
El uso de la tabla aritmética para el aprendizaje reflexivo de la resolución de las cuatro operaciones básicas de la aritmética, con estudiantes de 4º grado de primaria

Zenaida Avila Aguilar

Universidad Veracruzana, Veracruz, México
zavila@uv.mx

Joseline Nicolás Romano

Universidad Autónoma Benito Juárez de Oaxaca, Oaxaca, México
joseline_1304@hotmail.com

Maritza Soledad Martínez

Universidad Autónoma Benito Juárez de Oaxaca, Oaxaca, México
wary_21@hotmail.es

Resumo

Enseñar matemáticas en Educación Básica (Primaria) no solo es enseñar conceptos y algoritmos de forma expositiva, sino que se deben diseñar situaciones didácticas con material manipulativo que permita operar con ellos y resolver problemas que supongan un desafío intelectual, a fin de desarrollar la capacidad de razonamiento y alcanzar la abstracción matemática de los estudiantes de esta etapa. En este sentido, el Plan de Estudios 2011 de Educación Básica de México ha tratado de implementar nuevas estrategias, a fin de ir rompiendo con los esquemas tradicionalistas, buscando que los estudiantes sean responsables de construir nuevos conocimientos a partir de sus saberes previos, de comunicar, analizar e interpretar procedimientos de resolución y encontrar diferentes formas de resolver los problemas. Bajo estas consideraciones, se implementó una secuencia didáctica usando la tabla aritmética creada por Jorge Vaca (2002) en un grupo de estudiantes de 4º grado de primaria, y en otro grupo del mismo grado, una secuencia temática sin el uso de la tabla. El objetivo de este estudio fue comparar en ambos grupos, mediante un pre-test y un pos-test, las medias de los criterios evaluados, a fin de determinar cuál es el efecto de la aplicación de la tabla aritmética en el aprendizaje reflexivo de la resolución de las cuatro operaciones de la aritmética elemental: suma, resta, multiplicación y división. Los resultados de esta comparación mostraron, con diferencias significativas, que al trabajar con la tabla aritmética los estudiantes fueron más críticos y reflexivos, pues analizaron e interpretaron los problemas para poder seleccionar qué tipo de operación o combinación de operaciones desarrollar que permitieran resolverlos.

Palavras-chave: Primaria. Aprendizaje Reflexivo. Operaciones Aritméticas. Resolución de Problemas.

The use of the arithmetic table for the reflexive learning of the resolution of the four basic operations of arithmetic, with students of 4th grade of elementary school

Abstract

Teaching mathematics in Basic Education (Elementary school) is not only teaching concepts and algorithms in an expository way, but didactic situations must be designed with manipulative material that allows them to operate with them and solve problems that pose an intellectual challenge, in order to develop the ability to reasoning and reach the mathematical abstraction of the students of this stage. In this sense, the 2011 Basic Education Plan of Mexico has tried to implement new strategies, in order to break with the traditionalist schemes, looking for students to be responsible for building new knowledge from their previous knowledge, to communicate, analyze and interpret resolution procedures and find different ways to solve problems. Under these considerations, a didactic sequence was implemented using the arithmetic table created by Jorge Vaca (2002) in a group of 4th grade elementary school students, and in another group of the same grade, a thematic sequence without the use of the table. The objective of this study was to compare the means of the evaluated criteria in both groups, by means of a pre-test and a post-test, in order to determine what is the effect of the application of the arithmetic table in the reflexive learning of the resolution of the four operations of elementary arithmetic: addition, subtraction, multiplication and division. The results of this comparison showed, with significant differences, that when working with the arithmetic table the students were more critical and reflexive, because they analyzed and interpreted the problems to be able to select what type of operation or combination of operations to develop that would allow them to be solved.

Keywords: Elementary School. Reflexive Learning. Arithmetic Operations. Problem Solution.

Introducción

Las matemáticas están presentes de manera significativa en la vida cotidiana de cada ser humano, se recurre a ellas para la aplicación práctica de diversas actividades como: pagar algún producto, ver la hora, contar el dinero, repartir cosas, etc.

En este sentido, las escuelas de educación primaria pretenden formar estudiantes con habilidades y destrezas que les permitan desenvolverse favorablemente dentro de la sociedad. En el Plan de Estudios 2011 de Educación Básica en México, se plantean las materias que se abordan durante los seis años, estipulados como obligatorios para cursar el nivel primaria, complementándose entre sí, para que el estudiante pueda construir sus conocimientos y valorarlos de forma crítica, una de esas materias es Matemáticas.

Enseñar matemáticas no solo es enseñar conceptos y algoritmos de forma expositiva, sino que se deben diseñar situaciones didácticas con material manipulativo y/o gráfico que permita operar con ellos y resolver problemas que supongan un desafío intelectual, a fin de desarrollar la capacidad de razonamiento y alcanzar la abstracción

matemática de los estudiantes de esta etapa, de tal forma que las matemáticas sean formativas, instrumentales y funcionales (Fernández, 2010).

Para ir rompiendo con los esquemas tradicionalistas, se ha tratado de implementar nuevas estrategias, el Plan de Estudios 2011 tiene características que permiten integrar mejor los contenidos que se deben abordar durante los años de educación primaria, sin embargo es labor del profesor hacer que esto se cumpla de forma adecuada. La educación básica busca que los estudiantes sean responsables de construir nuevos conocimientos a partir de sus saberes previos; que sean capaces de comunicar, analizar e interpretar procedimientos de resolución; buscar argumentos para validar procedimientos y resultados; y encontrar diferentes formas de resolver los problemas (SEP, 2011).

