



Ensino-Aprendizagem da Matemática por meio da Proposição de Problemas: uma proposta metodológica

Teaching-Learning Mathematics through the Proposition of Problems: a methodological proposal

Cristina de Jesus Teixeira¹

PPGE/UnB e SEEDF

Geraldo Eustáquio Moreira²

PPGE/UnB (Acadêmico e Profissional)

RESUMO

Este artigo é um recorte da tese de doutoramento em andamento, na qual a formulação de problemas por estudantes dos anos finais do ensino fundamental constitui o objeto de investigação. O estudo compreendendo a abordagem qualitativa de natureza teórica, caracterizado como exploratório, objetivou formular uma metodologia para o trabalho pedagógico nas aulas de matemática, e, especificamente, definir e descrever uma proposta metodológica de ensino-aprendizagem a partir do uso de problemas e as estratégias que a compõem. Apoiou-se a construção teórica, conceitual e descritiva na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (2003); na literatura específica, em sua maioria, sobre a resolução de problemas; e no movimento bidirecional cíclico sintetizado, previamente, a partir do estudo e resultados encontrados na pesquisa de revisão sistemática empreendida para a tese (TEIXEIRA; MOREIRA, 2022). Como resultado obteve-se a constituição da *Metodologia de Ensino-Aprendizagem da Matemática por meio da Proposição de Problemas* e das estratégias didáticas que a compõem: *formulação, reformulação, elaboração, resolução de problemas e problematização*, a partir da qual apresentou-se uma possibilidade de estruturação para o trabalho pedagógico nas aulas de matemática e para intervenção da pesquisa de campo da tese citada.

Palavras-chave: Metodologia de ensino-aprendizagem; Proposição de problemas; Formulação de problemas; Trabalho pedagógico; Aprendizagem significativa.

ABSTRACT

This article is an excerpt from a doctoral thesis, in progress, in which the problem posing by students in the final years of elementary school is the object of investigation. The study, comprising a qualitative approach of theoretical nature, characterized as exploratory, aimed to formulate a methodology for the pedagogical work in mathematics classes, and specifically, to define and describe a methodological proposal of teaching-learning from the use of problems and the strategies that compose it. The theoretical, conceptual and descriptive construction was based on Ausubel's Theory of Meaningful Learning (2003); on specific literature, mostly on problem solving; and on the Synthesized cyclical bidirectional movement, previously,

¹Doutoranda em Educação no Programa de Pós Graduação Em Educação da Universidade de Brasília (PPGE/UnB), Professora de Matemática da Secretaria de Educação do DF (SEEDF), Brasília, Distrito Federal, Brasil. Endereço: SHIGS 705 bloco Q casa 11, Asa Sul, Brasília-DF, CEP: 70350717. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-8174-3735>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/6680680987990253>. E-mail: cristina.j.teixeira@gmail.com.

²Pós-Doutor em Educação pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ (2020) e Doutor em Educação Matemática pela PUC/SP (2012); Universidade de Brasília – UnB, Programa de Pós-Graduação em Educação – PPGE (Acadêmico e Profissional); Brasília, Distrito Federal, Brasil. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-1455-6646>. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/8911881624400864> E-mail: geust2007@gmail.com.

from the study and results found in the systematic review research undertaken for the thesis (TEIXEIRA; MOREIRA, 2022). The result was the constitution of a Teaching-Learning Methodology of Mathematics through Problem Solving and the didactic strategies that compose it: problem posing, reformulation, elaboration, problem solving, and problematization. Based on this methodology, a possible structuring for the pedagogical work in mathematics classes and for the intervention of the field research of the cited thesis. **Keywords:** Teaching-learning methodology; Proposition of problems; Problem posing; Pedagogic work; Meaningful learning.

O USO DE PROBLEMAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

No contexto acadêmico brasileiro há um consenso sobre a compreensão da resolução de problemas como uma metodologia (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014; ANDRADE, 1998; DANTE, 2003; ONUCHIC, 1999; DINIZ, 2001), a qual está implicitamente incorporada à formulação de problemas (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014; ANDRADE, 1998; DANTE, 2009; MEDEIROS, 2013; TEIXEIRA; MOREIRA, 2020).

Ainda assim, o ensino de matemática quando utiliza problemas, o faz com foco na resolução de problemas (ALTOÉ, 2017; CAI; HWANG, 2019; MEDEIROS, 2013), e em grande parte nas abordagens mais tradicionais: *sobre*, ensino de algoritmos e procedimentos; *para*, como aplicação de conteúdo, resultado associado às diferentes interpretações dadas a esse termo (BRANCA, 1997; HATFIELD, 1978; SCHROEDER; LESTER, 1989).

A compreensão equivocada do uso da estratégia de resolução de problemas pode estar levando o professor a ofertar tarefas que não envolvam a formulação de problemas. Embora as pesquisas em Educação Matemática venham desempenhando papel importante para o processo de ensino-aprendizagem no âmbito da resolução de problemas (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, ANDRADE, 1998, ONUCHIC, 1999; SMOLE; DINIZ, 2001), estas parecem não alcançar de forma efetiva o contexto da sala de aula (ANDRADE, 2008).

Parece haver “[...] um desencontro entre o que a literatura acadêmica diz sobre a resolução de problemas, e o que, de fato, os professores sabem e fazem nas suas salas de aula” (ANDRADE, 2008, p. 16). Além disso, não há indícios de trabalho envolvendo outras estratégias com uso de problemas de matemática no processo de ensino-aprendizagem brasileiro (ALTOÉ, 2017, MEDEIROS, 2013, SOUZA, 2016).

A formulação e a resolução de problemas de matemática ainda estão, em sua maioria, relacionadas a problemas fechados (MEDEIROS, 2013). Via de regra, os problemas apresentados em sala de aula são do livro didático ou formulados pelo

professor (BRITO, 2010, SOUZA, 2016). Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN), a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e os currículos estaduais têm enfatizado que o trabalho pedagógico seja organizado a partir de problemas de matemática, no entanto, essa recomendação parece estar sendo ignorada no contexto escolar (ALTOÉ, 2017, CAI; HWANG, 2019).

