



Uma abordagem histórica do uso do ábaco de Gerbert para o ensino de multiplicação tendo como foco o *Traité de Gerbert* (1843)

A historical approach to the use of Gerbert's abacus for teaching multiplication, focusing on Gerbert's *Traité* (1843)

Suzie de Albuquerque¹

Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Ana Carolina Costa Pereira²

Universidade Estadual do Ceará

RESUMO

O presente artigo trata de um estudo que articula história e ensino de matemática, com o objetivo de identificar elementos do uso do ábaco de Gerbert nos casos da multiplicação dos números inteiros que podem colaborar na elaboração de atividades para a educação básica. Para tanto, realizou-se uma pesquisa documental a partir do texto histórico *Traité de Gerbert*, na versão de 1843. Diante dos achados históricos, evidenciou-se que os procedimentos de cálculos medievais contidos nessa fonte poderiam favorecer a compreensão das características do sistema de numeração decimal, bem como o desenvolvimento de diferentes algoritmos para a operação da multiplicação dos números, sendo estas habilidades indicadas nos documentos curriculares brasileiros.

Palavras-chave: Ábaco de Gerbert. Operação da Multiplicação. História e ensino de Matemática.

ABSTRACT

This article deals with a study that articulates history and teaching of mathematics, with the objective of identifying elements of the use of Gerbert's abacus in cases of multiplication of integers that can collaborate in the elaboration of activities for basic education. To this end, a documentary research was carried out from the historical text *Traité de Gerbert*, in the 1843 version. In view of the historical findings, it was evident that the medieval calculation procedures contained in this source could favor the understanding of the characteristics of the numbering system decimal, as well as the development of different algorithms for the multiplication of numbers, these skills being indicated in Brazilian curriculum documents.

Keywords: Gerbert's abacus. Multiplication Operation. History and teaching of mathematics.

NOTAS INICIAIS³

Iniciativas de articulação entre a história e o ensino de matemática vêm sendo implementadas nas últimas décadas no Brasil com enfoques didáticos diversos e as perspectivas

¹ Mestra pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE). Docente da Secretaria de Educação do Estado do Ceará (SEDUC-CE), Fortaleza, Ceará, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Silas Munguba, 1700, Bloco das Coordenações -Sala 19, Campus do Itaperi, Serrinha, Fortaleza-CE, CEP: 60740-903. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-2531-0385>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/0591544931701409>. E-mail: suziealbuquerque@hotmail.com.

² Doutora pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Docente da Universidade Estadual do Ceará (UECE), Fortaleza, Ceará, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Silas Munguba, 1700, Bloco das Coordenações -Sala 19, Campus do Itaperi, Serrinha, Fortaleza-CE, CEP: 60740-903. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-3819-2381>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/1062497580478584>. E-mail: carolina.pereira@uece.br.

³ Este artigo é um recorte da dissertação de mestrado da autora principal, orientada pela co-autora deste estudo.

historiográficas⁴ adotadas variam a depender dos objetivos pedagógicos delimitados para a elaboração de atividades que incorporem elementos da história na educação matemática.

Dentre essas propostas, destacam-se as que se aproximam de vertentes historiográficas atualizadas, quando o intuito é “[...] compreender o processo de construção do conhecimento. Daí que as grandes narrativas são abandonadas para se dedicarem ao contexto em que os conhecimentos matemáticos são construídos” (SAITO, 2015, p. 28). Ou seja, observar para além dos grandes matemáticos que as historiografias mais tradicionais dos compêndios de história da matemática registraram.

Diante disso, faz-se necessário realizar um levantamento histórico para conhecer nomes esquecidos e que foram importantes para a compreensão de como as matemáticas do passado eram praticadas, ensinadas. A fim de conhecer vestígios sobre os recursos matemáticos que os antigos utilizavam para solucionar questões do cotidiano, seja na medição de terras, no comércio, no cálculo de distâncias inaccessíveis, na arquitetura, na música, no estudo dos astros celestes, dentre outros.

Os indícios do passado mencionados podem ser encontrados em documentos históricos como textos, instrumentos, imagens, dentre outros artefatos do que contenha informações sobre o período estudado (SILVA, 2018; SAITO, 2015). Nesse sentido, buscando conhecer como a operação da multiplicação era realizada no Ocidente Latino por volta do ano 1000, debruçou-se no estudo do texto histórico “*Traité de Gerbert*”, em uma edição traduzida do latim para o francês no ano de 1843 por Michael Chasles⁵.

