



A docência em Matemática e a Didática da Matemática Francesa

Teaching in Mathematics and French Didactics

Francisca Tuanny Aparecida de Souza Silva¹

Universidade Regional do Cariri (URCA)

Francisco Ronald Feitosa Moraes²

Universidade Regional do Cariri (URCA)

Paulo Meireles Barguil³

Universidade Federal do Ceará (UFC)

RESUMO

A Didática da Matemática no Brasil é influenciada pelas pesquisas realizadas por alguns franceses a partir da segunda metade do século XX, como Yves Chevallard, Gastón Bachelard, Gérard Vergnaud, Guy Brousseau, Raymond Duval, Michele Artigue, Régine Douady e outros. Nesse sentido, objetivamos apresentar a compreensão dessas teorias pelos estudantes do Curso de Matemática da Universidade Regional do Cariri – URCA, na sua formação inicial, e na prática de dois professores, um do Ensino Fundamental e outro do Ensino Médio, de duas escolas públicas de uma cidade do interior do Estado do Ceará. A pesquisa foi realizada através da análise fichamentos de textos produzidos pelos estudantes da disciplina de Prática de Ensino I – Didática da Matemática, referentes à influência das pesquisas francesas nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática com posterior debate entre acadêmicos e professor da disciplina, bem como pela observação e análise da ação de dois professores da Educação Básica. Constatamos que os professores pesquisados possuem em suas ações docentes características intrínsecas às teorias estudadas, embora as desconheçam devido à formação inicial fragmentada vivenciada.

Palavras-chave: Didática da Matemática Francesa; Formação de Professores; Educação Matemática.

ABSTRACT

The Didactics of Mathematics in Brazil is influenced by the research carried out by some Frenchmen from the second half of the twentieth century, such as Yves Chevallard, Gastón Bachelard, Gérard Vergnaud, Guy Brousseau, Raymond Duval, Michele Artigue, Régine Douady and others.. In this sense, we aim to present the understanding of these theories by the students of the Mathematics Course of URCA, in their initial training, and in the practice of two teachers, one from Elementary School and the other from High School, from two public schools in a city in the interior of the State of Ceará. The research was carried out through the analysis of the

¹ Licenciada em Matemática pela Universidade Regional do Cariri (URCA). Professora da Escola de Ensino Médio Francisco Miguel de Andrade (EEMFMA), Campos Sales, Ceará, Brasil. Travessa Jacob Cortez, 76, Bairro Alto Alegre, Campos Sales, CE, Brasil, CEP: 63150-000. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-7913-3900>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/6047428018439910>. E-mail: francisca.silva116@prof.ce.gov.br.

² Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Professor de Educação Matemática na Universidade Regional do Cariri (URCA), Juazeiro do Norte, Ceará, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Senador Pompeu, 52, apto 103, Centro, Crato, Ceará, Brasil, CEP: 63100-080. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-1301-1812>. Lattes: <https://lattes.cnpq.br/4273852309697106>. E-mail: ronald.moraes@urca.br.

³ Doutor em Educação pela Universidade Federal do Ceará (UFC). Professor Associado IV, Universidade Federal do Ceará (UFC), Fortaleza, Ceará, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Monsenhor Catão, 1170, apto. 400, Aldeota, Fortaleza, Ceará, Brasil, CEP: 60.1750-000. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-4155-5494>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/1394664225993528>. E-mail: paulobarguil@ufc.br.

threshing sheets of texts produced by the students of the discipline of Teaching Practice I – Didactics of Mathematics, referring to the influence of French research on the teaching and learning processes of Mathematics with subsequent debate between academics and teachers of the discipline, as well as by the observation and analysis of the action of two teachers of Basic Education. We found that the researched teachers have in their teaching actions intrinsic characteristics of the theories studied, although they are unaware of them due to the fragmented initial training experienced.

Keywords: Didactics of Mathematics; Teacher Training; Mathematics Education.

INTRODUÇÃO

A Didática da Matemática é uma área de pesquisa da Educação Matemática que começou a ser constituída a partir da segunda metade do século XX. As suas principais ideias foram desenvolvidas na França e divulgadas, posteriormente, em outros países, inclusive no Brasil, tornando-se referência indispensável para a formação de professores de Matemática.

Uma das principais características desse conjunto de teorias é a articulação de contributos teóricos e práticos, de compreensão da elaboração de conceitos matemáticos e da constituição de aspectos didáticos, relacionados ao aprender e ao ensinar Matemática.

Os pesquisadores franceses responsáveis pelo desenvolvimento e difusão destas teorias bases da Didática da Matemática francesa foram Gastón Bachelard (1996), Guy Brousseau (1983, 1996, 2008), Régine Douady (1990), Gérard Vergnaud (1990, 1996), Yves Chevallard (1991), Michele Artigue (1996), Raymond Duval (2003, 2009, 2011) e outros. No Brasil, as obras de Luís Carlos Pais (2011), Machado (2012a) e Almouloud (2014) são marcos na divulgação dos principais conceitos da Didática da Matemática Francesa.

Neste estudo, pretendemos destacar a importância das teorias da Didática da Matemática Francesa para a formação de professores mediante estudo realizado durante a disciplina Prática de Ensino I – Didática da Matemática em duas turmas do terceiro semestre do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Regional do Cariri – URCA no Campus avançado de Campos Sales, observados e analisados pela monitora da disciplina no ano de 2016.

Dando continuidade a essa proposta de formação inicial, objetivando identificar a pertinência dos conceitos da Didática da Matemática Francesa na atuação de docentes de Matemática, observamos e analisamos a atuação de dois professores dessa Ciência, um nos anos finais do Ensino Fundamental e outro no Ensino Médio, em duas escolas públicas da cidade de Campos Sales, no Estado do Ceará.

A partir de leituras, debates em sala de aula, observações e análises, constatamos as

contribuições destas teorias de origem francesa para compreender a atuação profissional do professor de Matemática, bem como para melhorá-la.

