



Mapeamento de pesquisas sobre o Teorema de Pick em contextos da Educação Básica no período de 2014 a 2021

Mapping research on Pick's Theorem in Basic Education contexts from 2014 to 2021

Saulo Macedo de Oliveira¹
Universidade Estadual de Montes Claros

Jeysse Jacyara Oliveira Borges²
Universidade Estadual de Montes Claros

Rieuse Lopes³
Universidade Estadual de Montes Claros

RESUMO

Este artigo tem por objetivo apresentar um mapeamento das produções científicas sobre o Teorema de Pick em contextos da Educação Básica. Para tal, fez-se uma pesquisa do tipo mapeamento, e para sua estruturação, optou-se por analisar os trabalhos disponíveis na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações, atentando as pesquisas defendidas no período de 2014 a 2021 e usando os descritores “Teorema de Pick” e “Fórmula de Pick”. Para a análise dos dados, empregamos a Análise de Conteúdo, a qual nos ensinou salientar seis Categorias de Análise. Os resultados apresentam que os estudantes da Educação Básica tiveram maior curiosidade e atuação nas aulas, em razão das atividades diferenciadas, os trabalhos também mostram que a abordagem de forma teórica e prática do Teorema de Pick, por meio da utilização dos métodos propostos, contribuiu para uma melhor aprendizagem dos alunos. Destacamos a infirmitude em pesquisas concernentes ao escopo deste estudo e também evidenciamos a necessidade de novas pesquisas envolvendo a referida temática. Esperamos que este trabalho possa contribuir para a compreensão e o debate sobre o Teorema de Pick em seus diferentes níveis de ensino, e representar um aporte para outros educadores matemáticos e principalmente para os professores que atuam nas licenciaturas em matemática no Brasil, bem como subsidiar outros trabalhos e motivar outros pesquisadores.

Palavras-chave: Análise de Conteúdo; Educação Básica; Fórmula de Pick; Mapeamento de Pesquisas; Teorema de Pick.

ABSTRACT

This article aims to present a mapping of scientific productions on Pick's Theorem in Basic Education contexts. To this end, a mapping-type research was carried out, and for its structuring, we chose to analyze the works

¹ Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Montes Claros (UNIMONTES), Montes Claros, Minas Gerais, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Mário Almeida Furtado, 77, Jardim Alvorada, Montes Claros, Minas Gerais, Brasil, CEP: 39402-673. ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0002-8183-149X>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/3110715527396686>. E-mail: saalomacedo308@gmail.com.

² Licencianda em Matemática da Universidade Estadual de Montes Claros (UNIMONTES), Montes Claros, Minas Gerais, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Paraná, 666, Cintra, Montes Claros, Minas Gerais, Brasil, CEP: 39400-384. ORCID iD: <https://orcid.org/0009-0005-4416-0406>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/6007042136607789>. E-mail: jeysseoliveira99@gmail.com.

³ Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). Professora do Departamento de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Montes Claros (UNIMONTES), Montes Claros, Minas Gerais, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Gipsita, 180, Monte Carmelo, Montes Claros, Minas Gerais, Brasil, CEP: 39402-058. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0003-2342-3084>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/4770299668835899>. E-mail: rieuse.lobes@unimontes.br.

available in the Brazilian Digital Library of Theses and Dissertations, paying attention to research defended in the period from 2014 to 2021 and using the descriptors "Pick's Theorem" and "Pick's Formula". To analyze the data, we used Content Analysis, which allowed us to highlight six Categories of Analysis. The results show that primary school students were more curious and more active in the classes, due to the differentiated activities. The work also shows that the theoretical and practical approach to Pick's Theorem, through the use of the proposed methods, contributed to better student learning. We would like to highlight the lack of research into the scope of this study and the need for further research into this subject. We hope that this work can contribute to the understanding and debate on Pick's Theorem at its different levels of teaching, and represent a contribution to other mathematics educators and especially to teachers working in mathematics degrees in Brazil, as well as subsidizing other work and motivating other researchers.

Keywords: Content Analysis; Basic Education; Pick's Formula; Research Mapping; Pick's Theorem.

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Consoante Cousin (2013), o Teorema de Pick é pouco abordado na Educação Básica, todavia, seu emprego na análise de áreas agregado à análise de mapas, pode tornar o aprendizado de Matemática e de Geografia mais relevantes. O Teorema de Pick foi divulgado pelo matemático austríaco Georg Alexander Pick em 1899. A publicação do mesmo, num periódico tcheco, foi empreendida por H. Steinhaus em seu livro *Mathematical Snapshots* (LIMA, 2012).

O Teorema de Pick possibilita calcular a medida das áreas de polígonos simples inclusos em uma malha reticulada, por meio da contagem dos vértices sobre os pontos das interseções das retas da malha. A medida da área “é dada pela soma dos I pontos desta malha que estão no interior deste polígono com a metade dos B pontos que estão sobre os seus lados, inclusive os vértices, menos 1” (SOUZA, 2013, p. 11).

O presente artigo tem como principal objetivo apresentar um mapeamento de produções científicas de dissertações e teses no período de 2014 a 2021 sobre como o Teorema de Pick pode ser abordado de maneira teórica e/ou prática nos diferentes níveis escolares da Educação Básica. Justifica-se este trabalho pois o Teorema de Pick é pouco abordado no ensino médio, então através deste artigo esperamos que possamos compreender a aplicação do Teorema de Pick em diferentes contextos. Sendo assim, o Teorema de Pick em contexto da Educação Básica se caracteriza como nosso objeto de estudo.

