RIDEMA
Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática

Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais na prática docente: um estudo do conceito de fração

Contributions of the theory of conceptual fields in teaching practice: a study of the fraction concept

Lissa Nareli dos Reis Portela[1]
Universidade Federal do Oeste do Pará

Rudinei Alves dos Santos[2]
Instituto Federal do Pará

Alzenira da Silva Leão[3]
Universidade Federal do Amazonas

RESUMO

Este trabalho é um recorte de uma monografia de especialização, que teve seu aporte teórico ancorado na Teoria dos Campos Conceituais (TCC). Apresentamos discussões que podem contribuir com a prática docente no sentido de oportunizar reflexões sobre a produção dos estudantes, capazes de conduzir a reorientação do professor no processo de ensino e aprendizagem. O presente estudo é de natureza qualitativa, caracterizado como um estudo de caso e possui como participantes estudantes do 5º ano do ensino fundamental de uma escola particular da cidade de Santarém, no interior do Pará. O objetivo consiste em investigar quais invariantes operatórios os estudantes expressam ao serem defrontados com situações que envolvem o conceito de parte-todo e razão, do campo multiplicativo das frações para adequar ao processo de ensino. Foram analisados os conceitos-em-ação e teoremas-em-ação evocados diante das situações aplicadas. Destacamos que devido ao isolamento provocado pela pandemia do Covid-19, a etapa de campo ocorreu de forma remota. No entanto, o recurso digital não impossibilitou percebemos que mediar a construção dos conceitos relacionados ao campo conceitual das frações, sobretudo, voltado para produção dos alunos tendo como lente a TCC é relevante. Entendemos que o professor é capaz de trilhar caminho mais seguro, porque fundamenta-se nas propriedades, relações e conceitos em construção, percebidos na ação do estudante. Desta maneira, constatamos na prática que adentrar o conceito através da porta chamada conjunto de situações é um caminho frutífero para o processo de conceitualização do real.

Palavras-chave: Campo Conceitual; Ensino de fração; Invariantes Operatórios; Estruturas Multiplicativas; Ensino Fundamental.

[1] Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA), Santarém, Pará, Brasil. Endereço para correspondência: Rodovia Santarém-Cuiabá BR 163, km 18 Planalto São José, Ramal do Japonês, Santarém, Pará, Brasil, CEP: 68030-991. ORCID iD: https://orcid.org/0000-0002-0290-4682. Lattes: http://lattes.cnpq.br/6566745744928205. E-mail: lissanareliportela@gmail.com.
[2] Doutor em Educação em Ciências e Matemática (PPGECEM/REAMEC). Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), Universidade Federal do Oeste do Pará (UFOPA). Professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará (IFPA), Santarém, Pará, Brasil. Avenida Castelo Branco, 621, Bairro: Interventoria, Santarém - PA, Brasil, CEP: 68020-820. ORCID iD: https://orcid.org/0000-0001-6214-3726. Lattes: http://lattes.cnpq.br/9365709399373081. E-mail: rudinei.alves@ifpa.edu.br.
[3] Mestranda em Ensino de Ciências e Matemática na Universidade Federal do Amazonas (UFAM), Manaus, Amazonas, Brasil. Rua/Av. Barão de Suruí, 401, Casa 5, Flores, Manaus, Amazonas, Brasil, CEP: 68058-260. ORCID iD: https://orcid.org/0000-0002-7957-6437. Lattes: http://lattes.cnpq.br/7535978235419969. E-mail: nyraleao4@gmail.com.

ABSTRACT

This work is an excerpt from a specialization monograph, the theoretical basis of which is the Conceptual Fields Theory (CBT). We present discussions that can contribute to teaching practice in the sense of providing an opportunity for reflection on the students' production, capable of leading the teacher to reorient the teaching and learning process. This study is qualitative in nature, characterized as a case study and involves students in the 5th year of elementary school at a private school in the city of Santarém, in the interior of the state of Pará. The aim is to investigate which operative invariants students express when faced with situations involving the concept of part-whole and ratio, from the multiplicative field of fractions, in order to adapt the teaching process. The concepts-in-action and theorems-in-action evoked in the situations applied were analyzed. Due to the isolation caused by the Covid-19 pandemic, the field stage took place remotely. However, the digital resource did not make it impossible for us to realize that mediating the construction of concepts related to the conceptual field of fractions, especially focused on the students' production using the CBT as a lens, is relevant. We understand that the teacher is able to tread a safer path, because it is based on the properties, relationships and concepts under construction, perceived in the student's actions. In this way, we have seen in practice that entering the concept through the door called a set of situations is a fruitful path for the process of conceptualizing the real.

Keywords: Conceptual Field; Fraction Teaching; Operational Invariants; Multiplicative Structures; Elementary School.

INTRODUÇÃO

Na educação básica uma das características que ainda permanece nas aulas de Matemática é a exposição de conteúdos de maneira mecânica, o cenário consiste em um professor munido de informações oferecendo aos estudantes o conteúdo, perpassando por exercícios e memorização de algoritmos. Ao estudante fica a tarefa de transcrever todas as informações de forma fiel para o seu caderno sem um processo de construção mais profundo (SILVA, 2016).

Aqui, identificamos a ideia que muitos têm de que é possível o estudante aprender matemática só por meio da transmissão de conhecimento. Isso leva o aluno a crer que só aprende matemática se dominar fórmulas e algoritmos, e que tudo é bem dicotômico, está certo ou errado, é verdadeiro ou falso, sem espaço para mais nada. E com isso a sua intuição matemática se perde. Quando se depara com um problema de matemática em que o procedimento que foi ensinado não permite uma solução direta, a mente parece que se fecha para outros caminhos e, por fim, acaba desistindo. E a matemática passa a ser um terror na vida escolar.

Silva (2016) também traz à luz outro detalhe importante, que a falta de conhecimento do professor para com o campo conceitual dos seus alunos faz ele acreditar que o que o aluno não aprendeu em anos anteriores é problema somente do aluno. O que fortalece a ideia de que a matemática é uma disciplina difícil, que poucas pessoas "geniais" vão compreender. Parece que, para muitos professores, o processo de ensino é pouco relevante e adaptar a sua prática para o melhor direcionamento do aluno nesse processo, nem chega a ser cogitado.

A matemática na sua estrutura apresenta métodos e padrões que podem atrair mais os nossos alunos. E diante da suspensão das aulas presenciais por causa da pandemia do Covid 19 em 2020, ensinar tornou-se uma tarefa ainda mais difícil, pois as limitações tecnológicas e a pouca adaptação dos alunos e professores com essa condição impossibilita a plena percepção do processo de ensino aprendizagem. Associado a essa condição de ensino, as grandes dificuldades relacionadas ao conteúdo de números racionais, em especial as frações, exigem do professor a busca de caminhos que possam contribuir com a melhoria do processo de ensino e aprendizagem em tempos de pandemia. Sendo assim, procurou-se com o auxílio da Teoria dos Campos Conceituais, investigar que invariantes operatórios acionados pelos alunos imersos em situações do campo conceitual das frações auxiliam o professor no (re) direcionamento do processo de ensino e aprendizagem.