Os critérios de escolha do material histórico elencado foram pautados em Silva (2018), nos quais se destaca de forma preliminar o fato de o documento estar relacionado a um conteúdo matemático que poderia ser utilizado em um nível ou etapa de ensino específico, nesse caso, a multiplicação dos números na formação de professores.

Apesar de esse conteúdo ser referente à matriz curricular dos anos iniciais, os licenciandos em matemática que ministrarão aulas em anos posteriores apresentaram lacunas de compreensão no entendimento dos referidos conceitos matemáticos (Albuquerque, 2019). Recaindo assim em outro critério de escolha da fonte que é o objetivo de implementação que,

⁴ De acordo com as definições de vertentes historiográficas tradicionais ou atualizadas mencionadas por Saito (2015).

⁵ Professor na École Polytechnique de Paris de 1841-1851 e posteriormente professor na Sorbonne.

de acordo com Massa Esteve *et al.* (2011, p. 418) *apud* Silva (2018, p. 43), “melhorem o raciocínio matemático através de reflexões sobre o desenvolvimento do pensamento matemático [...]”, favorecendo a ressignificação da prática docente.

Entretanto, a compreensão conceitual deve partir do conhecimento do contexto histórico de elaboração, transformação e disseminação dessas ideais matemáticas podendo lançar luz sobre elementos potencialmente didáticos a serem incorporados no ensino de matemática. Desta maneira, emergiu a seguinte questão de pesquisa: que indícios do uso do ábaco de Gerbert para a operação da multiplicação dos números podem colaborar na elaboração de atividades para a educação básica na atualidade?

Diante disso, propõe-se identificar elementos do uso do ábaco de Gerbert nos casos da multiplicação dos números inteiros que podem colaborar na elaboração de atividades para a educação básica. Para tanto, será apresentada a contextualização histórica de elaboração, transformação e transmissão dos conhecimentos matemáticos que emergem do tratado selecionado. Fornecendo suporte para o entendimento do manuseio do instrumento para os casos da multiplicação dos números que subsidiaram a identificação das potencialidades didáticas que poderão favorecer a elaboração das atividades almejadas.

UM BREVE CONTEXTO HISTÓRICO QUE EMERGE A PARTIR DO ESTUDO DO *TRAITÉ DE GERBERT* NA VERSÃO DE 1843

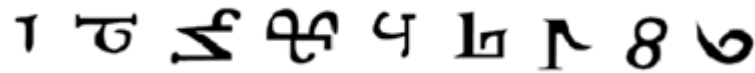
O cenário histórico da escrita do original do tratado em estudo data de período aproximado ao ano mil da era cristã, no Reino da França. Nesta época o Ocidente Latino vivenciava o cessar das invasões bárbaras e retomava gradativamente ao comércio seja por terra ou mar (LE GOFF, 2016). Fato que demandou o desenvolvimento de técnicas de operação com os números que fornecesse resultados mais rápidos e seguros.

O sistema de cálculo em vigor na região com predominância católica era o que se utilizava dos algarismos romanos que preservavam a característica cardinal, ou seja, o número como uma expressão de quantidade. Porém, não ordinal, pois os números não atendiam a uma sequência natural de ordem (MILLES, 1999).

Em contrapartida, havia um sistema que era pouco difundido no referido reino, mas conhecido dos intelectuais que estudavam a arte da aritmética. Trata-se do uso de nove símbolos

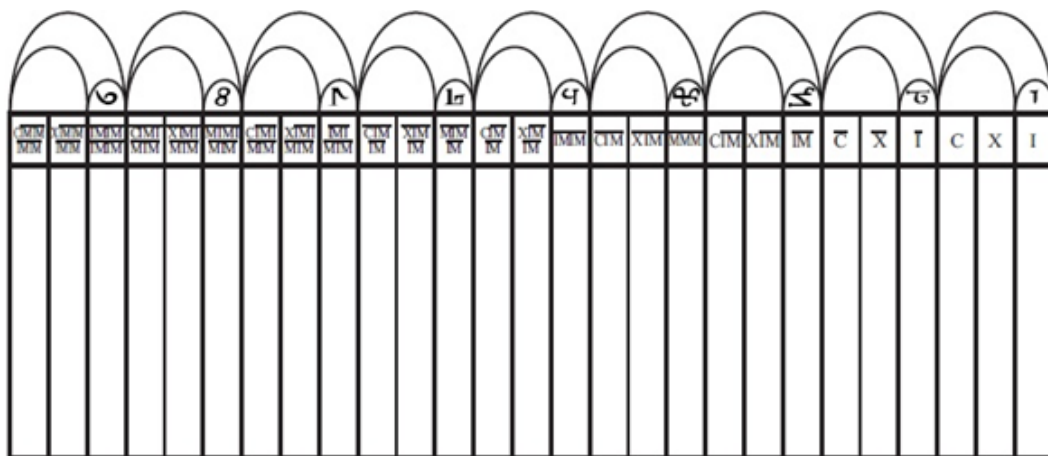
(Figura 1) para representar os números em um ábaco (Figura 2) com colunas dispostas na vertical que determinavam uma singularidade a esse sistema de números, o valor posicional.