Por otro lado, en el contexto internacional, en México es aplicada la prueba PISA, programa de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE), que tiene como objetivo evaluar la formación de los estudiantes de 15 y 16 años, cuando están por terminar la etapa de la enseñanza obligatoria. La prueba PISA está diseñado para conocer las habilidades, la pericia y las aptitudes de los estudiantes para analizar y resolver problemas, para manejar información y para enfrentar situaciones que se les presentarán en la vida adulta y que requerirán de tales habilidades, en el caso específico de matemáticas, implica la capacidad de utilizar el razonamiento matemático en la solución de problemas de la vida cotidiana (OCDE, s.f.). Los resultados de la prueba del 2015 con respecto a la competencia matemática mostró que México se posiciona en el nivel 1 de 6 niveles establecidos, pues los estudiantes apenas son capaces de reconocer la información y desarrollar procedimientos rutinarios, donde las preguntas son fáciles y la información está presente, pueden llevar a cabo acciones que son obvias y entienden a partir de un estímulo (OCDE, 2016).

Acorde a las características del Plan de Estudios 2011 e intentando contribuir en la mejora de los resultados de la prueba PISA, al desarrollar el razonamiento matemático para la solución de problemas de aritmética elemental en los estudiantes, se implementa una secuencia didáctica usando la tabla aritmética creada por Jorge Vaca (2002) en un grupo de estudiantes de 4º grado de primaria, y en otro grupo del mismo grado, una secuencia temática sin el uso de la tabla. El objetivo de este estudio es comparar en ambos grupos, mediante un pre-test y un pos-test, las medias de los criterios evaluados, para determinar cuál es el efecto de la aplicación de la tabla

aritmética en el aprendizaje reflexivo de la resolución de las cuatro operaciones de la aritmética elemental: suma, resta, multiplicación y división.

Teoría de las Situaciones Didácticas

La Teoría de las Situaciones Didácticas se trata de una teoría de enseñanza, que busca el desarrollo del conocimiento matemático en el estudiante, debido a que éste no se genera de manera natural, sino al enfrentarse a situaciones condicionadas por el profesor, en la que se debe plantear un contrato didáctico para establecer las reglas que favorecerán el proceso de enseñanza-aprendizaje (Brousseau, 1986, 1997). Las situaciones llegan a ser un modelo de interacción para el sujeto y un medio determinado que permite la construcción del conocimiento en un estado favorable (Brousseau, 1997).

Un medio sin intenciones didácticas es incapaz de provocar en el estudiante los conocimientos que se desea que adquiera, por ello el profesor se ve obligado a elegir las situaciones que provoquen la adaptación deseada. En una Situación A-Didáctica el profesor plantea el problema para que el estudiante desarrolle una solución, usando sus conocimientos previos y obtenga una respuesta, mientras que el profesor se mantiene al margen para no intervenir (Brousseau, 1986).

Por otro lado, en una Situación Didáctica, el profesor proporciona el medio didáctico con el fin de hacer que los estudiantes adquieran y construyan un conocimiento determinado (Brousseau, 1997). Éstas pueden englobar a las situaciones a-didácticas, pues la relación didáctica va a extinguirse y el estudiante, en el futuro, deberá enfrentarse a situaciones desprovistas de intenciones didácticas (situación a-didáctica) (Brousseau, 1986).

Brousseau (1986) indica que a cada situación didáctica le corresponde un problema y un contrato didáctico, en el cual el profesor le hace saber al estudiante lo que espera y quiera que haga, por lo que el profesor se ve en la necesidad de hacer la devolución del problema adecuado para hacerla operar en el estudiante y obtener un aprendizaje. Para llevar a cabo el contrato didáctico no es necesario elaborarlo, pues es solo una noción metafórica en la que el profesor y estudiantes están conscientes de su existencia y cumplimiento.

Para el caso de esta investigación, la interacción entre los estudiantes y la tabla aritmética para resolver los problemas planteados, conforman el medio proporcionado

por el profesor en las situaciones didácticas para el aprendizaje reflexivo de la resolución de las cuatro operaciones básicas de la aritmética elemental.

Operaciones básicas de la aritmética elemental

Las operaciones básicas de la aritmética elemental que se utilizarán para resolver las situaciones problemáticas planteadas en esta investigación son: suma, resta, multiplicación y división. Estas operaciones se empiezan abordar desde los primeros años de nivel primaria, donde los estudiantes comienzan a conocer estos procesos y hacer uso de los números. Específicamente en 4º grado de primaria se enseñan las cuatro operaciones, pues se encuentran inmersas en los cinco bloques del libro de texto *Desafíos matemáticos* que se debe impartir en clase (SEP, 2014). Es importante que el profesor utilice ejemplos y situaciones problemáticas con un contexto que lleve a los estudiantes a reflexionar qué operación debe realizar y no sólo mecanizar el algoritmo.

Por lo regular los profesores desde un enfoque tradicional suelen enseñar los algoritmos en las clases de forma rutinaria que, a través de la resolución de muchas cuentas, deben ser mecanizadas por estudiantes (Lanza y Schey, 2007), obteniendo un aprendizaje en forma receptiva y luego repetitiva. Esta enseñanza es una de las causas por las cuales el estudiante se enfoca en visualizar un par de cantidades a las cuales aplicar cualquier algoritmo de operación, sin reflexionar cuál es la operación requerida de acuerdo al problema.

Lo que se necesita es un aprendizaje reflexivo, que desde el punto de vista de Daros (1992), debe ser guiado por una necesidad significativa para el estudiante que lo aprende solucionando problemas. Lo que se aprende y el proceso de aprender resulta ser significativo si lo puede relacionar e integrar con lo que ya sabe y vive como persona en una sociedad (Daros, 1992), por lo que el uso de problemas contextualizados y la tabla aritmética creada por Jorge Vaca (2002) resulta ser significativo para los estudiantes, lo que coadyuva a la adquisición de un aprendizaje reflexivo.

Tabla aritmética

La tabla aritmética fue desarrollada por especialistas que han participado en el diseño de los planes, programas y materiales didácticos, con el objetivo de complementar la práctica educativa del profesor haciendo comprensivo y racional el

aprendizaje, pues permite a los estudiantes y profesores el desarrollo de la enseñanza y aprendizaje reflexivo de la resolución de las cuatro operaciones básicas de la aritmética elemental: suma, resta, multiplicación y división (Vaca, 2002). Para hacer uso de la tabla aritmética el profesor debe conocer la lógica de su empleo para poder utilizarla adecuadamente dentro del aula.

