das Representações Semióticas de Duval pode contribuir significativamente para o ensino e a aprendizagem da matemática, proporcionando uma maneira didática para a transmissão e aquisição de conhecimento sobre geometria.

Ao longo dos anos, Rocha (2008) observa que as tecnologias da informação e comunicação têm causado impactos significativos, promovendo o surgimento de projetos pedagógicos que integram tecnologias digitais ao currículo escolar. Já a Base Nacional Comum Curricular orienta que a aprendizagem em Matemática está intimamente ligada à compreensão, ou seja, à apreensão dos significados dos objetos matemáticos e suas aplicações. Esses significados emergem das conexões que os alunos estabelecem entre os conceitos matemáticos e com seu cotidiano, bem como entre os diferentes temas abordados na matemática.

Desse modo, a utilização da Teoria das Representações Semióticas de Duval e do software GeoGebra podem colaborar com as transformações das formas como a geometria é ensinada e aprendida, proporcionando uma abordagem mais interativa e visual que pode contribuir para o desenvolver do pensamento teórico e a compreensão dos conceitos geométricos. Portanto, essa abordagem teórica foi fundamental para estruturar as atividades propostas com o GeoGebra, permitindo que os alunos visualizassem conceitos como a conversão entre diferentes registros de forma prática.

Sendo assim, este estudo busca contribuir para a transformação do ensino da geometria, oferecendo uma base teórica e prática para seu desenvolvimento nas escolas. Diferencia-se de pesquisas anteriores que utilizaram o GeoGebra para o ensino de geometria, como, por exemplo, os trabalhos de Novak (2018) e Assumpção (2015), ao abordar a teoria de Duval em um contexto mais amplo. Enquanto Novak explora figuras geométricas envolvendo polígonos e poliedros e Assumpção enfoca perímetro e área de polígonos, ambos centrados em práticas com o GeoGebra no ensino fundamental, este estudo propõe uma contribuição adicional. A novidade está na ênfase sobre a coordenação de registros visuais e algébricos para a compreensão conceitual da geometria por meio de uma sequência didática, destacando-se na literatura por explorar, de forma integrada, o potencial das ferramentas digitais como propostas de ensino e aprendizagem da geometria para uma turma de sexto ano, algo ainda pouco explorado na literatura sobre o uso de ferramentas digitais para o ensino de geometria nessa faixa etária.

A seguir, descreveremos como cada conceito teórico foi operacionalizado durante as atividades em sala de aula.

## **O USO DE SOFTWARES MATEMÁTICOS PARA A REPRESENTAÇÃO DE OBJETOS GEOMÉTRICOS**

O uso de softwares matemáticos para ensino e aprendizado da matemática vem sendo discutido em várias pesquisas na área da Educação Matemática, bem como em outras áreas do ensino. Dessa forma, as novas tecnologias, como computadores e outros recursos tecnológicos, exercem constantemente a transformação da sociedade, estando cada vez mais presentes no cotidiano das pessoas. Atualmente, é cada vez mais indispensável o uso de computadores para

enviar e-mails, realizar transações comerciais e financeiras, e até para o ensino. A disseminação do uso de celulares e outras engenhosidades que habitam o dia a dia de cada indivíduo torna quase impossível imaginar a vida sem essas máquinas da modernidade.

Historicamente, o quadro negro, o giz e o livro marcaram o ensino como os instrumentos tecnológicos mais utilizados para a mediação pedagógica. Outras tecnologias de comunicação e informação, como o rádio e a televisão, também foram inseridas no cenário educativo. No entanto, desde os últimos quarenta anos, o computador vem sendo considerado o mais versátil mediador tecnológico no campo da educação, feito que se deve aos softwares educacionais.

Os softwares de geometria dinâmica, como o GeoGebra, são ferramentas importantes para o uso de computadores nas instituições públicas de ensino. Assim o computador pode ser uma estratégia motivadora para os alunos, tornando-se uma excelente ferramenta nas atividades “aberta à exploração e à experimentação, provoca experimento de pensamento, diferentes daqueles que acontecem com o suporte do lápis e papel” (GRAVINA, 2015, p. 252).

Gravina (2015) discute o papel dos registros dinâmicos de representação semiótica no processo de aprendizagem da geometria, tanto no que se refere ao entendimento do significado e da necessidade de uma demonstração, quanto ao desenvolvimento de habilidades para produzi-las. Para a autora a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval revela-se crucial para a compreensão dos potenciais dos registros dinâmicos oferecidos pelo software GeoGebra. Sendo que esta teoria esclarece que o uso de representações semióticas dinâmicas contribui para um pensar geométrico, apresentando formas de tratamento e conversão entre registros que são únicos no ambiente digital.

Na prática, a Teoria das Representações Semióticas pode ser aplicada através do uso de tecnologias digitais, como o software GeoGebra. Este software permite aos estudantes visualizarem e manipular objetos geométricos de maneira dinâmica, permitindo a conversão entre diferentes registros (GRAVINA, 2015).

Com intuito de melhorar as estratégias de aprendizagem em relação à geometria e ao ambiente informatizados que este trabalho tem por finalidade apresentar atividades utilizando a Teoria de Registros de Representações Semióticas composta por Raymond Duval com suporte do software GeoGebra, para o ensino de Geometria.

## A TEORIA DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS E A REPRESENTAÇÃO DE OBJETOS MATEMÁTICOS

Dentro do propósito para ensino e aprendizagem da geometria e a teoria de Duval, percebe-se que hoje são muitas as pesquisas que envolvem problemas aprendizagem das geometrias e sua teoria (COLOMBO; FLORES; MORETTI, 2008; NERES, 2010). Assim a Teoria das Representações Semióticas, proposta por Raymond Duval, oferece um *framework* teórico essencial para compreender os processos cognitivos envolvidos na aprendizagem da matemática. Essa teoria destaca a importância dos registros de representação semiótica, como gráficos, equações, e linguagem natural e como eles são utilizados para construir e comunicar conceitos matemáticos, conforme procurar mostrar Brandt e Moretti (2014).

