



## Abordagem histórica como organizador prévio para o ensino de raiz quadrada nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma proposta didática

Historical approach as a previous organizer for square root teaching in the early years of elementary school: a didactic proposal

Angela Maria Visgueira Cunha <sup>1</sup>  
*Universidade Federal do Piauí- UFPI*

José Roberto da Silva <sup>2</sup>  
*Universidade de Pernambuco- UPE*

### RESUMO

No contexto atual, ainda existem muitas dificuldades envolvendo professores e estudantes dos anos iniciais do ensino fundamental no sentido de introduzir conceitos e definições matemáticas, que são bases para outros conhecimentos matemáticos. Assim, elaborou-se uma proposta didática para introduzir a raiz quadrada enquanto o conteúdo aritmético, explorando a noção de quadrados perfeitos no âmbito cognitivo e nos casos de quadrados que não forem perfeitos, se recorre ao procedimento do povo babilônico, cidade da região centro-sul da Mesopotâmia, atual Iraque. Portanto, o aporte teórico epistemológico adotado foi a História da Matemática; já a organização pedagógica desse material produzido está embasada no marco teórico ausubeliano. O material foi desenvolvido no mestrado em educação da Universidade de Pernambuco-UPE, Campus Mata Norte, por meio de uma pesquisa qualitativa do tipo pesquisa-ação, cujo propósito foi servir de organizador prévio para introduzir raiz quadrada nos anos iniciais do ensino fundamental. A partir da aplicação dessa sequência didática, foi possível observar que ela contribuiu na qualificação dos professores participantes, interferindo em suas práticas de sala de aula e oportunizando aos envolvidos as condições que lhes permitiram elaborar atividades de ensino embasadas epistemológica e pedagogicamente.

**Palavras-chave:** Anos iniciais; Formação de Professores; História da Matemática; Aprendizagem Significativa; Raiz Quadrada.

### ABSTRACT

In the current context, there are still many difficulties involving teachers and students from the early years of elementary school in the sense of introducing mathematical concepts and definitions that are bases for other mathematical knowledge. Thus, we elaborated a didactic proposal to introduce the square root while the arithmetic content, exploring the notion of perfect squares in the cognitive scope and in cases of squares is not perfect, we resort to the procedure of the Babylonian people, a city in the south-central region of Mesopotamia, current Iraq. Therefore, the epistemological theoretical support adopted was the History of Mathematics, since the pedagogical organization of this material produced is based on the ausubelian theoretical framework. The material was developed in the master's degree in education at the University of Pernambuco-UPE, Campus Mata Norte through a qualitative research-action research with the purpose of serving as a prior organizer to introduce square root in the early years of elementary school. From the application of this didactic sequence, it was possible to observe that it contributed to the qualification of the participating teachers, interfering in their classroom practices, providing opportunities for those involved to have conditions that allowed them to develop epistemologically and pedagogically grounded teaching activities.

<sup>1</sup> Licenciada em pedagogia, mestre em educação, professora substituta do curso de educação do campo da universidade federal do Piauí- UFPI/CPCE.

<sup>2</sup> Doutor em Enseñaza de las Ciencias pela Universidad de Burgos, España, professor da Universidade de Pernambuco –UPE/ Campus Mata Norte.

**Keywords/Palabras clave:** Early years; Teacher training; History of Mathematics; Meaningful Learning; Square root.

## INTRODUÇÃO

A partir de várias pesquisas desenvolvidas e vivenciadas nos anos iniciais do ensino fundamental, é possível perceber que, na atualidade, ainda são enormes as dificuldades dos professores e estudantes para negociar informações sobre a introdução dos conceitos, definições e propriedades matemáticas que vão embasar seus estudos posteriores e a sua formação de cidadão. Não chega a ser difícil identificar a persistência de professores em desvelar novas perspectivas educacionais que tornem mais consistente o fenômeno educativo, inclusive, no âmbito dos anos iniciais de escolarização.

Neste material, a atenção às novas perspectivas em termos abrangentes de conteúdo curricular matemático envolve a aritmética no que diz respeito às Operações Fundamentais, com ênfase na radiciação enquanto inversa da potenciação. De modo abrangente, o intuito educativo em si consiste em conscientizar os Professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental sobre a importância de produzirem seu próprio material de ensino, devidamente embasados em termos teórico-epistemológicos, metodológicos e pedagógicos.

No entanto, como aporte teórico-epistemológico, dentre as possíveis Tendências de Educação Matemática já consagradas, se fez a opção pelo uso da História da Matemática (HM). Por sua vez, para atender os intentos educacionais em termos de organização do trabalho pedagógico, a escolha foi pela Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS).

Metodologicamente, a proposta didática que constitui este material foi desenvolvida segundo o enfoque da abordagem qualitativa. E, entre as metodologias pertinentes a essa abordagem, devido às intencionalidades de melhoras e mudanças na prática docente, a Pesquisa-Ação se mostrou a mais adequada.

Desse modo, a proposta visa atender a dois propósitos educativos, conceituar raiz quadrada a partir da noção de quadrados perfeitos e obter raiz quadrada de valores numéricos que não são quadrados perfeitos. Na conceituação, o conhecimento adquirido fora do convívio escolar é relacionável a essa idealização e, no caso dos valores que não são quadrados perfeitos, a obtenção da raiz quadrada será obtida a partir do método dos babilônios antigos.