Desta forma, o objetivo da pesquisa é analisar quais os invariantes operatórios que os alunos do 5º ano do ensino fundamental expressam ao resolverem situações que envolvam o conceito de parte-todo e razão, do campo multiplicativo das frações, para adequar o processo de ensino. Uma abordagem sobre a TCC será considerada, apresentando um panorama sobre a teoria. Posteriormente, trazemos alguns apontamentos acerca do campo conceitual das estruturas multiplicativas, onde situa-se as frações e a metodologia da pesquisa. E por fim trazemos algumas análises propostas no estudo e apontamentos para pesquisas futuras.

TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Gérard Vergnaud tem sua gênese nas contribuições feitas por Jean Piaget, sobretudo, por ter ampliado e redirecionado as ideias de lógica e estruturas gerais do pensamento. Contudo, Vergnaud afirma que sua teoria também tem contribuições de Vygotsky quando assume a importância do simbolismo linguístico e da interação com o meio, bem como, o papel do professor na escolha de situações adequadas para a construção de esquemas do estudante no que tange a zona de desenvolvimento proximal (MOREIRA, 2002).

A TCC exige leitura e reflexão constante para apropriação (FRANCHI, 2002), é uma teoria cognitivista que tem como pedra angular a conceitualização do real. Dessa maneira, "[...] visa a fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, notadamente das que revelam das ciências e das técnicas" (VERGNAUD, 1990, p. 133).

No que tange ao desenvolvimento cognitivo e a aprendizagem de competências, Zanella e Barros (2014, p. 11) apontam que a teoria "dedica-se aos estudos da formação do conceito pela criança em diferentes domínios do pensamento racional". Nesse sentido, o professor, mediador em ato, assume uma função importante nesse processo, a ele fica a função de estimular e valorizar as atividades com seus estudantes, sobretudo, buscando identificar quais as lacunas e obstáculos matemáticos existentes em termos de conceitos para então promover as melhores situações que poderão auxiliar na superação das barreiras.

Para Vergnaud o conhecimento está organizado em campos conceituais. Um campo conceitual é em poucas palavras "um conjunto de situações problemáticas cujo domínio requer o domínio de vários conceitos de natureza distinta" (MOREIRA, 2002, p. 66). Sendo a conceitualização a base da TCC, entender a definição de conceito é primordial.

O conceito proposto na teoria é formado por três conjuntos, são eles: as situações[4] (S), os invariantes operatórios (I) e as representações (R). O conjunto das situações é o referente do conceito ou que dá sentido ao conceito, é realidade propriamente dita. Então os conceitos só adquirem de fato sentido, se estiverem dentro de situações ou de um conjunto de situações. Ainda sobre o conceito, Vergnaud comenta que:

> 1) um conceito não se forma dentro de um só tipo de situações; 2) uma situação não se analisa com um só conceito; 3) a construção e apropriação de todas as propriedades de um conceito ou todos os aspectos de uma situação é um processo de muito fôlego que se estende ao longo dos anos, às vezes uma dezena de anos, com analogias e mal-entendidos entre situações, entre concepções, entre procedimentos, entre significantes (VERGNAUD, 1983, p. 393).

[4] As situações propostas na TCC não são as mesmas propostas por Guy Brousseau, na TCC, a primeira assume o sentido de tarefas, problemas matemáticos. Já a situação didática de Brousseau é um conjunto de relações explicitamente ou implicitamente estabelecidas entre três eixos: o aluno ou um grupo de alunos, instrumentos ou materiais e o professor, com o objetivo de aprendizagem.

Já o conjunto dos invariantes, por sua vez, está ligado ao significado do conceito, e nesse contexto surgem teoremas-em-ação e conceitos-em-ação, que são os conhecimentos contidos nos esquemas. E fazem parte desse conjunto as propriedades, relações, objetos, todos esses ligados à parte operacional. Uma das heranças da teoria de Piaget também é o conceito de esquema, mas para Vergnaud esse conceito é mais amplo, "esquema é a organização invariante do comportamento para uma dada classe de situações. Trata-se de uma definição precisa, mas que certamente necessita de maiores especificações para facilitar sua compreensão" (VERGNAUD, 1993, p. 2).

Assim não é o comportamento diante de situações semelhantes que é invariante, mas a organização desse comportamento que se projeta nos esquemas. Essa organização invariante promove uma parceria entre teoria e prática, o que permite a projetar conceitos-em-ação e teoremas-em-ação. Ao definir esses termos, Moreira (2002, p. 13) comenta que "Teorema-em-ação é uma proposição considerada como verdadeira sobre o real; conceito-em-ação é uma categoria de pensamento considerada como pertinente".

E o conjunto das representações é o significante, dado nas formas simbólicas como linguagem, gráficos, sentenças formais, gráficas entre outros. Tanto o conjunto dos invariantes quanto das representações são a representação da realidade frente às situações (MOREIRA, 2002).

Observando e estudando os fatores que interferem no sucesso do aluno ao conseguir resolver um problema, Magina (2001) comenta que a formação do conceito pelo aluno pode ser observada analisando suas estratégias para resolver problemas, ou seja, pelos conjuntos de invariantes que o aluno identifica ou reconhece na situação. Esses invariantes podem ser explícitos ou implícitos, e no segundo caso podem expressar os teoremas-em-ação. Também podemos observar o conjunto das representações nas expressões ou simbologia, que são os gestos, a escrita, os desenhos realizados na resolução do problema.

CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO

Inicialmente a TCC concentrou o seu estudo entre dois principais campos conceituais, o das estruturas aditivas e o das estruturas multiplicativas. Apesar de terem uma certa relação entre elas, Vergnaud considera algumas características inerentes das estruturas multiplicativas, que não se aplicam às estruturas aditivas. Admitindo assim, um estudo separado desses dois campos (JUCÁ, 2014).