A pesquisa de Brandt e Moretti (2014) revela que a teoria tem sido fundamental para abordar dificuldades específicas dos estudantes em compreender conceitos matemáticos, em função da necessidade de coordenação entre diferentes registros de representação. Ao enfatizar as operações de tratamento e conversão entre registros como processos centrais para a construção de significados matemáticos, o estudo reafirma a relevância dessa teoria para aprimorar as práticas de ensino, possibilitando uma melhor interpretação e análise dos problemas didáticos. Essas reflexões contribuem para a seção ao fornecer um panorama das pesquisas que utilizam a teoria dos registros semióticos, evidenciando sua eficácia na superação de obstáculos cognitivos e didáticos na matemática (BRANDT; MORETTI, 2014).

Dessa forma, se faz importante entender o aspecto cognitivo referente à matemática, devido à complexidade do conhecimento geométrico. Com isto essa abordagem se faz necessária à medida que os objetivos do ensino da matemática para os alunos do ensino fundamental e médio não são de formar futuros matemáticos, muito menos de fornecer regras que talvez lhe sejam úteis no futuro. O objetivo é de contribuir para o desenvolvimento integral do aluno de suas capacidades de raciocínio de análise e visualização referente ao estudo da geometria.

Segundo Duval (2010) o que caracteriza uma atividade matemática do ponto de vista cognitiva é saber a diferença entre uma atividade cognitiva requerida pela matemática e aquela requerida das demais ciências não devem ser procuradas nos conceitos, mas sim na importância fundamental das representações semióticas e na enorme variedade dessas representações que

aparecem na matemática como, por exemplo, nos sistemas de numeração, figuras geométricas, escritas algébricas e formais, representações gráficas e a linguagem natural.

Em suas obras Duval (2009; 2010; 2011) argumenta que a compreensão matemática requer a habilidade de converter entre diferentes registros de representação. Ele identifica três atividades cognitivas principais para isso: a formação, o tratamento e a conversão de registros semióticos. Sendo que a formação se refere à criação de representações mentais ou materiais de um conceito matemático. O tratamento envolve a manipulação dessas representações dentro do mesmo registro, enquanto a conversão implica a tradução de uma representação em um registro para outro registro diferente, mantendo a integridade do conceito matemático.

De acordo com a teoria de Duval (2011), o objetivo de fazer uma abordagem cognitiva, é de poder procura entender o funcionamento cognitivo do aluno de modo que ele se conscientize, participe e aproprie dos conhecimentos ensinados no processo de aprendizagem. Outro ponto, segundo Duval (2010), é possibilitar o desenvolvimento geral das capacidades de raciocínio, de análise e de visualização. Duval (2010) ainda cita duas características que são as importantes para as representações semióticas utilizadas em matemática.

1. É suficiente observar a história do desenvolvimento da matemática para ver que o desenvolvimento das representações semióticas foi uma condição essencial para o a evolução do pensamento matemático. Ora, a importância das representações semióticas se deve a duas razões fundamentais. Primeiramente, há o fato de que as possibilidades de tratamento matemático – por exemplo, as operações de cálculo - dependem do sistema de representação utilizado. Por exemplo, o sistema numeração decimal de posição oferece mais possibilidades que o sistema grego ou numeração e, no entanto, a aquisição desse sistema de numeração pelos alunos não é simples...
2. Além do sistema de numeração, existem as figuras geométricas, as escritas algébricas e formais, as representações gráficas e a língua natural, mesmo se ela é utilizada de outra maneira que não a da linguagem corrente. Para designar os diferentes tipos de representações semióticas utilizados em matemática. (DUVAL, 2010 p. 13 - 14)

De acordo com a concepção de Duval (2010), os registros de representação semióticas são classificados em diferentes registros mobilizados no funcionamento matemático do fazer matemático e da atividade matemática, como é mostrado no Quadro 1.

**Quadro 1:** Classificação dos registros de representação semiótica

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO-DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS (não-algoritmizáveis)	Língua Natural Associações verbais (conceituais) Forma de raciocinar: <ul style="list-style-type: none"><li>argumentos a partir de observações, de crenças;</li><li>dedução válida a partir de definição ou de teoremas.</li></ul>	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3). <ul style="list-style-type: none"><li>apreensão operatória e não somente perceptiva;</li><li>construção com instrumentos.</li></ul>
REGISTROS MONOFUNCIONAIS (algoritmizáveis)	Sistemas de escritas: <ul style="list-style-type: none"><li>numéricas (binária, decimal, fracionária...);</li><li>algébricas;</li><li>simbólicas (línguas formais).</li></ul> Cálculo	Gráficos cartesiano. <ul style="list-style-type: none"><li>mudanças de coordenadas;</li><li>interpolação, extrapolação.</li></ul>

**Fonte:** Duval (2010, p.14)

Segundo Cassol, Viali e Lahm (2012), perceber a importância dos Registros de Representações Semióticas e das transformações entre eles, no ensino de Matemática, permite que ocorra uma melhor compreensão do objeto matemático, estabelecendo um vínculo entre o aprender e entender Matemática, através da conversão entre os registros, ou seja, compreender o objeto matemático, em suas diferentes dimensões.

Para Duval (2010) a especificidade do conhecimento matemático se dá pelo fato de ser possível mobilizar “ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registros de representação” (p. 14).

Duval (2009) Considera que as transformações dos registros têm duas classificações, tratamento semiótico ficam no mesmo tratamento, já na conversão muda o sistema, mas permanece a referência ao mesmo objeto, por exemplo, o tratamento algébrico dos elementos de uma reta. Ainda, é importante mencionar, de acordo com Duval, que não se pode confundir o objeto com sua representação, pois a compreensão da matemática só ocorre quando o aluno consegue fazer essa distinção.

Dessa forma, a compreensão em matemática está condicionada a uma capacidade de permutação de registros. Segundo Duval o tratamento e conversão são como operações

diretamente envolvidas no processo de apreensão do conhecimento matemático e na construção dos conceitos. Em Duval (2010) é relatado o que consiste em um tratamento e uma conversão:

Os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro: por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou um sistema de equações; completar uma figura segundo critérios de conexidade e de simetria. As conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registros conservando os mesmos objetos denotados, por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica. (DUVAL, 2010 p. 16).

Dessa maneira, um registro de representação é a forma como se representa um objeto matemático, um problema ou técnica. A ideia de registro seria o domínio dos sinais que são utilizados para designar um objeto qualquer, ou seja, um mapa representa um território, por exemplo, porém não é o território, assim como as figuras geométricas são representações gráficas, sendo que as representações têm duas características: a forma ou representação e o conteúdo-objeto representado (DUVAL, 2010).