Figura 1 - Símbolos para representar os números no ábaco de Gerbert.



Fonte: Adaptado de Albuquerque (2019, p. 51)

Figura 2 - Ábaco de Gerbert.



Fonte: Albuquerque (2019, p. 49)

Diferentemente da representação romana, um mesmo símbolo poderia representar diversos valores, a depender da coluna em que fosse inserido. Neste período, esses conhecimentos matemáticos eram pouco aceitos no Ocidente Latino devido à origem pagã que remete ao povo hindu, sendo colocados em prática pelos árabes em sua presença na Espanha.

Foi nesse contexto de impasses na difusão cultural que viveu o religioso beneditino Gerbert de Aurillac (946-1003), intelectual que se dedicou na reestruturação do ensino do *Quadrivium*⁶ nas escolas monásticas, especialmente na de Reims na qual esteve como administrador de 989 a 999. Período no qual investiu grande valor em dinheiro na aquisição e

⁶Conjunto das artes liberais composto pelas áreas da aritmética, astronomia, geometria e música.

produção de cópias de manuscritos gregos, considerando que boa parte destes estava em posse dos árabes, devidos às conquistas territoriais e a expansão do império islâmico.

Os manuscritos de autoria atribuída a Gerbert são registrados no formato de carta enviadas a pessoas do seu círculo social da época, como os intitulados “*Regula de Abaco Computi*” e “*Libelus De Numerorum Divisione*” dedicados a um de seus discípulos, o monge Constantino de Fleury⁷. Este último texto foi nomeado posteriormente como *Traité de Gerbert* por Michael Chasles, contendo regras de multiplicação e divisão de números no ábaco. Outro texto, “*De sphaerae constructione*”, de Gerbert, foi destinado a Adalbold, bispo de Utrech⁸.

Além dessas publicações, há escritos de Gerbert sobre música, astronomia e um tratado sobre triângulos, revelando sua participação na transmissão de conhecimentos na alta idade média ocidental, desmistificando a ideia de que neste período não houve produção científica (SAITO, 2015). Tal constatação se tornou possível a partir de uma pesquisa na articulação entre a história e o ensino que será detalhada a seguir, tendo o *Traité de Gerbert* como ponto de partida para o esboço do contexto em que esses conhecimentos foram elaborados.

METODOLOGIA DA ABORDAGEM DO ESTUDO

O desenvolvimento metodológico deste trabalho apresenta caráter histórico-documental, pois se baseia no estudo de um texto histórico que contém informações sobre aritméticas praticadas na Europa Medieval com o uso de um instrumento de cálculo, um ábaco da época. A categorização metodológica descrita se fundamenta em Saito (2015) que define como documento não apenas os textos escritos, mas também instrumentos, pinturas ou outros objetos que indicam vestígios históricos.

Em um primeiro momento foram elencados os conhecimentos matemáticos históricos mobilizados tanto na estrutura física ábaco quanto em seu uso, para os cálculos indicados, partindo das informações contidas no texto histórico *Traité de Gerbert*, na versão de 1843 e nos elementos do contexto histórico em que esses documentos estavam inseridos.

Este movimento de ida ao passado, por meio das fontes indicadas proporcionou elencar aspectos conceituais da operação da multiplicação utilizando o sistema de numeração decimal posicional que poderiam ser articulados com os conhecimentos modernos da referida operação.

⁷ Cidade localizada no sul da França.

⁸ Cidade Holandesa.

Essa proposta está norteada na concepção da construção de interface entre história e ensino de matemática (SAITO; DIAS, 2013).

No estudo documental descrito ocorreu a identificação de elementos potencialmente didáticos que poderiam colaborar na compreensão dos procedimentos de cálculos modernos e no repensar de recursos para o ensino de matemática a medida em que se estabeleceram diálogos associados às diretrizes curriculares nacionais da Educação Básica.

Assim, estabeleceu-se uma conversa entre os achados históricos no manuseio do instrumento e os conhecimentos matemáticos indicados nos documentos curriculares brasileiros para o ensino na educação básica com a indicação da elaboração de futuras atividades para o ensino.