Iniciamos este artigo apresentando a compreensão discente das principais ideias elencadas durante a análise dos fichamentos produzidos a partir da leitura dos textos estudados durante a disciplina, que foram discutidos com os acadêmicos durante a disciplina Prática de Ensino I – Didática da Matemática sobre algumas das principais teorias da Didática da Matemática Francesa, a partir das ideias de pesquisadores mencionados.

Na sequência, indicamos como foram organizados os encontros para leitura e aprofundamento, mediante discussões, das teorias mencionadas, bem como a escolha do procedimento metodológico de observação de quatro aulas de dois professores de Matemática da Educação Básica, objetivando identificar na ação docente aspectos daquelas teorias.

Encerramos o artigo, analisando as anotações feitas pela monitora a partir das observações das aulas dos dois professores de Educação Básica, um dos anos finais do Ensino Fundamental e outro do Ensino Médio, ressaltando a existência implícita das teorias de Didática da Matemática Francesa nas práticas docentes desses profissionais.

A DIDÁTICA DA MATEMÁTICA FRANCESA NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

As ideias aqui abordadas referem-se às reflexões nas discussões sobre a Didática da Matemática Francesa realizadas durante a disciplina mencionada, indicando a sua importância na formação de professores enquanto saberes que devem ser incorporados pelos professores na sua atuação profissional.

Dentre os conceitos, iniciamos abordando a Transposição Didática, elaborada por Yves Chevallard (1991), que indica ser necessário adequar o saber sábio, desenvolvido por cientistas, em saber a ensinar, que consta em livros e materiais didáticos, e, posteriormente, em saber ensinado, o que é lecionado em sala de aula.

Um conteúdo do conhecimento, tendo sido designado como saber a ensinar, sofre então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a tomar lugar

entre os objetos de ensino. O trabalho que de um objeto de saber a ensinar faz um objeto de ensino é chamado de transposição didática (Chevallard, 1991, p. 39)⁴.

Na prática pedagógica, a transposição didática pode ser compreendida como um processo que auxilia o trabalho do docente, facilitando a compreensão do professor e dos estudantes, pois, muitas vezes, o conhecimento apresentado da forma como foi concebido, com ênfase na simbologia da linguagem formal da Matemática, é de difícil compreensão para os estudantes. Ou seja, o saber escolar não é a imitação do saber científico (Pais, 2011).

No ensino da Matemática, a Transposição Didática visa a transformar o saber científico em saber pedagógico, sendo necessário que o docente relacione os conteúdos matemáticos com a realidade, favorecendo que o estudante os compreenda, bem como perceba a relevância dessa Ciência no seu cotidiano. Para que essa estratégia seja bem sucedida, o docente precisa saber como os estudantes constroem os conceitos que serão por ele ensinados.

A teoria dos obstáculos epistemológicos foi descrita inicialmente por Gastón Bachelard (1996), para quem o avanço de um conhecimento para um nível de conhecimento científico sistematizado quase sempre passa por um estágio de desconstrução de ideias, gerando alguns obstáculos. Os obstáculos não são a falta de conhecimento em si, mas concepções anteriores, “cristalizadas pelo tempo”, que resistem à aceitação de novas ideias, as quais podem desestabilizá-las (Pais, 2011, p. 39).

Conforme Brousseau (1983), os obstáculos no âmbito da Didática da Matemática podem ser epistemológicos (decorrentes de lacunas conceituais do docente e/ou do discente), didáticos⁵ (quando o docente, na ânsia de acelerar a aprendizagem, ensina de modo insatisfatório), psicológicos (relacionados à afetividade do estudante ou às suas crenças a partir das suas experiências ou das pessoas com as quais convive) e ontogenéticos (quando o estudante não possui a maturidade necessária). É importante considerar que esses obstáculos não costumam acontecer de modo isolado, mas o contrário: há intensa conexão entre eles.

Os obstáculos em Matemática podem ser percebidos na criação científica porque as

⁴ Traduzido do original em francês; “Um contenu de savoir ayant été designé comme savoir à enseigner subit dès lors un ensemble de transformations adaptatives qui vont le rendre apte à prendre place parmi les *objets d’enseignement*. Le ‘travail’ qui d’un objet de savoir à enseigner fait un objet d’enseignement est appelé *la transposition didactique*”.

⁵ Serão detalhados nas próximas páginas.

provas normalmente evoluem em função das refutações levantadas pelo sujeito. Portanto, na prática pedagógica, assim como acontece na fase de criação, os obstáculos estão presentes durante a aprendizagem escolar no processo de redescoberta do conhecimento, podendo dificultar uma construção contínua. Nesse sentido, os docentes precisam conhecer os possíveis obstáculos epistemológicos, didáticos, psicológicos e ontogenéticos para a identificação dos fatores que provocam, segundo Pais (2011), a inércia e a obstrução do conhecimento.

O estudo dos Campos Conceituais, proposto por Vergnaud (1990, 1996), indica a necessidade de repensar as condições da aprendizagem conceitual, de forma que se torne mais acessível a compreensão do estudante. Nesse sentido, a Teoria dos Campos Conceituais atribui aos conceitos um significado de natureza educacional, servindo de parâmetro didático para que a educação escolar não permaneça na dimensão empírica do cotidiano ou se perca no isolamento da ciência pura.

Cabe ao docente desenvolver atividades, nas quais intervenha uma diversidade de conceitos, principalmente em Matemática, que, muitas vezes, é considerada como composta apenas de regras, fórmulas, conceitos, teoremas etc., sem necessidade real.

Buscar diferentes formas de abordagem dos conceitos matemáticos que suscitem uma aprendizagem mais relevante para a vida do estudante, aproximando-o da realidade, favorece que esse constitua sentido ao saber matemático, o que se expressa na aprendizagem.

