



Resoluções de problemas de comparação e composição de transformação do Campo Aditivo: um estudo diagnóstico com estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental

Solving problems of comparison and transformation composition of the Additive Field: a diagnostic study with students in the 4th year of Elementary School

Claudia Kelly Augusto Fernandes¹

Secretaria Estadual de Educação de São Paulo

Priscila Bernardo Martins²

Universidade Cruzeiro do Sul

Simone Oliveira dos Santos³

Secretaria Municipal de Educação de São Paulo

RESUMO

Neste texto, pretendemos analisar as resoluções de estudantes de uma turma do 4º ano do Ensino Fundamental ao lidarem com problemas envolvendo significados de Comparação e Composição de Transformação a partir de uma avaliação diagnóstica. Para tanto, recorremos a uma metodologia de natureza qualitativa, de tipologia documental e técnica análise de conteúdo, no qual adotamos como *corpus de análise* o documento denominado *Orientador para sondagem de matemática — Ciclo de Alfabetização e Interdisciplinar— Ensino Fundamental* (São Paulo, 2018), da Secretaria Municipal de Educação do Município de São Paulo. Para o desenvolvimento da pesquisa, buscamos aprofundamento teórico nos estudos de Vergnaud (1996;2009) e de outros pesquisadores que se debruçaram na Teoria Conceitual Aditiva. Dentre os resultados, constatamos que a maioria dos estudantes tiveram resultados satisfatórios em relação ao problema envolvendo a ideia de Comparação. Todavia, em se tratando do problema envolvendo o significado de Composição de Transformação, uma parte dos estudantes não foram capazes de compreender o cálculo relacional. Um aspecto que merece destaque é que todos os estudantes utilizaram como recurso para resolverem os problemas uma única técnica, o algoritmo convencional, o que sugere uma limitação no repertório de análise do cálculo relacional.

Palavras-chave: Avaliação Diagnóstica; Resolução de Problemas; Comparação; Composição de Transformação.

¹ Mestra no Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL), São Paulo, São Paulo, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Galvão Bueno, 868, Liberdade São Paulo, São Paulo, Brasil, CEP: 01506-000. ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0004-3542-1742>. Lattes: <https://lattes.cnpq.br/1829920955669234>. E-mail: claudiakelly.ckaf@gmail.com

² Doutora no Ensino de Ciências e Matemática. Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL), São Paulo, São Paulo, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Galvão Bueno, 868, Liberdade São Paulo, São Paulo, Brasil, CEP: 01506-000. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-6482-403>. Lattes: <https://lattes.cnpq.br/3321555908656374>. E-mail: priscila.bmartins11@gmail.com

³ Mestra no Ensino de Ciências. Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL), São Paulo, São Paulo, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Galvão Bueno, 868, Liberdade São Paulo, São Paulo, Brasil, CEP: 01506-000. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-1503-6586>. Lattes: <https://lattes.cnpq.br/3821755906656334> E-mail: simonelookkads@hotmail.com

ABSTRACT

In this text we intend to analyze the resolutions of students from a 4th year elementary school class when dealing with problems involving meanings of Comparison and Transformation Composition based on a diagnostic assessment. To this end, we used a methodology of a qualitative nature, of documentary typology and technical content analysis, in which we adopted as a corpus of analysis the document called Advisor for Mathematics Survey — Literacy and Interdisciplinary Cycle — Elementary Education (SÃO PAULO, 2018) , from the Municipal Department of Education of the Municipality of São Paulo. To develop the research, we sought theoretical depth in the studies of Vergnaud (1996;2009) and other researchers who focused on Additive Conceptual Theory. Among the results, we found that the majority of students had satisfactory results in relation to the problem involving the idea of Comparison. However, when dealing with the problem involving the meaning of Transformation Composition, some of the students were not able to understand the relational calculation. An aspect that deserves to be highlighted is that all students used a single technique as a resource to solve the problems, the conventional algorithm, which suggests a limitation in the repertoire of relational calculus analysis.

Keywords: Diagnostic Assessment; Problem Solving; Comparison; Transformation Composition.

INTRODUÇÃO

O presente artigo é recorte de uma dissertação de mestrado concluída e defendida intitulada *Os saberes e os erros cometidos por estudantes de uma turma do 4º ano do Ensino Fundamental ao lidarem com Problemas do Campo Aditivo*, que teve por objetivo central *identificar, a partir de um instrumento diagnóstico, os saberes matemáticos, os erros cometidos e as estratégias de estudantes de uma turma do 4º ano do Ensino Fundamental ao lidarem com problemas de diferentes significados do Campo Aditivo*.

Diversos educadores matemáticos reconhecem a relevância da avaliação diagnóstica para a tomada de decisão em todo o processo de ensino e de aprendizagem. Pires (2014) destaca sobre a necessidade de aprofundar o estudo sobre o trabalho com resolução de problemas explorando seus diferentes significados. Conforme seus estudos, a autora afirma que tão importante quanto identificar as dificuldades dos estudantes na resolução, em relação ao que se espera, é primordial buscar compreender as possíveis causas de tais dificuldades e suas origens no início de cada semestre letivo. Ela clarifica que as avaliações servem para diagnosticar os conhecimentos construídos pelos estudantes na escola e fora dela e baseado nesse diagnóstico, o professor pode organizar seu planejamento, potencializando os conhecimentos prévios dos estudantes. Todavia, requer uma análise cuidadosa e abertura para compreender o que os estudantes estão nos "dizendo" para que possamos ajudá-los a avançar.