La creación de este material fue basado en el enfoque constructivista de Piaget, en donde todos los conocimientos se empiezan a construir a partir de la relación que se establece con ellos; es decir, conocemos algo, pero de acuerdo a como lo comprendemos y lo hacemos nuestro, le damos un sentido correspondiente.

En la tabla aritmética el estudiante representa las operaciones, pero también puede realizarlas, aparte de manipularla entiende cómo es el procedimiento para resolver una operación base y la conversión que va desde agrupar y des-agrupar diez unidades en una decena, diez decenas en una centena y diez centenas en una unidad de millar.

Esta tabla la puede realizar el profesor de cartón o madera, cuadrificarla en 16 partes, coloreando la primera fila de las columnas por colores que representen las unidades, decenas, centenas y unidades de millar, y para representar los números y realizar las operaciones utiliza fichas de colores según el orden de unidad.

Por todas estas razones, se eligió la tabla aritmética como un posible medio didáctico favorable para el aprendizaje de las matemáticas, entre muchos otros que existen actualmente.

La tabla aritmética no es más que un complemento de los dispositivos didácticos, en los cuales el profesor puede apoyarse para la enseñanza de las matemáticas elementales (Vaca, 2002). La tabla se puede utilizar en el contexto de otras actividades y, al mismo tiempo, permite enfocar los aspectos específicos que los estudiantes deben comprender para desempeñarse adecuadamente cuando deben realizar operaciones aritméticas.

Metodología

Esta es una investigación experimental en la cual se analizó y evaluó el efecto en el aprendizaje reflexivo de las cuatro operaciones básicas de la aritmética elemental, después de aplicar las secuencias didáctica (con el uso de la tabla aritmética) y temática,

en los grupos correspondientes. Esta evaluación se hizo mediante la aplicación de un instrumento previo a la intervención (pre-test) y uno al término de la intervención (post-test) a ambos grupos.

Población

La escuela Primaria “Lic. Luis Donaldo Colosio Murrieta” perteneciente al estado de Oaxaca, México, cuenta con tres grupos de estudiantes de 4° grado entre una edad de 8 y 9 años. Se realizó un muestreo al azar simple para seleccionar dos de los tres grupos y se tomó de forma indistinta a uno de los grupos para realizar la intervención, eligiendo al grupo con 19 estudiantes como experimental (grupo A) y el grupo con 20 estudiantes como de control (grupo B).

Se eligió 4° grado de primaria porque en el libro de texto de este grado se deben resolver problemas con las cuatro operaciones básicas de la aritmética (SEP, 2015), además es la edad adecuada para poder asimilar y entender correctamente los problemas, según la Teoría Psicogenética de Jean Piaget (García, 2012).

Secuencias didáctica y temática

Se diseñaron y elaboraron las secuencias didáctica y temática, las cuales están integradas por nueve sesiones, cada una se implementó en un tiempo aproximado de una hora, dando un total de nueve horas.

En el grupo experimental se implementó la secuencia didáctica con la tabla aritmética, de acuerdo a Brousseau (1986, 1997), mientras que en el grupo control se trabajó con la secuencia temática, con una enseñanza de tipo tradicional, expositiva.

Diseño de la Tabla Aritmética

Se elaboraron en papel cople, dividida en una cuadrícula de 4 x 3, con medidas de 8.7 cm cada lado del cuadro, en las cuatro columnas para ubicar las unidades de diferentes órdenes, se pegó cuatro colores de papel: azul, rojo, amarillo y verde (véase figura 1). Así mismo se realizó una tabla aritmética a mayor escala de fieltro, pintando las columnas para ubicar las unidades de las diferentes órdenes (véase figura 2).

Para representar las unidades de diferentes órdenes se utilizaron fichas didácticas multiuso, tocándole a cada estudiante: 20 fichas color azul, 20 fichas color rojo, 20 fichas color amarillo y 20 fichas color verde. Para el caso de la tabla aritmética de fieltro, se realizaron fichas de foami de cada uno de los colores y al reverso se le adhirió un cuadrado de velcro para que se pegara en el fieltro cuando se utilizó.

También se realizaron fichas numéricas del 0 al 9, de ello se repartió 3 juegos a cada estudiante, del mismo modo se distribuyó cinco fichas con el signo de $+$, $-$, \times , \div , e $=$. Para la tabla aritmética de fieltro se ocuparon tarjetas hechas de papel caple forradas de contact, de esta manera se podían escribir con marcador de pizarrón el número o signo correspondiente, permitiendo borrar y reutilizarlas.

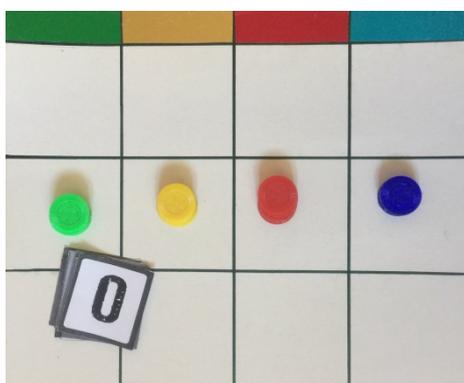


Figura 1. Tabla aritmética de cartulina caple, fichas didácticas multiuso y fichas numéricas.

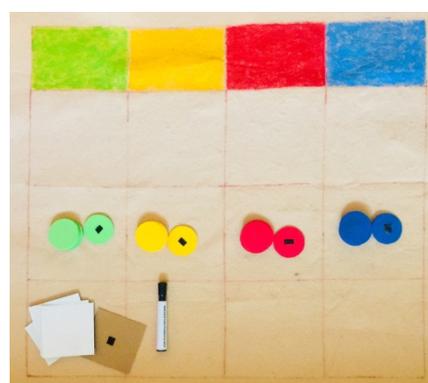


Figura 2. Tabla aritmética de fieltro, fichas de foami y tarjetas

Diseño y aplicación del pre y pos-test

Se aplicó un pre-test al inicio de la intervención y un pos-test aplicado en el último día, tanto para el grupo experimental como al grupo control.