Com relação a pesquisas desenvolvidas sobre formulação de problemas na última década, Andreatta (2020) e Altoé (2017) relatam que estas foram encontradas em quantidade muito inferior quanto comparado às pesquisas sobre resolução de problemas, chegando a conclusão da escassez sobre trabalhos acadêmicos envolvendo tal estratégia no Brasil. Medeiros (2013), em pesquisa realizada com professores e graduandos de matemática, observou que não só a formulação, mas também a resolução de problemas matemáticos tem tido pouca ou nenhuma utilização nas aulas dessa disciplina.

Teixeira e Moreira (2022) constataram que, mesmo quando abordaram as estratégias formulação, elaboração e reformulação de problemas, as pesquisas de campo/pesquisadores o fizeram com foco na resolução de problemas, dedicando a esta a maior parte dos encontros. Além disso, quando desenvolvidas estas estratégias, geralmente, foram deixadas para os encontros finais, ou seja, após a resolução de problemas.

Esses aspectos justificam a necessidade, tanto de pesquisas cujo objeto seja a formulação de problemas por estudantes quanto de uma metodologia de ensino-aprendizagem a partir do uso de problemas, que integre as estratégias formulação, reformulação, elaboração e resolução como possibilidade para o trabalho pedagógico nas aulas de matemática.

Dessa forma, este estudo objetivou formular uma proposta metodológica para o trabalho pedagógico nas aulas de matemática, e definir e descrever uma metodologia de ensino-aprendizagem a partir do uso de problemas e as estratégias que a compõem.

O texto foi estruturado a partir desta parte introdutória sobre o uso de problemas no ensino de matemática, no percurso metodológico adotado, na perspectiva metodológica do trabalho com problemas com foco no que tem sido desenvolvido no Brasil, na proposta de uma metodologia de ensino-aprendizagem, seguido de uma possibilidade de estruturação do trabalho pedagógico amparado na proposição de problemas, e nas considerações finais.

PERCURSO METODOLÓGICO

Este estudo, de forma ampla, objetivou formular uma proposta metodológica para o trabalho pedagógico, mais especificamente, definir e descrever uma metodologia de ensino-aprendizagem a partir do uso de problemas e as estratégias que a compõem.

O estudo, segundo Gil (2008), compreendendo a abordagem qualitativa de natureza teórica, caracterizado como exploratório, propõe modificar ideias sobre as estratégias formulação, reformulação, elaboração e resolução de problemas. Lakatos e Marconi (2021, p. 301) afirmam que nesse tipo de investigação é possível explorar questões sob diferentes perspectivas “propiciando o exame de um tema sob novo enfoque ou abordagem, chegando a conclusões inovadoras”.

A construção teórica, conceitual e descritiva da metodologia de ensino-aprendizagem teve suporte no movimento bidirecional cíclico³ sintetizado, previamente, a partir do estudo e resultados encontrados na pesquisa de revisão sistemática empreendida para a tese (TEIXEIRA; MOREIRA, 2022); na teoria da Aprendizagem Significativa (AUSUBEL, 2003); na literatura específica sobre o uso de problemas em aulas de matemática, em sua maioria, resolução de problemas; e na prática e reflexões sobre a proposição de problemas em sala de aula (TEIXEIRA; MOREIRA, 2020).

PERSPECTIVA METODOLÓGICA DO TRABALHO COM PROBLEMAS COM FOCO NO QUE TEM SIDO DESENVOLVIDO NO BRASIL

Com os movimentos em prol da melhoria do ensino da matemática (ONUCHIC, 1999; VAN DE WALLE, 2009), a resolução de problemas desde Polya (1945) já vinha ganhando espaço e orientando diferentes concepções de ensino. No final do século XX, passou a ser considerada por alguns pesquisadores como uma metodologia de ensino (ANDRADE, 1998, DANTE, 2009, ONUCHIC, 1999, VAN DE WALLE, 2009), constituindo, de modo geral, “[...] um conjunto de estratégias para o ensino e desenvolvimento da aprendizagem da matemática” (DINIZ, 2001, p. 88), compreendida como orientação para o processo de aprendizagem ao longo do trabalho pedagógico (DANTE, 2009, ONUCHIC; ALLEVATO, 2005).

³ O movimento bidirecional cíclico não foi apresentado, neste artigo, devido ao limite de páginas.

Sobre metodologias de ensino ou de ensino-aprendizagem envolvendo o uso de problemas, Teixeira e Moreira (2022) encontraram com maior representatividade o uso da heurística e das etapas de resolução de problemas de Polya (1945); da Resolução de Problemas como Metodologia de Ensino da Matemática de Dante (2003, 2009); da perspectiva metodológica resolução de problemas de Diniz (2001); da Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução, Exploração, Codificação e Descodificação de Problemas de Andrade (1998); da Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas de Onuchic (1999) e da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas de Onuchic e Allevato (2011).

Polya (1945) criou um roteiro com orientações de como resolver um problema. De forma resumida, as *etapas da heurística de Polya para a resolução de problemas* englobam: (i) compreender o problema (conhecer quais os dados, o que se quer saber, qual condição ou condições); (ii) elaborar um plano (encontrar conexões entre os dados e a incógnita, estabelecer ligações com problemas mais simples que possam auxiliar na busca da solução); (iii) executar o plano (verificar cada passo do plano e avaliar sua correção), e (iv) fazer o retrospecto ou verificação da resolução (verificar a solução obtida, analisar sua compatibilidade com os dados, avaliar se existem outros métodos de resolução). Nessa perspectiva, o enfoque está nas estratégias de resolução ou heurísticas, isto é, ensino sobre a resolução de problemas.