Magina et al. (2008) também contribuem nessa discussão ao reconhecerem que é papel do professor diagnosticar em que nível o estudante se encontra e a compreender as relações matemáticas que correspondem às estratégias utilizadas. Referenciadas nos estudos de

Vergnaud (1982, 1996, 2009) as autoras ponderam sobre dois aspectos importantes: a análise dos acertos e erros e a análise do tipo de estratégia utilizada. Assim, Magina et al. (2008) pontuam a necessidade de o professor compreender quais foram os meios utilizados pelos seus estudantes para resolver as situações propostas, bem como conhecer as dificuldades enfrentadas pelos seus estudantes para remediar o cenário

Frente ao exposto, neste texto pretendemos analisar as resoluções de estudantes de uma turma do 4º ano do Ensino Fundamental ao lidarem com problemas envolvendo significados de Comparação e Composição de Transformação a partir de uma avaliação diagnóstica. Para tanto, recorreremos a uma metodologia de natureza qualitativa, de tipologia documental e técnica análise de conteúdo, no qual adotamos como *corpus de análise* o documento denominado *Orientador para sondagem de matemática — Ciclo de Alfabetização e Interdisciplinar— Ensino Fundamental* (São Paulo, 2018), da Secretaria Municipal de Educação do Município de São Paulo. Para o desenvolvimento da pesquisa, buscamos aprofundamento teórico nos estudos de Vergnaud (1996;2009) e de outros pesquisadores que se debruçaram na Teoria Conceitual Aditiva (Magina; Campos, 2004; Nunes; Campos; Magina; Bryant, 2001, entre outros).

REFERENCIAL TEÓRICO

A Teoria do Campo Conceitual (TCC), desenvolvida pelo psicólogo e pesquisador Gérard Vergnaud, é um modelo teórico, cognitivista, que tem como objetivo compreender como ocorre a aprendizagem de conceitos e como eles se desenvolvem na mente dos estudantes. Tal teoria reconhece que a criança é um ser ativo na construção do conhecimento matemático e que o processo de aprendizagem envolve a construção de Campos Conceituais, compostos por conceitos matemáticos interligados (Vergnaud, 1996).

Para Vergnaud (1982), o conhecimento está organizado em Campos Conceituais, no qual, o domínio dos conceitos é adquirido por meio da experiência, da maturidade e da aprendizagem e pode ocorrer em um longo período. Assim o autor define que: “um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição” (Vergnaud, 1982, p. 40).

Esta teoria tem sido aplicada em diversas pesquisas e práticas de ensino, especialmente na área da Educação Matemática e oferece um arcabouço teórico para compreender a aprendizagem e subsidiar os professores no planejamento e desenvolvimento de atividades de ensino.

Campo Conceitual Aditivo

Vergnaud (1996) define o Campo Conceitual Aditivo, como o conjunto de situações problemas, cuja solução está relacionada às operações de adição, subtração ou a combinação destas, envolvendo diferentes graus de complexidade.

Para Vergnaud (2009), existe uma diferença entre medida e transformação. A medida corresponde ao número de elementos de um conjunto, já a transformação corresponde a quantidade de elementos que poderá ser adicionada (transformação positiva) ou subtraída (transformação negativa) de um determinado conjunto.

Existem vários tipos de situações-problemas que podem resultar em uma grande diversidade de ideias relacionadas às estruturas aditivas. Essas situações são estruturadas em seis categorias de relações aditivas, a saber:

Primeira categoria: a composição de duas medidas para resultar em uma terceira medida;

Segunda categoria: a transformação de uma medida para resultar em outra medida;

Terceira categoria: a relação de comparação entre duas medidas;

Quarta categoria: a composição de duas transformações para resultar em uma transformação;

Quinta categoria: a transformação que opera um estado relativo resulta um estado relativo;

Sexta categoria: a composição de dois estados relativos, para resultar em um estado relativo (Vergnaud, 2009, p. 200).

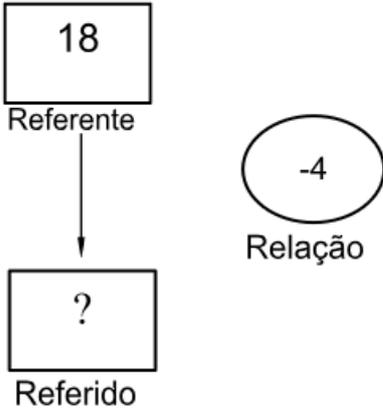
Segundo Nunes, Campos, Magina e Bryant (2001) esta categorização fornece uma organização que ajuda compreender o significado das diferentes representações simbólicas da adição e subtração, além de servir de subsídio para o cenário de experiências sobre esses processos matemáticos na sala de aula. Para os pesquisadores, contribui ainda para que o professor possa compreender o as significações das operações, revelando a complexidade do trabalho a ser desenvolvido em sala de aula para que os estudantes compreendam os conceitos envolvidos nessas operações.

Neste estudo, focaremos no processo analítico da terceira (*a relação de comparação entre duas medidas*) e quarta categoria (*a composição de duas transformações para resultar em uma transformação*). Assim, passamos a apresentar nos quadros adiante algumas situações problemas, a fim de exemplificar cada esquema das duas categorias (focos do estudo) indicadas por Vergnaud (2009).

A terceira categoria envolve a ideia de comparação e contempla três medidas: a Referência (é o valor conhecido na situação problema), o Referido (é o valor a ser investigado na situação problema) e a Relação (relação entre Referência e Referido). Assim, o quadro 1 ilustra os tipos de problemas da terceira categoria

Quadro 1 – Problemas que representam a ideia de terceira categoria Comparação.