El diseño de los test se realizó después de hacer las situaciones didácticas, a fin de relacionar los contenidos a enseñar con los ejercicios a aplicar en los test.

El pre-test y el pos-test estuvieron conformados por seis ejercicios, donde cada uno evaluó un criterio en diferente orden:

1. Relacionar cantidades escritas con letra y número.
2. Representar numéricamente una cantidad.

3. Descomponer de cantidades en unidades, decenas, centenas y unidades de millar.
4. Pasar de un problema verbal a resolver una multiplicación y una suma.
5. Pasar de un problema verbal a resolver una multiplicación y una resta.
6. Pasar de un problema verbal a resolver una división y una suma.

Se realizó una prueba piloto del pre-test a un estudiante de 4° grado para verificar que éste fuera entendible y apropiado a sus conocimientos; así mismo, para detectar errores y corregirlos antes de su aplicación a los grupos.

Los procesos de recogida y análisis de datos

La abstracción de las propiedades de la información pudo hacerse a través de la codificación de la información. Para esto fue conveniente definir variables que tomaron valores de acuerdo con las respuestas escritas por los estudiantes de ambos grupos, al intentar resolver los problemas del pre-test y el pos-test.

Se aplicó una prueba de normalidad a los datos de las seis variables en el pre-test y seis del pos-test de ambos grupos (correspondientes a los seis criterios evaluados) condición que no se cumplió para usar la prueba T de Student y por lo que se empleó la prueba no paramétrica U de Mann-Whitney. Esta prueba se utilizó con el objetivo de comparar las medias de las respuestas en los seis criterios evaluados en los test (pre-test y pos-test) y así determinar qué grupo tuvo un mayor impacto, efecto de la intervención con las secuencias didáctica y temática. También se realizó un análisis cualitativo donde se analizaron el pre-test y pos-test para identificar cuáles fueron los errores más frecuentes que tuvieron los estudiantes al resolver los criterios.

Resultados

Criterio 1: Relación de cantidades escritas con letra y número

En el primer criterio evaluado, como se observa en la figura 3 y tabla 1, las medias en el pre-test y pos-test tanto del **GC** como el **GE** no muestran alguna diferencia y en ambos grupos se tuvieron medias altas. Aunque en los test del **GC** se tuvo una

media más alta que en los del **GE**, no es importante para fines de esta investigación, pues al no haber cambios en la media de los test, la intervención no tuvo algún impacto.

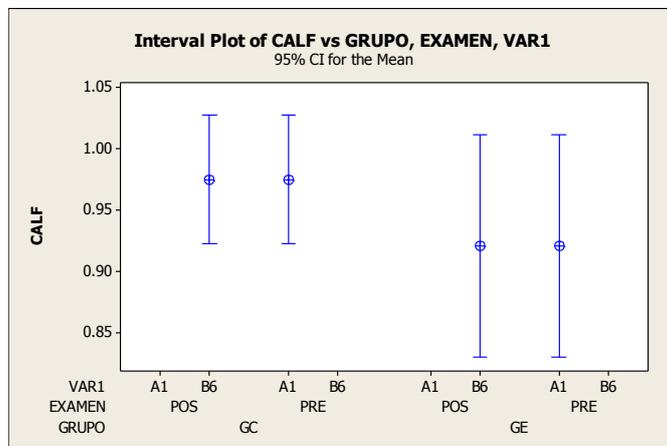


Figura 3. Gráfica de las medias con intervalos de confianza del criterio 1

Tabla 1. Medias Criterio 1

GC		GE	
Media pos-test	Media pre-test	Media pos-test	Media pre-test
0.975	0.975	0.921	0.921

Criterio 2: Representación numéricamente de una cantidad

En el segundo criterio, como se muestra en la figura 4 y tabla 2, el **GC** tuvo una gran diferencia favorable con la intervención, debido que la media del pos-test es más alta que del pre-test. En cuanto al **GE** se observa que hubo una mínima diferencia favorable en el pos-test con la intervención.

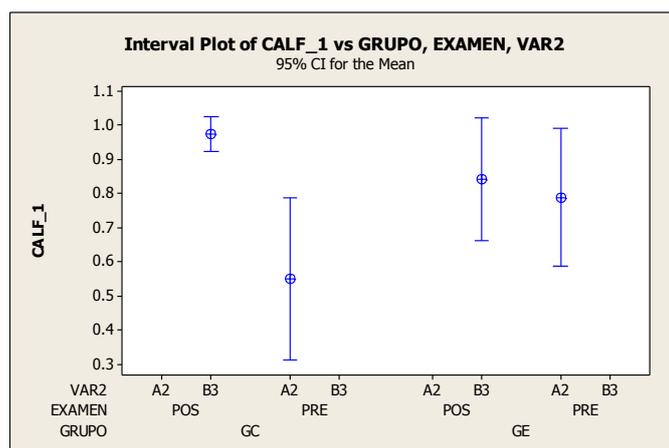


Figura 4. Gráfica de las medias con intervalos de confianza del criterio 2

Tabla 2. Medias Criterio 2

GC		GE	
Media pos-test	Media pre-test	Media pos-test	Media pre-test
0.975	0.550	0.842	0.789

Para determinar si existen diferencias significativas en el criterio 2, en cada grupo, se plantean las siguientes hipótesis:

H_0 : Los resultados en promedio del criterio 2 en el pos-test son iguales que en el pre-test

H_1 : Los resultados en promedio del criterio 2 en el pos-test son mayores que en el pre-test

Con un nivel de significancia $\alpha = 0.05$

Tabla 3. P-valor Criterio 2

GRUPO	VALOR ESTADÍSTICO	P-VALOR	DECISIÓN
	U		
GC	325.5	0.0013	Rechazar H_0
GE	361.0	0.3478	No se rechaza H_0

Interpretación: De acuerdo con la tabla 3, para el **GC**, el $p\text{-valor} = 0.0013 < \alpha$, por lo tanto hay evidencia suficiente para rechazar H_0 y se concluye que en promedio, los resultados de representar numéricamente una cantidad fueron significativamente mayores en el pos-test que en el pre-test. Sin embargo en el **GE**, el $p\text{-valor} = 0.3478 > \alpha$, por lo tanto no hay evidencia suficiente para rechazar H_0 y se concluye que en promedio, los resultados de representar numéricamente una cantidad fueron significativamente iguales en el pos-test y pre-test para este grupo.