Para alcançar este escopo, pretendemos levantar os aspectos indicadores das dissertações e teses quanto a: ano de defesa, titulação acadêmica, instituição, programa, classificação geográfica e pensar sobre as contribuições de trabalhos que vinculam o Teorema de Pick à sua abordagem na Educação Básica.

O Teorema de Pick é pouquíssimo utilizado na Educação Básica, sendo assim, o

presente artigo almeja responder as perguntas científicas como: há trabalhos na área que utilizam este teorema na Educação Básica? Se houver, há propostas de atividades ou até recursos digitais que permitem a sua utilização em sala de aula?

Destarte, no presente artigo, compomo-nos uma pesquisa de abordagem qualitativa do tipo mapeamento, que visa averiguar as principais tendências das pesquisas defendidas em território nacional e publicadas na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD).

Consideramos que por contemplar um recorte temporal, de 2014 a 2021, este artigo proporcionará informações aperfeiçoadas que venham produzir novos conhecimentos. O ano 2014 como início da nossa pesquisa, foi escolhido pois teve a primeira publicação na BDTD versando com o objeto de estudo deste artigo. Acreditamos que estruturar o que já foi pesquisado e publicado sobre o tema versado com esta pesquisa, nos permitirá reconhecer as possíveis tendências, bem como o seu desenvolvimento histórico na produção acadêmica, as instituições com mais pesquisas nessa área de estudo, a distribuição geográfica da sua produção, os níveis de ensino e etapas escolares trabalhadas nos estudos analisados.

Então, o artigo está estruturado da seguinte maneira: na segunda seção será tratada a metodologia que constitui este trabalho, trazendo autores que investigam sobre a pesquisa bibliográfica, mapeamento e Análise de Conteúdo; na terceira, trataremos do *corpus* investigativo para este mapeamento; apresentamos na quarta seção as análises e discussão dos dados obtidos, e, finalmente na última seção, as considerações finais.

METODOLOGIA

Este estudo se enquadra na abordagem qualitativa de natureza revisão bibliográfica do tipo mapeamento, um método já consolidado no campo da educação. Concerne-se de um levantamento em bancos de dados de produções acadêmicas em algum determinado recorte de tempo. Em concordância com Fontes e Rodrigues (2023, p. 365) as pesquisas do tipo mapeamento são pesquisas bibliográficas que compõem de “ferramentas valiosas que oferecem tanto um diagnóstico quanto um panorama para compreender lacunas, consensos, e tendências de uma área de pesquisa”. Tais pesquisas empregam alguns princípios metodológicos de aspecto inventariante, mas privilegiam a óptica descritiva da produção acadêmica.

De acordo com Ferreira (2002, p. 259), uma vantagem de usar esse método estaria “no

desafio de conhecer o já constituído e produzido para depois buscar o que ainda não foi feito”, mas também de difundir o saber que se avulta cada vez mais apressadamente nas universidades, banco de dados e catálogos.

No tocante aos procedimentos metodológicos de coleta de dados para a nossa pesquisa, referenciamos a elucidação dos autores Fiorentini e Lorenzato (2006) para os trabalhos de cunho bibliográfico

[...] é a modalidade de estudo que se propõe a realizar análises históricas e/ou revisão de estudos ou processos tendo como material de análise documentos escritos e/ou produções culturais garimpados a partir de arquivos e acervos. Essa modalidade de estudo compreende tanto os estudos tipicamente teóricos ou estudos analítico-descritivos de documentos ou produções culturais, quanto os do tipo ‘pesquisa do estado da arte’, sobretudo quando procura inventariar, sistematizar e avaliar a produção científica numa determinada área (ou tema) de conhecimento. (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 70-71)

Então, segundo os autores e em concordância à Gil (2008), as pesquisas de cunho bibliográfico são um tipo de estudo regularmente necessário em qualquer trabalho. De acordo com o autor, entender a produção bibliográfica que já foi publicada sobre o tema de estudo, pode propiciar ao pesquisador um acervo de fundamentos superiores, se comparado com uma pesquisa feita pontualmente com o assunto referenciado.

No que se concerne à modalidade de pesquisa, buscamos nos enquadrar em um mapeamento, pois, procuramos depreender o conhecimento produzido e disposto pelas pesquisas defendidas em programas de pós graduação no Brasil sobre o tema e o período abordado neste artigo.

Consoante Batista, Crisostomo e Macêdo (2022) as pesquisas deste tipo constituem-se por três etapas: busca bibliográfica do assunto realizado em bases de dados, utilizando palavras-chave que compõem o objetivo do trabalho e que são inseridas nos filtros de busca, considerando um determinado espaço temporal. É possível também esmerar as buscas selecionando outros elementos como o tipo de produção, área de conhecimento, instituição, dentre outros. Após essas buscas, é executada uma estruturação e metodização de dados obtidos e, subsequentemente, uma investigação e altercação gerada para uma vinculação juntamente com os objetivos tencionados pela obra.

Como mecanismos de coletas de dados, incorporamos os procedimentos metodológicos

pautados por Romanowski e Ens (2006), como mencionado nas etapas a seguir.