Almouloud (2010) examina os desafios de ensino e aprendizagem de conceitos geométricos nos anos finais do ensino fundamental, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval. Para o autor a geometria acaba frequentemente sendo subvalorizada e confundida com o ensino de medidas, além de ser vista como um campo essencial da matemática, tanto em termos de conteúdo quanto de aplicabilidade em outras áreas. Almouloud defende que a compreensão geométrica requer coordenação e conversão entre diferentes registros de representação semiótica, o que pode fornecer ao professor ferramentas úteis para tornar o ensino mais acessível.

Com esse objetivo de ensino e compreensão a geometria para Almouloud (2010), envolve três aspectos cognitivos com funções epistemológicas específicas:

Visualização para a exploração heurística de uma situação complexa; construção de configurações, que pode ser trabalhada como um modelo, em que as ações realizadas representadas e os resultados observados são ligados aos objetos matemáticos representados; raciocínio, que é o processo que conduz para a prova e a explicação; (ALMOULOU 2010, p. 126).

Esses tipos de processos cognitivos citados por Almouloud se fazem necessários para o professor ensinar a geometria, pois a heurística dos problemas de geometria se refere a um

registro espacial que dá lugar a formas de interpretações autônomas, classificadas em quatro formas de significação (ALMOULOU, 2010).

Sendo a primeira forma a sequencial, solicitada nas tarefas de construção ou de descrição com objetivo de reproduzir uma figura. A segunda forma citada por Almouloud é a perceptiva que envolve a interpretação das formas da figura em uma situação geométrica. As formas de apreensão em geometria ainda englobam a discursiva, ou seja, a interpretação dos elementos da figura geométrica, privilegiando a articulação dos enunciados, levando em consideração a rede semântica de propriedades do objeto, e a forma operatória que é centrada nas modificações possíveis de uma figura de partida e na reorganização perceptiva que essas modificações sugerem (ALMOULOU, 2010).

Nesse contexto a maior parte dos problemas de ensino e aprendizagem em matemática se deve ao fato de que a coordenação dos registros de representação e seu tratamento não se operam de forma espontânea. Além disso, a utilização do suporte visual é pouco explorada nas situações de ensino, apesar das figuras formarem “um suporte intuitivo importante nos passos da demonstração em geometria” (ALMOULOU, 2010, p. 130).

Outro problema relacionado ao ensino da geometria se refere ao fato de que as demonstrações dos objetos matemáticos são muitas vezes desvinculadas dos registros de representação. Somando-se a esses fatores está a grande dificuldade do aluno em interpretar textos matemáticos, não sendo capazes de selecionar as principais informações contidas nas situações-problemas e relacioná-las a fim de encontrar a sua solução, talvez esses problemas decorram da utilização apenas do livro didático para explorar a geometria, pois a maioria não apresenta questões de interpretação desses textos, ou seja, as definições, teoremas, situações problemas entre outros (ALMOULOU, 2010).

Desse modo, a Teoria das Representações Semióticas de Duval fornece uma estrutura conceitual para entender novas possibilidades de aprendizagem de alguns conteúdos da matemática. Ao focar na coordenação e conversão entre diferentes registros de representação, os professores podem ajudar os alunos a desenvolverem uma compreensão dos conceitos matemáticos. Sendo que a integração de tecnologias educacionais, como o GeoGebra, e a formação adequada de professores são essenciais para maximizar os benefícios da abordagem teórica e prática.

Portanto, a utilização de atividades matemáticas baseadas na Teoria das Representações Semióticas de Duval pode permitir a transformação de como os alunos interagem com os conceitos matemáticos, promovendo uma aprendizagem que possa ser mais significativa. Na próxima seção, apresentaremos uma proposta de atividade matemática que visa integrar diferentes registros de representação semiótica utilizando o software GeoGebra. A atividade foi concebida para alunos do 6º ano do ensino fundamental, com o objetivo de explorar conceitos geométricos de maneira dinâmica e interativa.

### **PROPOSTA DE ATIVIDADE MATEMÁTICA: CONSTRUÇÃO DE UM CAMPO DE FUTEBOL**

A proposta de uma atividade matemática aqui apresentada foi realizada dentro do planejamento pedagógico elaborado pela equipe de professores de Matemática do município de Juatuba, Minas Gerais, sendo que não houve alteração no cronograma da turma para execução da atividade, mas na necessidade de contribuir com novas formas de se ensinar e aprender geometria que em grande parte na rede de ensino está centrada na forma tradicional. Desse modo, a atividade foi estruturada para abordar essa lacuna, oferecendo aos alunos uma oportunidade de explorar e manipular figuras geométricas, permitindo o desenvolvimento do pensamento geométrico de natureza indutiva e dedutiva através de múltiplas representações, a partir da teoria de Duval e o software Geogebra.

Os principais objetivos desta atividade: a) Desenvolver a capacidade de converter entre diferentes registros de representação semiótica, de forma que a atividade incentive os alunos a traduzirem conceitos geométricos entre representações gráficas, algébricas e verbais; b) Fomentar o uso do software GeoGebra como ferramenta educacional, de modo que os estudantes utilize-o para explorar e manipular figuras geométricas, promovendo uma aprendizagem interativa e visual.

Dessa forma, a atividade proposta consiste em uma sequência didática por meio de uma série de tarefas que envolvem a exploração de um campo de futebol em suas várias representações. E, a partir disso, introduzir os conceitos geométricos, como, por exemplo, de reta; retas paralelas; retas perpendiculares; ponto médio; polígono; círculo definido pelo centro e raio; segmentos, semicírculo e ângulos.

Com base na proposta promulgada, na próxima seção, busca-se apresentar uma sequência didática dividida em três momentos baseada na Teoria das Representações Semióticas de Duval, com o objetivo de explorar e desenvolver o conhecimento geométrico dos alunos do 6º ano do ensino fundamental.

### **A Sequência Didática<sup>2</sup>**

Primeiro momento – O surgimento da proposta do campo de futebol ocorreu a partir do movimento de Copas (Copa América e Europa) que viam sendo propagados na mídia e que algumas estudantes comentavam durante as aulas. Fato que se identificou em uma manhã típica de aula quando as conversas dos estudantes sobre os jogos que seriam realizados na Copa América e na Eurocopa começou a tomar conta da sala. Em que alguns estudantes discutiam sobre gols incríveis; da possibilidade de ver Cristiano Ronaldo e Mbappe jogando; debatiam quem seria melhor Messi ou Cristiano Ronaldo; se o Brasil poderia ser campeão; entre outros temas. Percebendo o entusiasmo pelo futebol, percebi ali uma oportunidade de conectar o interesse deles com o conteúdo de geometria.