Análisis cualitativo

Al analizar los test del **GC** y **GE** se observó que los errores más frecuentes en ambos grupos y que disminuyeron en el pos-test del **GC**, fue que los estudiantes se confundieron en la posición del valor de los números para representar la cantidad indicada (véase figuras 5 y 6).

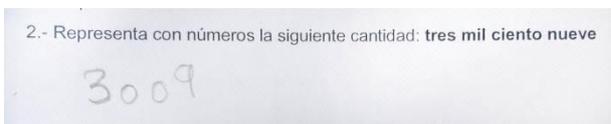


Figura 5. Representación numéricamente de una cantidad en pre-test

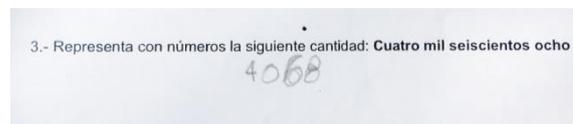


Figura 6. Representación numéricamente de una cantidad en pos-test.

Criterio 3: Descomposición de cantidades en unidades, decenas, centenas y unidades de millar

Los resultados del tercer criterio evaluado, como se observa en la figura 7 y tabla 4, suponen un impacto por la intervención en ambos grupos, debido que las medias de los pos-test mostraron diferencias comparadas con el pre-test.

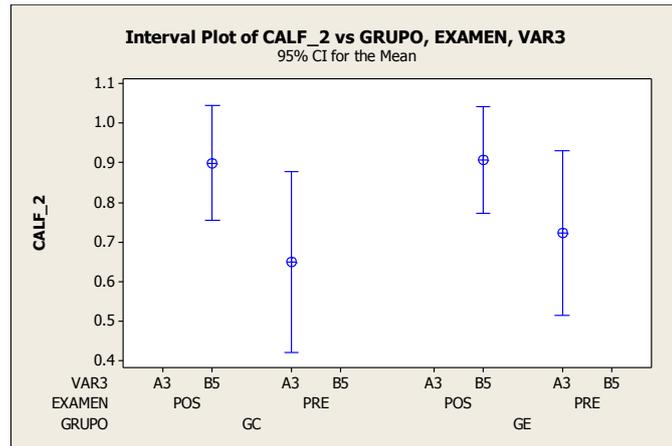


Figura 7. Gráfica de las medias con intervalos de confianza de la Variable 3

Tabla 4. Medias Criterio 3

GC		GE	
Media pos-test	Media pre-test	Media pos-test	Media pre-test
0.900	0.650	0.908	0.724

Para determinar si existen diferencias significativas en el criterio 3, en cada grupo, se plantean las siguientes hipótesis:

H_0 : Los resultados en promedio del criterio 3 en el pos-test son iguales que en el pre-test

H_1 : Los resultados en promedio del criterio 3 en el pos-test son mayores que en el pre-test

Con un nivel de significancia $\alpha = 0.05$

Tabla 5. P-valor Criterio 3

GRUPO	VALOR ESTADÍSTICO U	P-VALOR	DECISIÓN
GC	360.0	0.0321	Rechazar H_0
GE	332.0	0.0594	No se rechaza H_0

Interpretación: De acuerdo con la tabla 5, para el **GC**, el $p\text{-valor} = 0.0321 < \alpha$, por lo tanto hay evidencia suficiente para rechazar H_0 y se concluye que en promedio, los resultados de descomponer cantidades en unidades, decenas, centenas y unidades de millar fueron significativamente mayores en el pos-test que en el pre-test. Sin embargo en el **GE**, el $p\text{-valor} = 0.0594 > \alpha$, por lo tanto no hay evidencia suficiente para rechazar H_0 y se concluye que en promedio, los resultados de descomponer cantidades en unidades, decenas, centenas y unidades de millar fueron significativamente iguales en el pos-test y pre-test para este grupo.

A pesar de no haber impacto en el **GE** en este criterio, la media del pos-test fue 0.907 y en el **GC** 0.900, ambos grupos tuvieron buenos resultados.

Análisis cualitativo

Al analizar los test del **GC** y **GE** se observó que los errores más frecuentes en ambos grupos (en el pre-test y que disminuyeron en el pos-test) se tuvieron al descomponer la cantidad, pues posicionaron mal los números de las cifras, las unidades las colocaron en unidades de millar, decenas en centenas, centenas en decenas y unidades de millar en unidades (véase figura 8 y 9). Este error se debió tal vez, a que los estudiantes no sabían qué significaban las unidades de las diferentes órdenes, es decir que significaba: unidades, decenas, centenas y unidades de millar.

3.- ¿Cuántas unidades, decenas, centenas y unidades de millar tienen la siguiente cantidad? 0 9 7 8

Unidades de millar	8
Centenas	7
Decenas	9
Unidades	0

Figura 8. Descomposición de cantidades en unidades, decenas, centenas y unidades de millar.

5.- ¿Cuántas unidades, decenas, centenas y unidades de millar tienen la siguiente cantidad? 7 4 3 8

Unidades de millar	8
Centenas	3
Decenas	4
Unidades	7

Figura 9. Descomposición de cantidades en unidades, decenas, centenas y unidades de millar.