Conforme Vergnaud (1990), um campo conceitual congrega um conjunto de situações (S), invariantes (I) e representações (R). Para que o aprendiz constitua significado a um conceito, as situações (S) precisam ser distintas e diferenciadas entre si, bem como serem referentes ao mesmo conceito. Os invariantes (I), por sua vez, são propriedades e relações, as regularidades, as semelhanças que definem um objeto, motivo pelo qual são eles que conferem significado ao conceito. As representações (R), que podem ser sociais ou individuais, são as linguagens (natural, sentença formal) e os símbolos (gráficos, diagramas) que expressam o conceito, explicitando as situações e os invariantes. Elas são os significantes do conceito (Vergnaud, 1990)

Um campo conceitual, portanto, é composto de situações as quais, para sua solução, utilizam conceitos, procedimentos, relações e operações, já dominadas, que se conectam e que servem como base para a aquisição do novo conceito, o qual, pode ser expresso através de

palavras e representações simbólicas, que trazem o seu sentido intrínseco. Uma situação é, na verdade, um conjunto de tarefas e procedimentos, que demandam que o sujeito descubra relações entre conhecimentos necessários para realizar tais tarefas e, através das conexões estabelecidas entre estes, consiga resolvê-la, construindo, no decorrer deste processo, um novo conceito (Vergnaud, 1990).

Destacamos que o ensino e a aprendizagem da Matemática são modificados quando acolhem os preceitos da Teoria dos Campos Conceituais, pois, ao refutar a fragmentação do conhecimento e enaltecer as conexões dessa Ciência com a realidade, os agentes pedagógicos abordam os conceitos numa perspectiva abrangente.

Uma Situação Didática é formada pelas múltiplas relações estabelecidas entre professor, estudantes, o saber e o *milieu*, que acontecem nos processos de ensino e de aprendizagem de um conteúdo específico. O *milieu* é um “[...] dispositivo criado por alguém que queira ensinar um conhecimento ou controlar sua aquisição.” (Brousseau, 2008, p. 22).

Tendo em vista que o conhecimento científico não é o ponto de partida da aula, mas o ponto de chegada, é essencial que o professor apresente um *milieu* – composto de um meio, material (problema, desafio, jogo, fichas, etc.) e respectivas regras de interação – que possibilite ao discente assumir o protagonismo na sua aprendizagem.

Conforme Almouloud (2014, p. 33), as situações didáticas são

[...] um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou grupo de alunos, um certo *milieu*, (contendo eventualmente instrumentos ou objetos) e um sistema educativo (o professor) para que esses alunos adquiram um saber constituído ou em constituição.

Objetivando favorecer a aprendizagem dos conceitos matemáticos, Brousseau (2008) afirma ser imprescindível, no âmbito da Teoria das Situações Didáticas, que o estudante vivencie várias etapas, de acordo com as particularidades do saber matemático a serem exploradas, as quais precisam ser organizadas pelo professor. A relação entre a diversidade de usos do saber matemático e as atividades de ensino pode ser tipificada em situações inter-relacionadas de: ação, formulação, institucionalização e validação (Pais, 2011).

A partir do planejamento docente, o estudante, em grupo, realiza procedimentos durante a resolução de problemas (ação), aplica informações para elaborar e expor estratégias mais

elaboradas (formulação), as justifica usando explicações, provas e/ou demonstrações (validação), tornando-se capaz de vincular o conteúdo discutido, agora com sentido e significado, ao saber científico (institucionalização).

O professor, no processo de devolução, convoca os estudantes a assumirem a responsabilidade pela sua aprendizagem, sendo necessária, portanto, uma mudança na configuração tradicional da sala de aula, em que o professor fala e o estudante escuta. Para que haja aprendizagem, é necessário que o estudante, ao resolver os problemas, as situações propostas pelo professor, “[...] atue, fale, reflita e evolua.” (Brousseau, 2008, p. 35).

Uma visão limitada da aprendizagem e do desenvolvimento humanos desconsidera a relevância das interações entre os estudantes na sala de aula na resolução de uma situação para que aconteça a aprendizagem.

Do momento em que o aluno aceita o problema como seu até aquele em que se produz a resposta, o professor se recusa a intervir como fornecedor dos conhecimentos que quer ver surgir. O aluno sabe que o problema foi escolhido para fazer com que ele adquira um conhecimento novo, mas precisa saber, também, que esse conhecimento é inteiramente justificado pela lógica interna da situação e que pode prescindir das razões didáticas para construí-lo. Não só pode como deve, pois não terá adquirido, de fato, esse saber até que o consiga usar fora do contexto de ensino e sem nenhuma indicação intencional. Tal situação denomina-se adidática. (Brousseau, 2008, p. 35).

É necessário diferenciar uma situação adidática (Brousseau, 1996, 2008) de uma situação não didática, em que não há planejamento para ensinar e proporcionar aprendizagem.

Brousseau (1996, 2008) declara que o *milieu* precisa ser antagônico, favorecendo, efetivamente, a aprendizagem discente. É atribuição do professor mapear o que o estudante já sabe e propor atividades que proporcionem um desequilíbrio no estudante, para que esse prossiga na sua aventura afetiva-cognoscente de equilíbrio.

A produção discente expressa a lógica, o raciocínio, que precisa ser verificado, validado, em várias situações. O erro não indica o malogro discente, mas revela o que esse já compreende e, também, o que ainda carece ser aprendido e, portanto, demanda outras situações adidáticas.

Diante do exposto, o professor que adota a Teoria das Situações Didáticas, na sua prática profissional, analisa as particularidades do conteúdo matemático e planeja visando à constituição de significado pelo estudante, mediante a sua ação – individual e coletiva – em sala de aula, cujos valores educativos e sociais são considerados.

Contrato Didático, segundo Brousseau (1996), é o conjunto das regras e das condições, algumas preestabelecidas, outras determinadas a partir da convivência no ambiente pedagógico, as quais organizam o funcionamento da educação formal: em uma sala de aula, em uma instituição escolar, em um sistema educativo.