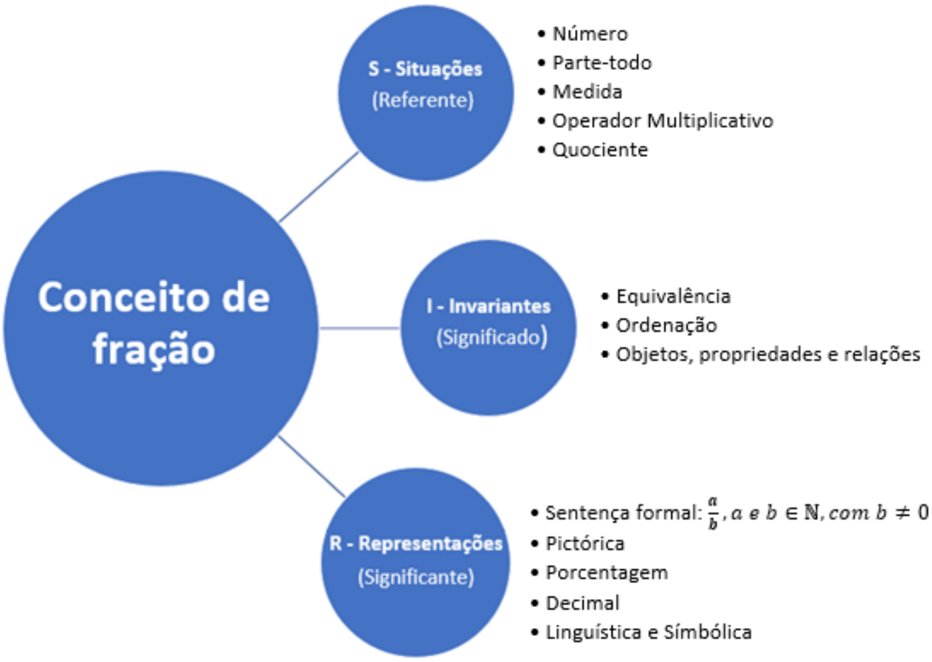
Para Vergnaud o campo conceitual das estruturas aditivas abrange um conjunto de situações que envolvem uma ou várias adições ou subtrações e um conjunto de conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações. Esse raciocínio aditivo comporta as ideias de juntar, separar e colocar em correspondência um a um. Em outras palavras, o invariante conceitual é a relação parte-todo.

Já no campo das estruturas multiplicativas envolve todas as situações que implicam uma ou várias multiplicações ou divisões e também o conjunto de conceitos e teoremas que permitem a análise dessas situações. No entanto, o invariante conceitual muda em relação ao princípio aditivo, apesar de estarem aparentemente relacionados. No raciocínio multiplicativo o invariante é a existência de uma relação fixa entre duas variáveis. Ou seja, as ideias associadas são a correspondência um a muitos e a distribuição equitativa (VERGNAUD, 2009).

Nunes (2011, p. 17) comenta que a multiplicação não deve ser vista apenas como a ideia "da adição repetida de parcelas iguais, uma vez que essa ideia é antiga e usada muito tempo no ensino." Então a multiplicação assim como a adição tem vários significados, que precisam também serem explorados. Jucá (2014, p. 95) cita o conjunto de conceitos e teoremas que permitem analisar situações desse campo "proporção simples e múltipla, função linear e não linear razão escalar direta e inversa, quociente e produto de dimensões combinação linear e aplicação linear, fração, razão, número racional, múltiplos e divisores".

Ao buscar a construção do conceito de fração, ancorando-se na TCC, temos na figura 1, que apresenta um esquema inspirado em Merlini (2005) sobre o que seria, o conjunto de Situações, Invariantes e Representações nesse campo.

Figura 1 - Campo Conceitual das Frações



Fonte: Elaboração dos autores (2020)

Neste trabalho, analisaremos resoluções de situações propostas por alunos do 5º ano do ensino fundamental e que envolvem o campo conceitual das frações, em especial a classe de situações que evoca os conceitos de parte-todo e a fração como razão. Tais análises poderão contribuir para a tomada de decisão do professor, pois pode permitir visualizar os conceitos em construção, evocados pelos alunos em ação. Desta maneira, possibilitando redirecionamentos no processo de ensino e aprendizagem.

METODOLOGIA

Esta pesquisa é um recorte de uma monografia de especialização com aspectos qualitativos em sua construção, uma vez que "envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada, enfatiza mais o processo do que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes" (LUDKE; ANDRÉ, 1986, p. 13). O seu delineamento está subsidiado em uma pesquisa do tipo estudo de caso, ainda segundo os autores citados esse tipo de pesquisa é caracterizado pela intenção de descoberta, interpretação de um contexto, retrato da realidade de maneira completa e profunda e variedade

Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática
Juiz de Fora, v. 7, n. 1, p. 1-23, Jan. – Dez., e-ISSN: 2594-4673, 2023
doi 10.34019/2594-4673.

no processo de coleta de informações. Em nossa experiência, um contexto pandêmico, interpretar os dados a partir de uma realidade complexa e não usual fez com que buscássemos maneiras de inserir os participantes de forma ativa e conseguir atingir o objetivo proposto, além de olhar com profundidade e atenção para o fenômeno estudado em um contexto virtual.

A atividade foi desenvolvida nos meses de agosto e setembro do ano de 2020 com uma turma do 5º ano do ensino fundamental, em um quantitativo de 24 estudantes[5] de uma escola particular da cidade de Santarém, no interior do Pará. As aulas de Matemática do ano letivo foram ministradas por uma professora Licenciada em Matemática e Física graduada pela Universidade Federal do Oeste do Pará. Importante destacar que devido ao isolamento provocado pela pandemia do Covid-19, as aulas ocorreram de forma remota pelo ambiente virtual Google Meet. Nessas aulas a interação entre os estudantes ocorria via chat, ou por áudio e vídeo quando possível e necessário. Os materiais utilizados foram notebook, mouse, smartphone, mesa digitalizadora, fone de ouvido e livro didático[6]. Os recursos digitais usados foram o OneNote do Windows 10 como lousa digital, uma plataforma[7] adotada pela instituição de ensino e para fizemos também o uso do Portal do PhET Simulações Interativas[8], no entanto, neste recorte optamos por apenas citá-lo, ficando ao encargo do leitor explorar a plataforma caso assim o desejar.

Para a pesquisa selecionamos algumas situações do campo conceitual de frações presentes no livro didático utilizado pela turma, que estão alinhadas a teoria proposta e a partir dessas, usando o aporte teórico TCC fizemos nossas análises para atingir o objetivo proposto. Para isso criamos classes de análise das situações escolhidas para auxiliar a direcionar os conceitos em ação e os teoremas em ação evocados pelos alunos e fazer as devidas colocações.

---

[5] Os estudantes participantes da pesquisa possuem um termo assinado com a autorização dos responsáveis para a utilização e divulgação de imagem, áudio e vídeo. Este termo é assinado no ato da matrícula anual. Ademais destacamos que obtivemos a assinatura do termo de anuência da direção escolar para a obtenção dos dados e o andamento da pesquisa no referido ano.

[6] Faz parte da coleção Projeto Ápis: Matemática, 3ª edição do autor Luiz Roberto Dante.

[7] A Plataforma Plurall que é uma plataforma de estudos e ensino online para alunos, responsáveis, professores e coordenadores.