Criterio 4: Pasar de un problema verbal a resolver una multiplicación y una suma

En el criterio 4, como se muestra en la figura 10 y tabla 6, en el GC, se muestra una diferencia mínima entre las medias del pos-test y pre-test. Por otra parte en el GE, hay una mayor diferencia entre las medias del pos-test y pre-test.

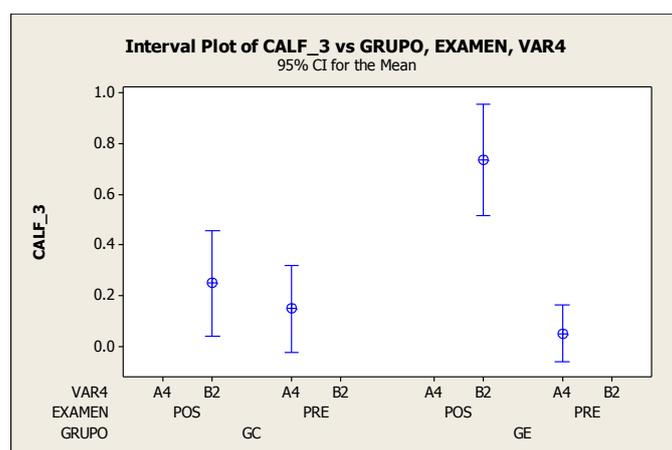


Figura 10. Gráfica de las medias con intervalos de confianza del criterio 4

Tabla 6. Medias Criterio 4

GC		GE	
Media pos-test	Media pre-test	Media pos-test	Media pre-test
0.250	0.150	0.737	0.053

Para determinar si existen diferencias significativas en el criterio 4, en cada grupo, se plantean las siguientes hipótesis:

H_0 : Los resultados en promedio del criterio 4 en el pos-test son iguales que en el pre-test

H_1 : Los resultados en promedio del criterio 4 en el pos-test son mayores que en el pre-test

Con un nivel de significancia $\alpha = 0.05$

Tabla 7. P-valor Criterio 4

GRUPO	VALOR ESTADÍSTICO	P-VALOR	DECISIÓN
	<i>U</i>		
GC	390.0	0.2233	No se rechaza H_0
GE	247.0	0.0000	Rechazar H_0

Interpretación: De acuerdo con la tabla 7, para el **GC**, el p-valor $0.2233 > \alpha$, por lo tanto no hay evidencia suficiente para rechazar H_0 y se concluye que en promedio, los resultados de pasar de un problema verbal a resolver una multiplicación y una suma fueron significativamente iguales en el pos-test y pre-test. Sin embargo en el **GE**, el p-valor $= 0.0000 < \alpha$, muestra que hay evidencia suficiente para rechazar H_0 y se concluye que en promedio, los resultados de pasar de un problema verbal a resolver una multiplicación y una suma fueron significativamente mayores en el pos-test que en el pre-test para este grupo.

Análisis cualitativo

Al analizar los pre-test del **GC** y **GE** se observó que el error más frecuente en ambos grupos, fue que no sabían qué operaciones debían desarrollar para resolver el problema, por lo que solo sumaban cantidades que eran visibles, provocando que no realizaran correctamente los cálculos aritméticos (véase figura 11) o únicamente colocaban el resultado incorrecto, por lo que no se sabe cuál fue el error. Sin embargo en el **GE** estos errores ya no ocurrieron después de la intervención con la tabla aritmética, pues no se observaron en el pos-test y mejoraron sus resultados.

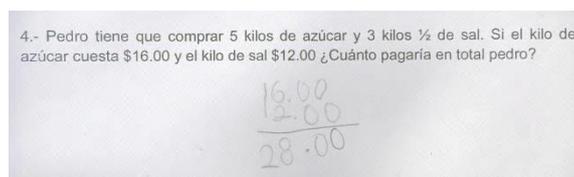


Figura 11. Pasar de un problema verbal a resolver una multiplicación y una suma.

Criterio 5: Pasar de un problema verbal a resolver una multiplicación y una resta.

En el criterio 5, como se presenta en la figura 12 y tabla 8, en el **GC** hubo una pequeña diferencia entre las medias del pos-test y pre-test. De igual forma en el **GE**, se aprecia una mayor diferencia entre las medias del pos-test y pre-test.

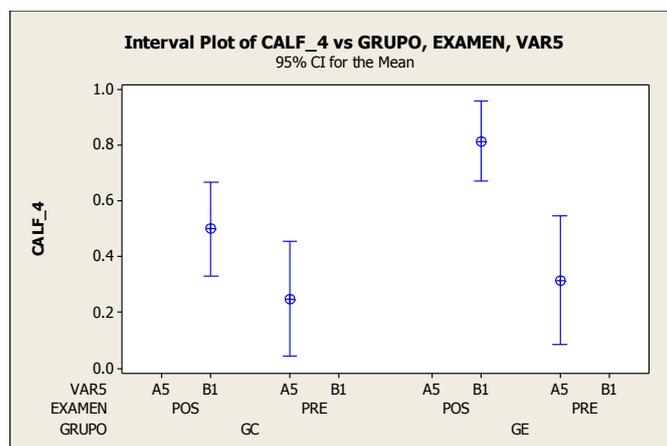


Figura 12. Gráfica de las medias con intervalos de confianza del criterio 5

Tabla 8. Medias Criterio 5

GC		GE	
Media pos-test	Media pre-test	Media pos-test	Media pre-test
0.500	0.250	0.816	0.316

Para determinar si existen diferencias significativas en el criterio 5, en cada grupo, se plantean las siguientes hipótesis:

H₀: Los resultados en promedio del criterio 5 en el pos-test son iguales que en el pre-test.

H₁: Los resultados en promedio del criterio 5 en el pos-test son mayores que en el pre-test.