Aproveitei o momento para pedir a atenção de todos. "Vejo que muitos de vocês estão entusiasmados com os jogos das Copas," relatei, capturando a atenção dos estudantes. "E já que o futebol está tão presente nas conversas, que tal usarmos isso para aprender algo novo?"

A curiosidade foi instantânea. Então propus uma reflexão: "Vocês já observaram o formato de um campo de futebol? Que forma geométrica vocês acham que ele tem?" Os estudantes começaram a pensar e discutir entre si. Alguns rapidamente responderam, mencionando o retângulo como a forma básica do campo. "Quais outras figuras ou formas geométricas podemos identificar na sua construção?"

Com propósito de auxiliar os estudantes que poderiam ter alguma dificuldade de lembrar como poderia ser um campo de futebol, foi projetada a imagem de um campo de futebol. Que tinha objetivo de incentivar os alunos a observarem atentamente a imagem apresentada para que pudessem responder os questionamentos e algumas características da construção.

---

<sup>2</sup> Em alguns momentos da sequência didática se usará a escrita na primeira pessoa do singular e na terceira do plural.

Segundo momento: Foi apresentado aos alunos o Laboratório de Informática e o software Geogebra, onde foram feitas algumas apresentações das ferramentas que seriam utilizadas no desenvolvimento das próximas aulas. E para conhecimento das dificuldades que poderiam ser encontradas pelos alunos no manuseio do software Geogebra.

Terceiro momento: Identificar os objetos geométricos que estruturam o campo de futebol através do software Geogebra e a atividade elaborada em sala de aula na primeira aula. Neste caso os retângulos que formam o campo, a grande área, pequena área, o círculo central e entre outras propriedades geométricas como a ideia de área.

Os critérios de avaliação das atividades realizadas em cada dos momentos foram definidos a partir da observação da participação dos alunos e sua habilidade de transitar entre registros de representação (gráficos, algébricos e de linguagem natural). Além disso, foram avaliadas a precisão nas construções geométricas, a autonomia no uso das ferramentas do software, e a capacidade de resolução de problemas propostos. Por fim, coletou-se *feedback* reflexivo dos estudantes, permitindo uma compreensão qualitativa do engajamento e das dificuldades encontradas. Esses critérios garantiram uma avaliação estruturada e transparente das atividades realizadas.

### **Desenvolvimento da Sequência Didática**

A atividade foi realizada em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental da Escola Municipal Miguel Rodrigues Duarte do município de Juatuba, Estado de Minas Gerais. A turma constituía de 33 alunos presentes sendo que durante os dias de atividades houve ausência, variando cada dia em torno de 28 a 30 alunos na realização da atividade.

A escola tinha até o momento um laboratório com 21 computadores sendo que 2 não estão funcionando. Em todos os computadores o processador instalado era o Linux Educacional que já tinha em todas as máquinas o software Geogebra pré-instalado.

Com o convite dos estudantes aceito, a primeira aula começou com uma apresentação histórica dos conhecimentos geométricos e das civilizações antigas. Foram abordados como os babilônios utilizavam a geometria, as construções de pirâmides pelos egípcios e a organização do conhecimento geométrico pelos gregos, destacando o matemático Euclides e seu livro "Elementos". O objetivo era fazer com que os estudantes percebessem a importância dos

conhecimentos geométricos ao longo da história, bem como de todo o conhecimento matemático, fruto da construção humana, que está em constante evolução. Isso lhes permite compreender a origem de algumas ideias que moldaram a cultura e o conhecimento matemático.

Após discutir os fatos históricos, fiz a seguinte pergunta: "Vocês já tiveram alguma ideia intuitiva?" Muitos alunos não sabiam o que significava "intuição" ou "intuitiva". Para esclarecer, pedi que um aluno consultasse o significado de "intuitivo" no dicionário e registrasse em seus cadernos.

Com todos os alunos envolvidos, apresentei algumas ideias geométricas intuitivas. Em seguida, pedi que dessem exemplos intuitivos para ponto, reta e plano que tem noções primitivas. As respostas incluíram: "o acento no 'i'", "as estrelas no céu", "ponto final de uma frase", "o buraco na parede da sala", "o furo na porta" e "o parafuso da mesa e da cadeira". Para exemplos de reta, os alunos mencionaram: "o risco no quadro", "as linhas do meu caderno" e "o meu lápis, professor". Questionei se esses exemplos realmente poderiam representar uma reta. Rapidamente, alguns estudantes responderam que não, afirmando: "uma reta é infinita". Então, perguntei se os exemplos dados poderiam representar algo relacionado a uma reta. Vários alunos responderam: "um pedaço da reta, professor!". Expliquei que, em geometria, essa ideia de "pedaço" é conceituada como um segmento de reta.

Para a noção primitiva do plano, solicitei mais exemplos intuitivos. Neste momento vários alunos não conseguiram responder, pois tinha dúvidas em que seria a "um plano". Até que um dos estudantes disse o seguinte: "plano é tudo aquilo que podemos apoiar". Questionei, como o que, por exemplo? O estudante respondeu: "a mesa da sala, professor". Após o exemplo dado pelo aluno A vários outros estudantes começaram a dar outros exemplos intuitivos de plano como: "o livro, professor"; "o quadro na parede"; "o caderno"; "o chão da sala"; "a mesa do professor" e entre outros exemplos.

Com a ideia intuitiva de plano compreendida foi explicado que o plano é imaginado sem fronteiras, ilimitado em todas as direções. Explicando assim como no caso da reta, seria impossível desenhar um plano no papel ou no quadro de giz. Sendo por esse motivo, que representamos apenas "uma parte".

Após ter abordado as ideias intuitivas de ponto, reta e plano abordados, foi explicado aos alunos como representamos e indicamos um ponto, uma reta e um plano em Matemática.

Para finalizar a aula foi proposta uma atividade do livro didático. Esta aula teve duração de 50 minutos com 30 alunos presentes.