[8] Fundado em 2002 pelo Prêmio Nobel Carl Wieman. Esse projeto da Universidade do Colorado, em Boulder, cria simulações interativas gratuitas de matemática e ciências. Link de acesso ao portal: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulations/browse

A atividade ocorreu em três encontros virtuais na plataforma Google Meet com duração de 90 minutos, durante os encontros nossos instrumentos de coleta foram o diário de bordo detalhando eventos específicos ocorridos durante a atividade, os diálogos feitos no chat pelos estudantes e os vídeos gravados mostrando a interação professor-estudantes. Nessas interações os alunos usavam o recurso de vídeo para expor suas anotações, representações pictóricas e outros raciocínios.

ANÁLISES E RESULTADOS

As situações foram selecionadas, conforme citado anteriormente do livro didático, por ser o material mais utilizado na instituição. Essas situações foram organizadas por classes conforme mostra o Quadro 1. Nas situações escolhidas observamos que o livro adota uma sequência para a construção do conceito de fração, primeiro desenvolve a ideia de PARTE TODO (Classe A), direcionando a construção para outras possibilidades de situações que envolve as tipologias de enunciados de A1 a A3. A REPRESENTAÇÃO (Classe B) é o próximo objeto do conhecimento, onde as situações são direcionadas para a escrita das frações em símbolos matemáticos e por fim na RAZÃO (Classe C) as situações giram em torno da construção da ideia de fração como uma razão. A partir dessa organização podemos observar os teoremas em ação e os conceitos em ação evocados pelos alunos de maneira direcionada. Entendemos que essa organização prévia facilita para o professor redirecionar a sua prática, visando uma aula que promova a construção e compreensão dos conceitos envolvidos.

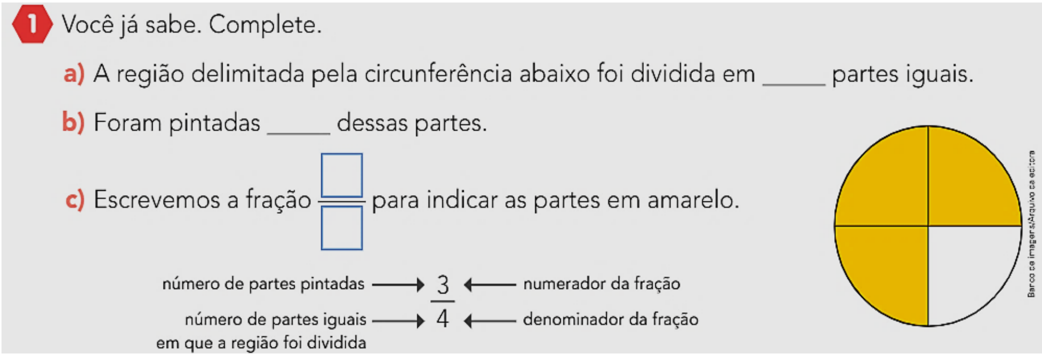
Quadro 1 - Relação de classes para as situações

Classes de situações	Objeto de conhecimento	Tipologia dos enunciados das situações
A	PARTE TODO	A1: Parte que sobrou de um todo. A2: Figura que representa uma situação prática. A3: Situação Híbrida (enunciado + figura).
B	REPRESENTAÇÃO	B1: Escrita da Fração.
C	RAZÃO	C1: Fração como razão.

Fonte: Elaboração dos autores (2020).

A situação S1 (Figura 2) da classe A3 envolve o objeto de conhecimento parte todo. O estudante precisa mobilizar os seus esquemas para diferenciar os conceitos de numerador e denominador. No item a) a maioria respondeu "4" contando cada parte, mas alguns alunos responderam "3" contando apenas os coloridos, questionados eles disseram que pensavam que era a parte colorida. Esse equívoco por parte do estudante nos revela um possível conceito em ação não pertinente que consiste no denominador como a parte colorida da figura, em outras palavras, o todo para o estudante é a região pintada e não as partes divididas da figura. A partir da mediação docente, no item b) todos responderam 3, inclusive os que responderam "3" no item a) disseram "agora sim professora é 3". Contudo, essa afirmação dos estudantes não implica uma real conceitualização, para verificar se houve de fato a aprendizagem, mais situações para superar o obstáculo observado são necessárias e de preferência situações variadas e com certo grau de dificuldade. No item c) todos os alunos responderam "3/4", mas entendemos essa resposta como uma simples associação do que viram nos itens a e b. Não podemos dizer ao certo se os alunos assimilaram a ideia da sentença formal da fração.

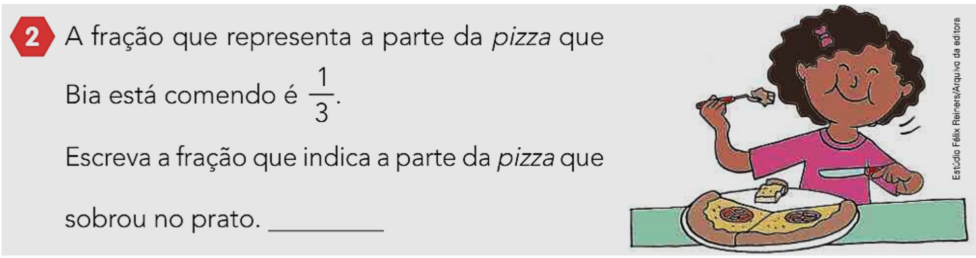
Figura 2: Situação (S1)



Fonte: Dante, 2017, p. 179

Aparentemente os alunos não compreenderam o que é o todo. Nesse tipo de situação, por ser um dos primeiros contatos com os conceitos de numerador e denominador, o professor precisa escolher outros problemas da mesma classe de situações para que os estudantes tenham a história (experiências) e a variedade, dessa maneira dando sentido ao conceito abordado. Vergnaud (1993) afirma que são as situações que são responsáveis pelo acesso ao conceito. Ou seja, que dão sentido ao conceito.

