
Etnomatemática: investigações em etnomodelagem

Milton Rosa

Departamento de Educação Matemática – UFOP
milton.rosa@ufop.edu.br

Daniel Clark Orey

Departamento de Educação Matemática – UFOP
oreydc@gmail.com

Resumo

A etnomodelagem propõe uma visão holística do conhecimento matemático ao conectar os aspectos culturais (êmicos) e acadêmicos (éticos) da matemática. Assim, a utilização das abordagens êmica e ética possibilita a tradução de situações-problema e fenômenos presentes no cotidiano, que foram desenvolvidos pelos membros de grupos culturais distintos. A abordagem êmica é essencial para a compreensão intuitiva das ideias, procedimentos e práticas matemáticas utilizadas pelos membros desses grupos enquanto a abordagem ética é importante para a comparação entre essas práticas. Assim, esse artigo teórico visa apresentar a abordagem dialógica da etnomodelagem que combina ambas as abordagens êmica e ética, pois busca uma compreensão ampla e abrangente do conhecimento matemático desenvolvido em diferentes culturas no decorrer da história.

Palavras-Chave: Etnomodelagem. Abordagem Êmica. Abordagem Ética. Abordagem Dialógica. Etnomodelos.

Ethnomathematics: investigations in ethnomodelling

Abstract

Ethnomodelling proposes a more holistic view of mathematical knowledge by connecting the cultural (emic) and academic (etic) aspects of mathematics. Thus, the combination of both emic and etic approaches enables the translation of problem situations and phenomena present in daily life. This approach makes use of the perspective developed by members of distinct cultural groups. Emic approach is essential for the intuitive understanding of ideas, procedures, and mathematical practices used by the members of diverse cultural groups while the etic approach is important for the comparison, translation and connection to academic mathematics. Thus, this theoretical article aims to present a dialogic approach towards ethnomodeling that combines both emic and etic approaches and seeks a broader and more comprehensive understanding of mathematical knowledge developed in different cultural contexts throughout history.

Keywords: Ethnomodelling. Emic Approach. Etic Approach. Dialogical Approach. Ethnomodels.

Considerações Iniciais

De um modo geral, o desenvolvimento de estudos sobre as ideias e procedimentos matemáticos locais emergiu como uma reação ao etnocentrismo. Assim, de acordo com Rosa e Orey (2017), os estudiosos dessas práticas buscam o entendimento das tradições, das cosmologias e das crenças de uma cultura particular, pois defendem a utilização e a preservação de ideias, noções, procedimentos, práticas e métodos desenvolvidos localmente.

Por exemplo, Chiu e Hong (2006) denominaram como *abordagem local* a ênfase investigatória de sistemas culturais específicos, considerando-a complementar à *abordagem global*, que discute sobre a universalidade das ideias, processos e práticas, pois busca o reconhecimento de dimensões culturais gerais que possam interpretar o comportamento humano.

Durante as investigações realizadas em relação ao conhecimento matemático local que foi desenvolvido pelos membros de grupos culturais distintos, os pesquisadores e educadores podem se deparar com um conjunto de características relacionadas com ideias, procedimentos e práticas matemáticas que são distintas daquelas frequentemente estudadas na academia. Em nosso ponto de vista, esse conjunto de características pode ser *traduzido*¹ por meio de um processo denominado *etnomodelagem* (ROSA; OREY, 2010).

Então, com a tradução de práticas matemáticas locais, os membros de grupos culturais distintos podem incorporar a *transculturalidade*² em seus procedimentos, pois o contexto sociocultural facilita a expansão do conhecimento desenvolvido por esses membros. Assim, o regionalismo e o determinismo da herança etnocêntrica podem ser

¹O processo de tradução, na etnomodelagem, implica em um desempenho holístico que incorpora a globalização e a localização, expandindo o fluxo intracultural, que busca a valorização e o respeito do conhecimento matemático desenvolvido pelos membros de grupos culturais distintos. Esse processo utiliza maneiras alternativas de expressão do significado cultural, que tem por objetivo permitir que os pesquisadores e educadores possam perceber e experimentar outras realidades em um processo de interação que influencia os aspectos local (êmico) e global (ético) de uma determinada cultura (ROSA; OREY, 2017).

²Em nosso ponto de vista, a transculturalidade pode ser considerada como a superação das fronteiras culturais que pode possibilitar um relacionamento humano autêntico e sólido entre duas ou mais culturas diferentes sem que haja discriminações ou imposições dos membros de um grupo cultural sobre o outro. Essa abordagem enfatiza o relacionamento entre as culturas que se encontram em contato, pois visa propiciar a interação de grupos diversos por meio do dinamismo cultural.

rompidos, pois ultrapassam as fronteiras culturais por meio da interação *dialogica*³, minimizando a homogeneização do conhecimento produzido e adquirido pelos membros desses grupos (D'AMBROSIO, 2002).