O interesse por um melhor desempenho nas atividades escolares, a partir da segunda

metade do século passado, tem promovido o surgimento de campos de estudos importantes na área da Educação. No caso das Tendências em Educação Matemática, Fiorentini (1995) as denominou como: formalista clássica, empírico-ativista, formalista moderna, tecnicista e suas variações, construtivista e socioetnocultural.

Devido ao leque de abrangência dessa caracterização anterior das tendências, para situar melhor a que foi adotada neste trabalho, se torna importante trazer para este debate o seguinte posicionamento:

[...] às tendências apontadas em estudos e pesquisas atuais – Resolução de Problemas, Etnomatemática, História da Matemática, Modelagem Matemática, Jogos, Informática e Investigações –, abordadas com a intencionalidade de fundamentar o conhecimento da área de Educação Matemática (FUCHS; NEHRING; POZZOBON, 2014, p. 47).

Além de ajudar a compreender que a HM é trazida como tendência nas pesquisas atuais, o propósito educativo, enquanto intencionalidade nessa citação, serve para situar o interesse desta proposta didática. Nesse contexto, em termos específicos, será abordada a conceituação e o procedimento babilônico para o cálculo de raiz quadrada, entre outros, recorrendo aos enfoques de Silva (2006) e Bardera (2000), respectivamente.

Sabe-se que o estudo de princípios, registros e descobertas matemáticas, ocorridos ao longo da existência da humanidade, vem se consolidando como um objeto de interesse de pesquisadores e educadores. Nesse sentido, como afirmam Groenwald, Sauer e Frank (2005), a HM permite idealizar que essa ciência está, como outras, em construção e tem grande valor por contextualizar o saber, mostrar que os conceitos são produtos de uma época histórica, em certo contexto social.

Assim, na atualidade, o reconhecimento de que, além de uma abordagem de pesquisa na área específica, se faz necessário o uso teorias de aprendizagens como aporte para orientar e demarcar pedagogicamente seus intentos educativos vem se tornando um lugar comum. Neste material, isso foi realizado por meio de certos aspectos da TAS que, de maneira sucinta, Moreira (2011, p.161) preconiza a sua consolidação, explicitando que esta forma de aprendizagem “[...] ocorre quando a nova informação se ancora em conceitos ou proposições relevantes,

preexistentes na estrutura cognitiva do aprendiz. [...]”.

Nesta proposta, julgou-se pertinente esclarecer uma idealização pedagógica bastante difundida, mas ainda pouco reconhecida pelos professores, tanto em termos de conceituação como de utilidade no processo educativo a serviço da prática educativa. Por isso, neste material produzido, há uma demarcação sobre o que vem a ser um Recurso Didático, trazida por Bardera (2000), a fim de oportunizar uma melhor compreensão acerca desse tipo de aparato pedagógico.

De fora sucinta, a elaboração dessa proposta didática sobre raiz quadrada, teoricamente embasada epistemologicamente na HM e pedagogicamente na TAS, tem o propósito de servir de organizador prévio para professores dos anos iniciais do ensino fundamental. Portanto, se espera que essa proposta possa contribuir para ampliar o conhecimento de professores, possibilitando uma aprendizagem significativa não apenas de raiz quadrada, mas também sobre as operações de Adição, multiplicação, potenciação.

A proposta foi realizada em um curso de extensão enquanto ação de intervenção com professores dos anos iniciais do ensino fundamental, desenvolvida no âmbito de uma pesquisa realizada no mestrado em educação da Universidade de Pernambuco-UPE, Campus Mata Norte. Percebeu-se, no seu desenvolvimento, que o embasamento das práticas dos professores dos anos iniciais do ensino fundamental da cidade de Sigefredo Pacheco-PI em HM e na TAS, por meio do uso de um organizador prévio para o ensino de raiz quadrada, viabilizou uma AS de raiz quadrada e das OF como mudanças nas práticas destes docentes.

## **ENFOQUES TEÓRICOS DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E DA TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA**

O interesse em meios para tornar o ensino e a aprendizagem de matemática mais efetivos oportunizou o surgimento da Educação Matemática enquanto área de pesquisa que, por sua vez, agrega alguns campos de estudo que são conhecidos como tendências da educação matemática, dentre os quais se encontra a HM. Em relação a esse enfoque teórico, Mendes, Fossa e Valdés (2006, p. 20) relatam que:

A perspectiva histórica nos permite mostrar, entre outras coisas, que a matemática é um conjunto de conhecimentos em evolução contínua e que nesta evolução desempenha, amiúde, um papel de primeira ordem, sua inter-relação com outros

conhecimentos e a necessidade de resolver determinados problemas práticos.

De modo análogo a outras tendências da educação matemática, a HM tem sido utilizada com o propósito de ocasionar transformações relevantes na qualidade do desempenho das atividades docentes e discente. Para Mendes (2009, p. 76), “o uso da história como um recurso pedagógico tem como principal finalidade promover um ensino-aprendizagem da Matemática que busque dar uma ressignificação ao conhecimento matemático produzido pela sociedade ao longo dos tempos”. De acordo com Mendes e Chaquiam (2016, p.17),

A história pode ser tomada como um aporte para esclarecimentos de cunho epistemológico e didático que poderão contribuir para o professor explicar e orientar a organização das matemáticas escolares. Nesse sentido as informações históricas poderão ser utilizadas para auxiliar o professor de matemática a melhorar o planejamento e a execução de suas explanações durante as aulas de matemática.