Figura 3: Situação (S2)



Fonte: Dante, 2017, p. 180

Assim, nas situações seguintes a professora apresentou situações da mesma classe. Na situação S2 (Figura 3) da classe A1, envolve além do conceito de parte-todo e numerador e denominador, a ideia de subtração (quanto sobra). Um aluno registrou no chat a sentença: $\frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$, percebemos alguns conceitos evocados por esse aluno, ele aparentemente compreendeu o conceito de numerador e denominador, conseguiu representar a sentença formal e foi mais além, realizou a subtração de frações com denominadores iguais. Outros alunos relataram que seria "2 de 3", "2 fatias de 3" ou "2 pedaços". Esse aluno que respondeu "2 pedaços" não

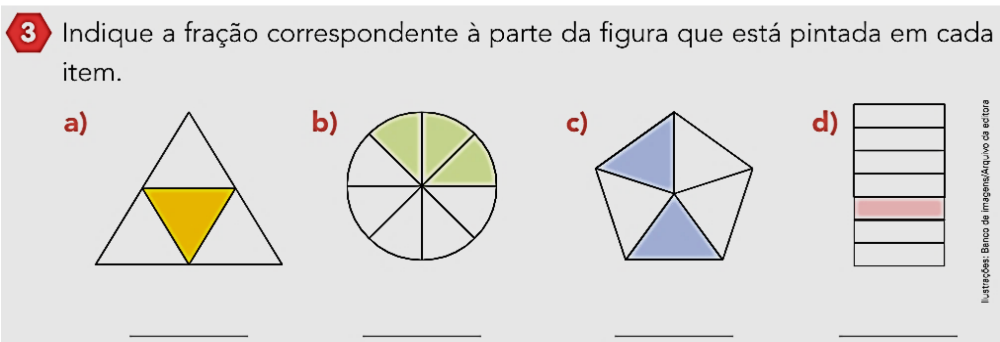
doi 10.34019/2594-4673.

tivemos como verificar que raciocínio ele obteve. Já os outros, apesar de conhecerem a nomenclatura e compreenderem o conceito, mas ao representarem “2 de 3” ou “2 fatias de 3”. Eles aparentemente compreenderam o conceito de fração, identificaram o numerador (parte) e do denominador (todo), mas não conseguiram representá-lo de maneira formal. Nesse momento o professor pode identificar esse invariante e auxiliar na construção de verdadeiros conceitos e/ou teoremas matemáticos, dando sentido aos conceitos de numerador e denominador, inerentes ao campo conceitual da fração e dessa forma viabilizando a representação formal do conceito de fração. Nessa perspectiva, Magina (2001, p. 17) comenta que os alunos precisam articular representações distintas para um mesmo conceito e teoremas.

> “são um caminho para analisarmos as estratégias intuitivas dos alunos e ajudá-los na transformação do conhecimento intuitivo para o conhecimento explícito. Eles também nos dão um caminho para fazermos um diagnóstico do que os alunos sabem, ou não, de modo que possamos oferecer situações que lhes permitam consolidar seus conhecimentos e estendê-los, perceber seus limites e superar eventuais dificuldades.”

As situações S3 (Figura 4) e S4 (Figura 5) fazem parte da mesma classe A3 que trabalham os conceitos de numerador, denominador, representação e reconhecimento da sentença formal. Os alunos responderam no chat de forma correta utilizando a sentença formal na S3. Isso mostra certo domínio desses conceitos. No entanto, alguns ativaram o microfone e continuavam utilizando termos como “1 de 4”, “2 de 8”. Os que responderam “2 de 3” na situação S2, já utilizavam nessa situação a sentença formal, mas tal conceito precisa continuar a ser explorado em situações futuras, pois os alunos ainda precisam adquirir a representação linguística formal.

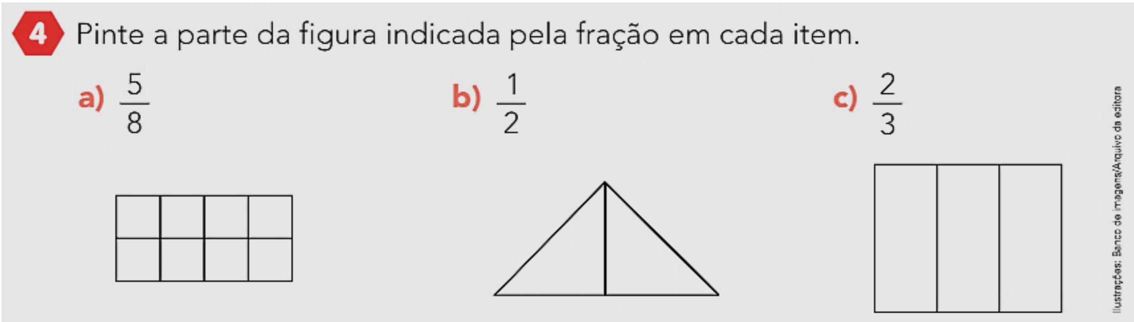
Figura 4: Situação (S3)



Fonte: Dante, 2017, p. 180

É possível que tais registros se devam ao fato de os alunos não terem sido defrontados com situações dessa classe, ou seja, que explorem tais representações. Sendo assim, o professor deve planejar situações que explorem a escrita e a pronúncia formal dos conceitos envolvidos. Algo que é realizado posteriormente na situação S6.

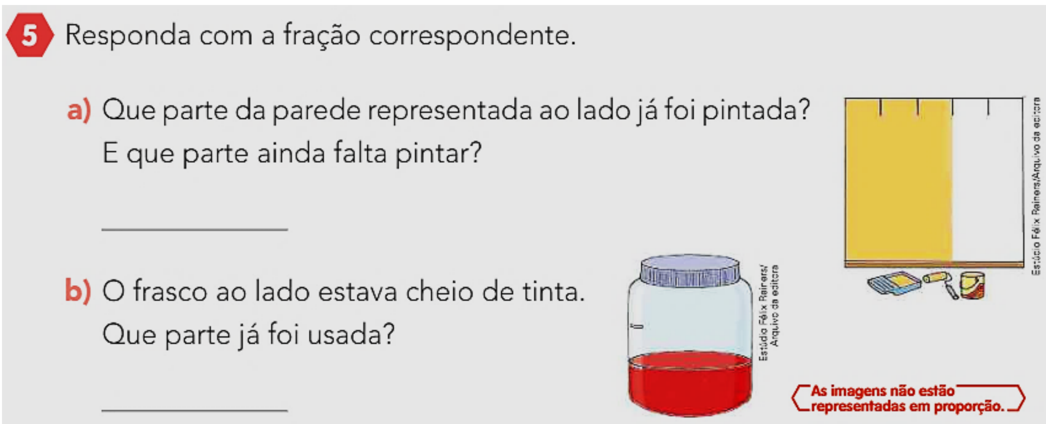
Figura 5: Situação (S4)



Fonte: DANTE, 2017, p. 180

Na situação S4, os alunos conseguiram pintar as figuras conforme o esperado. Alguns até disseram que no item a) tinham que “pintar 5 de 8” e que no seguinte “1 de 2” e no terceiro “2 de 3”. Percebemos um conceito-em-ação, eles compreenderam os significados de numerador e denominador.

Figura 6: Situação (S5)



Fonte: DANTE, 2017, p. 180

A situação S5 (Figura 6) também da classe A3 envolve os conceitos de área, volume (capacidade). Além disso, os alunos precisam dominar os conceitos de ‘que parte falta’ ou de ‘que parte já foi usada’, conceitos esses associados à subtração dentro do campo das frações.

10.34019/2594-4673.