1ª etapa: levantamento dos resumos de trabalhos abrangendo o recorte temporal de 2014 a 2021, das pesquisas da BDTD. Inicialmente, utilizando a palavra-chave “Teorema de Pick” no buscador da base, foram encontradas 13 pesquisas, nas quais após filtrarmos por meio dos títulos e resumos, 9 versavam com o nosso foco de pesquisa. Usando a palavra-chave “Fórmula de Pick” no buscador da BDTD, foram encontradas 7 pesquisas, em que 4 delas aludiam com o nosso objetivo de estudo. O título como critério de filtro, é justificado conforme destaca Ferreira (2002, p. 261), visto que, “normalmente, eles anunciam a informação principal do trabalho ou indicam elementos que caracterizam o seu conteúdo”;

2ª etapa: categorização dos trabalhos selecionados com a descrição do título e nome do autor(a), titulação acadêmica, instituição, programa, ano de defesa, resumo, palavras-chave, bem como os objetivos, sujeitos e contextos pesquisados, principais resultados e considerações;

3ª etapa: determinação do *corpus* de pesquisa – 13 pesquisas;

4ª etapa: organização e análise de dados com base na metodologia de Análise de Conteúdo (BARDIN, 2016).

Evocamos à Análise de Conteúdo como aspecto de tratamento dos dados no ponto de vista apontado por Bardin (1977), pois, para a autora, a Análise de Conteúdo pode ser estabelecida como sendo

[...] um conjunto de técnicas de análise das comunicações, visando obter, por procedimentos objetivos e sistemáticos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção destas mensagens. (BARDIN, 1977, p. 42)

Como procedimentos de análise de dados, elucidamos também a perspectiva de Bardin (2016) da Análise de Conteúdo. A autora alvitra um procedimento de análise distribuído em três fases:

A pré-análise

É a fase de organização propriamente dita. Corresponde a um período de intuições, mas tem por objetivo tornar operacionais e sistematizar as ideias iniciais, de maneira a conduzir a um esquema preciso do desenvolvimento das operações sucessivas, num plano de análise. Recorrendo ou não ao computador, trata-se de estabelecer um programa que, podendo ser flexível (quer dizer, que permita a introdução de novos

procedimentos no decurso da análise), deve, no entanto, ser preciso. (BARDIN, 2016, p. 125)

A exploração do material

Se as diferentes operações da pré-análise forem convenientemente concluídas, a fase de análise propriamente dita não é mais do que a aplicação sistemática das decisões tomadas. Quer se trate de procedimentos aplicados manualmente ou de operações efetuadas por computador, o decorrer do programa completa-se mecanicamente. Esta fase, longa e fastidiosa, consiste essencialmente em operações de codificação, decomposição ou enumeração, em função de regras previamente formuladas. (BARDIN, 2016, p. 131)

E o tratamento dos resultados obtidos e interpretação

O analista, tendo à sua disposição resultados significativos e fiéis, pode então propor inferências e adiantar interpretações a propósito dos objetivos previstos - ou que digam respeito a outras descobertas inesperadas. Por outro lado, os resultados obtidos, a confrontação sistemática com o material e o tipo de inferências alcançadas podem servir de base a outra análise disposta em torno de novas dimensões teóricas, ou praticada graças a técnicas diferentes. (BARDIN, 2016, p. 131-132)

Na fase da pré-análise, instituiu-se um grupo com três padrões de eliminação, que tencionaram a exclusão de pesquisas que não contemplavam o escopo essencial da pesquisa. Os padrões empregados foram:

- 1º) Trabalhos anteriores ao período depreendido entre o ano de 2014 e 2021;
- 2º) Trabalhos que estão presentes em mais de uma palavra-chave na mesma base de dados, e em razão disso apresentaram em duplicidade entre os resultados;
- 3º) Trabalhos que não tem relação com o Teorema de Pick em contextos da Educação Básica.

Nas fases seguintes, após a aplicação destes padrões de eliminação, restaram treze pesquisas para serem estudadas, estudo este que viabilizou a identificação de diferentes critérios, sob os quais foi plausível a classificação destas em diferentes categorias. Este processo, bem como a relação de trabalhos selecionados para a análise, serão explanados particularizadamente nas próximas seções.

CORPUS INVESTIGATIVO DE PESQUISA

Como já declarado, as buscas na BDTD pelas pesquisas foram feitas através de duas palavras-chave, seguida pela aplicação dos padrões de eliminação sobre o total de resultados. As palavras-chave empregues nas buscas, bem como o número de trabalhos podem ser verificados na Tabela 1.

Tabela 1 - Quantidade de pesquisas encontradas na base de dados

Base	Palavras-chave	Resultados
BDTD	“Teorema de Pick”	13
	“Fórmula de Pick”	7
	Total de trabalhos encontrados	20
	Trabalhos restantes após os padrões de eliminação	13

Fonte: Elaboração pelos autores

Ao analisar a Tabela 1, adiante da quantidade de trabalhos obtidos com as buscas, podemos constatar a relevância da composição cuidadosa dos padrões de exclusão. Eles permitiram subtrair da listagem de dados uma porção de trabalhos que não correspondiam com a temática da pesquisa, e por esta razão sua análise não traria grandes contribuições para esta investigação.

Posteriormente a aplicação dos três padrões de exclusão apresentados acima, restaram apenas treze trabalhos os quais estão listados no Quadro 1, trazendo também os autores e as instituições de ensino em que eles foram elaborados.