A exposição pelo docente do conhecimento, no ensino tradicional, costuma ignorar a longa jornada de sua elaboração, o que favorece a crença de que ele já nasceu pronto. Para que aconteça a aprendizagem, é necessário, contudo, que os estudantes pensem, investiguem e elaboram hipóteses. São essas ações que, poucas vezes, os estudantes vivenciam na escola, as quais caracterizam o fazer e o aprender Matemática.

Conforme Brousseau (1983), os obstáculos didáticos decorrentes de alguma falha da ação docente, a qual impacta negativamente na aprendizagem discente, se manifestam de cinco maneiras: i) Efeito Topázio – o docente, quando constata que o estudante não domina os conceitos, antecipa a resposta ou apresenta dicas (macetes, truques, algoritmos e técnicas de memorização) para o discente responder corretamente sem o respectivo desenvolvimento cognitivo; ii) Efeito Jourdain – o docente interpreta a resposta simples discente como um saber sábio, um conhecimento sistematizado; iii) Deslize(Deslizamento) Metacognitivo – o docente, quando constata que a fragilidade conceitual discente, explica um conteúdo a partir de suas concepções; iv) Efeito da Analogia – o professor substitui o estudo de algo complexo por uma analogia entre esse conteúdo e o que estudante já sabe; e v) Efeito Dienes – o professor, em virtude de sua ampla experiência com a Ciência que leciona, substitui o conhecimento por uma crença sua sobre ele.

A ruptura do contrato didático, seja por parte do professor ou do estudante, acontecendo dentro dos limites pertinentes à atividade pedagógica, faz com que a sua percepção e a sua superação sejam imprescindíveis para a continuidade do processo educativo, requerendo a verificação das razões que levaram a ruptura e a busca de uma melhor solução para tal conflito.

As características de cada realidade escolar se manifestam em situações que influenciam a qualidade do processo educacional, seja para favorecer a aprendizagem ou para dificultá-la.

Trata-se de situações que podem acontecer em sala de aula e que se caracterizam como momentos cruciais para a continuidade do processo de aprendizagem. Entretanto sua ocorrência não deve ser entendida como um evento determinante, capaz de decidir o resultado final da ação educativa. Tais situações dizem respeito a um momento bem

localizado, cuja superação depende, tanto do professor como do aluno. Não há garantia de que, tendo ocorrido tal situação, o aluno esteja impossibilitado de aprender, pois a aprendizagem é um fenômeno não redutível a uma única dimensão. Esses efeitos resultam de vários aspectos: metodologia de ensino, obstáculos, formação do professor, nível dos alunos, dos conceitos, entre outros. (Pais, 2011, p. 89).

O professor, ao conhecer os efeitos didáticos da sua ação, mantém atenção aos possíveis erros pedagógicos cometidos na busca de resultados rápidos. As situações e os seus efeitos não podem ser compreendidos como definitivos, depois de reconhecidas, pois precisam ser superadas, pela intervenção do professor ou pela ação do próprio estudante.

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica, elaborada Duval (2003, 2009, 2011), destaca a importância de que os discentes interajam, mediante leitura e escrita, com diferentes significantes, representações para que elaborem os significados dos mesmos, os quais estão vinculados a conceitos matemáticos.

Um signo é composto de significante e significado, sendo esse constituído por cada indivíduo a partir das suas interações com distintos significantes. É por isso que, no ambiente escolar, e de modo peculiar na Educação Matemática, é imprescindível que os discentes vivenciem momentos, de escuta, fala, leitura e escrita, em que possam estabelecer relações entre os seus conhecimentos e os científicos, favorecendo, assim, a ampliação do seu entendimento sobre os variados signos com que os quais interage, fora e dentro da escola.

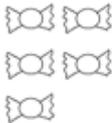
Os registros de representação semiótica, conforme Duval (2003, 2009, 2011), têm as funções de: comunicação (expressão das representações mentais), objetivação (possibilidade do uso das representações semióticas como instrumento para compreender o saber construído) e tratamento (transformação da representação interna em um registro de representação).

Um objeto, um conceito matemático pode ser representado com distintos registros: linguagem natural, concreto, simbólico (numérico ou algébrico) e figural (contínuo ou discreto). No entendimento de Duval (2003, 2009, 2011), a variedade de tipos de registros e de representações – que podem ser mentais e subjetivas, internas e semióticas – de um objeto contribui para a constituição de sentido, a compreensão dos estudantes sobre os significantes.

Uma grande consequência pedagógica dessa Teoria é a valorização de distintas representações de múltiplos de tipos de registro – língua natural (oralizada, textual e Libras),

gestual, material concreto, figural e Aritmética – para que os estudantes, mediante leitura e escrita, elaborem suas hipóteses, as verifiquem e, assim, desenvolvam os conceitos (Figura 1).

Figura 1: Tipos de registro e variadas representações do número 5

LÍNGUA NATURAL			GESTUAL	MATERIAL CONCRETO	FIGURAL	ARITMÉTICA
ORALIZADA	TEXTUAL	LIBRAS				
(a pessoa fala "cinco", "five" ...)	CINCO			 	/////	5
	cinco				V
	CINCO					
	cinco					
	FIVE					
	five					

Fonte: Fortaleza (2024, p. 31).

As transformações das representações são de dois tipos: tratamento e conversão. No tratamento, as representações são do mesmo tipo de registro (na Figura 1, por exemplo, na aritmética, de V para 5); na conversão, as representações são de tipos distintos de registro (na Figura 01, por exemplo, do textual CINCO para a figural ° ° ° ° °). Duval (2003, 2009, 2011) afirma que a escola valoriza a primeira, embora a segunda seja a que indica maior compreensão da pessoa sobre o conceito.

No caso dos procedimentos metodológicos, diversos autores – Douady (1990), Artigue (1996), Pais (2011) e Machado (2012b) – defendem, entre outros possíveis, a utilização da Engenharia Didática, entendida como uma forma de organização metodológica da pesquisa em Didática da Matemática articulada à ação pedagógica em sala de aula, contemplando tanto a dimensão teórica da pesquisa em Didática, quanto o território experimental da prática educativa.