No item a) a maioria respondeu “3/5” na primeira pergunta e poucos responderam “2/5” na segunda parte da pergunta. Um aluno respondeu “3” de imediato, outro aluno respondeu “2 de 4” e outros “3 de 5” e alguns até expressaram a subtração correspondente. Talvez o aluno que respondeu “2 de 4” contou as barras que separavam as partes, do que as partes em si, gerando denominador, isso mostra que ele não compreendeu o conceito de denominador (todo). Essa situação demonstra mais uma vez a necessidade de explorar situações que envolvem escrita e pronúncia. No item b) os alunos apresentaram um pouco de dificuldade, apenas alguns identificaram “2/3” outros ficaram na dúvida devido a borda do vasilhame e o próprio conceito de capacidade, conceito esse que será mais explorado a frente na vida escolar do aluno. Dessa forma, a identificação dessas dificuldades conduz a necessidade de serem exploradas novas situações que abordem tais conceitos em construção. Dessa forma, com um recurso digital do Portal do PhET Simulações Interativas e material xerografado, que o trabalho não apresenta. Foram trabalhadas outras situações dessa categoria, os alunos apresentaram mais facilidade de compreensão.

Figura 7: Situação (S6)

7 LEITURA DE FRAÇÕES

A leitura das frações com denominadores de 2 até 9 você já conhece.

$\frac{1}{2}$ Um meio. $\frac{3}{4}$ Três quartos. $\frac{5}{6}$ Cinco sextos. $\frac{7}{8}$ Sete oitavos.

$\frac{1}{3}$ Um terço. $\frac{1}{5}$ Um quinto. $\frac{4}{7}$ Quatro sétimos. $\frac{1}{9}$ Um nono.

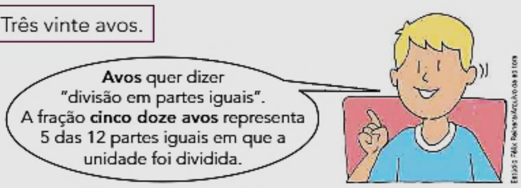
Veja também a leitura das frações com denominadores 10, 100 ou 1 000 (chamadas **frações decimais**).

$\frac{1}{10}$ Um décimo. $\frac{1}{100}$ Um centésimo. $\frac{1}{1\,000}$ Um milésimo.

Agora, conheça a leitura de frações com outros denominadores.

$\frac{5}{12}$ Cinco doze avos. $\frac{3}{20}$ Três vinte avos.

$\frac{7}{31}$ Sete trinta e um avos.



Agora, escreva como se lê ou indique a fração.

a) $\frac{4}{5}$ → ____________ e) Nove milésimos. → ________

b) $\frac{7}{100}$ → ____________ f) Sete trinta avos. → ________

c) $\frac{11}{15}$ → ____________ g) Cinco sextos. → ________

d) $\frac{6}{7}$ → ____________ h) Nove décimos. → ________

Fonte: Dante, 2017, p. 181

Na situação S6 (Figura 7) da classe B1, apresenta conceitos relacionados à representação linguística e simbólica de uma fração. Percebemos que os alunos apresentaram dificuldades de compreender o uso do termo "avos". A situação apresenta uma definição que aparentemente confundiu os alunos. Ela define que o termo "avos" significa "divisão em partes iguais", apesar da situação indicar que isso vale para denominadores maiores que 10. Um aluno respondeu o item b) como "sete centésimo avos". Outro aluno leu o item d) com "seis, sete avos". Eles diziam estar confusos, de fato, essa classe de situações não havia sido explorada ainda e tal confusão procede, devido a situação definir "avós" como "divisão em partes iguais". E como todas as frações são divisões em partes iguais, baseados nessa definição, para os alunos todas as frações deveriam ter o termo "avós". A teoria dos campos conceituais diz que a porta de

10.34019/2594-4673.

entrada do conceito é a situação (Moreira, 2002), como o conceito foi apresentado por meio de definição, isso mostra que esse método frequentemente usado em sala de aula não foi eficaz. Nesse caso deveriam ser exploradas situações que dessem sentido ao termo “avós”. Vergnaud (2009) comenta que um conceito que é apenas apresentado por meio de sua definição é uma forma de conceitualização não apropriada, já que ele considera que a formação do conceito precisa emergir das situações.

Ferreira (2006) em seus estudos sobre a origem desse termo, verificou que somente no espanhol e no português que adotaram o sufixo “avós” para designação de frações com denominadores maiores que dez. A derivação do termo chegou a Espanha pelos árabes e acabou sendo latinizado e chegando também a Portugal. Desta forma, somente esses dois países adotaram o termo “avós”, para designar a parte fracionária a partir do décimo.

Figura 8: Situação (S7)

1 Na foto ao lado há 8 balões, dos quais 5 são vermelhos: 5 em 8.

Dizemos que $\frac{5}{8}$ (cinco oitavos) dos balões são vermelhos.

$$\frac{5 \leftarrow \text{número de balões vermelhos}}{8 \leftarrow \text{número total de balões}}$$


Balões coloridos.

Escreva as frações, considerando o total de balões.

a) A fração correspondente aos balões amarelos. ______________

b) A fração correspondente ao balão azul. ______________

c) A fração correspondente aos balões que não são vermelhos. ______________

Fonte: Dante, 2017, p. 182

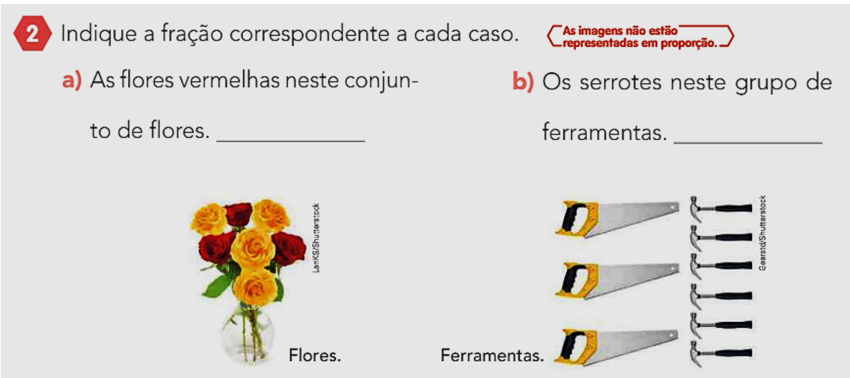
A situação S7 (Figura 8), S8 (Figura 9), S9 (Figura 10), S10 (Figura 11) e S11 (Figura 12) são das classes A2 e C1, apresentam conceitos que envolvam razão, adição, subtração e polígonos. Na situação S7, um aluno respondeu no chat que no item a) que a resposta seria $\frac{2}{6}$. Mas logo em seguida o mesmo aluno corrigiu a sua resposta informando $\frac{2}{8}$. Um conceito-em-ação surge ao admitir o numerador como a parte considerada e o denominador o restante do conjunto, ou seja, a parte não faz parte do todo. E não se trata de um ato falho, pois o mesmo

10.34019/2594-4673.

conceito surge na S8. No item c) dois alunos consideraram apenas azul ou apenas amarelo, mas o restante da turma não teve dificuldades de entender. Eles até alegaram que seria uma "pegadinha", mas que eles não haviam "caído". Questionados pelo docente, porque se tratava de uma pegadinha, eles responderam que seria pelo fato de unir duas cores a um grupo que seria os "não vermelhos" e "não vermelhos seria tanto o azul como o amarelo", e nas perguntas anteriores as "partes se tratavam apenas uma cor" específica o que poderia "causar confusão".