O MANUSEIO DO ÁBACO PARA A OPERAÇÃO DA MULTIPLICAÇÃO CONTIDA NO *TRAITÉ DE GERBERT*

O *Traité de Gerbert* na versão de 1843 apresenta vinte e cinco casos para a multiplicação dos números que têm início com a multiplicação por unidades no ábaco. No qual apresenta a seguinte regra: “se multiplicarmos um número das unidades por um número das unidades, daremos ao dígito a coluna das unidades e o artículo a coluna das dezenas”⁹ (GERBERT, 1843, p. 282, tradução nossa). Voltando-se ao instrumento apresentado anteriormente, surgem indagações de como dispor os números no instrumento e do significado dos termos dígito e artículo que não são mais utilizados nos cálculos operatórios modernos. Assim, o que esses termos significam?

A resposta para essas questões pode ser indicada na medida em que são consultados os tratados, como o escrito anônimo mencionado por Chasles (1843) e seguindo as regras do erudito de Aurillac de como se utiliza o instrumento. De fato, existia um número a ser multiplicado, que se tem no conhecimento escolar¹⁰ como fatores da multiplicação, o multiplicando e o multiplicador.

⁹Vide “Si l’on multiplie un nombre des unités par un nombre des unités, on donnera au digit la colonne des unités et l’article La colonne des dizaines” (GERBERT, 1843, p. 282). Essa tradução de Chasles está escrita junto a notas explicativas do tradutor sobre as regras de multiplicação. O mesmo traduziu apenas os dois primeiros casos, informando que os demais eram análogos a esses. Assim, seguiu-se esse padrão de tradução para o restante dos casos de multiplicação.

¹⁰ O termo conhecimento escolar se refere aos conteúdos matemáticos que são encontrados nas instituições formais de ensino na idade moderna, sobretudo, aqueles que constam nos currículos escolares brasileiros.

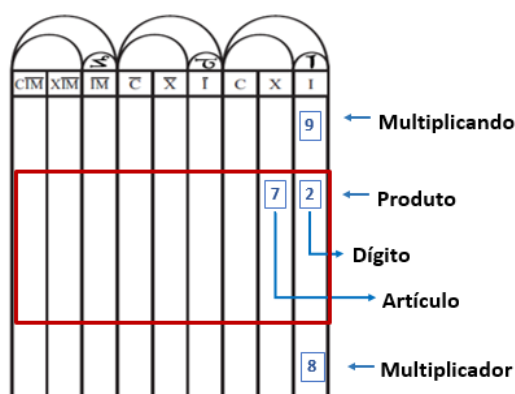
O *Anonymi tractatus de abaco et de musica* (1001-1100) indica, a partir das tabelas do ábaco contidas em seu corpo, que o multiplicando era disposto na primeira linha do instrumento e o multiplicador na última linha. Com efeito, no período medieval, ocorria o uso de tabelas com resultados preparados com antecedência que colaboravam na multiplicação de números grandes, assim, os resultados eram copiados desses materiais (MILLES, 1999).

Percebe-se que essas tabelas funcionavam como espécies de tabuadas, nas quais o calculista consultava para obter os resultados, não demandando tempo para realizar as contas. Dessa maneira, o ábaco não era usado para exercitar a multiplicação, mas para registrar o resultado que o cálculo de distâncias demandava, não havendo a necessidade de, nas regras, detalhar o “como a conta” era realizada. Com base nisso, os símbolos para representar os valores a serem multiplicados foram inseridos no ábaco de Gerbert de acordo com a disposição indicada no tratado anônimo.

Primeiro caso

O primeiro caso da multiplicação, unidades por unidades, a partir da Figura 3, pode ser exemplificado ao se efetuar o produto de 9 por 8, obtendo-se o resultado 72, este deve ser registrado no instrumento em sua parte intermediária. Mas como registrar?

Figura 3 - Multiplicação de unidades por unidades.



Fonte: Albuquerque (2019, p. 54).

É evidente que o número resultante é formado por 7 dezenas e 2 unidades. Portanto, 2 deve ser inscrito na coluna das unidades e 7 na coluna das centenas. Gerbert (1843), portanto,

sinaliza, segundo a regra, que a multiplicação exposta (Figura 3) resulte em um “dígito” na coluna das unidades e um artigo na coluna das dezenas.

A estrutura das colunas, com grupamentos de dez em dez, favorece a distribuição dos números, pois o resultado ultrapassa o valor do número que pode ser armazenado na coluna das unidades. Uma possível maneira de se visualizar a resolução da operação referida pode ser realizando os agrupamentos. Entretanto, não foram localizados registros históricos de tal procedimento.