Categoria 3: a relação de comparação entre duas medidas			
Tipo de Comparação	Problema	Cálculo relacional	Cálculo numérico
Positiva	Maria tem cinco bonecas e Luiza tem duas bonecas a mais que Maria. Quantas bonecas Luiza tem?		$5 + 2 = 7$

Negativa	Maria tem 18 bonecas e Luiza tem algumas. Maria tem 4 bonecas a menos que Luiza. Quantas bonecas luiza tem?		$18 + (-4) = 14$
----------	---	--	------------------

Fonte: Vergnaud (2009)

Conforme podemos observar no quadro 1, o primeiro exemplo revela a ideia de comparação entre duas quantidades, sendo uma quantidade denominada como referente e a outra quantidade denominada como referido. Além das quantidades, é apresentado o valor da relação entre essas quantidades (+2). Assim, no exemplo, é apresentado a quantidade de bonecas de Maria (referente) e a quantidade de bonecas de Luiza (referido), a situação indica a relação entre a quantidade de bonecas entre Maria e Luiza. No segundo exemplo do quadro 1, a relação é negativa (quatro bonecas a menos). Sendo assim, o valor referido corresponde a subtração entre o referente (18) e a relação (-4), obtendo como resposta o 14.

De acordo com os estudos de Magina et al. (2008), o entendimento da ideia envolvida nos problemas de comparação se dá quando o estudante percebe que a relação entre as medidas é a diferença entre as duas medidas. As expressões “tem a mais” na comparação positiva ou “tem a menos” na comparação negativa podem exercer influência na escolha da operação a ser feita, tendo em vista que, nas duas ideias, a relação entre as medidas é a diferença entre a medida maior e a menor.

A quarta categoria incorpora situações envolvendo a ideia de composição de duas transformações, apresentando quatro configurações diferentes: Transformações positiva e positiva, Transformações positiva e negativa, Transformações negativa e positiva e Transformações negativa e negativa.

Em todas essas configurações, segundo Vergnaud (1996), a busca é pelo Resultado da Composição de Transformações. Adiante apresentamos um exemplo de Composição de Transformações envolvendo Transformações positiva e negativa.

Quadro 2 – Problemas que representam a ideia de terceira categoria Composição de duas transformações

Categoria 4: composição de duas transformações para resultar em uma transformação.		
Problema	Cálculo relacional	Cálculo numérico
João ganhou cinco figurinhas na primeira rodada de um jogo e perdeu duas figurinhas na última rodada. Ao todo, ele ganhou quantas figurinhas?		$(+5) + (-2) = (+3)$

Fonte: Vergnaud (2009)

No quadro 2, fica evidente a presença de duas transformações (na primeira transformação (positiva) ganhou 5 figurinhas e na segunda transformação (negativa) perdeu 2 figurinhas) resultando em uma terceira (ao todo ganhou 3 figurinhas).

Para resolução deste tipo de problema, os valores dos estados Inicial, Intermediário e Final não são relevantes, porém, a ausência desses valores pode dificultar a interpretação de alguns alunos.

Para Magina *et. al* (2008) as competências necessárias para resolver os problemas do Campo Aditivo devem ser desenvolvidas por um longo período. Desse modo, as operações de adição e subtração devem ser estudadas durante todo o ensino fundamental. Neste sentido, é importante que os professores estejam atentos às dificuldades dos estudantes de modo a trabalhar os conceitos de forma progressiva de acordo com a etapa de ensino.

METODOLOGIA

Movidas pelo objetivo de *analisar as resoluções de estudantes de uma turma do 4º ano do Ensino Fundamental ao lidarem com problemas envolvendo significados de Comparação e Composição de Transformação a partir de uma avaliação diagnóstica*, assumimos a uma

metodologia de natureza qualitativa, de tipologia análise documental técnica análise de conteúdo.

Godoy (1995) afirma que na pesquisa qualitativa há diferentes possibilidades, dentre elas a pesquisa documental e nos alerta que comumente imaginamos que a pesquisa sempre envolve o contato direto do pesquisador com o grupo de participantes e esquecemos que os documentos se constituem como uma fonte valiosa de dados para estudos qualitativos.

A palavra "documentos" no nosso estudo faz menção aos protocolos dos estudantes de uma turma do 4º ano do Ensino Fundamental ao resolver as situações problemas propostos. Para analisar tais protocolos utilizaremos a técnica análise de conteúdo na perspectiva de Moraes (1999), que segundo ele consiste numa metodologia de pesquisa empregada para descrever sistemáticas quantitativas ou não e interpretar o conteúdo de documentos e textos. Tal análise, conduzindo a descrições sistemáticas, nos apoia a obter uma compreensão de seus significados num nível que vai além de uma simples leitura.

Conforme anunciamos, o *corpus de análise* foi o *Documento Orientador para Sondagem de Matemática—Ciclo de Alfabetização, Interdisciplinar e Autoral— Ensino Fundamental (SÃO PAULO, 2021)*, da Secretaria Municipal de Educação do Município de São Paulo.

Todavia, na nossa pesquisa, os instrumentos serão a sondagem de Resolução de Problemas do 4º ano do Ensino Fundamental, como uma avaliação diagnóstica que permite o acompanhamento da aprendizagem dos estudantes quanto a esse objeto de conhecimento (Campo Aditivo).