Os alunos apontaram que não possuíam experiência com essa classe de situação. Desta forma, algo que precisa ser mais explorado. Eles demonstram compreender que nas frações a parte deveria ser composta apenas por objetos de um tipo e não de objetos com uma mesma propriedade. Assim a necessidade de a professora trabalhar outras situações que envolvam objetos distintos que possuem mesma propriedade, conforme a situação S8. Outro detalhe é que percebemos o domínio dos alunos na representação da sentença formal e no conceito de numerador e denominador.

Figura 9: Situação (S8)



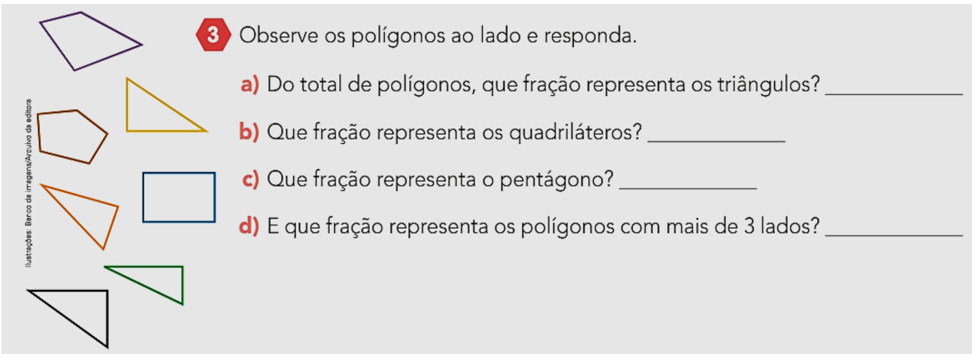
Fonte: Dante, 2017, p. 182

Na situação S8 no item a) os alunos responderam de imediato $\frac{3}{7}$ no chat e verbalizaram "três sétimos". Isso mostra domínio da representação formal e da representação linguística. No item b) o mesmo aluno que respondeu $\frac{2}{6}$ na situação S7, respondeu $\frac{3}{6}$. No entanto, a professora nesse momento relembrou o que seria a ideia de fração os papeis do numerador e denominador e pediu para o mesmo aluno observar novamente o desenho, e o aluno concluiu que então seria $\frac{3}{9}$ e eles explicaram que total de ferramentas, que é a propriedade comum, eram nove, "3 serrotes

doi 10.34019/2594-4673.

mais 6 martelos que dá 9”. Ela usou a definição de fração para trabalhar o conceito, o caminho seria propor mais situações que dessem sentido ao conceito, assim ela não seguiu a TCC. Isso muitas vezes ocorre, pois o professor mesmo que de forma não consciente tende a reproduzir a forma como foi ensinado tanto na graduação quanto na educação básica ou como os conceitos comumente aparecem em certos livros didáticos (SILVA, 2016). Outros alunos comentaram que essa questão era uma espécie de “pegadinha” e que eles não haviam mais “caído”, porque o segredo era visualizar qual era o “todo” ou “total”. Essa ação expressa pelos alunos, evoca novamente o conceito-em-ação, de que as frações eram usadas para representar apenas conjuntos formados por objetos idênticos. E não consideravam uma propriedade do conjunto, no caso do item b) o fato de serem ferramentas. Assim é necessário propor a turma mais situações que explorem essa classe, mostrando que os objetos são reunidos por suas propriedades.

Figura 10: Situação (S9)



Fonte: Dante, 2017, p. 182

Na S9 em todos os itens os alunos representaram a fração corretamente no chat. E nos itens a), b) e d) conseguiram verbalizar de forma adequada a fração. No item c) um aluno respondeu verbalizando “um, barra, sete” e “um, sete”, “pois bastava somar a quantidade do de três lados com a de quatro lados e com 1 de cinco lados”. Ou seja, ela tentou explicar por que o denominador seria 7 nesse caso. Talvez o aluno esteja externando representações distintas de um mesmo conceito e fazendo uso da sua linguagem materna para representar o que foi registrado de forma escrita. Percebemos que apesar da representação distinta ele entende o que é fração. Então, é preciso mais situações que explorem a representação verbal formal das

doi 10.34019/2594-4673.

frações para ter acesso às distintas formas de representá-las. Moreira (2002) até comenta que para Vergnaud os conceitos e símbolos eram como duas faces de uma mesma moeda e é sempre bom dar atenção ao uso que os alunos fazem de símbolos como um reflexo do uso dos conceitos. E Moreira continua afirmando que “a habilidade de resolver situações utilizando a linguagem natural seria o melhor critério para aquisição de conceitos, mas, por outro lado, a simbolização ajudaria nisso.” (Moreira. 2002. p. 24).

Figura 11: Situação (S10)

4 Em um grupo com 7 meninos e 3 meninas, as meninas correspondem a que fração do grupo? ____________

Fonte: Dante, 2017, p. 182

Na situação S10, nas falas e registros no chat todos expressaram corretamente a fração e o raciocínio. Explicitando que o denominador que representa o todo seria a soma da quantidade de meninos e meninas. Nessa situação os alunos ficaram animados para responder e verificar se todos conseguiriam acertar, eles diziam que o “segredo” era identificar o “todo”. Em situações anteriores, esse “todo” não era a totalidade de elementos com a propriedade explorada na situação, mas elementos “idênticos”. Agora percebemos que eles superaram a dificuldade anterior, expandiram os seus esquemas. Compreenderam o conjunto como sendo formado por objetos com propriedade comum.

Figura 12: Situação (S11)

7 Veja 2 maneiras de dividir igualmente 2 folhas de papel sulfite entre 3 pessoas: Mário (**M**), André (**A**) e Sílvia (**S**).

Escrevemos 2 folhas ÷ 3 = $\frac{2}{3}$ de folha, ou simplesmente 2 ÷ 3 = $\frac{2}{3}$.

Cada pessoa vai receber o correspondente a $\frac{2}{3}$ de uma folha.

Faça desenhos ou verifique concretamente e complete.

Se 3 folhas de papel sulfite forem repartidas entre 4 pessoas, então cada uma vai ficar com $\frac{\square}{\square}$ de folha, pois ______ ÷ ______ = $\frac{\square}{\square}$.

Fonte: Dante, 2017, p. 186

10.34019/2594-4673.