Essa “sobra”, que pode ser igual ou menor do que 9 unidades, é inserida na primeira coluna e, para a segunda coluna, das dezenas, é contabilizado o número de agrupamentos de dez em dez, ou seja, resultando em 7 grupos de dez unidades que representam 7 centenas. Na linguagem adotada por Gerbert (1843), 2 é o dígito e as 7 dezenas, que excedem as unidades, é o artigo.

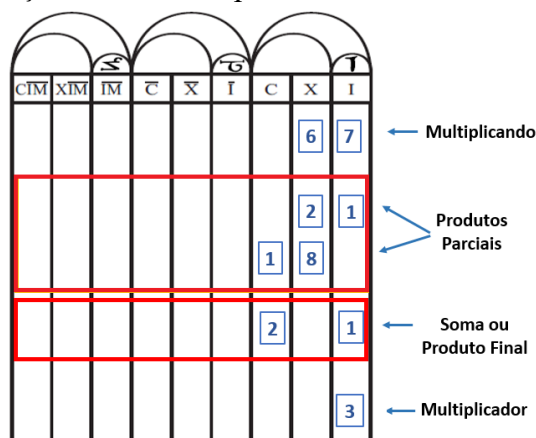
A compreensão, para além da descrição do que seja dígito e artigo, pode ser alcançada no exercício contínuo das regras, manuseando o instrumento e identificando os conhecimentos matemáticos envolvidos.

Segundo caso

Com base no exposto, segue o segundo caso da multiplicação: “[...] se multiplicarmos um número das unidades por um número das dezenas, daremos ao dígito a coluna das dezenas e o artigo a coluna das centenas”¹¹ (GERBERT, 1843, p. 282, tradução nossa). Dessa forma, a multiplicação de unidades por dezenas implica em mobilizar os símbolos que estão na primeira e segunda coluna (Figura 4).

¹¹Vide “Si l’on multiplie un nombre des unités par un nombre des dizaines, on donnera au digit La colonne des dizaines et l’article La colonne des centaines” (GERBERT, 1843, p.296).

Figura 4 - Multiplicação de unidades por unidades e unidades por dezenas.



Fonte: Albuquerque (2019, p. 57).

O produto de 67 por 3 pode ser desenvolvido no ábaco iniciando pela multiplicação de 3 unidades por 7 unidades, resultando em 21 unidades. Pela regra de Gerbert, 1 é o dígito e deve ser disposto na coluna das unidades e 2 é o artigo e deve ser inserido na coluna das dezenas. Seguindo o cálculo, tem-se 3 unidades por 6 dezenas, que é igual a 18 dezenas. No entanto, como não é possível colocar mais do que nove dezenas na coluna e dez dezenas formam uma centena, esse resultado parcial culminará em 8 dezenas. Assim, o dígito é 1, e a centena é o artigo.

Inserir os valores, resultados parciais e totais no instrumento, facilitava a realização de sua função, porque, desse modo, quem operava não se perdia nos cálculos. Esse era um recurso para a memória. Porém, tinham que ser respeitadas as regras de funcionamento do instrumento. Após realizados os cálculos dos produtos parciais, esses são somados para que seja determinado o produto final, resultado da multiplicação lançada. Percebe-se que as contas são realizadas na classe das unidades.

Assim, soma-se 21 unidades com 180 unidades. Nessa operação, na coluna das dezenas, haverá excedente (uma centena), esse também pode ser considerado um artigo que será adicionado com uma centena que faz parte do segundo resultado parcial. Dessa maneira, o produto final será 201, estando a coluna das dezenas vazia para representar a ausência de números.

Este modo medieval de realizar a operação da multiplicação possui termos e nomenclaturas diferenciadas da moderna. Entretanto em seu processo de cálculo revelaram

elementos que podem ser potencialmente didáticos para o ensino dos conhecimentos matemáticos escolares voltados para a educação básica, como serão abordados no tópico seguinte.

INDÍCIOS DE ELEMENTOS POTENCIALMENTE DIDÁTICOS UTILIZANDO O ÁBACO GERBERT DE PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA

A história da matemática desvelada com o presente estudo proporcionou conhecer o contexto em que os conhecimentos matemáticos incorporados no Ábaco de Gerbert e visualizar os conceitos de dígitos e artigos como potencialmente didáticos para a compreensão do algoritmo moderno da multiplicação, o que é comumente utilizado nas escolas de educação básica brasileiras.