Quadro 1 - Corpus investigativo

ID	Título	Autor	Instituição
1	Aplicações do Geoplano no Ensino Básico	Rodrigo Pereira Pinheiro	Universidade Federal de Juiz de Fora
2	Métodos para cálculo de áreas regulares e irregulares nos anos finais do ensino fundamental 2	Robertth Gonçalves Pereira	Universidade Federal de Juiz de Fora
3	Um estudo sobre área de triângulos e polígonos convexos e não convexos	Fernando da Silva Batista	Universidade Federal de Campina Grande
4	Cálculo das Fórmulas de Euler e Pick no Geoplano e no GeoGebra	Wesley da Silva Carvalho	Universidade Federal de Goiás
5	Uma proposta para o cálculo de áreas de polígonos simples usando o Teorema de Pick e o aplicativo Pythagorea nas séries dos anos finais do ensino fundamental	Wagner Rogério de Oliveira	Universidade Estadual de Maringá
6	Jogo digital BomberPick: Uma proposta para o ensino-aprendizagem do Teorema de Pick	Francisco Erivan de Almeida Junior	Universidade Federal do Rio Grande do Norte
7	O teorema de Pick e algumas aplicações para os Ensinos Fundamental II e Médio	Fabíola Caroline Luz Sento Sé	Universidade Federal da Bahia
8	Teorema de Pick e teorema espacial tipo-Pick: demonstrações e aplicações no ensino médio	Paulo de Oliveira Meneses	Universidade Federal do Ceará
9	Áreas de figuras planas e geometria esférica	Deyvson de França da Silva	Universidade Federal do Rio Grande do Norte
10	Uma proposta de ensino para Educação Básica usando o Teorema de Pick	Cled Veloso Freitas	Universidade Federal do Maranhão
11	Área de Figuras Planas e Teorema de Pick: Uma Abordagem Diferenciada para Alunos do 6º Ano do Ensino Fundamental	Ivana do Monte Rodrigues	Universidade Federal do Amazonas
12	Teorema de Pick: uma abordagem para o cálculo de áreas de polígonos simples através do geoplano e GeoGebra no ensino fundamental	Mike de Souza Moraes	Universidade Federal do Amazonas
13	Cálculo de Áreas através do Teorema de Pick para o 8º ano do Ensino Fundamental	Pedro Alberto da Cunha	Universidade Federal do Amazonas

Fonte: Elaboração pelos autores.

ANÁLISE E DISCUSSÃO DE DADOS

A investigação dos trabalhos dispostos no Quadro 1 possibilitou o reconhecimento de categorias, sob as quais se fez a categorização dos trabalhos, que estão elencados e expostos a seguir.

Categoria 1: Contexto

Nesta categoria será apresentado o contexto em que as pesquisas foram desenvolvidas, como: as regiões brasileiras da defesa dos trabalhos e unidades federativas com mais pesquisas na área.

Destacadas as pesquisas, o próximo passo foi verificar qual é a distribuição geográfica dos estudos identificados que foram desenvolvidos. A partir desse dado, foi possível identificar em quais regiões do país essa temática está sendo mais explorada. A Figura 1 ilustra a quantidade de pesquisas identificadas por regiões do país.

Figura 1 – Divisão das pesquisas por regiões do Brasil



Fonte: Elaboração pelos autores

Conforme podemos verificar, as regiões que mais apresentam pesquisas voltadas ao Teorema de Pick em contextos da Educação Básica são as Regiões Norte e Nordeste. É perceptível que a quantidade de trabalhos é ínfima, se comparado ao período de estudo deste

trabalho.

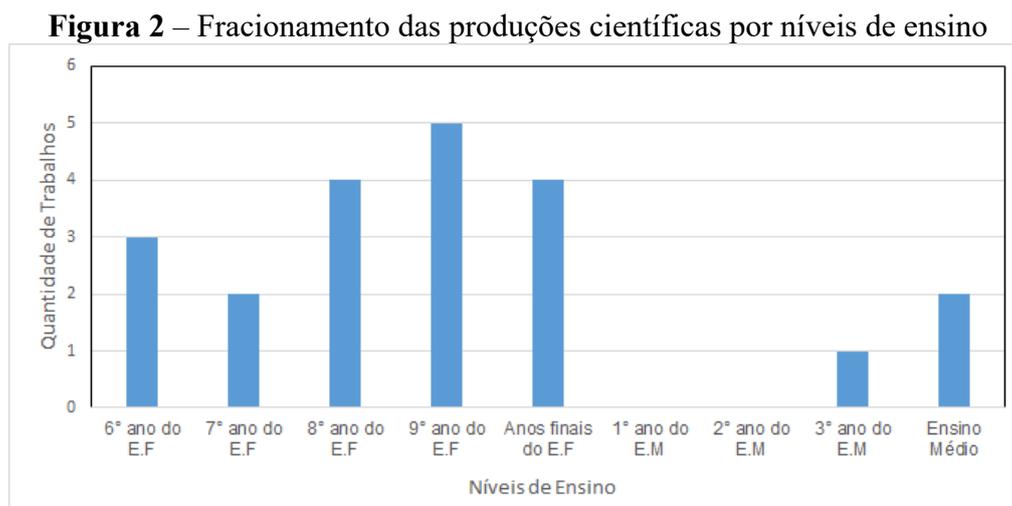
No tocante às 6 pesquisas da Região Nordeste, foi observado que houve mais trabalhos no estado do Rio Grande do Norte (2), seguido por Paraíba (1), Bahia (1), Ceará (1) e Maranhão (1). Já na Região Norte, ponderou-se que somente o estado do Amazonas houve pesquisas desenvolvidas. Na Região Sudeste, somente o estado de Minas Gerais desenvolveu estudos. A única pesquisa realizada na Região Sul, foi no estado do Paraná. E, a única dissertação desenvolvida na Região Centro-Oeste foi no estado de Goiás.