Dante (2009) incluiu a formulação de problemas à metodologia de resolução de problemas (2003), colocando-as como metodologia do ensino da matemática, *Formulação e Resolução de Problemas como Metodologia de Ensino da Matemática*. Apresenta as três concepções já abordadas sobre resolução de problemas (meta, processo, habilidade básica) com inclusão da estratégia formulação de problemas. Para o autor, essa metodologia possibilita explorar a oralidade em matemática e o desenvolvimento da comunicação, da exploração, da organização e da exposição do pensamento; valorizar o conhecimento prévio do estudante; estimular o pensamento produtivo; desenvolver o raciocínio; enfrentamento de situações novas e promover a criatividade do estudante.

Diniz (2001) concebe a resolução de problemas na *perspectiva metodológica resolução de problemas*, por corresponder a uma forma de organização do ensino, mas com uma lente ampliada dessa metodologia de conjunto de orientações didáticas para

proposição e enfrentamento de situação-problema. Considera “[...] como problema toda situação que permita alguma problematização” (DINIZ, 2001, p. 90), na qual enfrentar e resolver uma situação-problema implica numa atitude de investigação, formulação e reformulação das perguntas e resoluções, discussão e interação entre os estudantes sobre os diferentes processos de resolução. Essa perspectiva metodológica tem por característica trabalhar método de ensino e conteúdo de forma interligada e combinada a comunicação.

Na metodologia *Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução, Exploração, Codificação e Descodificação de Problemas* proposta por Andrade (1998), o autor defende que o ensino-aprendizagem deve começar com um problema ou situação-problema. A resolução de problemas é compreendida a partir da relação Problema-Trabalho-Reflexões e Síntese (P-T-RS), envolvendo o processo e o produto como partes elementares da Resolução de Problemas. Essa relação baseia-se no processo de codificação e descodificação que devem estar presentes em todo processo de exploração e resolução. A codificação engloba o processo de síntese que envolve a resolução do problema, e a descodificação trata da interpretação e compreensão do problema, envolvendo o processo de análise crítica. No momento de exploração, professor e estudantes discutem e refletem sobre o problema, o que pode levar à resolução, a novos problemas, à reflexão.

A Metodologia de *Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas*, de Onuchic e Allevato (2011), anteriormente, *Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas* (ONUCHIC, 1999), o problema é o ponto de partida e orientação para a aprendizagem e construção do conhecimento. Nessa concepção, os elementos ensino-aprendizagem-avaliação devem ocorrer simultaneamente durante o processo de construção do conhecimento pelo estudante. Essa metodologia foi inicialmente cunhada por Onuchic (1999) que trazia uma possibilidade de etapas para ser aplicada em sala de aula.

Na proposta atual, Allevato e Onuchic (2014) apresentam uma forma de organização para o trabalho pedagógico em etapas que sofreram algumas alterações da anterior. Esta consta de dez etapas: proposição do problema, que pode ser elaborado pelo professor ou estudantes; leitura individual; leitura em conjunto; resolução do problema; observar e incentivar; registro das resoluções na lousa; plenária; busca do consenso;

formalização do conteúdo; proposição e resolução de novos problemas. Nessa metodologia de ensino “ao invés de colocar-se como foco do ensino de matemática, ao ser considerada como metodologia de ensino, a resolução de problemas faz da compreensão seu foco central e seu objetivo” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 48).

As metodologias de ensino descritas, Andrade (1998), Dante (2003, 2009), Onuchic (1999), Onuchic e Allevato (2011) e Diniz (2001), em sua maioria com foco na resolução de problemas, ainda que algumas apresentem e descrevam um processo estruturado, no qual em algum momento pode haver formulação de problemas pelo estudante, não foram consideradas suficientes para empreender a proposta de intervenção da pesquisa de campo de doutoramento em andamento.

Para essa intervenção, devido à concepção de uso de problemas adotada, constatou-se a necessidade de um material teórico-metodológico com foco na formulação de problemas por estudantes, assim como de outras estratégias didáticas de ensino, e, principalmente, de uma metodologia de ensino-aprendizagem que integrasse essas estratégias, e ao mesmo tempo englobasse as etapas de uma sequência didática.

Na concepção adotada pelos autores, no ensino fundamentado no uso de problemas, o trabalho pedagógico deve utilizar o problema como indutor do processo de aprendizagem, e dessa forma, fazer uso da maior variedade de estratégias (formulação, reformulação, elaboração, resolução e problematização) e contemplar as etapas da sequência didática (introdução, aprofundamento e consolidação do objeto do conhecimento).

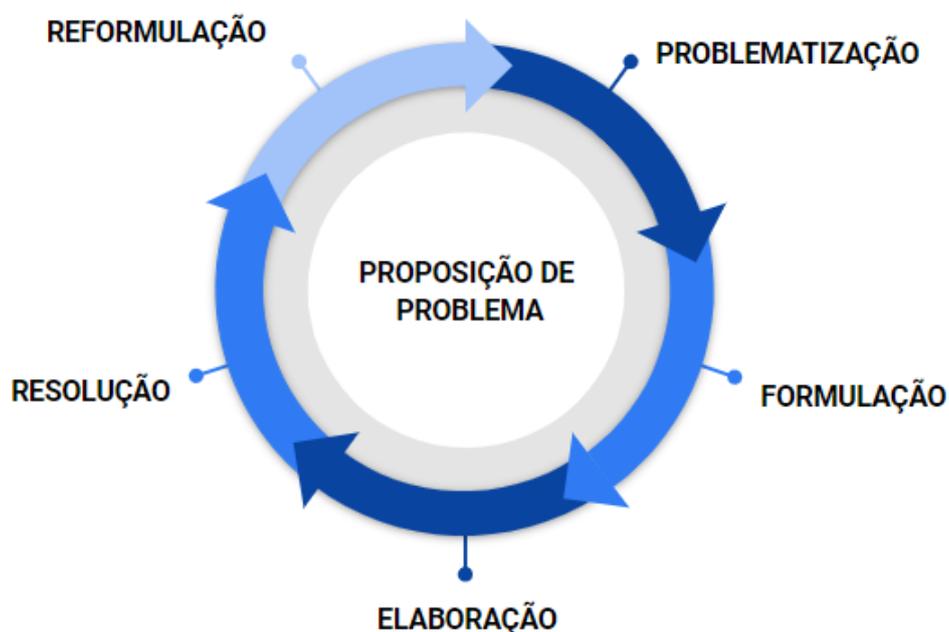
METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA POR MEIO DA PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS

O uso de problemas ou *trabalho com problemas*, neste estudo, para além da resolução de problemas, incorpora a utilização das estratégias formulação de problemas, reformulação de problemas, elaboração de problemas e problematização e engloba as todas etapas da sequência didática. Considerado como a base do trabalho pedagógico nas aulas de matemática, o uso de problemas, a partir das estratégias didáticas de ensino, foi

denominado *proposição de problemas*. Nessa perspectiva, a proposição de problemas foi considerada como uma metodologia de ensino-aprendizagem⁴.

Essa metodologia integra as estratégias considerando-as complementares. Ao escolher uma estratégia para orientar uma tarefa, implicitamente se movimenta e envolve as demais, em menor ou maior medida, uma vez que todas estão de alguma forma vinculadas. A Figura 1 anuncia a proposta dessa metodologia.

Figura 1 – Metodologia de Ensino-Aprendizagem da Matemática por meio da Proposição de Problemas



Fonte: De autoria própria.

No âmbito dessa metodologia de ensino-aprendizagem, define-se e descreve-se cada uma das estratégias didáticas que a compõem: formulação de problemas; reformulação de problemas; elaboração de problemas; resolução de problemas e problematização.

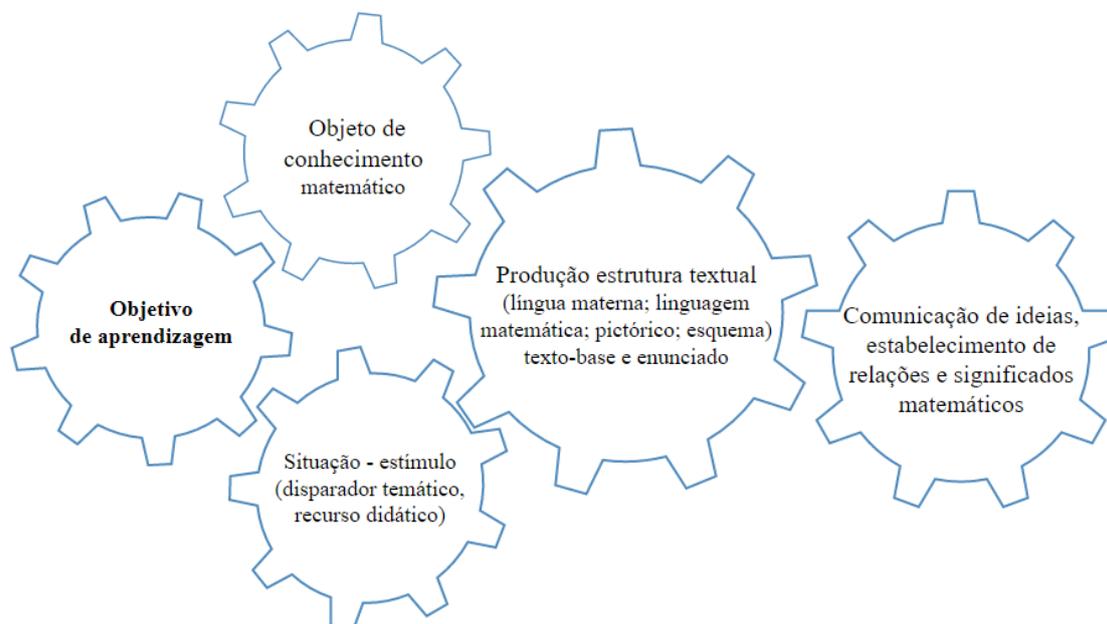
Estratégia formulação de problemas

A *formulação de problema*, orientada por um objetivo de aprendizagem associado a um objeto de conhecimento, pode ser proposta a partir de um estímulo, isto é, um

⁴ Considera-se a unidade ensino-aprendizagem devido à compreensão que a aprendizagem é o objetivo do trabalho pedagógico e o ensino, o meio/mecanismo pelo qual se pode alcançar esse objetivo.

disparador temático e/ou por meio de material concreto, manipulável ou de um organizador prévio. A Figura 2 apresenta um esquema do processo de formulação de problemas.

Figura 2 – Estratégia formulação de problemas



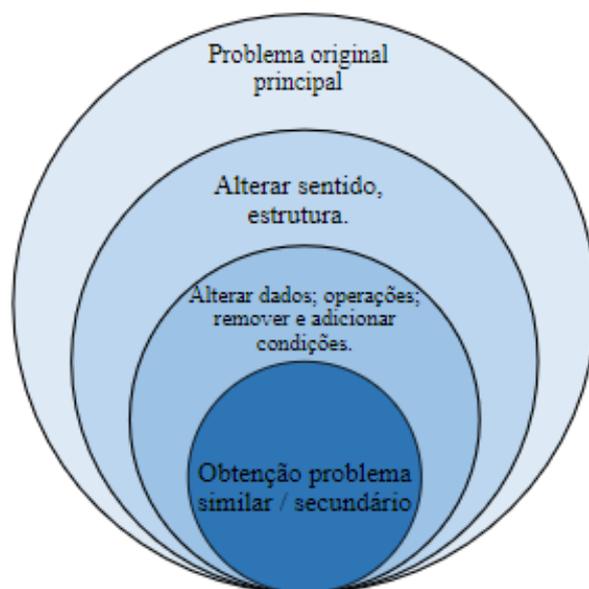
Fonte: De autoria própria.