A saber, Brasil (2017) determina os objetos de conhecimento que são destinados a serem abordados no Ensino Fundamental com relação aos números e dentre eles se destacam: a composição e decomposição de números naturais, conhecimentos sobre o sistema de numeração decimal (leitura, escrita) e o desenvolvimento de diferentes estratégias de cálculo.

Nessa perspectiva será evidenciado como as habilidades concernentes a esses campos podem ser potencializadas com o uso do ábaco de Gerbert, como seu manuseio pode instrumentalizar o aluno para ir além de um único caminho de cálculo, conduzindo-o a compreender “a lógica” da operação de multiplicação expressa em seu algoritmo.

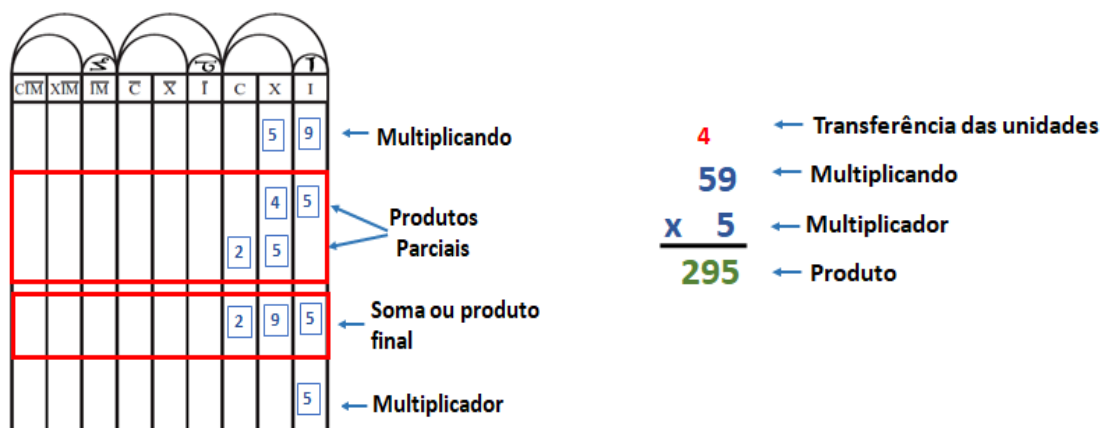
Porquê utilizar o ábaco de Gerbert e não outro dos diversos modelos disponíveis para o ensino da multiplicação, nosso caso de estudo? A diferença entre este e os demais consiste na aproximação com a forma moderna de representação, respeitando posicional do nosso sistema de numeração: um mesmo símbolo pode assumir valores diferentes a depender da posição que ocupa e com apenas nove destas figuras é possível representar todos os números.

Outros ábacos, como o chinês, o ábaco romano, ábaco vertical ou horizontal são compostos por peças que representam unidades. Para registrar 90, por exemplo, são necessárias 9 fichas, ou nove “bolinhas” na ordem das dezenas. No sistema utilizado por Gerbert é necessária apenas uma ficha com a inscrição do número 9 (tal como na representação moderna). Quando se trata de multiplicação, é mais trabalhoso operar com número demasiado de “peças.

O proposto não elimina o uso dos demais ábacos ou instrumentos de cálculo semelhantes, podendo estes serem perfeitamente utilizados nas aulas de matemática a depender

do objetivo de aprendizagem elencado pelo professor. Neste trabalho em específico, iremos focar no algoritmo da multiplicação e na compreensão do algoritmo.

Figura 5 - Multiplicação no ábaco de Gerbert e o algoritmo da multiplicação moderna



Fonte: Elaboração própria

Para tanto, retornando ao processo de cálculo no ábaco de Gerbert, percebe-se que ele é semelhante ao modo moderno (Figura 5), sobretudo, relaciona-se com o algoritmo da multiplicação. No entanto, difere-se ao trazer, na essência dos termos dígito e artigo, a possibilidade da compreensão da conversão de valores entre as colunas, reforçando o caráter posicional do sistema de numeração decimal adotado, sobretudo, podendo significar os procedimentos, evitando a mecanização dos cálculos.

No entanto, as colunas do ábaco foram abstraídas e inseridos sinais que indicam a operação a ser realizada. Além disso, multiplicador e multiplicando são colocados no início do cálculo e este se desenvolve verticalmente no sentido de cima para baixo.

Inicia-se com $5 \times 9 = 45$, desse, 5 permanece na unidade e 4 é elevado ou “vai” para cima das dezenas. Em seguida, $5 \times 5 = 25$, a esse número é somado o 4 que foi transferido para as dezenas, totalizando 29 que tem seus algarismos inseridos na centena e dezena, respectivamente. Assim, obtém-se o produto 295.