Em conformidade com a análise das pesquisas selecionadas, constatou-se que todos os trabalhos realizados em todo o território nacional é oriundo do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT).

Segundo Piccione (2020), presidente da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), O PROFMAT é um programa de pós-graduação *stricto sensu* semipresencial na área de Matemática, promovido por Instituições de Ensino Superior associadas em uma Rede Nacional, coordenado pela Comissão Acadêmica Nacional, amparado pela Diretoria da SBM, e apoiado pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA). O PROFMAT tem como importante escopo favorecer a formação matemática aprofundada, focando a qualificação do docente de Matemática.

Categoria 2: Nível de Ensino

Nesta categoria, foram analisados os trabalhos e podem ser classificados junto ao grau de ensino que elas enfatizam, como observado na Figura 2.



Fonte: Elaboração pelos autores

Perante o exposto na Figura 2, podemos observar que as pesquisas foram realizadas com frequência no 9º ano do Ensino Fundamental. Seguido do 9º ano, o 8º ano do Ensino Fundamental tiveram 4 trabalhos, no 6º ano do Ensino Fundamental, 3 pesquisas, no 7º ano do Ensino Fundamental, 2 trabalhos e no 3º ano do Ensino Médio, 1 pesquisa. Também é possível identificar que o 1º ano e 2º ano do Ensino Fundamental não houve trabalhos realizados. O 9º e 8º ano do Ensino Fundamental como os níveis de ensino onde mais se aplicou o Teorema de Pick já era previsto, pois, segundo documentos oficiais, são nestes anos onde mais se trabalha o cálculo de medidas de áreas.

Das pesquisas analisadas, em quatro delas não houve especificação do nível de ensino para os anos finais do Ensino Fundamental, e dois trabalhos não apresentaram grau de ensino para o Ensino Médio.

Com fundamento nas pesquisas exploradas, observou-se que algumas delas orienta que pode ser direcionado o Teorema de Pick a diferentes níveis de ensino.

Categoria 3: Estratégia Pedagógica

Nesta categoria, objetivamos verificar qual estratégia pedagógica os pesquisadores utilizaram para a implementação do Teorema de Pick em contextos da Educação Básica, como mostra no Quadro 2.

Quadro 2 – Estratégia pedagógica utilizada pelos pesquisadores

Estratégia Pedagógica	Trabalhos
Atividades	Pinheiro (2014); Pereira (2020); Batista (2014); Carvalho (2016); Oliveira (2021); Sento Sé (2016); Meneses (2016); Silva (2018); Freitas (2018); Rodrigues (2014); Moraes (2018); Cunha (2019)
Jogos	Junior (2020)

Fonte: Elaboração pelos autores

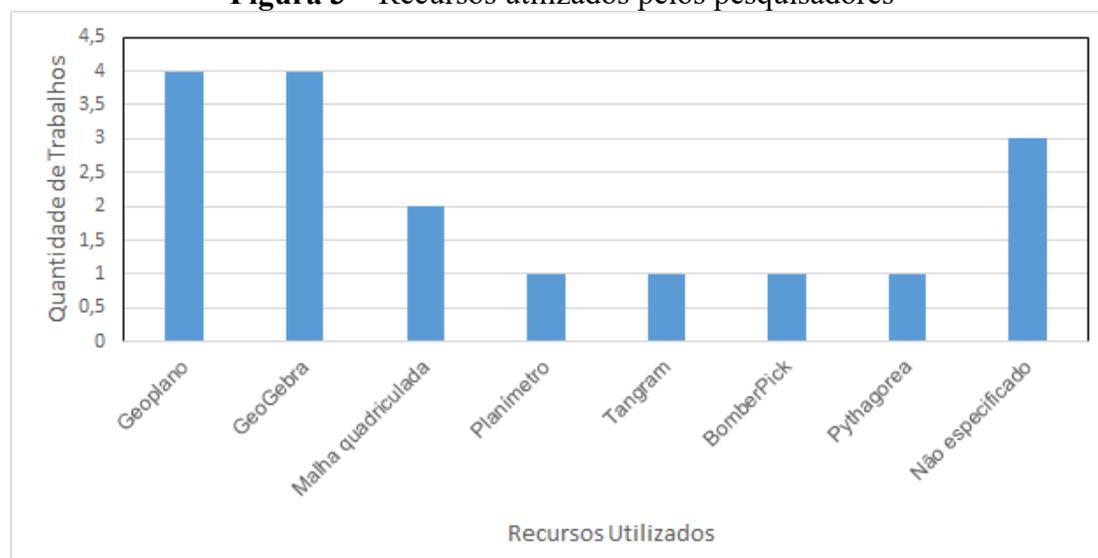
Podemos observar que a estratégia pedagógica mais utilizada pelos autores foram desenvolvimento de atividades, enquanto somente Junior (2020) utilizou jogos.

O desenvolvimento de atividades como estratégia pedagógica é concebível, pois, o Teorema de Pick é voltado para o cálculo de medidas de áreas, e os pesquisadores fizeram o uso das atividades por ser um objeto de avaliação plausível.

Categoria 4: Recursos Utilizados

O estudo das pesquisas nesta categoria, propiciou a identificação das pesquisas analisadas segundo os recursos que os investigadores utilizaram para efetuação do objeto de estudo deste artigo, como apresenta a Figura 3.