Con un nivel de significancia $\alpha = 0.05$

Tabla 9. P-valor Criterio 4

GRUPO	VALOR ESTADÍSTICO U	P-VALOR	DECISIÓN
GC	335.0	0.0141	Rechazar H_0
GE	271.5	0.0008	Rechazar H_0

Interpretación: De acuerdo con la tabla 9, para el **GC**, el p-valor = 0.0141 < α , por lo tanto hay evidencia suficiente para rechazar H_0 y se concluye que en promedio, los resultados de pasar de un problema verbal a resolver una multiplicación y una resta fueron significativamente mayores en el pos-test que en el pre-test. Esto mismo sucede con el **GE**, debido que el p-valor = 0.0008 < α .

Ambos grupos tuvieron diferencias significativas entre el pre-test y pos-test, sin embargo el p-valor en los resultados del **GE** (0.0008) es menor que el p-valor en los resultados del **GC** (0.0141), lo que implica que hubo una *mayor* diferencia de medias entre el pre-test y pos-test en el **GE**, es decir, un mayor impacto con la intervención.

Análisis cualitativo

Al analizar los pre-test del **GC** y **GE** se observó que los errores más frecuentes en ambos grupos, fue que la mayoría de los estudiantes no sabían qué operación aritmética debían hacer para resolver el problema, únicamente realizaban operaciones con las cantidades dadas (véase la figura 12), mientras que en el pos-test el error más frecuente fue que no realizaron correctamente la operación, en este caso una resta (véase la figura 13). Sin embargo en el **GE** los errores del pre-test disminuyeron después de la intervención con la tabla aritmética, pues no se observaron en el pos-test y mejoraron sus resultados.



Figura 12. Pasar de un problema verbal a resolver una multiplicación y una resta

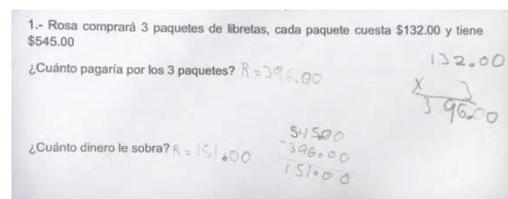


Figura 13. Pasar de un problema verbal a resolver una multiplicación y una resta

Criterio 6: Pasar de un problema verbal a resolver una suma y una división.

En el criterio 6, se observa en la figura 14 y tabla 10, en el **GC** la media del pos-test no muestra aumentó con respecto al pre-test, al contrario, la media es menor, motivo por el que no se analizará. Por el contrario en el **GE**, la media del pos-test muestra una gran diferencia con respecto a la media del pre-test.

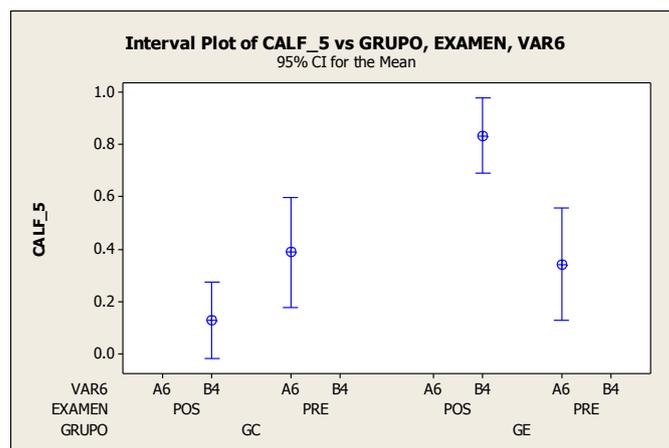


Figura 14. Gráfica de las medias con intervalos de confianza del criterio 6

Tabla 10. Medias Criterio 6

GC		GE	
Media pos-test	Media pre-test	Media pos-test	Media pre-test
0.130	0.388	0.832	0.342

Para determinar si existe una diferencia significativa en el criterio 6, en el **GE**, se plantea la siguiente hipótesis:

H₀: Los resultados en promedio del criterio 6 en el pos-test son iguales que en el pre-test.

H₁: Los resultados en promedio del criterio 6 en el pos-test son mayores que en el pre-test.

Con un nivel de significancia $\alpha = 0.05$

Tabla 11. P-valor Criterio 6

GRUPO	VALOR ESTADÍSTICO U	P-VALOR	DECISIÓN
GE	262.0	0.0003	Rechazar H_0

Interpretación: De acuerdo con la tabla 11, el p-valor = 0.0003 < α , por lo tanto hay evidencia suficiente para rechazar H_0 y se concluye que en promedio, los resultados de pasar de un problema verbal a resolver una suma y una división fueron significativamente mayores en el pos-test que en el pre-test.

Análisis cualitativo

Al analizar los test del **GC** y **GE** se observó que los errores más frecuentes en el pre-test fue que los estudiantes no sabían que operación debían desarrollar para resolver el problema y otro error frecuente era que se equivocaron al realizar la operación (véase la figura 15). Estos errores prevalecieron en pos-test del **GC** y aumentaron, sin embargo en el **GE** disminuyeron mejorando sus resultados.

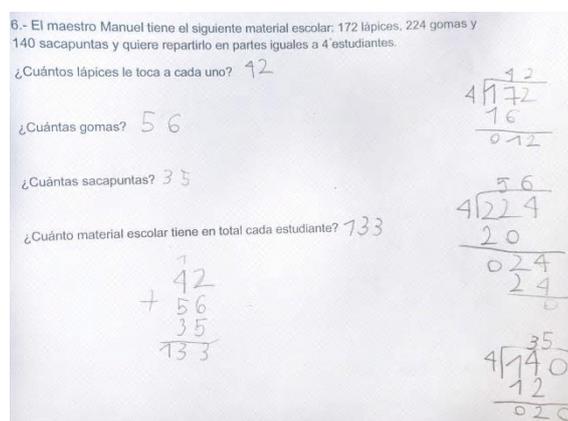


Figura 15. Pasar de un problema verbal a resolver divisiones y una suma.