Já os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (1997) sugerem o uso da HM por parte dos professores dos anos iniciais como um recurso para aportar a sua prática docente. Nesse contexto, o referido documento preconiza que as contribuições do processo de construção histórica dos conceitos e procedimentos matemáticos ajuda a superação das dificuldades de aprendizagens dos conteúdos em sala de aula.

Para Fossa (2001), uma das maneiras mais eficazes de ensinar matemática é por meio de atividades, utilizando-se de materiais concretos, dispositivos práticos ou métodos desenvolvidos por civilizações em algum período da sua existência. Esse pesquisador, como se observa, inclui a HM nesse debate e a evidencia como uma fonte rica em matéria prima para o desenvolvimento de atividades voltadas para o ensino da matemática.

No que se refere ao enfoque teórico pedagógico, segundo Moreira (2011, p. 160), para os cognitivistas, a aprendizagem resulta do “[...] armazenamento organizado de informações na mente do ser que aprende, e esse complexo organizado é conhecido como estrutura cognitiva. [...]”. Em acréscimo, ele afirma que a aprendizagem significativa representa o conceito central da TAS, que se origina a partir de um processo cognitivo no qual o aprendiz passa a atribuir significados psicológicos aos significados lógicos, inerentes ao material de ensino. Neste

contexto Moreira (2008, p. 2-3) destaca que:

O núcleo da aprendizagem significativa é a interação cognitiva entre novos conhecimentos e conhecimentos prévios, aos quais Ausubel (2000; Moreira, 2006) chama de conceitos subsunçores ou, simplesmente, subsunçores. Tais conhecimentos não são necessariamente conceitos, podem ser idéias, modelos, proposições, representações que servem de “ancoradouro” para novos conhecimentos que, analogamente, podem ser conceitos, modelos, proposições representações a serem internalizados (reconstruídos) significativamente pelo aprendiz.

No entanto, Silva, Souza e Rufino (2018) chamam atenção sobre a observação ausubeliana de que a ocorrência da aprendizagem significativa não deve se restringir apenas à existência de subsunçores e atribui valor à potencialidade significativa do material de aprendizagem e da predisposição do aprendiz. Assim, diante da ausência ou existência de subsunçores pouco diferenciados:

Ausubel recomenda ainda o uso de organizadores prévios (OPs) para servirem de “ancoradouros provisórios”, quando o aprendiz não dispuser de subsunçores ou quando forem inadequados. Os OPs devem preceder o material a ser aprendido em si, porque têm como principal função permitir a relação entre o que o aprendiz sabe e a informação a ser apreendida. (SILVA; SOUZA; RUFINO, 2018, p. 6).

Por sua vez, Moreira (2006, p. 137) adverte que, diante da possibilidade do material de aprendizagem ser ou não familiar ao aprendiz, os organizadores prévios são de dois tipos. O primeiro deles, o expositivo, “deve ser usado para suprir a falta de conceitos, ideias ou proposições relevantes à aprendizagem desse material e servir de “ponto de ancoragem inicial”, já o segundo, o comparativo, “deve ser usado tanto para integrar como para discriminar as novas informações e conceitos, ideias ou proposições, basicamente similares ou essencialmente distintos, já existentes na estrutura cognitiva”.

Este minicurso investe no uso de organizadores prévios, particularmente, do tipo comparativo com o intuito de embasar a prática de professores dos anos iniciais do ensino fundamental sobre o ensino de raiz quadrada. Em termos práticos, se recorre ao uso de conceitos, ideias e proposições a partir de pesquisas e livros textos para subsidiar essa prática, epistemologicamente, na HM, pedagogicamente, na TAS e, matematicamente, na Aritmética.

## ENFOQUES METODOLÓGICOS

A pesquisa requer idealizar causas, consequências e soluções viáveis para dar conta de um problema por meio de métodos definidos com base em teorias. Em educação, a abordagem quantitativa vem sendo a mais frequente e, para Bogdan e Biklen (1994), uma pesquisa será designada como qualitativa quando seus dados são caracterizados como descritivos e estão relacionados a pessoas, locais e conversas, além de não ter complexo tratamento estatístico.

Dentre as modalidades de pesquisa qualitativa, a opção pela pesquisa-ação se deve a dois enfoques. O primeiro, de ordem investigativa, envolve o fato do pesquisador estar inserido entre os participantes, e o segundo, traz a intenção de mudança da prática docente é pedagógica. Dionne (2007) situa quatro fases na pesquisa ação: a Identificação, a Projetação, a Realização e a Avaliação: a identificação se trata “[...] de um conhecimento espontâneo, intuitivo, parcial, mas é a convicção de que a situação deve ser mudada que sustenta a motivação para agir” (DIONNE, 2007, p. 83); a projeção visa “[...] dar conta da pesquisa de soluções que respondam adequadamente às situações problemáticas identificadas na primeira fase” (DIONNE, 2007, p. 84); a realização enquanto “[...] uma das mais importantes etapas da pesquisa-ação, na medida em que possibilita a modificação da situação inicial” (DIONNE, 2007, p. 84). A avaliação corresponde a última fase e se centra:

[...] na avaliação do procedimento e sobre os acompanhamentos a realizar. A avaliação final de toda intervenção é, de certa maneira, “natural”, para nos relevar o grau de realização e eficácia da ação projetada. Importa também difundir os resultados obtidos e examinar os possíveis acompanhamentos na pesquisa e na ação para se dar continuidade a experiência (DIONNE, 2007, p. 85).