O processo apresentado da multiplicação moderna, ao suprimir as colunas e substituir os termos dígitos e artigos por “vai o número”, facilitou a elaboração de um algoritmo prático

para a realização das contas de multiplicar. Contudo, o significado do que é “vai 4” se torna esquecido. Esse 4 corresponde a quatro dezenas, esse mesmo 4, ao ser inserido nas centenas, será 10 vezes maior do que o 4 nas dezenas.

Convencionou-se que, inicialmente, “arma-se a conta”, colocando o multiplicando, o multiplicador logo abaixo, insere-se o sinal de “vezes”, que é um “x” e, com uma linha, os números operados são separados dos resultados. Então, a multiplicação tem início pelas unidades, seguindo unidades por dezenas... após a unidade ter sido multiplicada, parte-se para a multiplicação das dezenas. A conta deve ser efetuada da esquerda para a direita.

Após isso, acrescenta-se um sinal de adição “+” nos resultados parciais caso tenha. Esses são separados do resultado final por outra linha, bastando somar esses valores para chegar ao produto final. Essa forma de calcular foi generalizada para a multiplicação de números naturais, tornando-se um algoritmo memorizável a ser aplicado para diversas multiplicações.

Os dois processos, tanto no ábaco como o moderno, estão corretos. Entretanto, Gerbert (1843) não demonstrou interesse em determinar um algoritmo que se aplicasse a todos as multiplicações de números naturais. Pelo contrário, ele se empenhou em descrever cada um dos vinte e cinco casos de multiplicação, informando a posição dos dígitos e artigos para os tipos de valores que seriam operados.

Com a localização do dígito e do artigo, era possível o registro imediato do resultado no instrumento. Na linguagem matemática, a relação entre os fatores e o produto da multiplicação pode ser visualizada, indica até a coluna em que o produto efetuado deve ser inserido, delimitando até qual espaço o resultado poderá ocupar no ábaco, na multiplicação preenchendo n colunas, como está descrito (Figura 6):

Figura 6 - Multiplicação entre as colunas do ábaco em termos de potência de dez.

$F_2 \backslash F_1$	10^0	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5	...	10^n	10^{n+1}
10^0	10^0	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5	...	10^n	10^{n+1}
10^1		10^2	10^3	10^4	10^5	10^6	...	10^{n+1}	10^{n+2}
10^2			10^4	10^5	10^6	10^7	...	10^{n+2}	10^{n+3}
10^3				10^6	10^7	10^8	...	10^{n+3}	10^{n+4}
10^4					10^8	10^9	...	10^{n+4}	10^{n+5}
...					
10^n								10^{2n}	10^{2n+1}

Fonte: Albuquerque (2019, p. 59).

Com efeito, as explicações de Gerbert, se trazidas para estudos mais recentes, conduzem a visualizar as colunas como representação das potências de dez. Admitam-se os fatores multiplicativos F_1 e F_2 , correspondendo a colunas do ábaco. Ao se operar essas colunas, tem-se uma multiplicação de potências de mesma base, na qual se repete a base e se soma os expoentes. Ou seja, $10^0 \cdot 10^0 = 10^0$ (unidade vezes unidade, resulta em unidade), $10^0 \cdot 10^1 = 10^1$ (unidade vezes dezena, resulta em dezenas) e, assim, sucessivamente, até a multiplicação de colunas quaisquer, 10^n ou 10^{n+1} .

É relevante ressaltar que esses “resultados” da multiplicação entre F_1 e F_2 correspondem à coluna em que o dígito deve ser inserido, o que significa que ele indica a coluna em que o produto será registrado, da direita para a esquerda, iniciando pelo último algarismo do número. De maneira geral, o registro da menor casa do resultado (dígito) deve ser inserido na coluna que corresponde à soma dos expoentes das potências de dez que estão sendo multiplicadas. Assim, a posição do algarismo mais à esquerda (artículo) do resultado pode alcançar uma coluna após a soma dos expoentes que estão sendo multiplicados ($n+1$).

A operação de multiplicação no ábaco de Gerbert ocorre com a ação consciente do calculista com relação ao valor posicional dos números. A necessidade dessa compreensão é indicada em Brasil (2017, p. 291) no 4º ano do Ensino Fundamental quando é dado enfoque a “mostrar, por decomposição e composição, que todo número natural pode ser escrito por meio de adições e multiplicações por potências de dez, para compreender o sistema de numeração decimal e desenvolver estratégias de cálculo”.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Diante das discussões apresentadas se vislumbra a possibilidade de elaboração de uma sequência didática na qual se explorará, partindo do registro dos números no ábaco (de acordo com as propriedades do sistema de numeração decimal posicional), à elaboração de diferentes estratégias de cálculo, já que no próprio documento histórico é dada apenas a indicação do local de registro dos resultados, mas o procedimento operatório é omitido. Abrindo assim uma gama de possibilidades para exploração de estratégias de cálculo.