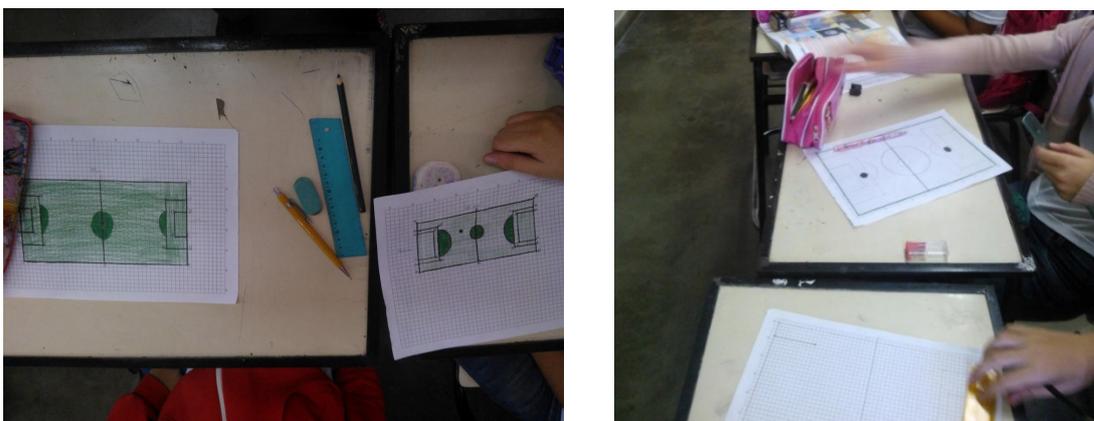
A segunda aula começou com o retorno a questão do formato do campo de futebol: “Você já observou o formato do campo de futebol”? Será que existe alguma matemática na sua construção? Que objetos geométricos utilizamos na sua construção?

Após a pergunta os alunos A, B, e C, logo responderam: Aluno A – “Existe sim, professor”; Aluno B – “temos quadrados”; Aluno C – “o círculo no centro do campo”.

Alguns minutos de discussão sobre o formato do campo relacionado com as ideias intuitivas abordadas na aula passada percebe-se que alguns estudantes observaram que objetos geométricos como ponto, reta e plano eram utilizados no campo de futebol.

No seguinte momento da atividade foi distribuída aos alunos uma folha de papel quadriculado para construção do campo de futebol. Nesta parte da atividade de construção não foi atribuído nenhum tipo de medida padronizada para as dimensões do campo, sendo as medidas do comprimento e largura livres para cada aluno, conforme pode verificar na figura 1.

**Figura 1:** Construção do campo de futebol



Fonte: autoria própria do autor, 2024

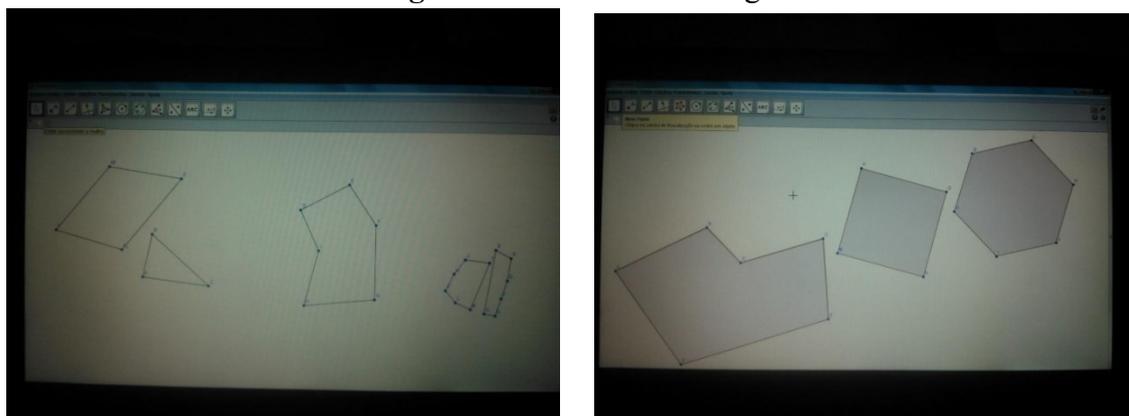
Nesta segunda aula estavam presentes 28 alunos, a aula teve duração de dois horários de 50 minutos.

Na terceira aula usamos o laboratório de informática da escola dando continuidade na atividade desenvolvida em sala de aula. Neste dia, o laboratório constituía ainda com vinte e um computadores, sendo que dois não funcionavam.

Para desenvolvimento da aula, os alunos se sentaram em duplas para realização da atividade. O primeiro momento foi apresentar aos estudantes o software Geogebra e suas ferramentas.

As atividades trabalhadas foram construção de retas, segmentos, figuras geométricas (quadrados, retângulos, triângulos entre outros polígonos). Neste momento, alguns alunos já se destacavam com o manuseio das janelas fazendo outros tipos de figuras, conforme figura 2. Esta aula teve duração de 50 minutos com a presença de 30 alunos na atividade.

**Figura 2:** Manuseio do Geogebra



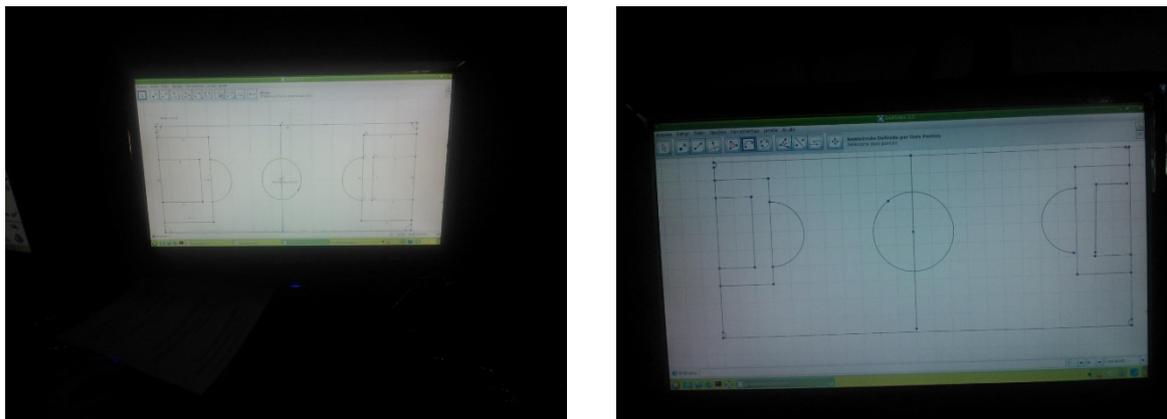
Fonte: autoria do autor, 2024

Com todos os alunos sabendo as funções básicas do Geogebra. A quarta aula era construir o campo de futebol feito em sala de aula no papel quadriculado.