Neste item, além dessa demarcação metodológica também se faz uma caracterização neste âmbito sobre os interesses epistemológicos e pedagógicos que fundamentam este trabalho. No caso do epistemológico, se adotou como ponto de partida a reflexão de Santarosa (2016) sobre o quanto a natureza epistemológica matemática está intimamente relacionada com a natureza cognitiva e, também, que o processo de assimilação e retenção dos conhecimentos deve ser significativo quando há interesse no desenvolvimento científico, social e humano.

Neste contexto, Santarosa (2016) destaca que, para Bunge (1985), a Matemática como uma Ciência Formal que lida com objetos abstratos e demarca que, para ele, como estes objetos

só existem na mente das pessoas, a sua relação com a natureza cognitiva nesse processo é notória. Em seguida, cognitivamente, se mostra favorável à crítica de Bunge (1985) sobre a falta de capacidade de objetos abstratos promoverem informações acerca da realidade. Por isso, particularmente, se apoia na ideia de que a apropriação do objeto matemático decorre da compreensão das suas diferentes formas de representação, advindas de Duval (2011).

Já o interesse pedagógico com ênfase na TAS é trazido a partir de Moreira (2008), segundo o propósito de que uma situação de ensino-aprendizagem se consolida com o compartilhamento de significados entre aluno e professor acerca dos conhecimentos difundidos por meio dos materiais educativos conforme o modelo triádico de Gowin (1981). Moreira (2008), além de pontuar que tal modelo consiste na relação triádica entre professor, materiais educativos e aluno, reportando-se a Gowin (1981, p.81), explicita que “O ensino se consuma quando o significado do material que o aluno capta é o significado que o professor pretende que esse material tenha para o aluno”.

### **Procedimentos adotados com ênfase nos propósitos das atividades**

As atividades a serem vivenciadas estão organizadas em duas etapas. A primeira delas visa levantar as concepções dos participantes, professores dos anos iniciais do ensino fundamental, sobre os três enfoques seguintes: HM, TAS e Operações Aritméticas (multiplicação, potenciação e radiciação). Portanto, são necessários três momentos para levantar as concepções sobre cada um destes enfoques.

A segunda atividade envolve uma breve discussão a partir da caracterização de algumas dessas concepções levantadas, abrangendo esses três enfoques com o intuito de socializar as informações verbalizadas a partir de uma socialização a partir das palavras proferidas pelos próprios participantes. No terceiro momento, os participantes são divididos em três ou seis grupos, em que cada grupo receberá recortes de pesquisas e livros textos sobre um dos três enfoques já evidenciados para sistematizar uma síntese em forma de mapa conceitual (com e/ou sem uso do CmapTools), afim de subsidiar a compreensão do seu grupo sobre a temática recebida.

A segunda etapa também tem três momentos. O primeiro momento consiste na realização de um debate voltado para promover a socialização das informações sistematizadas nos mapas conceituais, produzidos no segundo momento da segunda etapa. No segundo



momento, os grupos vão vivenciar o procedimento babilônico para obtenção de raiz quadrada.

Por fim, no terceiro momento, considerando as suas experiências de ensino e as idealizações trabalhadas no minicurso, os participantes, em seus grupos, vão elaborar uma atividade para o ensino de raiz quadrada nos anos iniciais do ensino fundamental, epistemologicamente, recorrendo a aspectos da HM e em termos cognitivos orientados pedagogicamente na TAS.

## UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA PEFAI SOBRE O ENSINO DE RAIZ QUADRADA

Algumas evidências mostram que o símbolo de raiz quadrada surgiu a partir do século XII. De acordo com Contador (2008, p. 137), “O símbolo para raiz basicamente começou a se desenvolver a partir da influência da cultura árabe a Europa a partir do século XII. Na tradução do árabe para o latim de os elementos de Euclides, a palavra *radix* foi traduzida como raiz quadrada”.

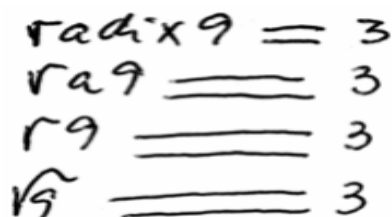
Gonçalves (2011), sobre a origem da palavra “raiz quadrada” e do seu símbolo ( $\sqrt{\quad}$ ), relata que se recorrermos ao livro de Leonardo de Pisa, o *Liber Abaci* (livro do ábaco ou livro de cálculo), de 1202, encontraremos escrito em latim a seguinte explicação: “*radix quadratum 16 aequalis 4*”, traduzindo para português: “o lado do quadrado 16 é igual a 4”. Pode-se observar, assim, que a tradução da palavra *radix* é lado, não tendo nenhuma relação com a palavra raiz.

De acordo com afirmações de Roque e Pitombeira (2012, p.163), o símbolo de raiz quadrada que usamos atualmente “foi introduzido em 1525 pelo matemático alemão Christoff Rudolff. Seu aspecto vem de uma abreviação da letra r, inicial de raiz”. Corroborando esse entendimento, Contador (2008, p.138) diz que:

Com o alemão Cristoff Rudolff, em seu trabalho *Die Coss*, em 1525 apareceu pela primeira vez impresso o símbolo  $\sqrt{\quad}$ , ele escrevia  $\sqrt{\quad}\sqrt{\quad}$  para raiz quadrada,  $\sqrt{\quad}\sqrt{\quad}\sqrt{\quad}$  para raiz cúbica e assim por adiante. Os símbolos R e **B** estavam deixando de ser usados durante o século XVII, e o símbolo  $\sqrt{\quad}$  começou a ganhar força pela Europa.