O uso dessa estratégia intenta gerar a produção de uma estrutura textual (escrita - língua materna; linguagem matemática; pictórico; esquema), isto é, alguma forma de texto-base e enunciado não necessariamente escrito (que possa auxiliar a compreensão), que envolva objetos de conhecimento matemático (conteúdos, conceitos, processos), que comunique ideias, estabeleça relações e significados matemáticos com clareza, que não necessariamente sejam sistematizados.

Estratégia reformulação de problemas

A *reformulação de problemas* pode ser iniciada com um problema denominado de problema principal/original que é o indutor do processo de aprendizagem. Esse problema pode ser formulado ou adaptado pelo professor, do livro didático ou formulado pelos pares. A depender do objetivo de aprendizagem, podem ser desenvolvidas habilidades envolvendo processos cognitivos mais simples ou mais complexos.

Figura 3 – Estratégia reformulação de problemas



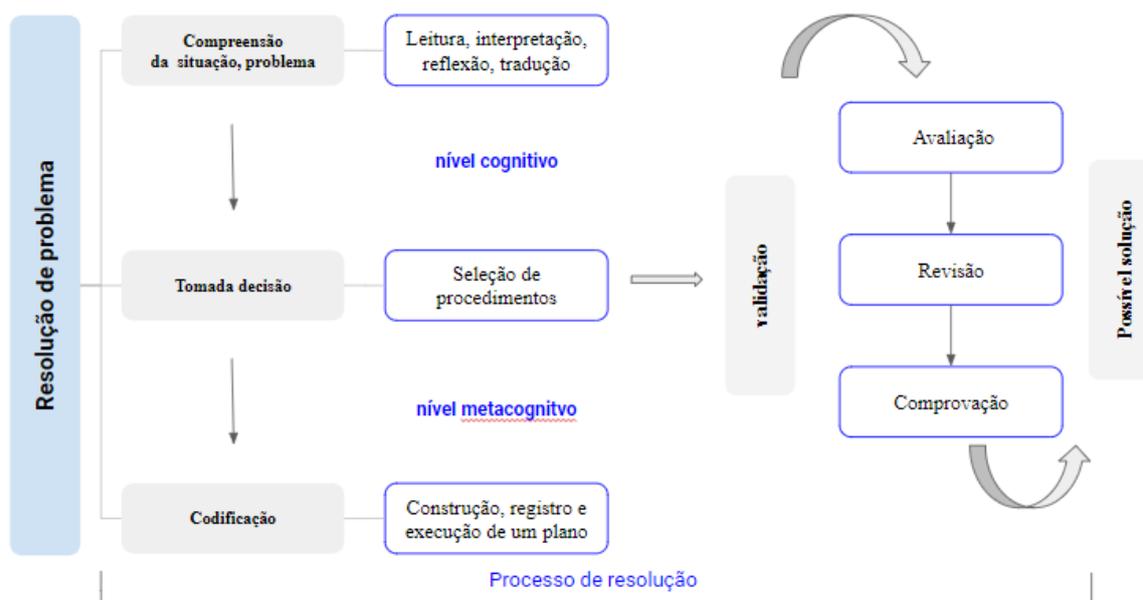
Fonte: De autoria própria.

O uso dessa estratégia consiste em propor modificações/alterações que podem ser estruturais e/ou conceituais. A alteração pode ser nos dados e nas informações, nas operações, pode haver remoção e/ou adição de condições, isto é, trabalha-se no processo de produção de um problema com base num modelo, obtendo um problema secundário, que pode ser similar ou diferente do principal.

Estratégia resolução de problemas

A *resolução de problemas* ocorre diante de uma situação matemática para a qual se busca uma possível solução. O uso dessa estratégia demanda a mobilização de mecanismos de compreensão (leitura, interpretação, tradução, reflexão, análise) seguido de tomada de decisão, seleção de procedimentos e codificação, resultando na construção, registro (oral, escrito, pictórico) e execução de um plano. Nesse processo se faz uso de conhecimentos e habilidades estáveis na estrutura cognitiva frente às informações dadas no problema, combinando-os de forma a desenvolver novos significados e novas habilidades em prol do processo de resolução do problema apresentado, isto é, para alcançar um determinado objetivo, a solução. A validação do processo de resolução, última fase, consiste na avaliação, na revisão e na comprovação do processo registrado, resultando na possível solução do problema.

Figura 4 – Estratégia resolução de problemas



Fonte: De autoria própria.

A resolução de problemas pode ser vista sob duas perspectivas: na primeira e mais comum, apresenta-se ao estudante um problema (do professor, do livro didático, dos pares) e solicita-se que o resolva e encontre uma possível solução; na segunda, apresenta-se uma situação e solicita-se ao estudante que reformule, formule ou elabore um problema.

Nesse caso o “problema a ser resolvido” constitui a própria produção do estudante, no sentido de formular, reformular ou elaborar o problema. Além disso, como se pode observar na Figura 4, a descrição da resolução de um problema engloba, de certa forma, o processo de proposição de problemas.

Estratégia elaboração de problemas

A *elaboração de problemas* é uma estratégia que possibilita a reescrita de um problema de outra maneira, mas conservando suas principais características. O problema pode ser formulado ou adaptado pelo professor, ser do livro didático ou formulado pelos pares. No processo de elaboração pode haver modificação no texto-base e/ou enunciado, mas sem alterar a ideia/sentido e a solução do problema, visto que as modificações objetivam melhorar a sua forma e aspecto.

O uso dessa estratégia está relacionado ao esforço cognitivo exigido na elaboração, processo no qual são exploradas as relações entre conhecimentos, buscando as similaridades e as diferenças que sejam relevantes, reconciliando as inconsistências, resultando na recombinação de conhecimentos existentes na estrutura cognitiva, que pode gerar novos significados e um problema similar ao original, entretanto, mais claro e compreensível.