Figura 3 – Recursos utilizados pelos pesquisadores



Fonte: Elaboração pelos autores

É possível observar que o Geoplano e o *software* GeoGebra foram os recursos que foram utilizados em maior quantidade nas pesquisas (4), seguido deles, a malha quadriculada foi utilizada em dois trabalhos, o Planímetro, o Tangram, o jogo BomberPick e o aplicativo Pythagorea, cada um, usados em apenas uma pesquisa. Dos trabalhos analisados, três deles não especificaram o recurso utilizado para a efetivação da pesquisa.

Segundo Oliveira e Lopes (2023, p. 2), “os jovens atualmente fazem parte de um ambiente tecnológico e multifacetado, que pode ser explorado em favor do processo de aprendizagem”. Portanto, o fato do Geoplano e o GeoGebra como recursos utilizados em maior número é compreensível, pois, de acordo Friske *et al.* (2016, p. 5) o “GeoGebra é um *software* de matemática dinâmica livre, que permite a construção de diversos objetos geométricos, como pontos, vetores, segmentos, retas, secções cônicas, gráficos representativos de funções e curvas parametrizadas; os quais podem ser modificados dinamicamente”. O Geoplano tem como objetivo possibilitar os estudantes a explorar figuras poligonais por meio da construção e visualização e “é recomendado em situações envolvendo o cálculo de medidas de perímetro, área, figuras simétricas, arestas, vértices, construção de polígonos entre outras situações

envolvendo Geometria Plana” (CARVALHO, 2016, p. 43).

O Planímetro é um instrumento utilizado para desenho técnico, principalmente para medir áreas de superfícies planas. Já o Tangram, é um quebra-cabeça chinês muito utilizado na Matemática pois é útil no desenvolvimento de habilidades de visualização, percepção espacial e análise de figuras, também é importantíssimo no desenvolvimento de raciocínio lógico e geométrico. O aplicativo Pythagorea pode utilizado no ensino de geometria pois ele é um puzzle onde é possível encontrar e resolver mais de 200 problemas geométricos diferentes, indo do básico até mesmo ao avançado. Segundo Junior (2020, p. 38), o jogo BomberPick faz relação com o Teorema de Pick pois

está intrinsecamente ligado ao objetivo que é destruir os inimigos (polígonos) com bombas de potências numericamente iguais às áreas dos polígonos. Para encontrar as áreas dos polígonos é necessário que o jogador perceba a relação dos pontos da borda (verdes) e interior (vermelhos) dos polígonos com suas medidas de áreas (JUNIOR, 2020, p. 38).

Categoria 5: Objetivos dos Trabalhos

Com esta categoria, pretende-se enunciar os objetivos declarados pelos pesquisadores nos trabalhos analisados. Em suma, os objetivos explicitados estão elencados no Quadro 3.

Quadro 3 – Objetivo dos autores com as pesquisas

Objetivos	Nº	Autores
Contribuir para uma aprendizagem mais significativa em relação ao cálculo da medida de área de polígonos	6	Batista (2014); Oliveira (2021); Meneses (2016); Silva (2018); Rodrigues (2014); Cunha (2019)
Melhorar a aprendizagem dos alunos	1	Pinheiro (2014)
Construção de uma proposta educacional	1	Freitas (2018)
Não explicitado	5	Pereira (2020); Carvalho (2016); Junior (2020); Sento Sé (2016); Moraes (2018)

Fonte: Elaboração pelos autores

Podemos verificar que o objetivo mais declarado pelos autores foi a contribuição para uma aprendizagem mais considerável em relação ao cálculo de medidas de áreas de polígonos. Houve também um trabalho com o objetivo de melhorar a aprendizagem dos alunos e outro

objetivando a construção de uma proposta educacional. Ademais, cinco trabalhos não explicitaram o seu objetivo.

Categoria 6: Resultados

Os oito autores que especificaram seus objetivos, chegaram ao resultado de que o seu estudo culminou no que era planejados. Em todas as pesquisa analisadas, de acordo com os autores, os estudantes da Educação Básica tiveram maior curiosidade e atuação nas aulas, em razão das atividades diferenciadas. Por exemplo, Rodrigues (2014) manipulou o Tangram, Pinheiro (2014) e Freitas (2018) fizeram uso do Geoplano, Junior (2020) usou o jogo digital BomberPick, Oliveira (2021) utilizou o aplicativo Pythagorea, Pereira (2020) manuseou o Planímetro e Carvalho (2016) usou o Geoplano e o *software* GeoGebra, todos eles com o intuito de auxiliar em uma melhor aprendizagem e provocar a atenção dos alunos. Consoante Machado (2004, p. 1), “num ambiente de manipulação e investigação o aluno encontra condições para produzir o conceito, produzir conhecimento, experimentar combinações, expressar-se livremente, desenvolver a criatividade, resolver problemas, ampliar sua noção de mundo”.

No cenário educacional vigente “faz-se necessário pensar em uma prática educativa atrativa, diferenciada, dinâmica e contextualizada, pois, o grande desafio da Educação Matemática é disseminar saberes com inovação, de forma a contribuir para o desenvolvimento do educando de forma cognitiva e social” (RÊGO, 2022, p. 43).

Segundo Pereira (2020, p. 63), os alunos “ao conhecerem a Fórmula de Pick e o Planímetro, as outras maneiras de calcular áreas foram olhadas com menos atenção e o desejo de usá-las foi menor. O novo realmente despertou interesse neles”. Além disso, os autores concluíram que, ordinariamente, os alunos compreenderam com êxito o assunto referente ao escopo das suas pesquisas.