No 4º ano, os problemas envolvem a composição, a transformação positiva e/ou negativa, a comparação positiva e/ou negativa e a composição de transformação. No entanto, neste estudo focaremos os problemas Composição de Transformação e Comparação do Campo Aditivo (DOCUMENTO ORIENTADOR DE SONDAÇÃO DE MATEMÁTICA, SÃO PAULO, 2018).

O quadro 3 apresenta os problemas que fizeram parte do processo analítico contendo o significado envolvido, o cálculo relacional e o numérico.

Quadro 3 – Os instrumentos de análise

Problema	Significado	Cálculo Relacional	Cálculo Numérico
(P1) Carlos tem 64 anos e Adriana, sua neta, tem 12 anos. Quantos anos Adriana tem a menos que seu avô?	Comparação		$64 - 12 = 52$
(P2) Havia 275 pessoas na fila do teatro. Chegaram 37 pessoas, mas 29 desistiram e foram embora. Quantas pessoas ficaram aguardando na fila do teatro?	Composição De Transformação		$275 + 37 = 312$ $312 - 29 = 283$

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras

As interpretações elaboradas neste capítulo foram organizadas por unidades de análises, etapa de unitarização do método análise de conteúdo na perspectiva de Moraes (1999), que significa que um elemento unitário de conteúdo será submetido à categorização. Tal processo, emergiu dos aportes teóricos deste estudo e que nos deram subsídios para esse processo analítico. No quadro 4, evidenciamos as nossas unidades de análises e as descrições.

Quadro 4 – Apresentação das unidades de análise

Unidade de Análise	Descrição
Acertou o cálculo relacional e o cálculo numérico	enquadram-se o protocolo em que o estudante conseguiu identificar a operação correta e foi capaz de executar o cálculo, alcançando o resultado esperado.
Acertou o cálculo relacional, mas errou o cálculo numérico	refere-se ao protocolo em que o estudante conseguiu identificar a operação correta, mas errou ao realizar o cálculo numérico.
Errou o cálculo relacional, mas acertou o cálculo numérico	corresponde-se ao protocolo em que o estudante não conseguiu identificar a operação correta, porém, executou o cálculo adequadamente da operação escolhida.
Errou o cálculo relacional e o cálculo numérico	refere-se ao protocolo em que o estudante não conseguiu identificar a operação correta e também não executou o cálculo escolhido adequadamente.
Respostas em branco	corresponde-se ao protocolo em que o estudante não realizou nenhum registo, deixando a resposta “em branco”.

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras

Com base nessas unidades, passamos para o próximo tópico destinado às análises e discussões dos resultados.

ANÁLISES E RESULTADOS

Baseados nas unidades indicadas no tópico anterior, analisamos todos os protocolos dos 25 estudantes da turma do quarto ano do Ensino Fundamental de uma escola pública localizada na zona leste de São Paulo. Embora o nosso estudo não seja de natureza quantitativa, julgamos oportuno apresentar tabelas para visualizar melhor os resultados encontrados. Assim, a tabela 1, apresenta um panorama dos erros e acertos relacionados aos dois problemas que fazem parte do nosso estudo.

Tabela 1 –Quantitativo de erros e acertos por categorias

Unidades de Análise	P1	P2
1 Acertou o cálculo relacional e o cálculo numérico.	19	11
2 Acertou o cálculo relacional, mas errou o cálculo numérico	3	6
3 Errou o cálculo relacional, mas acertou o cálculo numérico	0	1
4 Errou o cálculo relacional e o cálculo numérico	1	5
5 Respostas em branco	2	2
Total	25	25

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras

Os dados da tabela 1 mostram que o problema P1 que representa a ideia de Comparação foi o que apresentou melhor resultado, ou seja, 19 alunos foram capazes de identificar o cálculo relacional e o cálculo numérico e apenas um não conseguiu interpretar e resolver o problema. Sobre o problema P2 que representa a ideia de Composição de Transformação, os dados revelaram que 11 estudantes conseguiram identificar o cálculo relacional e numérico e seis estudantes foram capazes de identificar as operações envolvidas. Todavia, não conseguiram realizar o cálculo numérico corretamente. Cabe destacar, ainda, que cinco estudantes encontraram dificuldades para compreender as relações envolvidas, bem como executar o cálculo numérico de forma adequada.

Um fato que nos chamou atenção e que consideramos importante destacar é que todos os estudantes utilizaram a técnica operatória algoritmo convencional, não havendo a indicação e o registro de estratégias diferenciadas, em todos os problemas que foram propostos. Ao nosso ver, esse fato dá indícios de uma abordagem de ensino tradicional, onde as operações de adição e subtração são ensinadas de forma mecânica, deixando de lado a compreensão dos significados envolvidos. Diante deste cenário, o estudante consegue apenas resolver um determinado tipo de problema seguindo passos automatizados e certamente poderá encontrar dificuldades ao se deparar com situações mais complexas que possam exigir um raciocínio crítico, como aqueles tipos de problemas que requerem o estado inicial.

Frente às considerações apresentadas, apresentaremos a análise de cada um dos problemas, por Unidade de Análise.

O problema (P1) *Carlos tem 64 anos e Adriana, sua neta, tem 12 anos. Quantos anos Adriana tem a menos que o seu avô?* incorpora o significado de comparação negativa, no qual é exigido a busca pela relação entre as quantidades (Quantos anos Adriana tem a menos que o seu avô?). Os problemas de Comparação foram os que apresentaram os melhores resultados. 76% dos alunos acertaram o cálculo relacional e numérico e somente 4% não conseguiram realizar os cálculos relacional e numérico.