Assim, fica perceptível que o símbolo de Raiz Quadrada tem origem a partir da letra R e, conforme foi sendo introduzido na matemática, teve variações do que apareceu no Liber Abaci. A seguir, apresentamos uma figura sobre a variação do símbolo raiz quadrada até chegar à forma que conhecemos hoje.

**Figura 1** – Variação do símbolo raiz quadrada.



Fonte: Gonçalves (2015, p.83)

A seguir, apresentaremos duas situações sobre raiz quadrada pautadas no cognitivismo. A primeira envolve as intencionalidades educativas, propostas por Silva (2006), que têm foco na teoria da aprendizagem significativa; já a segunda explora os procedimentos da quadratura de retângulos, usados pelos babilônios segundo Bardera (2000). Portanto, no âmbito da Educação Matemática, tem foco na História da matemática.

### **A compreensão de raiz quadrada a partir da noção de quadrado perfeito**

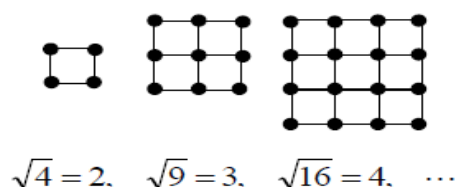
A abordagem proposta por Silva (2006) decorre do seu diálogo espontâneo com uma criança de sete anos de idade. Assim, emergiu o entendimento de aludir a ideia de raiz quadrada por meio da noção de quadrado perfeito, apoiada nos conhecimentos prévios dessa criança sobre números, operações fundamentais, em particular, a operação de multiplicação e a noção de Tabuada, destacando o produto de um número inteiro por ele mesmo.

$$\begin{array}{lll} 2 \times 2 = 4 & 3 \times 3 = 9 & 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 & 6 \times 6 = 36 & 7 \times 7 = 49 \end{array}$$

Em acréscimo, para ampliar a visão dos professores dos anos iniciais do ensino fundamental, se recorre a outro estudo de Silva *et al.* (2017), que envolve a apresentação e discussão de esboços de figuras representando a forma geométrica de quadrados. São

apresentadas três ilustrações, a primeira com um quadrado, a segunda com quatro quadrados e a terceira com nove quadrados.

Figura 2 – Esboços geométricos de quadrados



Fonte: Silva *et al.* (2017).

Por fim, se explora a noção de Potência articulando esses dois enfoques anteriores, em particular se evidencia que os quadrados perfeitos correspondem à multiplicação de um número por ele mesmo. Além disso, este fator repetido permite representar o quadrado perfeito com uma forma típica, o fator repetido elevado ao número dois, indicando esta tal repetição, como pode ser observado nesses três casos seguintes:

$$4 = 2 \times 2 = 2^2$$

$$9 = 3 \times 3 = 3^2$$

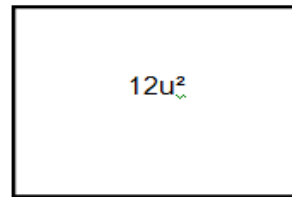
$$16 = 4 \times 4 = 4^2$$

### **Método babilônico: o caso de os quadrados não serem perfeitos**

Como lembra Mol (2013, p.), “Os babilônicos usavam, para o cálculo da raiz quadrada, um método de aproximações sucessivas [...]”. Esse procedimento era usado pelos babilônios antigos para obter a raiz de um valor numérico que não correspondia a um quadrado perfeito. Porém, o cálculo da raiz quadrada, adotado neste artigo, faz uso do método babilônico que se encontra no capítulo V, “Apoyos. Las formas para ayudar”, de Bardera (2000, p. 196-197).

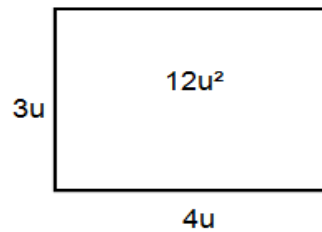
Esse procedimento corresponde à quadratura de retângulos, cujo resultado é obtido por aproximações das medidas distintas dos lados da forma inicial para a mesma medida, que corresponderá à área de um quadrado. Em seguida, se apresenta o já referido procedimento.

1 - Temos um retângulo de área  $12u^2$



2 - Dividimos pela parte inteira de  $\sqrt{12}$ , que é 3e um dos lados do retângulo. Logo,  $\frac{12u^2}{3u} = 4u$ , desta forma  $4u$  é outro lado do retângulo.

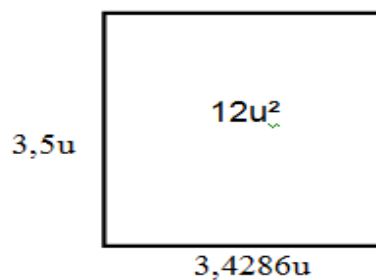
$$\text{Área: } 3u \times 4u = 12u$$



3. Faz-se a média aritmética dos lados do retângulo  $\frac{3u + 4u}{2} = \frac{7u}{2} = 3,5u$ . Depois

divide-se a área inicial pelo valor obtido  $\frac{12u^2}{3,5u} = 3,4286u$ .