Na S11 alguns alunos realizaram a atividade de forma concreta com as 3 folhas de papel sulfite e fizeram a divisão em 4 partes iguais. A conclusão de um aluno é que “cada um vai ficar com 3 pedaços de 8 pedaços... eu acho..., mas tá estranho”, depois ele continua “não, vai ficar com 3 de 12 pedaços”. Interessante que nessa fala percebemos conceitos-em-ação, que $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$, esse aluno ainda não consegue estabelecer tal equivalência, mas mostra que está pensando em dividir cada uma das folhas em quatro partes iguais e que cada pessoa receberá $\frac{1}{4}$ de cada uma das três folhas, ou seja, $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$. Isso não está completamente errado. Percebemos que esse aluno associou o “todo” aos 12 pedaços, e pensou que dividir 12 pedaços para 4 pessoas resulta em 3 pedaços para cada. Outro aluno comentou que sim seria “3 pedaços, mas que a fração tinha que ser três quartos”. Isso mostra que o aluno está usando invariantes operatórios. Segundo Moreira (2002) identificar esses invariantes e contribuir para que se tornem conceitos e teoremas matemáticos é uma importante função do professor. No entanto, o aluno poderia apenas ter imitado o exemplo, isto é, a situação não faz sentido para ele. Já outro aluno escreveu no chat que seria simplesmente $\frac{3}{4}$, pois era uma divisão, “3 folhas para 4 e que assim era bem mais fácil de ver”. Para os que disseram que era uma divisão, isso representa um avanço dentro do campo numérico dos racionais. Essa situação também foi representada no ambiente virtual do PhET Colorado, mas não consta no trabalho.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Compreender como o aluno pensa e como as suas expressões refletem o que aprenderam, não é uma tarefa fácil. Com o objetivo de auxiliar o professor nesse processo recorremos a TCC. Ela possibilita a reflexão do professor e o redirecionamento do processo de ensino e aprendizagem. Na pesquisa, a TCC possibilitou identificar invariantes operatórios que permitem verificar quais conceitos de frações não foram aprendidos e isso facilitou o trabalho do professor no sentido de redirecionar os seus esforços. Identificar esses invariantes e contribuir para que se tornem conceitos e teoremas matemáticos é um importante papel que deve ser assumido pelo professor.

A TCC também valoriza a produção dos alunos e considera que eles possuem tempos distintos de aprendizagem. Notamos isso em diferentes momentos durante a pesquisa, alguns alunos compreendem o conceito no primeiro momento, mas outros precisam de mais situações para que o conceito tenha significado, pois há situações que dão sentido ao conceito.

Sublinha-se que muitos desafios surgiram diante do isolamento provocado pela pandemia do Covid 19. Como a falta de familiaridade com o ambiente virtual, tanto para alunos, quanto para os professores. Tudo nesse período foi uma experiência que aconteceu de forma emergencial, dificuldades externas como os problemas de conexão com a internet, falta de recursos adequados, enfermidades, enfim.

Apesar disso, esse cenário de insegurança, incertezas e sofrimento viabilizou o desenvolvimento de uma etapa de campo importante do ponto de vista científico, pois permitiu a experimentação de diferentes estratégias de ensino implementadas de forma remota. Desta forma, esse período pandêmico motivou a produção desta e de outras pesquisas científicas com potencial para auxiliar o professor nesse ambiente de ensino remoto. Outrossim, a longo prazo, este estudo permite vislumbrar, por meio da TCC, estudo que busque ir além da identificação e análise dos invariantes operatórios. Quiçá, auxiliar na identificação completa dos esquemas acionados por alunos diante de situações propostas e como isso pode redirecionar o aluno e o professor em suas práticas.

Diante de tantos aprendizados, pretendemos continuar o processo de apropriação desses novos recursos para o ensino de matemática e fazer deles facilitadores do processo de ensino e aprendizagem, pois supõem-se que os recursos digitais mediados por teorias de aprendizagem adequadas, como a TCC, devem continuar povoando o cenário escolar de forma presencial, virtual ou híbrida. Então, enquanto professores do século XXI, façamos ecoar o uso desses recursos, através da divulgação de estudos como este.

REFERÊNCIAS

DANTE, L. R. **Projeto Ápis:** Matemática - 5º ano. 3. ed. São Paulo: Ática, 2017.

FERREIRA, E. S. Onze avos, doze avos, de onde vem este termo avo? **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 6, n. 11, p. 97-108, 2026. Disponível em: http://rbhm.org.br/index.php/RBHM/article/view/215. Acesso em: 22 jul. 2021.

FRANCHI, A. Considerações sobre a teoria dos campos conceituais. In: MACHADO *et al*. (Orgs.) **Educação Matemática:** uma introdução. - 2. ed. - São Paulo : EDUC, 2002.

GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**, 6 ed. São Paulo: Atlas, 2018.

GITIRANA, V. **Repensando adição e subtração**: contribuições da teoria dos campos conceituais. 2. ed. São Paulo: Editora PROEM, 2001.

JUCÁ. R. S. **Um estudo das competências e habilidades na resolução de problemas aritméticos, aditivos e multiplicativos, com números decimais**. 2014. 282 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal do Pará, Bélem, 2014.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MERLINI, V. L. **O conceito de fração em seus diferentes significados:** um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental. 2005. 207 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em ensino de ciências**, v. 7, n. 1, 2002. Disponível em: http://www.if.ufrgs.br/ienci/artigos/Artigo_ID80/v7_n1_a2002.pdf. Acesso em: 16 jun. 2021.

NUNES, T.; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. **Na vida dez, na escola zero**. 16. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

SILVA, F. H. S. **Educação Matemática:** caminhos necessários. Belém: Palheta, 2016.

VERGNAUD, G. O que é aprender? In: BITTAR, M.; MUNIZ, C. A. (Org). **A aprendizagem Matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais**. Curitiba: Editora CRV, 2009.

VERGNAUD, G. Teoria dos Campos Conceituais. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DO RIO DE JANEIRO, 1., Rio de Janeiro. **Anais**... Rio de Janeiro, 1993.

VERGNAUD, G. Catégories logiques et invariants opératoires. **Archives de Psychologie**, n° 58, p. 145-149, 1990.

VERGNAUD, G. Quelques problèmes theóriques de la didactique a propos d'un example: les structures additives. **Atelier International d'Eté: Récherche en Didactique de la Physique**. La Londe les Maures, França, 1983.

ZANELLA, M. S.; BARROS, R. M. O. **Teoria dos Campos Conceituais**: situações problemas da estrutura aditiva e multiplicativa de naturais. - 1. ed. - Curitiba: CRV, 2014.

HISTÓRICO

Submetido: 14 de agosto de 2023.
Aprovado: 21 de novembro de 2023.
Publicado: 17 de dezembro de 2023.