A aplicação desses conhecimentos em sala de aula, com o manuseio do ábaco pode ser iniciada com a proposta de registro dos números, assim como indica os documentos curriculares nacionais. O professor antes de partir para a operação propriamente dita buscará explorar o registro no ábaco e o concomitante registro no caderno da decomposição dos números inseridos no instrumento.

Essa iniciativa poderá aproximar o estudante das características principais do sistema de numeração decimal, com relação ao valor relativo e absoluto que os números assumem a depender da ordem numérica que ocupa. Além disso, convidar os estudantes a realizarem a multiplicação de números com uma ordem, inicialmente com o resultado de uma única ordem, ou seja, que não ultrapassa a ordem das unidades.

De maneira progressiva, aumentando-se as ordens da composição dos números se explorará a transferência de valores de uma casa para a outra. A partir dessa consolidação, indica-se lançar o desafio de multiplicar sem necessariamente começar a operar pela unidade, podendo emergir diferentes estratégias. O professor pode lançar questionamentos como: Se a multiplicação começar pela dezena, depois a centena e por último pela unidade isso alterará o resultado final? Entretanto, sem violar as regras do sistema de numeração decimal.

Ações deste tipo, proporcionadas pelas propriedades matemáticas incorporadas no instrumento histórico podem além do exposto, conduzir o estudante no desenvolvimento de habilidades relacionadas ao cálculo mental, tendo em vista que este modelo de ábaco é um instrumento de registro, ele não funciona como uma calculadora, o cálculo ocorre na mente do calculista, no caso do estudante.

REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, Suziê Maria de. **Um estudo sobre a articulação contida no *Traité de Gerbert (1843)* e o ensino na formação de professores de matemática**. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Instituto Federação de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2019.

ANONYMI TRACTATUS DE ABACO ET DE MUSICA. 1001-1100. Disponível em: <<http://archivesetmanuscripts.bnf.fr/ark:/12148/cc67965q>>. Acesso em: 29 mai. 2019.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf>. Acesso em: 18 jan. 2021.

CHASLES, Michael. Règles de l'Abacus (traduction littérale). In Académie des sciences (France). **Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences / publiés... par MM. les secrétaires**. Gauthier-Villars: Paris, 1843, p. 218 - 246. Disponível em: <<https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k2976b?rk=21459;2#>>. Acesso em: 16 jan. 2021.

GERBERT. **Traité de Gerbert**. In: Académie des sciences (France). **Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences / publiés... par MM. les secrétaires**. Gauthier-Villars: Paris, 1843, p. 281 - 295. Tradução por Michael Chasles. Disponível em: <<https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k2976b?rk=21459;2#>>. Acesso em: 16 jan. 2021.

LE GOFF, Jacques. **A Civilização do Ocidente Medieval**. Petrópolis: Editora Vozes, 2016.

MILLES, Polcino César. Contar, calcular, compreender: a aritmética na Idade Média. In: FRANÇA, Amâncio *et al.* **Trivium & Quadrivium: as artes liberais na Idade Média**. Cotia: Íbis, 1999.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. Os instrumentos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática: compreendendo o cenário nacional nos últimos 10 anos. In: SEMINÁRIO CEARENSE DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 3., 2018, Fortaleza. **Anais**. Fortaleza: Eduece, 2018, p. 1 - 12.

SAITO, Fumikazu. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

SAITO, Fumikazu. Construindo interfaces entre a história e o ensino da matemática. **Ensino da Matemática em Debate**, São Paulo, v. 3, n. 1, p. 3-19, 2016. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/emd/article/view/29002/20273>>. Acesso em: 26 dez. 2020.

SAITO, Fumikazu; DIAS, Marisa. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência & Educação**, São Paulo, v. 19, n. 1, p.89-111, 2013.

SILVA, Isabelle Coelho da. **Um estudo da incorporação de textos originais para a educação matemática**: buscando critérios na articulação entre história e ensino. 2018. 93f. Dissertação (Mestrado) – Curso de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Instituto Federal de Educação, 2018.

HISTÓRICO

Submetido: 13 de janeiro de 2023.

Aprovado: 15 de maio de 2023.

Publicado: 20 de junho de 2023.