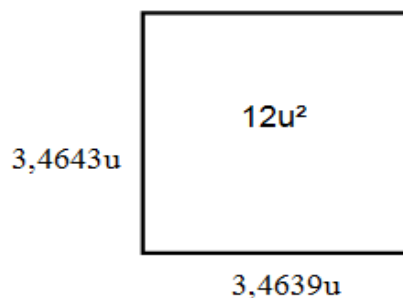
$$\text{Área: } 3,5u \times 3,4286u = 12u^2$$



4. Novamente é feita a média aritmética entre os dois lados do retângulo obtido  $\frac{3,5u + 3,4286u}{2} = 3,4643u$ . Este novo valor  $3,4643u$  deve ser um dos lados de um novo

retângulo de área  $12u^2$ . Para encontrar o outro lado, divide-se  $\frac{12u^2}{3,4643} = 3,4639u$

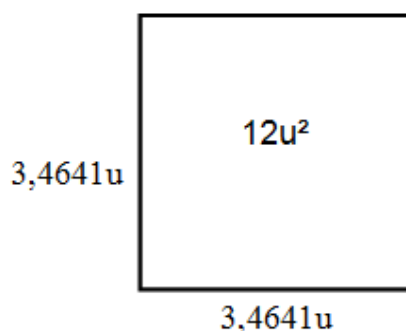
$$\text{Área } 3,4643u \times 3,4639u = 12u^2$$



5. Repete-se o procedimento com as novas dimensões  $\frac{3,4643u + 3,4639u}{2} = 3,4641u$ .

Logo, um dos lados equivale a  $3,4641u$  de um novo retângulo de área  $12u^2$ , para encontrar o outro lado divide  $\frac{12u^2}{3,4641} = 3,4641u$ .

$$\text{Área: } 3,4641u \times 3,4641u = 12u^2$$



Desta forma, temos lados com medidas iguais e percebe-se que um quadrado de área  $12u^2$ , com lados medindo  $3,4641u$ , tem área igual à do retângulo original, portanto:

$$12u^2 = 3,4641u \times 3,4641u$$

$$12u^2 = 3,4641^2 u^2$$

$$12 = 3,4641^2$$

$$\sqrt{12} = 3,4641$$

### **Demarcação da proposta didática sobre o ensino de raiz quadrada**

Nesta parte do estudo, após a exposição dos argumentos visando apresentar, introduzir, explicitar os enfoques teóricos e metodológicos, pautados nas quatro fases da pesquisa-ação, conforme Dionne (2007), se esboça uma visão panorâmica do produto de uma pesquisa realizada no mestrado em educação da Universidade de Pernambuco-UPE, Campus Mata Norte.

#### Fase I (Identificação)

Objetivo: analisar as atividades utilizadas para trabalhar as operações aritméticas e geometrias.

Ação: a partir das atividades utilizadas pelos professores, pedir que eles selecionem ao menos uma de cada operação e pensem em como aquela atividade pode auxiliar a aprendizagem dos alunos de determinada operação. (Registro escrito ou gravado)

#### Fase II (Projetação)

Objetivos: demonstrar o que são e para que são utilizados os mapas conceituais; propor a elaboração de aulas para o ensino das operações de adição, multiplicação e potenciação; aplicar o questionário diagnóstico.

#### Ações:

Momento 01: apresentação por meio de um mapa conceitual sobre recurso didático no intuito que se compreenda o recurso didático e, ao mesmo tempo, tenha uma visão de como elaborar um mapa conceitual; elaboração do plano de aula para o ensino de adição e um mapa conceitual sobre adição.

Momento 02: elaboração do plano de aula para o ensino de multiplicação e mapa conceitual sobre a operação de multiplicação.

Momento 03: elaboração do plano de aula para o ensino de potenciação e mapa conceitual sobre a operação de potenciação; aplicação de questionário diagnóstico a fim de

entender as algumas concepções para que se possa planejar e elaborar uma formação em serviço mais direcionada.

#### Fase III (Realização)

Objetivos: proporcionar discussões sobre os planos e mapas, elaborados na etapa II, a fim de ampliar o entendimento sobre as operações aritméticas; realizar oficinas sobre teoria da aprendizagem significativa e a história da matemática como recurso didático.

#### Ações:

Momento 01: realização de discussões acerca dos planos elaborados na etapa II, no intuito de atualizar os professores sobre as operações aritméticas no sentido de entender que elas possuem inversas.

Momento 02: formação em serviço acerca da aprendizagem significativa e demonstração de raiz quadrada a partir da multiplicação e quadrado perfeito.

Momento 03: formação em serviço acerca de História da matemática e suas potencialidades como recurso didático; em seguida, apresentação do método para se calcular raiz quadrada quando o quadrado não for perfeito, desenvolvido pelos babilônicos; aplicação do questionário avaliativo.

#### Fase IV (Avaliação)

Objetivos: reelaboração dos mapas e planos feitos na etapa II e discussão com o professor que menos se aproximou e o que mais se aproximou dos objetivos dos PCNs em suas respostas na etapa I; apreciar as atividades, os questionários, os planos e mapas elaborados no intuito de fazer uma comparação da influência das formações; conversar com os participantes acerca da realização das formações e como acham que vai influenciar no ensino e na aprendizagem.

#### Ações:

De modo a facilitar as pesquisas para os professores reelaborarem os planos e mapas, talvez seja necessário um período de quinze dias. Assim, será possível que organizem melhor suas ideias.