Pais (2011, p. 104) indica que o vínculo da Engenharia Didática com a dimensão teórica e com a experiência decorre do pressuposto de que “[...] toda racionalização deve ser submetida a uma verificação experimental e, analogicamente, deve ser submetida a uma análise racional”.

A Engenharia Didática é uma alternativa que amplia as condições de influência dos saberes acadêmicos na realidade do sistema de ensino, pois é uma técnica que articula as

melhores condições de fluxos entre as fontes que influenciam o objeto de ensino.

Artigue (1996) caracteriza a Engenharia Didática como um esquema experimental sobre a concepção, realização, observação e análise de sequências de ensino. Ela define quatro fases para o desenvolvimento do processo experimental: i) análises preliminares (identificação do panorama atual do ensino e das dificuldades e obstáculos dos estudantes); ii) concepção e análise *a priori* das situações didáticas (seleção dos objetivos da sua ação: variáveis de comando); iii) experimentação (aplicação em sala do que organizou); e iv) análise *a posteriori* e validação (confrontação dos objetivos com os resultados), as quais não serão detalhadas aqui, pois poderão ser aprofundadas a partir da bibliografia indicada.

Conforme Douady (1990), a Engenharia Didática se estrutura como uma sequência de aulas planejadas e articuladas de forma coerente pelo professor para realizar um projeto de aprendizagem dos estudantes, no decurso do qual as atitudes destes em relação às escolhas e decisões daquele favorecem a evolução de tal proposta.

Assim, a noção de Engenharia Didática foi se constituindo com uma dupla função, entendida tanto como um produto resultante de uma análise *a priori*, caso da metodologia de pesquisa, quanto como uma produção para o ensino (Machado, 2012b).

Tais teorias são fundamentos necessários à formação e atuação docente em Matemática, possibilitando ao professor analisar e compreender, a partir da realidade discente, o que e como devem ser planejadas, desenvolvidas e avaliadas suas práticas de ensino de Matemática, levando-o a identificar suas escolhas de atuação, favorecendo um processo de resignificação das mesmas.

METODOLOGIA

Esta investigação constitui-se como uma pesquisa de campo, descritiva e exploratória de abordagem qualitativa (Bogdan; Biklen, 1994), em que o ambiente natural e os significados do fenômeno em análise, que surgem enquanto o processo se desenvolve, são as fontes diretas de coleta de dados.

Durante o ano de 2016, em duas turmas de terceiro período do Curso de Matemática da URCA em Campos Sales, uma em cada semestre (2016.1 e 2016.2), realizamos debates

referentes às principais teorias da Didática da Matemática Francesa, a partir da produção de fichamentos dos textos da disciplina de Didática da Matemática.

Organizamos a disciplina em quatro etapas, cada uma com quatro encontros. O primeiro momento, composto por um encontro de definição de Didática da Matemática a partir de uma dinâmica, quando foi solicitado aos estudantes que indicassem, pela escrita, suas compreensões sobre Didática e sobre Matemática, separadamente, para posterior análise e síntese das ideias. Nos encontros seguintes da primeira e segunda etapas da disciplina, estudamos as atuais tendências metodológicas de Educação Matemática, o que não será aprofundado nesse texto.

A partir da terceira etapa da disciplina, cada turma foi dividida em grupos de até quatro componentes para produzir o fichamento e apresentá-lo na sala de aula, em uma dinâmica estruturada pela comparação posterior, em debate, das respostas elaboradas pelas equipes para os mesmos questionamentos, sobre as teorias da Didática da Matemática Francesa indicadas. Após cada encontro da disciplina, a monitora anotou e estruturou as ideias centrais dos debates.

Para a coleta dos dados, a monitora da disciplina e primeira autora desse texto visitou uma escola de Ensino Fundamental e outra de Ensino Médio para observar quatro aulas de um professor de Matemática de cada escola, com o intuito de identificar aspectos relevantes da Didática da Matemática Francesa na prática docente escolar, como planejamento, relação professor-estudante, transposição didática (Chevallard, 1991), obstáculos epistemológicos (Bachelard, 1996), campos conceituais (Vergnaud, 1983), situações didáticas, efeitos e contrato didático (Brousseau, 1996) envolvendo as ações dos professores ao explicarem e/ou responderem sobre as dúvidas dos estudantes, as escolhas metodológicas e a avaliação, anotando-os em um diário de campo para posterior descrição e análise, considerando as ideias discutidas a respeito da influência da Didática da Matemática Francesa.

Na Escola de Ensino Infantil e Fundamental Dr. Cloves Lopes dos Reis, a turma observada foi de 6º ano, composta por onze estudantes, tendo a professora Alfa como regente. Nessa turma, foram observadas quatro aulas, de 45 minutos cada, ministradas no mesmo dia, sendo duas antes do intervalo e duas depois. Os conceitos matemáticos abordados em sala foram referentes a polígonos e circunferência, com explicação da professora sobre o conteúdo, aplicação de um exercício e sua correção.

Na Escola de Ensino Médio de Campos Sales, observamos a atuação do professor Beta em duas turmas de 2º ano do Ensino Médio, sendo a primeira e segunda aulas, com duração de 50 minutos cada, ministradas antes do intervalo, na turma I, a terceira aula na turma II e a quarta aula novamente na turma I. A turma I, na qual foram observadas três aulas, era composta por vinte e cinco estudantes. O conteúdo abordado em sala foi arranjo simples e combinação simples, com explicação e apresentação de exemplos, e posterior aplicação de exercícios com a correção dos mesmos.

ANÁLISES E RESULTADOS

Na escola de Ensino Fundamental, a professora Alfa iniciou a primeira aula falando sobre circunferência, utilizando exemplos que se aproximam do cotidiano dos estudantes, como o formato circular de um depósito de água, construídos na dependência da escola, onde era possível calcular o diâmetro e o raio do mesmo, assim como o desenho plano de uma bola de futebol.