Problematização

A *problematização* se dá por meio do diálogo, da discussão, do questionamento, da interação entre estudantes e professor, da escuta atenta e da intervenção crítica com o objetivo de trazer elementos novos *para e pela* exploração do estudante, além de promover o desenvolvimento do pensamento autônomo. Constitui-se como facilitador essencial na aprendizagem significativa e desempenha papel processual na compreensão, tornando os significados mais claros, precisos e transferíveis (AUSUBEL, 2003).

Como se utiliza da linguagem verbal, o uso dessa estratégia permite a exploração do problema e dos objetos do conhecimento a ele relacionados, de forma intuitiva e informal no nível mental, levando o estudante a realizar operações e procedimentos matemáticos sem registro escrito ou manipulação de materiais.

A problematização estimula a reflexão sobre o problema sem a preocupação e obrigatoriedade de registro inicial, isto é, sem a necessidade de sistematização por meio de comunicação escrita e/ou pictórica. Durante a condução e desenvolvimento da tarefa pode ser utilizada para dirimir dúvidas, causar intencionalmente conflitos cognitivos, incentivar heurísticas, introduzir e ampliar conceitos e proposições.

Essa estratégia pode estimular a participação ativa do estudante na construção do conhecimento matemático, incentivar a autoavaliação e a autorregulação/regulação dos processos cognitivos e metacognitivos. Além disso, pode facilitar e viabilizar o acompanhamento do percurso cognitivo do estudante, e auxiliar o professor a traçar ações de intervenção.

Problema, resolução e solução

Um *problema* pode ser entendido como uma situação matemática que leve o estudante a empreender um esforço deliberado na sua apropriação. Entretanto, para que

o estudante se aproprie da situação, é necessário algum estímulo e/ou desafio que o instigue a relacionar as informações da situação apresentada ao seu conhecimento estável (o que ele sabe), reorganizando e modificando sua estrutura cognitiva (AUSUBEL, 2003), em busca de um objetivo: encontrar uma possível solução para o problema.

Como a proposição de problema pode caracterizar uma tarefa de reformulação, formulação, elaboração e resolução de um problema, ao se apropriar do problema e trabalhar sobre ele, o estudante se encontra engajado no processo de *resolução* para chegar a uma *solução*. Portanto, a *resolução* é compreendida como o processo, diferenciando-se da *solução*, o produto/resultado.

O TRABALHO PEDAGÓGICO A PARTIR DA METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA POR MEIO DA PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS

O trabalho com problemas na perspectiva da Metodologia de Ensino-Aprendizagem por meio da Proposição de Problemas, pode possibilitar a aprendizagem significativa da matemática, visto que envolve, minimamente, a transferência de experiência de aprendizagem anterior; a interação entre a nova informação e o conhecimento estável; a elaboração do conhecimento estável (diferenciação progressiva); a incorporação da nova informação ao conhecimento estável (reconciliação integrativa). Estes mecanismos, por sua vez, acarretam na reorganização da estrutura cognitiva do estudante, gerando novos significados (AUSUBEL, 2003, MOREIRA; MANRIQUE, 2019).

A estrutura cognitiva do estudante pode ser influenciada deliberadamente de duas formas diferentes e complementares, de forma *substantiva* e de forma *sistemática/programática* (AUSUBEL, 2003). A primeira diz respeito a relação entre o conhecimento subsunçor e o objeto de conhecimento a ser apreendido; a segunda, a forma escolhida para trabalhar esse objeto de conhecimento, isto é, ao trabalho pedagógico.

O planejamento, a organização, o desenvolvimento e a condução do trabalho pedagógico englobam, além do objeto de conhecimento e do objetivo de aprendizagem, outros elementos tais como as estratégias didáticas, os recursos didáticos e a avaliação.

As estratégias didáticas são concebidas como procedimentos adotados para selecionar e estruturar ações para desenvolver e conduzir a tarefa em sala de aula e

alcançar determinado objetivo de aprendizagem. Na perspectiva desse estudo, elas podem ser apoiadas e propostas a partir de alguns recursos didáticos.

Os recursos didáticos são considerados um meio auxiliar para o ensino, dispositivos que podem ser utilizados no trabalho pedagógico como facilitadores do processo de ensino-aprendizagem, isto é, artifícios auxiliares na manipulação da estrutura cognitiva. Além dos recursos didáticos, outro importante mecanismo auxiliar no ensino, os organizadores prévios, tem por finalidade viabilizar o estabelecimento de relações entre o que o estudante sabe e o novo objeto de conhecimento (AUSUBEL, 2003).

Neste estudo utilizou-se as denominações material manipulável, material concreto, material lúdico/jogo e disparador temático para designar recursos didáticos utilizados no desenvolvimento de tarefas e para apoiar a estratégia didática escolhida.

Material manipulável foi considerado como aquele produzido pelo estudante - triângulos semelhantes, manipulados a partir de dobradura. *Material concreto*, o produzido pelo professor ou adquirido já com atributos específicos - triângulos semelhantes, de madeira confeccionado pelo professor ou comprado. *Material lúdico/jogo*, considerado material de dimensão lúdica - desafio, possibilidade, interação, regras -, que pode ser construído pelo estudante, pelo professor ou adquirido - dominó de quadriláteros, pega-varetas. *Disparador temático* foi concebido como um artifício propulsor de ideias, um estimulador de tarefa específica - panfleto de mercado, tirinhas de Histórias em Quadrinhos (HQ). Um mesmo recurso didático pode assumir diferentes funções, visto receber atribuições e ter aplicações distintas dependendo do objetivo de aprendizagem.

O Quadro 1 apresenta uma alternativa para planejar, organizar, desenvolver e conduzir o trabalho pedagógico a partir da Metodologia de Ensino-Aprendizagem da Matemática por meio da Proposição de Problemas, considerando as etapas de uma sequência didática, as estratégias didáticas descritas a e algumas possibilidades de recursos didáticos.