Discusión

Los resultados de los primeros tres criterios de los tests del grupo experimental, muestran que los conocimientos que tenían los estudiantes ya eran claros, por lo que al intervenir no hubo efectos significativos que se visualizaran. Los mejores resultados se dieron en los criterios 4, 5 y 6, lo que mostró que al trabajar con la tabla aritmética los estudiantes fueron más críticos y reflexivos, pues analizaron e interpretaron los problemas para poder seleccionar qué tipo de operación o combinación de operaciones desarrollar que permitieran resolverlos, efecto que coincide con lo descrito por Vaca (2002).

Esto refuerza que el bajo rendimiento, como menciona Ocampo (2013), no se trata de incapacidad de aprendizaje de los estudiantes, sino de la enseñanza mecánica e inflexible con la que los profesores han trabajado para enseñar. Durante las intervenciones se observó que los estudiantes que no sabían realizar una división, aprendieron utilizando la tabla aritmética, pues les permitía realizar manipulaciones para representar cantidades, cuestión que se les hizo atractiva y ayudó a desarrollar una actitud crítica y entendible ante el proceso que realizaban para resolver los problemas.

En este sentido, el Nuevo Modelo Educativo (SEP, 2017) menciona que la forma de enseñar memorística y repetitiva no se enfoca en el aprendizaje de los estudiantes, pues el reproducir los conocimientos y ser un profesor tradicional ya no debe ser una estrategia de enseñanza-aprendizaje. En el grupo control se observó que a los estudiantes no les resultó significativo el aprendizaje y no desarrollaron habilidades de razonamiento para resolver problemas, tal como lo mencionan Lanza y Schey (2007), pues hacer que el estudiante resuelva las operaciones de manera mecanizada para resolver un problema, es una causa que provoca que el estudiante no entienda y comprenda el verdadero significado de manejar las operaciones.

Conclusiones

La presente investigación tiene como objetivo aplicar la tabla aritmética para mejorar el aprendizaje reflexivo de las matemáticas en educación primaria, con los resultados obtenidos se determina con una confianza del 95% que la aplicación de la tabla aritmética tuvo un efecto positivo que ayudó a mejorar el aprendizaje reflexivo de

la resolución de las cuatro operaciones básicas de la aritmética elemental en los estudiantes de 4° año de primaria.

En este sentido, se mostró que hacer uso de materiales como la tabla aritmética, puede ayudar a los estudiantes a que desarrollen un razonamiento matemático para resolver problemas que se le presenten en su vida cotidiana a través de operaciones básicas, esto puede favorecer a que se mejoren los niveles en la prueba PISA, donde las soluciones a las que llegan los estudiantes reflejan un nivel básico de interpretación y razonamiento.

Como sugerencias para la aplicación de las secuencias didácticas, se debe considerar realizar una pre-intervención, para que se familiaricen con la tabla aritmética antes de empezar a implementar la secuencia didáctica, pues la costumbre de realizar operaciones con papel y lápiz les complicaba cambiar la forma de trabajar.

Como conclusión general, es necesario que los profesores tomen en cuenta hacer uso de materiales, como la tabla Aritmética, proporcionan un medio didáctico favorable para el aprendizaje de las matemáticas, lo que no puede lograrse con un aprendizaje receptivo y repetitivo de una enseñanzas tradicionalistas.

Referencias

BROUSSEAU, G. **Theory of Didactical Situations in Mathematics**. En N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland y V. Warfield (Eds.). Boston: Kluwer Academic Publishers, 1997.

BROUSSEAU, G. Fondements et méthodes de la didactiques des mathématiques. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Francia, n. 7, v. 2, p. 33-115, 1986.

DAROS, W. R. **Teoría del aprendizaje reflexivo**. Instituto Rosario de Investigaciones en Ciencias de la Educación. UNR-CONICET, 1992. Disponible en: <http://www.ucel.edu.ar/upload/libros/Teoria_del_aprendizaje_reflexivo.pdf>. Acceso el: 16 mar. 2018.

FERNÁNDEZ, F. I. Matemáticas en Educación Primaria. **Eduinnova**. España, n. 24, p. 41-42, 2010. Disponible en: <<http://www.eduinnova.es/sep2010/09matematica.pdf>>. Acceso el: 23 abr. 2018.

GARCÍA, E. **PIAGET: La formación de la inteligencia**. México: Trillas, 2012.

LANZA, P. Y SCHEY, I. **Todos pueden aprender matemática en 3°**. Argentina: UNICEF, 2007. Disponible en: <https://www.unicef.org/argentina/spanish/Mate_3ro_web.pdf>. Acceso el: 2 feb. 2018.

OCAMPO, M. **Matemáticas: México no atina a dominarlas**. México: Sin Embargo, 2013. Disponible en: <http://www.cimat.mx/sites/default/files/Sala_de_prensa/SIN_EMBARGO%3AMATEMATICAS-MEXICO_NO_ATINA_A_DOMINARLAS.pdf>. Acceso el: 19 abr. 2018.

ORGANIZACIÓN PARA LA COOPERACIÓN Y EL DESARROLLO ECONÓMICOS (OCDE). **Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA)**, PISA 2015- Resultados, 2016. Disponible en: <<https://www.oecd.org/pisa/PISA-2015-Mexico-ESP.pdf>>. Acceso el: 23 abr. 2018.

OCDE. **El programa PISA de la OCDE ¿Qué es y para qué sirve?** México: Santillana, sin fecha. Disponible en: <<https://www.oecd.org/pisa/39730818.pdf>>. Acceso el: 23 abr. 2018.

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA (SEP). **Plan de Estudios 2011, Educación Básica**. México: SEP, 2011.

SEP. **Desafíos matemáticos cuarto grado**. México: SEP, 2014.

SEP. **Las Innovaciones del Nuevo Modelo Educativo**. México: SEP, 2017.

VACA, J. **La tabla aritmética** (ver. 1.0) [cd-room]. México: Instituto de Investigaciones en Educación, Universidad Veracruzana, 2002.