Porém, a compreensão dos pesquisadores e educadores sobre os atributos culturais desses grupos pode ser considerada como uma interpretação que somente enfatiza as características inessenciais do conhecimento matemático produzido pelos membros de grupos culturais distintos, colocando em risco o entendimento e a interpretação das ideias, procedimentos e práticas matemáticas que são localmente desenvolvidas e difundidas através das gerações.

Então, o entendimento dos pesquisadores e educadores sobre os *traços culturais*⁴ de um determinado grupo cultural é uma interpretação que, frequentemente, enfatiza as características superficiais dessa cultura, gerando uma interpretação errônea do conhecimento desenvolvido e acumulado pelos membros desse grupo cultural.

Esse fato pode ocorrer quando os membros de grupos culturais distintos têm a própria interpretação de sua cultura (*abordagem êmica*) em oposição à interpretação dos pesquisadores e educadores (*abordagem ética*). Nessa perspectiva, os termos êmico e ético são utilizados como uma analogia entre os *observadores de dentro* (insiders, êmicos) e os *observadores de fora* (outsiders, éticos) (D'OLNE CAMPOS, 2002).

Nos estudos transculturais, os pesquisadores e educadores utilizam as terminologias êmica e ética para distinguir os procedimentos e práticas desenvolvidas em culturas diferentes (PIKE, 1967). Derivada da *fonética*, que é um termo linguístico referente ao estudo dos sons vocais e de sua produção, a abordagem ética se concentra na universalidade dos processos psicológicos e do comportamento humano. Derivada da *fonêmica*, que é um ramo linguístico que estuda as unidades distintas de sons da fala em uma determinada língua, a abordagem êmica analisa as particularidades dos fenômenos, procedimentos e práticas desenvolvidas em contextos culturais específicos.

³Na etnomodelagem, a interação dialógica está embasada no dialogismo *bakhtiniano* por meio do qual alteridade é um processo dialógico em que o elemento comum é o discurso entre os membros de grupos culturais distintos.

⁴Os traços culturais compõem um sistema de crenças, valores, tradições, símbolos e significados que são difundidos de geração em geração entre os membros de grupos culturais distintos. Após essa difusão, esses traços funcionam como unidades informativas que podem ser modificadas e/ou transformadas como parte do repertório cultural desses membros por meio do contato com outros grupos no processo do dinamismo cultural (LYMAN; O'BRIEN, 2003).

Nesse sentido, um desafio que emerge a partir desse entendimento está relacionado com a necessidade de extrair as ideias, os procedimentos e as práticas matemáticas, que estão culturalmente enraizadas, pois esse procedimento visa minimizar a interferência da cultura dos pesquisadores e educadores na visão de mundo dos membros de um determinado grupo cultural (ROSA; OREY, 2012).

Essa perspectiva tem como objetivo a redução das possibilidades de interferência do *background* cultural desses profissionais nas culturas locais, pois pode encobrir os resultados obtidos na evolução dos atributos culturais desenvolvidos pelos membros do grupo cultural investigado. Nesse direcionamento, os membros de grupos culturais distintos compartilham a própria interpretação de sua cultura (abordagem êmica) contrapondo com a interpretação propiciada pelos pesquisadores e educadores (abordagem ética) que podem ser alheias às essas manifestações culturais.

A abordagem ética está relacionada com o *paradigma*⁵ (visão de mundo) dos observadores externos, como, por exemplo, os pesquisadores e educadores, em relação às crenças, aos costumes e aos conhecimentos matemáticos desenvolvidos pelos membros de grupos culturais distintos. Então, essa abordagem refere-se a uma interpretação das características de outras culturas a partir da utilização das categorias analíticas desenvolvidas por esses profissionais que as observam.

Os observadores externos (éticos, outsiders) possuem um ponto de vista culturalmente universal (SUE; SUE, 2003) ou global. Geralmente, os pesquisadores e educadores que utilizam uma abordagem ética procuram por teorias globais, conceitos universais e/ou construtos comuns válidos para todos os grupos culturais para que possam ser diretamente comparados, pois visam descobrir como esses grupos são diferentes ou semelhantes entre si.

Por outro lado, a abordagem êmica procura compreender as características de uma determinada cultura com base nos referenciais desenvolvidos pelos seus membros. Assim, essa abordagem está relacionada com a *visão de mundo* dos membros de grupos culturais distintos em relação ao desenvolvimento de seu conhecimento matemático, de

⁵O paradigma, que é uma concepção de mundo, pode ser considerado como um modelo ou um conjunto de maneiras básicas para o entendimento e a compreensão de um determinado grupo cultural, de uma sociedade ou de uma civilização. Nesse contexto, o paradigma está relacionado com o modo de perceber, pensar, acreditar, avaliar, comentar e agir, de acordo com uma visão particular de mundo, que é culturalmente transmitida às novas gerações (ROSA; OREY, 2017).

seus costumes e de suas crenças. Desse modo, os membros desses grupos (locais, insiders) possuem um ponto de vista próprio, que é considerado como culturalmente específico (SUE; SUE, 2003) ou local.