A conclusão desses trabalhos mostrou que a abordagem de forma teórica e prática do Teorema de Pick, por meio da utilização dos métodos propostos, contribuiu para uma melhor aprendizagem dos alunos. A aplicação das atividades foi produtiva. Os participantes tiveram uma boa aceitação desse tipo de aula, e mostraram por meio de questionamentos e argumentos durante a realização das tarefas, que é possível desenvolver os conceitos sem usar a repetição de modelos e fórmulas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise, caracterização e a categorização dos trabalhos que utilizam o Teorema de Pick em contextos da Educação Básica se estabelece como uma temática importante para os estudos investigados. As dificuldades e a não familiarização no campo da Matemática, principalmente na área da Geometria, ganham força com a falta de aulas práticas. Em concordância com os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997, p. 24), “os resultados de desempenho em Matemática mostram um rendimento geral insatisfatório, pois os percentuais em sua maioria situam-se abaixo de 50% [...]. Outro fato que chama a atenção é que o pior índice refere-se ao campo da Geometria”.

O Teorema de Pick é um conceito matemático que traz consigo algumas idiossincrasias, estabelecendo uma relação entre a medida da área de um polígono no plano cartesiano e o número de pontos inteiros dentro desse polígono. Sendo assim, as implicações teóricas e práticas existentes ao utilizá-lo, conforme mostrado na Categoria 6, são: Visualização geométrica, pois possibilita ao aluno fortalecer a compreensão visual dos conceitos geométricos; Aplicações em problemas no mundo real, pois motiva os alunos e mostra a interdisciplinaridade e aplicabilidade da Matemática no mundo real; Integração de conceitos, a partir do teorema, a geometria e a álgebra são consolidadas simultaneamente e também o Teorema de Pick pode estimular e incentivar os alunos a explorar conceitos matemáticos, adequando-se a teoria à prática.

Os dados do mapeamento dos trabalhos mostram que majoritariamente o desenvolvimento delas tiveram o suporte de algum recurso e instrumento educativo, como o Tangram, *software* GeoGebra, Geoplano, dentre outros. Podemos observar que a utilização de instrumentos e novas abordagens na sala de aula é fundamental para a aprendizagem dos conceitos relacionados ao Teorema de Pick, pois possibilita uma abordagem dinâmica, além de aulas diferenciadas, o que desperta a curiosidade e interesse dos alunos.

Das pesquisas analisadas, além do envolvimento no processo de aprendizagem favorecendo a investigação, a interação entre alunos e dos alunos com o professor e, conseqüentemente, a compreensão dos conceitos envolvidos, é possível analisar a importância de criar momentos de aprendizagem que sejam atraentes, diferentes e dinâmicos, com a possibilidade de uso da tecnologia como recurso de ensino, ocasionando uma experiência concreta, auxiliando na aprendizagem e trazendo benefícios.

Por conseguinte, os dados investigados afluem para o que defende a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), isto é, de que é relevante a integração de tecnologias nas aulas de matemática, superando os moldes tradicionais de ensino e, à vista disso, proporcionar aos estudantes um ambiente de aprendizagem que os atraem e possibilite a reflexão, argumentação e a tomada de decisão.

Um fator que nos surpreendeu foi a inexistência de teses, na BDTD, que abordam o tema analisado, sendo todos os trabalhos resultantes da conclusão de um Mestrado Profissional. As dissertações estudadas são todas decorrentes do PROFMAT, o que já era esperado, já que o público-alvo dele são os professores da Educação Básica que estão lecionando e estão em contato direto com os alunos.

No tocante ao público-alvo dos trabalhos, constatou-se com este mapeamento que a maior parte das pesquisas foram direcionadas aos alunos do 9º e 8º ano do Ensino Fundamental, o que já era previsto, pois segundo documentos oficiais, são nestes anos em que mais se trabalha o cálculo de medidas de áreas.

Respondendo as nossas perguntas iniciais, salientamos que, para trabalhar com Teorema de Pick em contextos da Educação Básica, há propostas envolvendo a temática e tecnologias. Assim sendo, enfatizamos a necessidade de mais pesquisas que investiguem, aprofundem e discutam este assunto, produzindo novos questionamentos, corroborando ou gerando espaço para novos trabalhos na área dos Anos Iniciais, Educação de Jovens e Adultos e Formação Continuada.

Retomando o objetivo deste artigo que é apresentar um mapeamento de produções científicas de dissertações e teses no período de 2014 a 2021 sobre como o Teorema de Pick pode ser abordado de maneira teórica e/ou prática nos diferentes níveis escolares da Educação Básica, podemos analisar que infelizmente não é um tema muito estudado na área da Matemática, mesmo sendo totalmente possível a sua inserção na Educação Básica.

Portanto é perceptível a infimidade de pesquisas referente ao escopo desse artigo, então há uma escassez de publicações para os alunos da Educação Básica, limitando assim este trabalho. Igualmente, embora o Teorema de Pick seja acessível e de fácil inclusão nos anos da Educação Básica, ainda pode ser algo desafiador aos estudantes. Também, esse mapeamento não aborda como o teorema pode ajustar-se no atual currículo escolar, deixando para futuras pesquisas na área.

Almejamos que este artigo possa contribuir para a compreensão e o debate sobre o Teorema de Pick em seus diferentes níveis de ensino, que possa representar um aporte para outros educadores matemáticos e principalmente para os professores que atuam nas licenciaturas em Matemática no Brasil, bem como subsidiar outras pesquisas e motivar outros pesquisadores.

REFERÊNCIAS

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1977.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Tradução Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 2016.