Durante a atividade, os alunos tiveram a liberdade de construir um campo de futebol no GeoGebra sem um roteiro pré-definido. Observamos várias abordagens iniciais, com alguns estudantes utilizando a malha quadriculada do software para estabelecer uma relação com a malha do papel quadriculado. A ideia de ponto médio de um segmento também foi explorada, e alguns estudantes descobriram e usaram ferramentas do software de forma independente, sem que tivessem sido instruídos previamente, como ilustrado na figura 3.

A duração desta aula foi de 100 minutos e, estavam presentes 30 alunos na atividade.

**Figura 3:** Construção do campo de futebol no Geogebra



Fonte: autoria própria do autor, 2024.

### **Análise das aulas com base no referencial teórico**

#### **1. Primeira aula**

Por meio de questionamentos como: Vocês já tiveram uma ideia intuitiva? Quais objetos matemáticos por intuição vocês já conhecem?

Nesta atividade o registro semiótico utilizado foi à linguagem natural. Após a pergunta realizada, os alunos responderam através do mesmo registro semiótico. Esse tipo de registro semiótico, que não é algoritmizável, desempenha um papel crucial no ensino de matemática, pois permite a introdução de novos conceitos por meio da fala, conforme estabelece Duval (2003).

Apesar da concepção de Duval relatar não haver aprendizagem no desenvolvimento desse registro semiótico, pois de acordo com o autor deve haver uma mobilização de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação para que haja aprendizagem. No entanto, os questionamentos realizados ajudaram a mobilizar a interação entre os alunos para a aprendizagem matemática, promovendo uma base para a introdução de representações mais formais nos encontros subsequentes.

Além disso, Almouloud (2010) destaca que a visualização é um aspecto cognitivo crucial no ensino da geometria, servindo como uma ponte para compreensões mais complexas. Ao utilizar exemplos do dia a dia, foi possível ancorar conceitos geométricos abstratos em experiências concretas dos alunos, facilitando uma primeira familiarização com o tema.

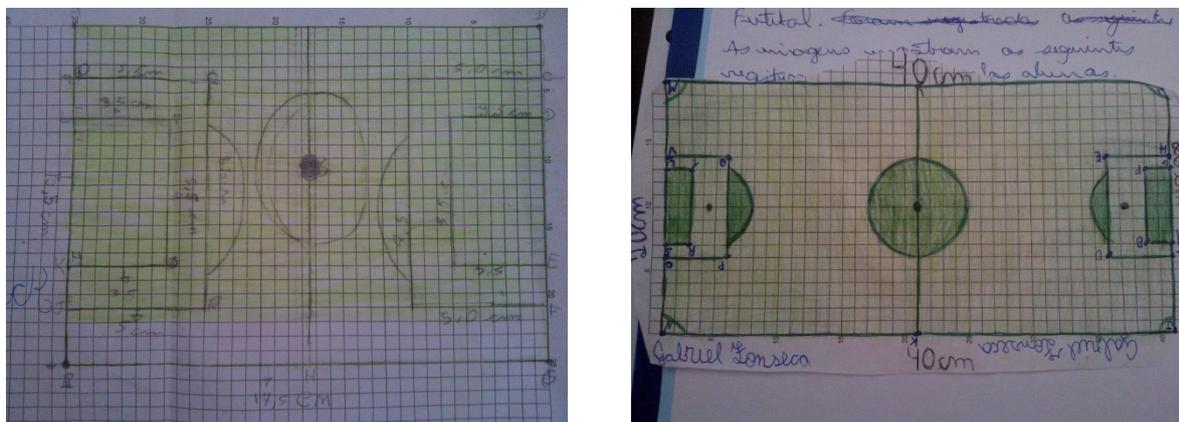
## 2. Segunda aula

Você já observou o formato de um campo de futebol? Será que existe alguma matemática na sua construção geométrica? Quais?

No primeiro momento das questões abordadas foram observados que os registros semióticos continuaram sendo não algoritmizáveis e discursivos, não havendo conversão. A partir da utilização da folha de papel quadriculado para construção do campo de futebol, pode ser verificado alguns tipos de registros como a representação das figuras geométricas, a ideia de medida de um segmento que é uma representação de um registro algébrico, a representação de um registro numérico que está ligada a área de um retângulo que é concebida por  $b \times h$  (onde  $b$  é a base e  $h$  é a altura).

O registro de uma representação gráfica, neste caso, a figura geométrica do campo de futebol, possibilitou ao aluno a visualização do processo geométrico da construção do campo de futebol, já o registro de representação algébrico possibilitou ao estudante a ideia de comprimento, largura, as dimensões formadas pela figura, o registro numérico que mostra ao aluno os valores de cada área que constitui as partes do campo como, a pequena área, a grande área, o centro e a área total do campo, conforme a figura 4.

**Figura 4:** Registros em papel quadriculado dos campos pelos alunos.



Fonte: autoria do própria do autor, 2024

Podemos observar que, durante a atividade, os alunos utilizaram uma variedade de representações semióticas, incluindo figuras geométricas, escrita algébrica, sistema de numeração, sistema métrico e linguagem natural. Eles mobilizaram simultaneamente registros

multifuncionais, utilizando tanto representações discursivas quanto não discursivas, além de registros monofuncionais, predominantemente discursivos.

No caso das representações discursivas, a linguagem natural foi usada para a troca de informações entre aluno e professor, estudante e estudante, e, professor e aluno, com observações argumentativas sobre a construção. Já as representações não discursivas incluíram figuras geométricas para descrever o campo de futebol, como pontos, o retângulo para as dimensões do campo, o retângulo da grande área e da pequena área, o círculo central, o semicírculo, entre outros objetos geométricos utilizados como registros.