As respostas sugerem que a descrição “a menos” no problema, pode ter influenciado na escolha da subtração, o que pode ter contribuído no índice de acerto.

Tabela 2 – Resultados do problema P1

Unidades de Análise	Quantitativo
1 acertou o cálculo relacional e o cálculo numérico	19
2 acertou o cálculo relacional, mas errou o cálculo numérico	3
3 errou o cálculo relacional, mas acertou o cálculo numérico	0
4 errou o cálculo relacional e o cálculo numérico	1
5 Quantitativo de respostas em branco	2
Total	25

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras

Abaixo apresentamos a descrição e interpretação dos resultados por Unidades de Análise. Cabe destacar que, conforme os dados expressos na tabela acima, não houve protocolos de estudantes que se enquadrassem na terceira unidade de análise, a saber: errou o cálculo relacional, mas acertou o cálculo numérico. Portanto, apresentaremos apenas as unidades que apresentam dados a serem revelados.

No que tange a *Unidade de Análise 1- Acertou o cálculo relacional e o cálculo numérico*.

Para esta unidade de análise, 19 estudantes foram capazes de identificar o cálculo relacional e numérico. O protocolo apresentado na figura 1 indica que a palavra “a menos” pode ter influenciado na escolha do cálculo numérico.

Figura 1 – Protocolo 1

4) Carlos tem 64 anos e Adriana, sua neta, tem 12 anos. Quantos anos Adriana tem a menos que seu avô?

Resolução:

$$\begin{array}{r} 64 \\ - 12 \\ \hline 52 \end{array}$$

Resposta: ADRIANA TEM 52 ANOS MAIS DO QUE

Explique como você pensou:

ADRIANA TEM A MENOS ENTÃO É DE MENOS.

Fonte: dados da pesquisa

A mesma situação pode ter ocorrido no protocolo da figura 12, de acordo com o comentário registrado no item “explique como você pensou”:

Figura 2 – Protocolo 2

4) Carlos tem 64 anos e Adriana, sua neta, tem 12 anos. Quantos anos Adriana tem a menos que seu avô?

Resolução:

$$\begin{array}{r} 64 \\ - 12 \\ \hline 52 \end{array}$$

Resposta: Adriana tem 52 anos a menos que seu avô

Explique como você pensou:

eu fiz assim por que é uma conta fácil e parece bem que era de menos

Fonte: dados da pesquisa

A pergunta do problema é: “Quantos anos Adriana tem a menos...”? Apesar de terem realizado corretamente o cálculo relacional e numérico, alguns alunos preferiram responder que “Carlos tem 52 anos a mais”, como nos protocolos apresentados nas figuras 3 e 4:

Figura 3 – Protocolo 3

4) Carlos tem 64 anos e Adriana, sua neta, tem 12 anos. Quantos anos Adriana tem a menos que seu avô?

Resolução:

$$\begin{array}{r} 64 \\ - 12 \\ \hline 52 \end{array}$$

Resposta: Carlos tem 52 anos a mais que sua neta.

Explique como você pensou:
Eu pensei que se tivesse a idade dela via subtração a idade.

Fonte: dados da pesquisa

Figura 4 – Protocolo 4

4) Carlos tem 64 anos e Adriana, sua neta, tem 12 anos. Quantos anos Adriana tem a menos que seu avô?

Resolução:

$$\begin{array}{r} 64 \\ - 12 \\ \hline 52 \end{array}$$

Resposta: CARLOS TEM 52 ANOS A MAIS QUE ADRIANA

Explique como você pensou:
EU PERCEBI QUE DIMINUIR DE 64 O RESULTADO É O AVÔ TEM 52 ANOS A MAIS QUE ADRIANA

Fonte: dados da pesquisa

Em relação a Unidade de Análise 2 – Acertou o cálculo relacional, mas errou o cálculo numérico, o protocolo apresentado na figura 5 reflete o resultado de todos os alunos que fazem parte desta categoria. Observa-se a dificuldade no cálculo da subtração:

Figura 5 – Protocolo 5

4) Carlos tem 64 anos e Adriana, sua neta, tem 12 anos. Quantos anos Adriana tem a menos que seu avô?

Resolução:

$$\begin{array}{r} 64 \\ - 12 \\ \hline 52 \end{array}$$

Resposta: 55

Explique como você pensou:

EM MEMORIA 64-12=52

Fonte: dados da pesquisa

Por fim, na Unidade de Análise 4 – Errou o cálculo relacional e o cálculo numérico, o protocolo apresentado na figura 6 indica que o aluno não compreendeu a ideia de comparação. Observa-se que ele utilizou a multiplicação e no desenvolvimento do cálculo, utilizou os conceitos de adição/subtração.

Figura 6 – Protocolo 6

4) Carlos tem 64 anos e Adriana, sua neta, tem 12 anos. Quantos anos Adriana tem a menos que seu avô?

Resolução:

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times 12 \\ \hline 68 \end{array}$$

Resposta: _____

Explique como você pensou:

Fonte: dados da pesquisa

De acordo com Etcheverria (2019), este fato acontece quando o aluno faz analogias entre as operações, neste caso, foi estabelecido uma compatibilidade entre a multiplicação e a adição/subtração, evidenciando que ele ainda não domina os conceitos das operações

O problema (P2) *Havia 275 pessoas na fila do teatro. Chegaram 37 pessoas, mas 29 desistiram e foram embora. Quantas pessoas ficaram aguardando na fila do teatro* envolve a ideia de Composição de Transformação, na qual requer a busca pelo estado final. Constatamos, em nossas análises que, de todos os problemas analisados, o (P3) foi o que gerou mais erros, tendo em vista que apenas 10 estudantes foram capazes de identificar corretamente o cálculo relacional e numérico e oito estudantes não conseguiram identificar o cálculo relacional corretamente.