Quadro 1 - Trabalho pedagógico a partir da Metodologia de Ensino-Aprendizagem da Matemática por meio da Proposição de Problemas

	Etapas sequência didática	Estratégia didática	Recurso didático / organizador prévio
Objetivo de aprendizagem ↳ Objeto do conhecimento ↓	Introdução (apresentar)	Reformulação A partir de problema qualquer; Adequar parte do texto para encaixar no enunciado; Problema sem solução para que passe a ter solução; A partir de partes texto fora de ordem	Disparador temático Imagem; panfleto; história; filme; frase; texto; jornal; parte de um problema; música
	Formulação	A partir de partes texto fora de ordem; A partir de texto base; A partir do enunciado; A partir de resultado;	Material concreto Material dourado; tangram; ábaco; sólidos geométricos, geoplano; jogos de tabuleiro
	Aprofundamento (desenvolver)	A partir de uma operação; A partir de uma temática; A partir tirinha com/sem balões; A partir de uma história; A partir de um gráfico	Material concreto manipulável Material reciclável (tampas, caixa de ovo, material pet, canudo); elástico; barbante; papéis diversos; objetos diversos passíveis de manipulação
	Elaboração	Reescrever um enunciado e/ou um texto-base, sem alterar a solução do problema; Sintetizar, reescrever o mesmo problema, utilizando raciocínio proporcional; Reescrever o problema utilizando conceitos estipulados; Reescrever o problema reorganizando as frases, proposições, ideias;	Material lúdico/jogo Lego; jogo de cartas; de tabuleiro; teatro de fantoche; minigincana; quebra-cabeça; jogo da velha; pega-varetas
	Consolidação (sistematizar, incorporar)	Resolução Problema dos pares; Problema aberto; Problema fechado; Resolver a partir de alguma condição; Resolver a partir de um esquema; Resolver problema sem solução	

Fonte: De autoria própria.

Conforme o objetivo de aprendizagem, o professor pode lançar mão das estratégias didáticas (reformulação, formulação, elaboração e resolução) juntas, combinadas ou separadas e dos diferentes recursos didáticos (disparador temático, material concreto, material manipulável, material lúdico/jogo) ou organizador prévio. Essa escolha vai depender, além do objetivo de aprendizagem, do objeto do conhecimento a ser trabalhado, da etapa da sequência didática, e do “lugar” no qual se encontra o estudante em relação ao uso de problemas.

Caso o diagnóstico da turma indique que os estudantes não têm contato com a proposição de problemas, principalmente formulação, sugere-se que seja priorizada a reformulação. Essa sugestão se justifica na dimensão do processo cognitivo⁵ exigido na reformulação de um problema, que de acordo com os autores, consiste em modificar/alterar dados/informações ou a estrutura de um problema existente, implicando em menor complexidade quando comparada à estratégia formulação de problemas.

Apesar da liberdade e flexibilidade de uso das diferentes estratégias didáticas, na proposta da Metodologia de Ensino-Aprendizagem da Matemática por meio da Proposição de Problemas, sugere-se que a problematização esteja presente em todas as etapas da sequência didática, visto que ela se constitui um elemento facilitador essencial no processo da aprendizagem significativa.

Aliada à problematização, a forma de organização dos estudantes em grupos (duplas, trios, quartetos, por exemplo), pode contribuir para a troca de experiências, discussão, análise das ideias dos colegas, comunicação de descobertas e dúvidas e promoção de troca e experiência entre os pares (TEIXEIRA; MOREIRA, 2020).

Nesse contexto, a avaliação da aprendizagem, componente do trabalho pedagógico, compreendida como avaliação *para* e *como* aprendizagem, deve ocorrer, sempre que possível, simultaneamente ao desenvolvimento da tarefa. Na prática avaliativa investigativa e diagnóstica, a lente é colocada no erro, no questionamento, no protocolo escrito/pictórico, o que pode dar visibilidade do percurso cognitivo realizado pelo estudante.

O uso das diferentes estratégias didáticas e de uma variedade de tarefas e recursos didáticos, pode ampliar a possibilidade de detecção do lugar onde se encontra o estudante em relação à aquisição de conceitos e proposições, possibilitando ao professor condições de ofertar tarefas a partir do que o estudante sabe (MOREIRA; MANRIQUE, 2019), utilizando princípios adequados para a organização/programação de ensino, visto a importância na *facilitação* da aprendizagem significativa, da manipulação intencional de atributos relevantes da estrutura cognitiva do estudante (AUSUBEL, 2003).

⁵ Processo cognitivo - meio pelo qual o conhecimento é adquirido ou construído (ANDERSON *et al.*, 2001).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na construção da proposta de intervenção da pesquisa de campo em andamento, observou-se a necessidade de material teórico-metodológico com foco na formulação de problemas por estudantes.

Como as metodologias de ensino localizadas, em sua maioria com foco na resolução de problemas, não foram consideradas suficientes para empreender a intervenção da pesquisa de campo, *formulou-se* uma proposta metodológica para o trabalho pedagógico, com suporte no movimento bidirecional cíclico, denominada *Metodologia de Ensino-Aprendizagem da Matemática por meio da Proposição de Problemas*. Essa metodologia engloba as estratégias reformulação de problemas, formulação de problemas, resolução de problemas, elaboração de problemas e problematização, que no âmbito dessa proposta foram definidas e descritas.

A partir dessa metodologia, apresentou-se uma possibilidade de planejamento, organização, desenvolvimento e condução do trabalho pedagógico considerando as etapas de uma sequência didática, as estratégias didáticas descritas e alguns recursos didáticos.

As limitações foram de cunho prático, visto que a proposta metodológica apresentada se encontra no campo teórico. Por tratar-se de parte da tese de doutoramento, sua aplicação e uso foram reservados para a pesquisa de campo, na qual pretende-se, a partir dos encontros de intervenção, aplicar, desenvolver, avaliar, aprimorar, validar e, posteriormente, apresentar alternativas de utilização da *Metodologia de Ensino-Aprendizagem da Matemática por meio da Proposição de Problemas* nas aulas de matemática.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao Grupo de Pesquisa *Dzeta* Investigações em Educação Matemática (DIEM); à Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal (SEEDF); aos Programas de Pós-Graduação em Educação (PPGE/UnB – Acadêmico e Profissional); à Fundação de Apoio à Pesquisa do Distrito Federal (FAPDF, Edital 08/2022) e ao Departamento de Métodos e Técnicas da Faculdade de Educação da Universidade de Brasília (MTC/FE), pelo apoio.