Durante a aula, Alfa perguntou quanto vale o diâmetro de uma circunferência e a estudante A respondeu: “É duas vezes o raio!”. A partir disso, ela fez outra pergunta, “E o que é o raio da circunferência?”, tendo como resposta do estudante B, “É quanto mede do ponto central da circunferência até a borda”.

Contextualizar os conceitos matemáticos durante a exposição e as atividades práticas em sala de aula é imprescindível para que “[...] o saber escolar se constitua a partir do conhecimento do aluno. Caso contrário, estabelece-se um verdadeiro conflito entre o saber escolar e a realidade do aluno.” (Pais, 2012, p. 44), gerando inquietações e falta de compreensão do significado da Matemática, configurando em obstáculos epistemológicos e didáticos.

Além disso, entendemos, conforme Pais (2012, p. 43, *itálico no original*), que “[...] a construção das ideias matemáticas não se faz por simples acréscimos ou reformulação do conhecimento popular. Na maioria das vezes ocorre uma verdadeira *ruptura com o conhecimento empírico*”. Nesse sentido,

[...] há duas posições pedagógicas igualmente radicais: uma consiste na tentativa de reduzir o saber escolar a um tipo de conhecimento desprovido de valor educativo para a matemática; a outra busca isolar o ensino nos limites internos da sua própria dimensão científica, totalmente isolado da realidade do aluno (Pais, 2012, p. 43).

O desafio didático, portanto, é superar essas posições extremas, promovendo uma interação do saber escolar com o conhecimento popular para favorecer a constituição de significado às ações educacionais realizadas no ambiente acadêmico.

No momento em que procedeu a correção do exercício, Alfa percebeu que alguns discentes não tinham respondido corretamente as atividades e questionou quais eram suas dúvidas para, na sequência, tentar esclarecê-las de modo que todos pudessem escutá-la, deixando claro o envolvimento dos estudantes nas ações propostas por Alfa. Embora alguns estudantes não tenham acertado as respostas dos exercícios, a maioria deles demonstrou conhecer as propriedades de diâmetro e raio da circunferência, conforme foram apresentados pela professora.

Após o intervalo, iniciando a terceira aula, houve uma repetição de ações e atividades para o estudo dos polígonos, conteúdo já ensinado por Alfa, envolvendo a aplicação de exercício sobre o tema, escrito no quadro pela professora. Durante a transcrição das questões, do quadro para o caderno, antes mesmo de realizarem a leitura e compreensão dos enunciados das questões, os estudantes começaram a respondê-las, solicitando a verificação da atividade pela professora, com o intuito de satisfazer sua necessidade imediatista de acertar as respostas, como um reflexo do contrato didático (Brousseau, 1996), influenciados, pela ação constante da professora, talvez inconsciente, de reforçar a necessidade dos acertos. O erro mais frequente cometido pelos estudantes foi a não identificação dos polígonos triangulares, pentagonais e losangulares.

Almouloud (2014) indica que existem três tipos principais de concepções sobre erros que estão intimamente ligados à concepção de aprendizagem do professor e precisam ser levados em consideração nos processos de ensino e de aprendizagem dos conceitos matemáticos: i) “cabeça-vazia”, quando o estudante ainda não construiu conhecimento suficiente para realizar determinada tarefa solicitada pelo professor; ii) “massa mole”, quando o professor evita mostrar o erro para que não seja gravado no espírito do estudante, preferindo ensiná-lo da ‘maneira certa’; e iii) “pequenos passos”, um dos passos necessários para a progressão da construção dos conceitos pelos discentes não foi pensado pelo professor e, portanto, a concretização da tarefa ainda não está acessível ao estudante.

Compreendemos que, nesse momento, a professora possui uma concepção de “massa mole” referente aos erros dos estudantes, pois costuma corrigir rapidamente os exercícios e mostrá-los como devem proceder da maneira correta na utilização dos passos formalizados.

Isso parece ocorrer devido à professora não identificar o obstáculo didático criado, (in)conscientemente, por ela ao propor sequências didáticas incompletas conceitualmente, levando os estudantes a cometerem erros identificados como “pequenos passos”, quando os estudantes não conhecem totalmente o tema para responder o que foi solicitado nos exercícios. Ou ainda, ocasionando o Efeito Topázio, quando, ao deparar-se com uma dificuldade do estudante, o professor o auxilia a superar aquela, fazendo o que deveria ser feito pelo discente, visando à resposta final e não ao saber que deveria ser desenvolvido por ele para chegar a esta (Almouloud, 2014).

Os estudantes não conseguiram interpretar os enunciados e organizar uma sequência de passos para resolução dos problemas propostos, bem como a professora não percebeu, durante a correção, a necessidade de observar e atuar diretamente nos erros dos estudantes. Ela poderia, por exemplo, ter iniciado pela compreensão do problema, instigado os estudantes a tentarem relacionar o que lhes foi apresentado a conteúdos que já conheciam, investigando quais operações precisariam ser feitas e como proceder para chegar ao resultado.

No decorrer da resolução da atividade, já na quarta aula, a interação entre a professora e os estudantes e dos estudantes entre si era expressiva. Sendo importante destacar que, ao contrário da correção do primeiro momento da aula, as dúvidas foram tiradas individualmente pela professora enquanto circulava pela sala de aula.

Grande parte das dificuldades dos alunos é causada pelos efeitos do contrato didático mal colocado ou mal entendido. [...] Desejando que seus alunos obtenham bons resultados, o professor tende a facilitar a tarefa de variadas maneiras, como, por exemplo, fornecendo-lhes abundantes explicações, ensinando pequenos truques, algoritmos e técnicas de memorização ou mesmo indicando-lhes pequenos passos nos problemas. Às vezes, o tiro pode sair pela culatra, pois, ao contrário do que o professor pretende, as explicações excessivas podem realmente impedir a compreensão. (Silva, 2012, p. 63-64).