Observamos também que os verbos “chegaram” e “desistiram” podem ter influenciado na escolha das operações de adição e subtração, respectivamente.

Além disso, os estudantes apresentaram diferentes tipos de registros, mas dentro da técnica operatória Algoritmo Convencional, para alcançar o resultado. A tabela 3 expressa os resultados referentes ao problema P2.

Tabela 3 – Resultados do Problema P2

Unidades de Análise	Quantitativo
1 acertou o cálculo relacional e o cálculo numérico	10
2 acertou o cálculo relacional, mas errou o cálculo numérico	5
3 errou o cálculo relacional, mas acertou o cálculo numérico	1
4 errou o cálculo relacional e o cálculo numérico	7
5 Respostas em branco	2
Total	25

Fonte: Elaborado pelas pesquisadoras

Esclarecido o resultado geral do P2, passamos a exemplificar cada uma das unidades de análise para o referido problema.

Em relação a Unidade de Análise 1 - Acertou o cálculo relacional e o cálculo numérico, o protocolo do aluno ilustrado na figura 7 revela que, apesar de ter chegado na resposta correta, o aluno não “armou a conta” adequadamente.

Figura 7 – Protocolo 7

3) Havia 275 pessoas na fila do teatro. Chegaram 37 pessoas, mas 29 desistiram e foram embora. Quantas pessoas ficaram aguardando na fila do teatro?

Resolução:

$$\begin{array}{r} 275 \\ - 37 \\ \hline 238 \end{array}$$

Resposta: VAI DAR NO TOTAL 283

Explique como você pensou:
EU PENSEI QUE IADA 283

Fonte: dados da pesquisa

O protocolo ilustrado na figura 8 revela que o aluno optou por calcular a composição das transformações ($37 - 29 = 8$) e após, aplicou a transformação no valor inicial ($275 + 8 = 283$). O registro de como ele pensou reflete o esquema utilizado para alcançar o resultado:

Figura 8 – Protocolo 8

Resolução:

$\begin{array}{r} 2DU \\ \overline{37} \\ - \overline{29} \\ \hline 08 \end{array}$	$\begin{array}{r} CDU \\ 275 \\ + 08 \\ \hline 283 \end{array}$
---	---

Resposta: 283 pessoas ficaram aguardando na fila.

Explique como você pensou:
~~Eu fiz adição. Eu fiz duas contas somando mais e uma de menos porque a de menos era pra saber quantas pessoas ia ficar ainda ali eu fiz a conta de cada.~~

Fonte: dados da pesquisa

O protocolo ilustrado na figura 9, mostra que o estudante resolveu de acordo com a ordem de informações do problema: “chegaram 37 pessoas na fila”, então ele iniciou somando $275 + 37 = 312$. Como “29 desistiram e foram embora”, ele continuou a resolução indicando a subtração: $312 - 29$.

O registro no item “explique como você pensou” demonstra o esquema utilizado para alcançar o resultado:

Figura 9 – Protocolo 9

3) Havia 275 pessoas na fila do teatro. Chegaram 37 pessoas, mas 29 desistiram e foram embora. Quantas pessoas ficaram aguardando na fila do teatro?

Resolução:

$\begin{array}{r} 11 \\ 275 \\ + 37 \\ \hline 312 \\ - 29 \\ \hline 283 \end{array}$
--

Resposta: 283 pessoas ficaram

Explique como você pensou:
~~Eu pensei assim se tinha 275 pessoas na fila de teatro e vinham mais 37 pessoas as pessoas desistiram então pensei se eu fizer uma conta de mais e menos ...~~

Fonte: dados da pesquisa

No que tange a *Unidade de Análise 2 - Acertou o cálculo relacional, mas errou o cálculo numérico*, no protocolo ilustrado na figura 10 observamos que o aluno compreendeu a necessidade de utilizar as duas operações: adição e subtração, porém, não registrou o cálculo da adição. Além de indicar o valor incorreto referente ao cálculo da adição (registro de 313, sendo o correto: $275 + 37 = 312$), nota-se a dificuldade na subtração com reserva:

Figura 10 – Protocolo 10

3) Havia 275 pessoas na fila do teatro. Chegaram 37 pessoas, mas 29 desistiram e foram embora. Quantas pessoas ficaram aguardando na fila do teatro?

Resolução:

$$\begin{array}{r} 313 \\ - 29 \\ \hline 316 \end{array}$$

Resposta: _____

Explique como você pensou:

EU AGUENTEI OS 275 COM 37 DE PO
IS TIREI O RESULTADO COM 29
E FICOU 316 FIN

Fonte: dados da pesquisa

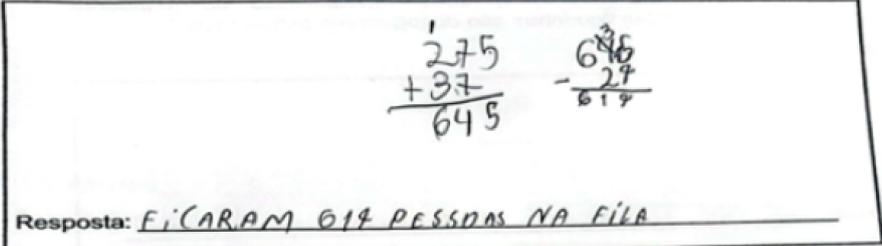
Do mesmo modo que o protocolo apresentado na figura 11, o aluno que representa o protocolo 11 conseguiu compreender o cálculo relacional. Na explicação de como “ele pensou” ele descreveu um exemplo envolvendo números menores o que pode indicar uma maior facilidade em operar com números pequenos. Além disso, identificou-se na operação de adição, o posicionamento incorreto dos números de acordo com a ordem (unidade, dezena e centena) do Sistema de Numeração Decimal. Neste sentido, Walle (2009) esclarece que no ensino de adição e subtração de números com 2 ou 3 algarismos “uma compreensão rica e flexível de números e valor posicional é muito útil” (Walle, 2009, p. 45). Nogueira e Signorini (2010) esclarecem que existe um distanciamento entre as propriedades do Sistema Decimal e a aprendizagem dos algoritmos. Mesmo os alunos que consigam calcular satisfatoriamente as operações de adição e subtração, podem não compreender a relação com o Sistema de

Numeração Decimal. Assim, esta falta de compreensão pode refletir acentuadas dificuldades na resolução de problemas.

Figura 11 – Protocolo 11

3) Havia 275 pessoas na fila do teatro. Chegaram 37 pessoas, mas 29 desistiram e foram embora. Quantas pessoas ficaram aguardando na fila do teatro?

Resolução:



Resposta: FICARAM 616 PESSOAS NA FILA

Explique como você pensou:
PENSA COMIGO 4 PESSOAS NA FILA AI VEU MAS 4
E DIMINUI 3 ENTÃO FICOU 5

Fonte: dados da pesquisa

No que tange a *Unidade de Análise 3 - Errou o cálculo relacional, mas acertou o cálculo numérico*, no protocolo ilustrado na figura 12, observamos que o aluno resolveu o problema parcialmente, executando apenas a composição da transformação: $37 + 29$.

De acordo com Magina (2008), os problemas desta natureza, podem ser chamados como misto, pois envolvem mais de um tipo de raciocínio. Além disso, a pesquisadora indica que o aluno deve resolver por partes, no entanto na representação da figura 24, observamos que o aluno não conseguiu concluir a resolução do problema, o que pode sugerir que ele não tenha tido contato com este tipo de situação, de modo que não conseguiu estabelecer as relações necessárias para chegar na solução correta:

Figura 12 – Protocolo 12

3) Havia 275 pessoas na fila do teatro. Chegaram 37 pessoas, mas 29 desistiram e foram embora. Quantas pessoas ficaram aguardando na fila do teatro?

Resolução:

$$\begin{array}{r} 375 \\ - 29 \\ \hline 8 \end{array}$$

Resposta: HAVIA 8 PESSOAS NA
FILA

Explique como você pensou:

HAVIA 275 PESSOAS NA
FILA DO TEATRO

Fonte: dados da pesquisa

No que diz respeito a Unidade de Análise 4- errou o cálculo relacional e errou o cálculo numérico, nesta categoria, sete estudantes não conseguiram obter a compreensão do problema e apontar o cálculo numérico necessário. Dentre as dificuldades identificadas, destaca-se os seguintes protocolos:

No protocolo apresentado na figura 13, observamos que o aluno não conseguiu compreender a ideia da composição de transformação. O comentário registrado no item “explique como você pensou” indica que ele tencionou calcular $275 + 37$ e $275 - 29$. Acreditamos na hipótese que ele tenha avaliado os resultados das duas operações e chegou à conclusão que o valor correto corresponde ao cálculo de adição, ignorando a subtração.

Figura 13 – Protocolo 13

3) Havia 275 pessoas na fila do teatro. Chegaram 37 pessoas, mas 29 desistiram e foram embora. Quantas pessoas ficaram aguardando na fila do teatro?

Resolução:

$$\begin{array}{r} 275 \\ + 37 \\ \hline 312 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 275 \\ - 29 \\ \hline 246 \end{array}$$

Resposta: 37 chegaram 37 pessoas na fila
teve 29 de mais na fila a 312 ficaram

Explique como você pensou:
EU PENSEI QUE COMO TINHA 275 CHEGARAM
37 FAZ QUE C DE MAIS

Fonte: dados da pesquisa.

No protocolo seguinte, representado pela figura 14, percebemos que o aluno não compreendeu o cálculo relacional e não executou o cálculo numérico adequadamente. Assim, não conseguiu alcançar o resultado esperado.

Destaca-se que 8 alunos utilizaram este mesmo tipo de representação e destes, apenas 2 alunos conseguiram alcançar o resultado esperado.

Figura 14 – Protocolo 14

3) Havia 275 pessoas na fila do teatro. Chegaram 37 pessoas, mas 29 desistiram e foram embora. Quantas pessoas ficaram aguardando na fila do teatro?

Resolução:

$$\begin{array}{r} 275 \\ - 37 \\ \hline 238 \end{array}$$

Resposta: 227

Explique como você pensou:

Fonte: dados da pesquisa

CONCLUSÕES

O objetivo principal deste artigo foi de *analisar as resoluções de estudantes de uma turma do 4º ano do Ensino Fundamental ao lidarem com problemas envolvendo significados de Comparação e Composição de Transformação a partir de uma avaliação diagnóstica*. Para atingir tal objetivo, elaboramos unidades de análise, nos quais os acertos e os erros dos protocolos de respostas, revelaram importantes informações sobre a compreensão dos estudantes nos problemas do Campo Aditivo.