REFERÊNCIAS

- ALLEVATO, N. S. G; ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem-avaliação de matemática: por que através da resolução de problemas. *In: ONUCHIC, L. R. et al. (org.). Resolução de problemas: teoria e prática.* Jundiaí: Paco, 2014. p. 35-52.
- ALTOÉ, R. O. **Formulação de problemas do campo conceitual multiplicativo no ensino fundamental**: uma prática inserida na metodologia de resolução de problemas. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2017.
- ANDERSON, L. W. et. al. **A taxonomy for learning, teaching and assessing: a revision of Bloom's Taxonomy of Educational Objectives.** Nova York: Addison Wesley Longman, 2001. 336 p.
- ANDRADE, S. **Ensino-aprendizagem de matemática via exploração de problemas, exploração, codificação e descodificação de problemas e a multicontextualidade da sala de aula.** 1998. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro, 1998.
- ANDRADE, S. **A pesquisa em educação matemática, os pesquisadores e a sala de aula**: um fenômeno complexo, múltiplos olhares, um tecer de fios. 2008. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.
- ANDREATTA, C. **Aprendizagem matemática através da elaboração e resolução de problemas em uma escola comunitária rural.** 2020. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2020.
- AUSUBEL, D. P. **The psychology of meaningful verbal learning.** Nova Iorque: Grune & Stratton, 1963.
- AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos**: uma perspectiva cognitiva. Tradução: Lígia Teopisto. Lisboa, Portugal: Plátano Edições Técnicas, 2003.
- BRANCA, N. A. Resolução de problemas como meta, processo e habilidade básica. *In: KRULIK, S.; REYS, R. E. (org.). A resolução de problemas na matemática escolar.* Tradução: Hygino H. Domingues, Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997. p. 4-12.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática - ensino de 5.^a a 8.^a séries.** 2. ed. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação Infantil e Ensino Fundamental. Brasília, DF: MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_publicacao.pdf. Acesso em: 2 fev. 2022.

BRITO, M. R. F. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. *In*: BRITO, M. R. F. (org.). **Solução de problemas e a matemática escolar**. 2. ed. Campinas, SP: Alínea, 2010. p. 15-44.

CAI, J.; HWANG, S. Learning to teach through mathematical problem posing: Theoretical considerations, methodology, and directions for future research. **International Journal of Educational Research**, v. 102, p. 101391, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.01.001>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0883035518318093>
Acesso em: 10 jul. 2021.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática**. 12. ed. São Paulo: Ática, 2003.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática**. São Paulo: Ática, 2009.

DINIZ, M. I. Resolução de problemas e comunicação. *In*: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (org.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 87-98.

HATFIELD, L. Heuristical emphases in the instruction of mathematical problem solving: Rationales and research. *In*: HATFIELD, L.; BRADBARD, A. **Mathematical problem solving: papers from a research workshop**. Columbus, OH: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics and Environmental Education, 1978. p. 21-42.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

LAKATOS, E. V.; MARCONI, E. M. A. **Fundamentos da metodologia científica**. 9. ed. Rio de Janeiro: Atlas, 2021.

MEDEIROS, K. M. **Investigando a formulação e a resolução de problemas matemáticos na sala de aula: explorando conexões entre escola e universidade**. 2013. (Resumo Expandido). Disponível em: <https://pos-graduacao.uepb.edu.br/ppgecm/capes/>
. Acesso em: 14 abr. 2022.

MOREIRA, G. E.; MANRIQUE, A. L. **Educação Matemática Inclusiva: diálogos com as teorias da atividade, da aprendizagem significativa e das situações didáticas**. São Paulo: Livraria da Física, 2019.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. *In*: BICUDO, M. A. V. **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-220.

ONUCHIC, L.; ALLEVATO, N. S. G. Novas Reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. *In*: BICUDO, M. A.; BORBA, M.

(org.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo, Cortez, 2005. p. 213-231.

ONUCHIC, L.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73–98, 2011. Disponível em: <http://www.redalyc.org/pdf/2912/291223514005.pdf>. Acesso em: 18 jul. 2021.

POLYA, G. **How to solve it**. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1945.

SCHROEDER, T. L.; LESTER, F. K. Developing understanding in mathematics via problem solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (org.). **New directions for elementary school mathematics**. Reston: NCTM, 1989. p. 31-42.

SOUZA, S. A. **A formulação e resolução de problemas geométricos com base em sólidos geométricos**. 2016. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Paraíba, 2016.

SMOLE, K.S.; DINIZ, M. I. Ler e aprender matemática. In: SMOLE, K. C. S.; DINIZ, M. I. (org.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender Matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 69-86.

TEIXEIRA, C. J.; MOREIRA, G. E. **A proposição de problemas como estratégia de aprendizagem da Matemática: Uma ênfase sobre efetividade, colaboração e criatividade**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2020.

TEIXEIRA, C. de J.; MOREIRA, G. E. Formulação de problemas de matemática: itinerário das produções acadêmicas brasileiras no período de 2011 a 2020. **Revista Prática Docente**, v. 7, n. 2, p. e22025, 2022. DOI: 10.23926/RPD.2022.v7.n2.e22025.id1495. Disponível em: <http://periodicos.cfs.ifmt.edu.br:443/periodicos/index.php/rpd/article/view/1495> Acesso em: 27 jun. 2022.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. Tradução de Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

HISTÓRICO

Submetido: 21 de julho de 2022.

Aprovado: 25 de agosto de 2022.

Publicado: 08 de setembro de 2022.