Durante a atividade, foi também observado que alguns alunos não conseguiram, em primeiro momento, compreender o enunciado da atividade que, segundo Duval (2003) é ocasionado pela passagem de um enunciado em uma língua natural para uma representação em outro registro, isso, de acordo com o autor toca em um conjunto complexo de operações para designar os objetos.

Isso quer dizer, que no caso do conjunto complexo poderia ser que o estudante nunca teria observado que o campo de futebol é formado por figuras geométricas, ou talvez não ter ideia de como é campo de futebol. Este tipo de transformação enfrenta fenômenos de não-congruência (DUVAL, 2003). Isso se traduz pelo fato de os alunos não reconhecerem o mesmo objeto através de duas representações diferentes.

Vejamos que isso não ocorreu na atividade proposta, pois os alunos conseguiram reconhecer o objeto através das representações semióticas que neste caso foi à linguagem natural e as figuras geométricas. Com isso, nesta atividade pode-se observar haver uma conversão semiótica, mas conservando a referência ao mesmo objeto (DUVAL, 2003).

Por fim, podemos concluir que a elaboração de figuras geométricas sejam elas feitas à mão livre ou com auxílio de malhas quadriculadas ou pontilhadas, ou ainda, de instrumentos de desenho geométrico permite os tratamentos dos registros de representação semiótica e revelam alguns processos cognitivos específicos da atividade geométrica, como apreensão perceptual e operatória das figuras (DUVAL, 2009).

### 3. Terceira aula

A exposição dos alunos na aula de laboratório foi uma experiência bem gratificante, pois foi uma aula totalmente diferente do que imaginava, pois percebi que todos os alunos

ficaram envolvidos com as atividades buscando compreender o funcionamento de cada ferramenta utilizada e pelo manuseio em dinâmica do software. Conforme Rocha (2008), busca esclarecer, que os softwares de geometria dinâmica, como o GeoGebra, contribuem com a visualização e manipulação de objetos geométricos, proporcionando um aprendizado mais interativo. A implementação deste software permitiu a aplicação prática dos conceitos explorados anteriormente em papel, consolidando o entendimento através da experimentação digital. Além disso, a dinâmica do software apoia a argumentação de Gravina (2015) sobre a eficácia da tecnologia digital em transformar o ensino de conceitos matemáticos por meio de uma abordagem mais visual e interativa.

Por fim, as atividades propostas na aula de laboratório tiveram como registros, os registros multifuncionais, neste caso tendo uma conversão entre os registros discursivos e os não discursivos (DUVAL, 2011).

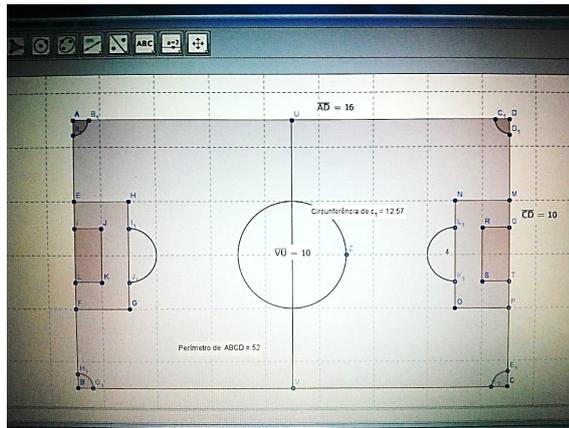
#### 4. Quarta aula

A construção independente de um campo de futebol por meio do GeoGebra durante a quarta aula, permitiu aos alunos aplicarem e integrarem os conhecimentos adquiridos, realizando conversões entre diferentes registros semióticos de forma autônoma. Este processo de conversão é crucial, como Duval (2003) enfatiza, para a compreensão profunda em matemática. A capacidade dos alunos de manipular independentemente os registros semióticos demonstra um alto nível de compreensão e habilidade, alinhando-se com a perspectiva de Almouloud (2010) sobre a importância da construção de configurações geométricas para um aprendizado significativo.

As representações semióticas utilizada nesta atividade foram os registros multifuncionais com conversão entre a linguagem natural para as representações dos objetos geométricos que formam um campo (DUVAL, 2011).

No desenvolver da atividade os alunos fizeram os registros através do software Geogebra, utilizando as ferramentas ensinadas na terceira aula, para construção do campo, conforme a figura 5.

**Figura 5:** Registro do campo de futebol pelo GeoGebra



Fonte: autoria do própria do autor, 2024

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A realização desta atividade deixou claros vários aspectos importantes, que podem servir como indicadores para a realização de outras atividades futuras, ou mesmo para a criação de novas abordagens pedagógicas. Primeiramente, ficou evidente que a aplicação da informática e de seus recursos didáticos é uma ferramenta que pode ser aliada ao professor. Isso ajuda a contribuir com a posição do ensino tradicional, que, às vezes, se determina como a única prática estabelecida pelo professor para se ensinar e aprender geometria. Incorporar tecnologias digitais de maneira a enriquecer a aula, sem substituir métodos e estratégias já consolidados, permite novas possibilidades (ROCHA, 2008).

O uso do software GeoGebra demonstrou ser particularmente eficaz, funcionando como um verdadeiro laboratório que permitiu aos estudantes participarem de uma situação de ensino de matemática onde puderam experimentar, interpretar, visualizar, abstrair e generalizar conceitos. Isso está em consonância com Gravina (2015), que ressalta as vantagens de um ambiente informatizado, como a possibilidade de realizar várias manipulações em pouco tempo, algo que difere significativamente das limitações de gráficos construídos em ambiente tradicional de lápis e papel.

Neste estudo, os objetivos de proporcionar aos alunos a utilização do laboratório de informática e do software GeoGebra na exploração dos conteúdos de geometria plana, bem como realizar uma análise crítica das potencialidades e limitações do software no ensino e aprendizagem da matemática no Ensino Fundamental, foram plenamente alcançados. As aulas

demonstraram que a integração de diferentes registros de representação semiótica, como propõe a Teoria das Representações Semióticas, é fundamental para a transposição didática de conceitos geométricos, permitindo uma compreensão significativa por parte dos alunos.