Para que se possa avaliar a eficácia da formação, todos os instrumentos deverão ser analisados e, ao final, comparar com o que foi feito antes e depois das intervenções.

A conversa com os participantes sobre a importância da intervenção deve acontecer a todo o momento, mas, nesta parte final, será possível ter uma visão mais ampla sobre a influência da formação no ensino e aprendizagem desenvolvidos por esses professores.

O Quadro 1, apresentado a seguir, foi elaborado na intenção de representar a visão panorâmica do produto anunciado no início deste item.

**Quadro 1:** Procedimentos adotados na preparação de PEFAI sobre o ensino de raiz quadrada

FASE	SÍNTESE DO PROCESSO METODOLÓGICO DA PESQUISA
I Identificação	1. <i>Primeira Etapa:</i> Diagnose.
	1.1-solicitação/entrega de algumas atividades, geralmente utilizadas, pelos professores dos anos iniciais do ensino fundamental em suas aulas de matemática sobre o ensino de operações fundamentais e geometria.
	1.2-Aplicação de um Questionário Diagnóstico.
	1.3-Elaboração/entrega de um plano de aula sobre o ensino das operações fundamentais.
	1.4-Oficina sobre mapas conceituais como materiais instrutivos.
II Projetação	1.4.1-Elaboração/entrega de um mapa conceitual para cada uma das operações: Adição, Multiplicação e Potenciação.
	2. <i>Segunda Etapa:</i> Embasamento epistemológico e pedagógico como aporte uma prática docente autônoma.
	2.1-Realização de um minicurso sobre a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS).
	2.1.1-Elaboração/entrega de um mapa conceitual sobre a TAS.
III Realização	2.2-Realização de um minicurso sobre o uso da História da Matemática como aporte epistemológico.
	2.2.1-Elaboração/entrega de um mapa conceitual sobre a História da Matemática como aporte epistemológico.
	3. <i>Segunda Etapa:</i> Elaboração de material potencialmente significativo ausubeliano.
	3.1-Elaboração de planos de ensino sobre o ensino das operações fundamentais.
	3.2-Elaboração de atividades embasadas epistemológico e pedagogicamente para o ensino de uma das operações fundamentais.
IV Avaliação	3.3-Elaboração de uma proposta didática para o ensino de Raiz Quadrada embasada epistemologicamente na história da matemática e que possa ser qualificada como um material potencialmente significativo no marco ausubeliano.
	3.4-Aplicação do questionário de avaliação de aprendizagem.
	4. <i>Segunda Etapa:</i> Avaliação das informações levantadas nas fases I, II e III.
	4.1-Atividades selecionadas na identificação e as produzidas na realização.
	4.2-Planos de aulas produzidos nas fases de identificação e realização.
4.3-Mapas conceituais produzidos nas fases de identificação e projeção	
4.4-Questionários diagnóstico e de avaliação de aprendizagem.	

**Fonte:** Elaborado pelos autores (2019).



## CONSIDERAÇÕES EDUCACIONAIS

A planificação e utilização dessa proposta didática tem o propósito de contribuir com a qualificação de professores que atuam no ensino básico, especialmente, os que lidam com os anos iniciais. Nesse percurso, o interesse está voltado para interferir em suas práticas de sala de aula a fim de oportunizar aos envolvidos as condições de encontrar caminhos que lhes permitam elaborar atividades de ensino embasadas epistemológica e pedagogicamente.

No entanto, apesar da opção epistemológica pelo uso da HM enquanto tendência em educação matemática e a escolha pedagógica pela TAS, a abordagem vivenciada deixa margens para a adoção de outras tendências, bem como outras teorias de aprendizagem. O que se vislumbra em termos de ampliação da experiência didática dos participantes, no percurso adotado, é revelar que investidas em pesquisa de temáticas como estas, e outras relacionadas, podem impactar positivamente suas práticas docentes.

A opção por textos de apoio, como OPs *comparativos* para introduzir a HM, a TAS e, em particular, no campo Aritmético, o ensino de raiz quadrada, parte do pressuposto de que os professores possuem conceitos, ideias ou proposições relevantes à aprendizagem desses materiais como aporte para sua ancoragem. Deve ficar claro que, na verdade, caso os participantes já tivessem uma visão razoável sobre a HM e a TAS, o foco do minicurso seria a elaboração de organizadores prévios e/ou Material Potencialmente significativo, visando uma aprendizagem significativa de raiz quadrada nos anos iniciais do ensino fundamental.

Por fim, vale apenas destacar a necessidade dos professores dos anos iniciais do ensino fundamental conhecer muito mais do que explorar adequadamente a noção de quadrados perfeitos e o procedimento babilônico como forma de abordagem para introduzirem a radiciação neste âmbito escolar. Esses professores precisam recorrer a cursos de formações continuadas para ampliar seus embasamentos teóricos e suas práticas, no caso deste estudo, a fim de vislumbrar pressupostos didáticos sobre potenciação para lidar com o ensino de raiz quadrada. Isto pode ser aludido no *mapa conceitual sobre a operação de potenciação* elaborado por Silva (2014), em anexo.