A pesquisa identificou, a partir dos dados coletados, que a maioria dos estudantes tiveram resultados satisfatórios em relação ao problema envolvendo a ideia de Comparação. Todavia, em se tratando do problema envolvendo o significado de Composição de Transformação, uma parte dos estudantes não foram capazes de compreender o cálculo relacional. Neste sentido, o estudo está de acordo com a afirmação de Magina (2008) que aponta que quanto maior o grau de complexidade do problema, menor será a taxa de acerto. No entanto, as dificuldades surgiram principalmente na execução do cálculo numérico, especialmente na operação de subtração com reserva. Isso sugere que os alunos podem ter uma compreensão conceitual dos problemas, mas enfrentam obstáculos na aplicação prática dos algoritmos matemáticos.

Um aspecto que merece destaque é que todos os estudantes utilizaram como recurso para resolverem os problemas uma única técnica, o algoritmo convencional, o que sugere uma limitação no repertório de análise do cálculo relacional. Sob essa perspectiva Magina (2008) nos aponta que é necessário a propiciação aos estudantes, pelo professor, de uma diversidade de situações com variadas complexidades afim de promover a ampliação dos esquemas e das estratégias de resolução de problemas.

Dessa forma, salientamos a relevância de uma postura didática que além dos aspectos cognitivos atente-se a diversidade de situações concernentes ao campo conceitual aditivo, pontuados por Vergnaud (2009), sobre a importância de o professor utilizar diferentes situações para ampliar o repertório de estratégias dos alunos.

Como indicações para pesquisas futuras seria analisar as duas categorias apresentadas neste artigo com ampliação do acompanhamento das quatro sondagens anuais realizadas na Secretaria Municipal de Educação no quarto ano do ensino fundamental em com o recorte de

duas turmas de uma Unidade Escolar, para tentar identificar a progressão de conceitos que essas turmas obtiveram ao longo do ano letivo.

REFERÊNCIAS

GODOY, A. S. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. **RAE - Revista de Administração de Empresas**, [S. l.], v. 35, n. 2, p. 57–63, 1995. Disponível em: <https://periodicos.fgv.br/rae/article/view/38183>. Acesso em: 14 jul. 2024.

MAGINA, S.; CAMPOS, T. As estratégias dos alunos na resolução de problemas aditivos: um estudo diagnóstico. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 6, n. 1, p. 53-71, 2004.

MAGINA, Sandra; CAMPOS, Tânia; NUNES, Terezinha; GITIRANA, Verônica. **Repensando Adição e Subtração: contribuições da teoria dos Campos Conceituais**. 3ª ed. São Paulo: Ed. PROEM Ltda, 2008.

MINOTTO, Rosana; FARIA, Paulo César de. **Algoritmos Convencionais da Adição e da Subtração: Compreender para Ensinar**. 1.ed. Curitiba: Ed. Appris, 2022.

MORAES, R. Análise de conteúdo. **Revista Educação**, Porto Alegre, RS, v. 22, n. 37, p. 7-32, 1999.

NOGUEIRA, C. M. I.; SIGNORINI, M. B. Crianças, algoritmos e o sistema de numeração decimal. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 15, n. 2, p. 259-274, 2010. Disponível em: <https://ienci.if.ufrgs.br/index.php/ienci/article/view/295>. Acesso em 14 jul.2024.

NUNES, Terezinha; CAMPOS, Tânia; MAGINA, Sandra.; BRYANT, Peter. **Introdução à Educação Matemática: Números e Operações**. São Paulo: Ed. PROEM Ltda, 2001.

NUNES, Terezinha; CAMPOS, Tânia; MAGINA, Sandra; BRYANT, Peter. **Educação Matemática: números e operações numéricas**. São Paulo: Cortez, 2005.

PIRES, C. M. C. Avaliação: algumas reflexões sob a perspectiva da Educação Matemática. **Ensino da Matemática em Debate**, [S. l.], v. 1, n. 1, 2014. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emd/article/view/19858> .Acesso em: 14 jul. 2024.

PIRES, C. M. C. Avaliação: algumas reflexões sob a perspectiva da Educação Matemática. **Ensino da Matemática em Debate**, [S. l.], v. 1, n. 1, 2014. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emd/article/view/19858> .Acesso em: 14 jul. 2024.

SÃO PAULO (SP). Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. *Documento orientador para sondagem de Matemática: Ciclo de Alfabetização e Interdisciplinar – Ensino Fundamental*. São Paulo: SME / COPED, 2018. Disponível em: <https://educacao.sme.prefeitura.sp.gov.br/wpcontent/uploads/Portals/1/Files/48732.pdf>

Acesso em: 14 jul. 2024.

VERGNAUD, Gérard. A Classification of Cognitive Tasks and Operations of Thought Involved in Addition and Subtraction Problems. In. T. Carpenter; T. Romberg; J. Moser (Eds.). **Addition and Subtraction: a cognitive Perspective**. New Jersey: Lawrence Erlbaum, 1982. p. 39–59.

VERGNAUD, Gérard. Multiplicative conceptual field: what and why? In. Guershon, H. e Confrey, J. (Eds.). **The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics**. Albany: State University of New York Press, 1994. p. 41–59.

VERGNAUD, Gérard. **A Teoria dos Campos conceituais**. In: BRUN, J. **Didáctica das matemáticas**. Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 155–191.

VERGNAUD, Gérard. **A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar**. Tradução Maria Lucia Faria Moro; revisão técnica Maria Tereza Carneiro Soares. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.

HISTÓRICO

Submetido: 30 de julho de 2024.

Aprovado: 02 de dezembro de 2024.

Publicado: 13 de dezembro de 2024.