Apesar dos avanços observados, algumas dificuldades foram evidentes ao longo das atividades, as quais podem direcionar melhorias futuras. Na primeira aula, a ausência de registros gráficos ou algébricos limitou a compreensão inicial dos conceitos geométricos para alguns alunos, especialmente os menos familiarizados com termos matemáticos abstratos. Na segunda aula, a tarefa de construir o campo de futebol no papel quadriculado exigiu transições entre registros numéricos e gráficos, o que gerou desafios para alunos com menor familiaridade em cálculos de áreas e medidas. A introdução do GeoGebra na terceira aula trouxe novas dificuldades tecnológicas, já que alguns alunos precisaram de tempo extra para se adaptar ao ambiente digital e suas ferramentas. Finalmente, na quarta aula, a liberdade para construir o campo no GeoGebra sem um roteiro estruturado exigiu uma autonomia que desafiou estudantes que ainda não dominavam plenamente a interface do software. Essas observações ressaltam a importância de um acompanhamento orientado em cada etapa, possibilitando o ajuste das atividades e um suporte mais direto, de modo a potencializar o uso das tecnologias educacionais e dos registros semióticos na geometria.

Portanto, pode-se concluir que a utilização de recursos tecnológicos e a exploração de múltiplos registros de representação semiótica não apenas enriquecem o ensino de geometria, mas também promovem um engajamento dos alunos. Isso permitiu que uma aprendizagem significativa a partir do desenvolvimento e da produção dos conhecimentos matemáticos, destacando a importância de continuar explorando e integrando tecnologias educacionais que possam contribuir com o currículo escolar.

## REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S. Ag. Registros de Representação Semiótica e Compreensão de Conceitos Geométricos. IN: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica**. Campinas, São Paulo. Papirus, pp. 125-148. 2010.

ASSUMPCÃO, Paula Gabrieli Santos de. **Perímetro e área: uma engenharia didática utilizando o GeoGebra sob o olhar das representações semióticas**. 2015. 233f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-

Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, 2015. Disponível em: <https://repositorio.ufsm.br/handle/1/6747>. Acesso em 19 out. 2024.

BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T. O Cenário da Pesquisa no Campo da Educação Matemática à Luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 7, n. 13, 1 jun. 2014. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/488>. Acesso em: 10 mai. 2024.

CASSOL, V. J. VIALI, L. LAHM, R. A. O Ensino de Funções com Recursos do Software Geogebra como Facilitador de Transformações Semióticas. **Unión** (San Cristobal de La Laguna). 2012, Número 30, páginas 159- 170. Disponível em: [https://repositorio.pucrs.br/dspace/handle/10923/12170?locale=pt\\_BR](https://repositorio.pucrs.br/dspace/handle/10923/12170?locale=pt_BR). Acesso em: 25 mai. 2024.

COLOMBO, J. A. A.; FLORES, C. R.; MORETTI, M. T. Registros de representação semiótica nas pesquisas brasileiras em educação matemática: pontuando tendências. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 16, n. 1, p. 41–72, 2008. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8647035>. Acesso em: 15 mai. 2024.

DUARTE, A. R. S.; SILVA, M. C. L. da. Abaixo Euclides e acima quem? Uma análise do ensino de Geometria nas teses e dissertações sobre o Movimento da Matemática Moderna no Brasil. **Práxis Educativa**, [S. l.], v. 1, n. 1, p. 87–93, 2009. Disponível em: <https://revistas.uepg.br/index.php/praxiseducativa/article/view/271>. Acesso em: 30 mai. 2024.

DUVAL, R. **Semiósis e Pensamento Humano Registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. Tradutores: Lênio Fernandes Levy e Maria Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo. Livraria da Física, 2009.

DUVAL, R. Registros de Representação Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. IN: Machado, Sílvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica**. Campinas, São Paulo. Papyrus, pp. 11-33. 2010.

DUVAL, R. **Ver e Ensinar a Matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas**. (Org.) CAMPOS, T. M. M. Tradução: Marlene Alves Dias. 1. ed. São Paulo: PROEM, 2011.

FREITAS, J. L. M. de; REZENDE, V. Entrevista: Raymond Duval e a teoria dos registros de representação semiótica. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, [S. l.], v. 2, n. 3, p. 10–34, 2020. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/5946>. Acesso em: 06 mai. 2024.

GRAVINA, M. A. O potencial semiótico do geogebra na aprendizagem da geometria: uma experiência ilustrativa. **VIDYA**, Santa Maria (RS, Brasil), v. 35, n. 2, p. 18, 2015. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/605>. Acesso em: 05 mai. 2024.

MARQUES, V. D.; CALDEIRA, C. R. da C. Dificuldades e carências na aprendizagem da Matemática do Ensino Fundamental e suas implicações no conhecimento da Geometria. **Revista Thema**, Pelotas, v. 15, n. 2, p. 403–413, 2018. DOI: 10.15536/thema.15.2018.403-413.851. Disponível em: <https://periodicos.ifsul.edu.br/index.php/thema/article/view/851>. Acesso em: 05 mai. 2024.

NERES, R. L. **Aplicação dos registros de representação semiótica no ensino aprendizagem da matemática**: um estudo com alunos do sexto ano do ensino fundamental / Raimundo Luna Neres. 2010. 196 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista. Marília, 2010.

NOVAK, Franciele Isabelita Lopes. **O ambiente dinâmico GeoGebra para o desenvolvimento de aspectos específicos da aprendizagem em geometria segundo Raymond Duval**: olhares, apreensões e desconstrução dimensional. 2018. 149f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Ponta Grossa. Ponta Grossa, 2018. Disponível em: [https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UEPG\\_5554381c64cfe9c2863ded8fc797cba9](https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UEPG_5554381c64cfe9c2863ded8fc797cba9). Acesso em 19 out. 2024.

POUZADA, T. A.; NOVELLO, T. P.; PEREIRA, F. D.; AYRES, L. M. S. da S. Discursos de professores de matemática sobre o ensinar geometria com o uso de tecnologias digitais. **Revista Pesquisa Qualitativa**, [S. l.], v. 9, n. 20, p. 40–59, 2021. Disponível em: <https://editora.sepq.org.br/rpq/article/view/388>. Acesso em: 05 mai. 2024.

ROCHA, E. M. **Tecnologias Digitais e o Ensino da Matemática**: Compreender para Realizar. 2008. 200 f. Tese de Doutorado em Educação da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará. Fortaleza Ceará, 2008.

## HISTÓRICO

**Submetido**: 31 de julho de 2024.

**Aprovado**: 04 de novembro de 2024.

**Publicado**: 13 de dezembro de 2024.