BATISTA, L. A. S.; CRISOSTOMO, E.; MACÊDO, J. A. Conhecimento do professor de matemática e educação financeira: um panorama das pesquisas realizadas no período 2010-2020. **Revista Paradigma**, Vol. XLIII, Edição Temática: Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática, p. 432-453, 2022.

BATISTA, Fernando da Silva. **Um estudo sobre área de triângulos e polígonos convexos e não-convexos**. 2014. 95f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Campina Grande. Campina Grande.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 27 jun. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 27 jun. 2022.

CARVALHO, Wesley da Silva. **Cálculo das Fórmulas de Euler e Pick no Geoplano e no GeoGebra**. 2016. 52f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Goiás. Goiânia.

COUSIN, A. O. A. Da Teoria Para A Prática: Um Trabalho Interdisciplinar Envolvendo Matemática E Geografia. **XIX Eremats**. Santa Maria, 2013.

CUNHA, Pedro Alberto da. **Cálculo de Áreas através do Teorema de Pick para o 8º ano do Ensino Fundamental**. 2019. 63f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Amazonas. Manaus.

FERREIRA, Norma Sandra de Almeida. As pesquisas denominadas “estado da arte”, **Educação & Sociedade**, Campinas, SP, v. 23, n. 79, p. 257-272, 2002. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/es/a/vPsyhSBW4xJT48FfrdCtqfp/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 26 jun. 2022.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

FONTES, D. T. M.; RODRIGUES, A. M. Uma análise de rede para as pesquisas do tipo mapeamento em Ensino de Física. **Ensino e Tecnologia em Revista**, Paraná, v. 7, n. 1, p. 364-378, 2023. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/etr/article/view/16709>. Acesso em: 28 ago. 2023.

FREITAS, Cled Veloso. **Uma proposta de ensino para educação básica usando o Teorema de Pick**. 2018. 72f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Maranhão. São Luís.

FRISKE, A. L. (Org). **Minicurso de GeoGebra**. Santa Maria: Grupo PET Matemática – Programa de Educação Tutorial, 2016. Disponível em: https://www.ufsm.br/app/uploads/sites/783/2020/02/Apostila_GeoGebra.pdf. Acesso em: 30 jun. 2022.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. São Paulo: Atlas, 2008.

JUNIOR, Francisco Erivan de Almeida. **Jogo digital BomberPick: Uma proposta para o ensino-aprendizagem do Teorema de Pick**. 2020. 64f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal.

LIMA, E. L. **Meu professor de Matemática e outras histórias**. Rio de Janeiro: Sbm, 2012.

MACHADO, Rosa Maria. Explorando o Geoplano. Salvador: **II-Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática**, 2004. Disponível em: <http://www.bienasbm.ufba.br/M11.pdf>. Acesso em 25 jun. 2022.

MENESES, Paulo de Oliveira. **Teorema de Pick e teorema espacial tipo-Pick: demonstrações e aplicações no ensino médio**. 2016. 85f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Ceará. Fortaleza.

MORAES, Mike de Souza. **Teorema de Pick: uma abordagem para o cálculo de áreas de polígonos simples através do geoplano e GeoGebra no ensino fundamental**. 2018. 41f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Amazonas. Manaus.

OLIVEIRA, S. M. de; LOPES, R. O Júri Simulado como metodologia ativa no curso de Licenciatura em Matemática. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 7, n. 13, p. 1–17, 2023. DOI: <https://doi.org/10.46551/emd.v7n13a13>.

OLIVEIRA, Wagner Rogério de. **Uma proposta para o cálculo de áreas de polígonos simples usando o Teorema de Pick e o aplicativo Pythagorea nas séries dos anos finais**

do ensino fundamental. 2021. 120f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual de Maringá. Maringá.

PEREIRA, Roberth Gonçalves. **Métodos para cálculo de áreas regulares e irregulares nos anos finais do ensino fundamental 2.** 2020. 67f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora.

PICCIONE, P. **Regimento do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional,** 2020. Disponível em: <https://profmat-sbm.org.br/regimento/>. Acesso em 21 jun. 2022.

PINHEIRO, Rodrigo Pereira. **Aplicações do Geoplano no Ensino Básico.** 2014. 29f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora.

RÊGO, Aderbal Soares do. **O Teorema de Pick no Ensino-Aprendizagem da Geometria Plana: Cálculo de Áreas de Polígonos Simples.** 2022. 45f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal da Paraíba. João Pessoa.

RODRIGUES, Ivana do Monte. **Área de Figuras Planas e Teorema de Pick: Uma Abordagem Diferenciada para Alunos do 6o Ano do Ensino Fundamental.** 2014. 74f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Amazonas. Manaus.

ROMANOWSKI, J. P.; ENS, R. T. As pesquisas denominadas do tipo “estado da arte” em educação. **Diálogo Educação**, Curitiba, v. 6, n. 19, p. 37-50, 2006. Disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/1891/189116275004.pdf>. Acesso em 25 jun. 2022.

SENTO SÉ, Fabíola Caroline Luz. **O teorema de Pick e algumas aplicações para os Ensinos Fundamental II e Médio.** 2016. 56f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal da Bahia. Salvador.

SILVA, Deyvson de França da. **Áreas de figuras planas e geometria esférica.** 2018. 81f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal.

SOUZA, Fabrício Oliveira. **O Teorema de Pick: uma nova abordagem sobre áreas de figuras planas para o ensino básico.** 2013. 33f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Espírito Santo. Vitória.

HISTÓRICO

Submetido: 18 de outubro de 2023.

Aprovado: 29 de novembro de 2023.

Publicado: 04 de dezembro de 2023.