Neste momento, alguns estudantes, que tinham respondido o exercício, começaram a falar as respostas para seus colegas. Ao perceber o que estava acontecendo, a professora pediu para que os discentes se conscientizassem e não fizessem isso. Quando todos terminaram de

responder, assim como no início da aula e antes da correção, a professora fez uma breve revisão do conteúdo abordado no exercício, quando mais uma vez os estudantes demonstraram ter compreendido o assunto.

Na observação que realizamos do professor Beta nas duas turmas do 2º ano do Ensino Médio, ao iniciar as duas primeiras aulas na turma I, Beta apresentou as fórmulas de Arranjo e Combinação simples, questionando se elas eram de fácil memorização, obtendo resposta positiva dos discentes. Continuou a explicação, dizendo que existe outra forma, que é mais simples e rápida, de se chegar ao resultado, indicando apressadamente o que ele próprio acredita ser a maneira pela qual todos os estudantes irão, com certeza, aprender estes conteúdos matemáticos:

A primeira forma é pelas fórmulas gerais de arranjo $[A n, p = \frac{n!}{(n-p)!}]$ e Combinação $[C n, p = \frac{n!}{p!(n-p)!}]$. Já a outra, segue direto para a segunda etapa do cálculo, o que leva a uma simplificação da fórmula, apenas utilizando os valores do número de elementos (n) e de quanto em quanto serão agrupados (p). Essa forma mais prática e objetiva para a resolução do problema facilita uma melhor absorção e aprendizado da Matemática. (Professor Beta).

Depois de serem expostas as fórmulas, o professor apresentou alguns exemplos envolvendo a participação dos discentes como personagens das questões propostas, para explicar a diferença entre arranjo e combinação, demonstrando que as duas formas de calcular permitiam chegar ao mesmo resultado em cada exercício.

Exemplo 1: Aluno C comprou 3 calças e 4 camisas para usar nos dias de festa do município, de quantas maneiras diferentes ele pode combinar as peças?
Exemplo 2: De quantas maneiras diferentes Aluno D, Aluno E, Aluno F e Aluno G podem ocupar as 4 cadeiras da fileira da frente da sala de aula?

Corroboramos com Freitas (2012, p. 88), quando declara que “[...] no processo de ensino e aprendizagem deve haver condições para que o aluno realize, ele mesmo, suas aproximações sobre determinados procedimentos e raciocínios que não são e nem deveriam ser explicitados pelo professor.”.

No entanto, rejeitamos a ideia de que o conhecimento possa ser transmitido ou repassado como se fosse um objeto. Acreditamos que o professor pode e precisa utilizar situações

didáticas diversas na perspectiva da aprendizagem, como a situação de ação, em que o estudante, de maneira mais experimental e intuitiva, realiza procedimentos para a sua resolução, ou como a situação de formulação, quando o discente recorre a uma abordagem mais teórica para a sua resolução e tenta explicá-la valendo-se de conhecimentos elaborados (Pais, 2011).

Após a apresentação de alguns exemplos, a maioria dos estudantes demonstrou compreender o que foi explicado. Na sequência, ainda antes do intervalo, Beta encaminhou a resolução de alguns exercícios, que foram retomados na quarta aula e, quando surgia alguma dúvida, o docente direcionava atenção individualizada para ouvir o questionamento e responder para toda a turma, lembrando e enfatizando os esquemas de raciocínio explicados durante a exposição do conteúdo.

Esta conduta de insistir em ensinar a fórmula e sua redução é um claro exemplo do obstáculo didático Deslize Metacognitivo, que acontece quando o professor foca em determinada técnica para resolução de um problema e a torna o objeto central de estudo, deixando de fora o verdadeiro conhecimento (Almouloud, 2014). O professor Beta, assim como a professora Alfa, também facilitou, por vezes, a resolução de questões para os discentes, caracterizando o Efeito Topázio em sua sala de aula.

A terceira aula aconteceu na turma II. Por dispor do tempo de apenas uma aula – cinquenta minutos – o professor Beta apenas iniciou a apresentação do conteúdo estudado na primeira turma, tendo feito de forma semelhante: expondo as fórmulas de arranjo e combinação simples no quadro.

Posteriormente, ele mostrou a maneira que acreditava ser a mais rápida de se chegar ao resultado e diferenciando os conceitos das mesmas através de exemplos que incluíam os estudantes como personagens. O professor encerrou a aula deixando alguns exercícios para serem respondidos em casa e corrigidos na próxima aula.

Ubiratan D’Ambrosio ressalta que há um grande desafio para a educação atual, o de realizar práticas no presente que servirão para a vida no futuro, pois

Pôr em prática significa levar pressupostos teóricos, isto é, um saber/fazer acumulado ao longo de tempos passados, ao presente. Os efeitos das práticas de hoje vão se manifestar no futuro. Se essa prática for correta ou equivocada só será notado após o processo e servirá como subsídio para uma reflexão sobre os pressupostos teóricos que ajudarão a rever, reformular, aprimorar o saber/fazer que orienta nossa prática. (D’Ambrosio, 2014, p. 74).

Nesse sentido, é importante que os professores busquem diversificar suas ações de acordo com as necessidades de cada turma, propondo experiências que suscitem a participação dos estudantes em processos de construção dos conhecimentos matemáticos.

D'Ambrosio (2014) propõe a distribuição do tempo de uma aula de 50 (cinquenta) minutos em 5 (cinco) momentos: i) Apresentação/introdução do expositor e utilização das aulas seguintes para comentar relatórios da aula anterior por cerca de cinco minutos (10 % do tempo); ii) Exposição do professor, com recursos escolhidos por ele, durante 25 minutos (50% do tempo); iii) Diálogo para socializar observações e reflexões em pequenos grupos por cinco minutos (10% do tempo); iv) Questões ao expositor em uma sessão clássica de perguntas e respostas, por dez minutos (20% do tempo); e v) Exposição final para fechamento do tema por cinco minutos (10% do tempo).