## REFERÊNCIAS

- AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos**: uma perspectiva cognitiva. Tradução: Lígia Teopisto. 1. ed. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 2000.
- BARDERAS, S. V. **Didáctica de la matemática-el libro de los recursos**. Editorial La Muralla,S.A., Madrid, 2000.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. Investigação qualitativa em Educação: fundamentos, métodos e técnicas. *In*: BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**. Portugal: Porto Editora, 1994.
- BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, v. 3, 1997.
- BUNGE, M. **Epistemología**. Barcelona: Editorial Ariel, S. A., 1985.
- CONTADOR, P. R. M. **Matemática uma breve História**. v.1, 3 ed. São Paulo: editora livrariada física, 2008.
- DIONNE, H. **A pesquisa-ação para o desenvolvimento local**. Tradução: Michel Thiollent. Brasília: Líber Livro Editoria, 2007.
- DUVAL, R.; CAMPOS, T. M. M. (Org.) **Ver e ensinar a Matemática de outra forma**: entrar no modo matemático depensar: os registros de representações semióticas. São Paulo: PROEM, 2011.
- FIORENTINI, Dario. Alguns Modos de Ver e Conceber o Ensino de Matemática no Brasil. **Zetetiké**, Campinas, v.3, n.4, p. 1-36, 1995.
- FOSSA, J. A. **Ensaio sobre a Educação Matemática**. Belém: EDUEPA, 2001. (Série Educação, 2).
- FUCHS, M. J.; NEHRING, C. M.; POZZOBON, M. C. C. A História do Ensino da Matemática - Contribuições na Formação de Futuros Professores de Matemática. **Revista Contexto & Educação**, Ijuí, v.29, n.93, p. 45-71, maio/ago. 2014. Disponível em: <https://www.revistas.unijui.edu.br/index.php/contextoeducacao/article/view/2928>. Acesso em: 12 fev. 2019.
- GONÇALVES, I. M. F. L. **Os Problemas da Matemática o seu papel na Matemática e nas aulas de Matemática**. 2011. Tese (Doutorado em matemática: ensino da matemática)- Universidade da madeira, Portugal.
- GROENWALD, C. L. O; SAUER, L. O; FRANK, R. F. Desenvolvendo o pensamento aritmético utilizando os conceitos da Teoria dos números. **Acta Scientiae**, [s. l.], v. 7, n. 1, p. 93-101,2005. Disponível em:

<http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/190/174>. Acesso em: 24 abril 2019.

MENDES, I. A. **Matemática e investigação em sala de aula**: tecendo redes cognitivas na aprendizagem. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

MENDES, I. A.; CHAQUIAM, M. **História nas aulas de Matemática**: fundamentos e sugestões didáticas para professores. Belém: SBHMat, 2016.

MENDES, I. A.; FOSSA, J. A.; VALDÉS, J. E. N. **A história com um agente de cognição na educação matemática**. Porto Alegre: Sulina, 2006.

MOL, R. S. **Introdução à história da matemática**. Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013.

MOREIRA, M. A. **A teoria de aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula**. Brasília: Editora da UnB, 2006.

MOREIRA, M. A. **Negociação de significados e aprendizagem significativa**. Ensino, Saúde e Ambiente, v.1, n.2, p. 2-13, dez., 2008.

MOREIRA, M. A. **Teorias de aprendizagem**. 2. ed. ampliada. São Paulo: EPU, 2011.

ROQUE, T.; PITOMBEIRA, J. B. **Tópicos de história da matemática**. Rio de Janeiro: Ed. SBM, 2012. (Coleção PROFMat).

SANTAROSA, M. C. P. Ensaio sobre a Aprendizagem Significativa no Ensino de Matemática. **Aprendizagem Significativa em Revista**, [s. l.], v.6, n.3, p. 57-69, dez. 2016. Disponível em: [http://www.if.ufrgs.br/asr/artigos/Artigo\\_ID92/v6\\_n3\\_a2016.pdf](http://www.if.ufrgs.br/asr/artigos/Artigo_ID92/v6_n3_a2016.pdf). Acesso em 20 set. 2019.

SILVA, J. R. Uma abordagem Ausubeliana da Aquisição do Conceito de Raiz Quadrada Contextualizada Segundo a Teoria de Lakoff. In: SILVA, J. R. **Recursos Didáticos**: textos de apoio para o ensino de Ciências e Matemáticas. Recife: EDUPE, 2006. p. 15-36.

SILVA, J. R. **Ensino das operações fundamentais**: uma abordagem introdutória, 4-15 de ago. de 2014. 10 f. Notas de Aula. Digitalizado.

SILVA, J. R.; RUFINO, M. A. S.; CHIAPPETTA, S. K. S.; CUNHA, A. M. V. Ensino De Raiz Quadrada: Elaboração De Um Organizador Prévio. In: ENCONTRO PERNAMBUCANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - Cenários e Desafios da Educação Matemática: da investigação à sala de aula, 2017, Garanhuns. **Anais [...]**. Garanhuns: UFPE/UFRPE/UPE, 2017. Disponível em: [http://epem.sbempe.com.br/anais/2017/PDFs/RE09192850405\\_161024.pdf](http://epem.sbempe.com.br/anais/2017/PDFs/RE09192850405_161024.pdf). Acesso em: 10 jan. 2019.

SILVA, J. R.; SOUZA, E. C.; RUFINO, M. A. S. O ritual do toré como organizador prévio para

o conceito de círculo. **Zetetiké**, Campinas, v.1, n.1, p.75-93, jan./abr. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8650471> Acesso: 13 Mar. 2020.

## HISTÓRICO

**Submetido:** 02 de maio de 2022.

**Aprovado:** 24 de maio de 2022.

**Publicado:** 14 de junho de 2022.

# Anexos