Analisando as aulas dos professores Alfa e Beta à luz da proposição acima, constatamos que ambos não contemplaram, nas suas aulas, o momento iii), ou seja, o diálogo com os discentes. O professor Beta também não realizou a exposição final para fechamento do tema. Tendo em vista esses resultados, endossamos D'Ambrosio (2014), quando afirma que, embora essa orientação possa parecer trivial, ela é muito importante para o desenrolar das atividades, pois considera o engajamento dos estudantes nas proposições do professor em sala de aula.

Acerca da relação professor-estudante, percebemos a existência de atitudes de respeito mútuo, com os estudantes dando atenção para as propostas feitas pelo professor, mediante um contrato didático definido para as aulas por Beta, mesmo que, em alguns momentos, uma minoria dos estudantes rompesse com o contrato, ao conversarem sobre temas diversos daquele proposto na aula.

No que se refere à atuação em sala dos professores Alfa e Beta, ela aconteceu mediante ações de cunho formal e objetivista, não contemplando as etapas da situação didática: ação, formulação, validação e institucionalização. Conforme exposto, a ausência da situação didática não possibilita ao estudante, individual e coletivamente, realizar procedimentos, apresentá-los e justificá-los, o que interfere na sua aprendizagem.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Entendemos que conhecer as teorias da Didática da Matemática Francesa auxilia o docente a ter um olhar diferente sobre a sua prática e a buscar novas estratégias de ação que visem a tornar o exercício profissional mais eficiente e eficaz.

A observação das ações do professor em sala de aula possibilitou enxergar na prática os conceitos estudados que estão na atividade docente, considerando que os docentes desconhecem os contributos da Didática da Matemática Francesa, entendemos que o ensino praticado por eles não se caracteriza como transposição didática. que requer um aporte adequado para se configurar como tal.

Verificamos, contudo, a ocorrência de obstáculos epistemológicos e didáticos, principalmente o Efeito Topázio e o Deslize Metacognitivo, que aconteceram nas situações analisadas. Mesmo que os professores observados não tenham ciência dos conceitos de cada fenômeno ou procedimento, estes se apresentam nas suas práticas de ensino.

Acreditamos que esse desconhecimento ocorre em consequência da formação fragmentada e deficiente vivenciada por eles. Em virtude do impacto positivo dos conceitos da Didática da Matemática Francesa na prática pedagógica, eles precisam ter mais destaque durante a formação inicial e continuada dos docentes de Matemática.

Nesse sentido, é necessário incentivar a pesquisa e a produção científica relacionadas à Didática da Matemática Francesa, não somente no ambiente acadêmico, mas no ambiente profissional, de modo especial nas reuniões de planejamento e nos encontros pedagógicos, para que os docentes reflitam sobre a sua prática e os desafios, os obstáculos vivenciados no cotidiano da sala de aula e possam, assim, ensinar melhor e favorecer, ainda mais, a aprendizagem discente.

REFERÊNCIAS

ALMOULOU, Saddo Ag. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: UFPR, 2014.

ARTIGUE, Michele. Engenharia Didática. *In*: BRUN, Jean (org.). **Didáticas das Matemáticas**. Tradução Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 193-217.

BACHELARD, Gaston. **A formação do espírito científico**: contribuição para uma psicanálise do conhecimento. Tradução Esteia dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BOGDAN, Robert Charles; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação qualitativa em educação** – uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BROUSSEAU, Guy. Les obstacles épistemologiques et les problèmes en mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 4, n. 12, p. 165-198, 1983.

BROUSSEAU, Guy. Fundamentos e Métodos da Didática da Matemática. *In*: BRUN, J. (org.). **Didática das Matemáticas**. Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 35-113.

BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

CHEVALLARD, Yves. **La Transposition Didactique**. Paris: La Pensée sauvage, 1991.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática**: da teoria à prática. 23. ed. 2. reimp. Campinas: Papyrus, 2014. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

DOUADY, Régine A. Universidade e a Didática da Matemática: os IREM na França. **Caderno da RPM**, v. 1, n. 1, 1990.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. *In*: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em Matemática**: registros de representação semiótica. Campinas: Papyrus, 2003. p. 11-33.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano**: registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Tradução Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar a matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. Tradução de Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

FORTALEZA. **Documento Curricular Referencial de Fortaleza**: incluir, educar e transformar – Matemática (volume 4). Rio de Janeiro: Fundação Getúlio Vargas, 2024.

FREITAS, José Luiz Magalhães de. Teoria das Situações Didáticas. *In*: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Educação Matemática**: uma (nova) introdução. 3. ed. São Paulo: Editora da PUC, 2012. p. 77-111.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Educação Matemática**: uma (nova) introdução. 3. ed. São Paulo: Editora da PUC, 2012a.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara. Engenharia Didática. *In*: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Educação Matemática**: uma (nova) introdução. 3. ed. São Paulo: Editora da PUC, 2012b. p. 233-247.

PAIS, Luis Carlos. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

PAIS, Luis Carlos. Transposição Didática. *In*: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Educação Matemática**: uma (nova) introdução. 3. ed. São Paulo: Editora da PUC, 2012. p. 11-48.

SILVA, Benedito A. da. Contrato Didático. *In*: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Educação Matemática**: uma (nova) introdução. 3. ed. São Paulo: Editora da PUC, 2012. p. 49-75.

VERGNAUD, Gérard. La théorie des champs conceptuels. **Récherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 10, n. 23, p. 133-170, 1990.

VERGNAUD, Gérard. A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos. **Revista do GEEMPA**, Porto Alegre, v. 1, n. 4, p. 233-247, 1996.

HISTÓRICO

Submetido: 29 de julho de 2024.

Aprovado: 15 de outubro de 2024.

Publicado: 13 de dezembro de 2024.