Nesse sentido, para os pesquisadores e educadores ênicos, os princípios culturais estão profundamente enraizados nas práticas desenvolvidas pelos membros de um determinado grupo, pois as características culturais são inerentes a essa cultura (GEERTZ, 1973). Então, esses princípios auxiliam os membros desses grupos na atribuição de sentido e significado ao contexto no qual estão inseridos, pois os incorporam em suas atitudes e comportamentos.

Nesse direcionamento, a abordagem ética pode ser considerada como a visão externa dos observadores, que estão olhando de fora, em uma postura transcultural, comparativa e descritiva, podendo ser equiparada com a explicação objetiva de um fenômeno sociocultural a partir do ponto de vista externo.

Então, a abordagem ênica pode ser considerada como a visão interna dos observados, que estão olhando de dentro, em uma postura cultural própria (intracultural), particular e prescritiva, pois se identifica com a compreensão das experiências subjetivas que são adquiridas pelos membros de um determinado grupo cultural (HARRIS, 1980). De um modo geral, a abordagem ética significa a visão *do eu em direção ao outro* enquanto a abordagem ênica significa a visão *do eu em direção ao nosso*.

De acordo com esse contexto, este artigo teórico tem como objetivo apresentar a abordagem dialógica da etnomodelagem que combina ambas as abordagens ênica e ética na busca de uma compreensão ampla e abrangente do conhecimento matemático desenvolvido em diferentes culturas no decorrer da história.

Etnomodelagem

A etnomodelagem pode ser considerada como o estudo das ideias, noções e procedimentos utilizados nas práticas matemáticas desenvolvidas pelos membros de grupos culturais distintos. Os procedimentos da etnomodelagem envolvem as práticas matemáticas desenvolvidas e utilizadas em diversas situações-problema enfrentadas no cotidiano dos membros desses grupos (ROSA; OREY, 2010).

Assim, existe a necessidade de compreender que o conhecimento matemático se origina das práticas culturais que estão enraizadas nas relações sociais. Esse ponto de vista possibilita a exploração de ideias matemáticas distintas por meio da valorização e do respeito aos conhecimentos adquiridos quando os membros desses grupos interagem com o próprio ambiente e/ou com outros grupos culturais (ROSA; OREY, 2003).

Então, a etnomatemática visa enfatizar a importância dos conhecimentos produzidos, difundidos e acumulados nos grupos culturais (êmico) enquanto a etnomodelagem busca as aproximações entre os saberes matemáticos acadêmicos (ético) com esse contexto por meio da modelagem. Essa abordagem mostra que a matemática é um empreendimento cultural, que está enraizada na tradição, pois os membros de cada grupo cultural desenvolveram sistemas de ideias matemáticas próprias e modos distintos de lidar com a realidade, como, por exemplo, a medição, a quantificação, a comparação, a classificação, a inferência e a modelagem.

Essas técnicas são as ferramentas básicas utilizadas pela etnomodelagem para a tradução de uma determinada situação-problema entre as abordagens êmica e ética por meio de relações dialógicas. Diante desse ponto de vista, Rosa e Orey (2006) utilizam o termo *tradução* para estabelecer as relações entre a estrutura da matemática local com a escolar visando a resolução de situações-problema enfrentadas no cotidiano dos membros de grupos culturais distintos por meio do dinamismo cultural.

Contudo, existe a necessidade de sermos cautelosos durante o desenvolvimento desse processo de tradução. Por exemplo, Eglash, Bennett, O'Donnell, Jennings e Cintonino (2006) argumentam que, muitas vezes, os desenhos dos tecidos locais podem ser analisados a partir de uma visão ocidental (ética) como na aplicação das classificações simétricas da cristalografia para os padrões têxteis existentes nesses tecidos.

Nesse contexto, a etnomodelagem pode ser considerada como um conjunto de estratégias que possibilita a resolução de problemas presentes nos sistemas de conhecimento desenvolvidos em contextos culturais diversos. Essas estratégias podem ser consideradas como as maneiras de comunicação, de comportamento, de conhecimento individual e coletivo, que por meio da interação pode resultar em uma ação pedagógica para o processo de ensino e aprendizagem em matemática.

Investigações em Etnomodelagem

Os pesquisadores e educadores, por meio do trabalho realizado no campo nas investigações em etnomodelagem, podem revelar ideias, noções, procedimentos e práticas matemáticas sofisticadas, que incluem os princípios geométricos em trabalhos artesanais, de arquitetura e nos artefatos culturais produzidos pelos membros de grupos culturais distintos (EGLASH, 1999; OREY, 2000; ROSA; OREY, 2009). Esses conceitos estão relacionados com as relações numéricas encontradas na medição, no cálculo, nos jogos, na adivinhação, na navegação, na astronomia e na modelagem.

Nas investigações em etnomodelagem, é importante utilizar a tradução para descrever o processo de modelagem de sistemas culturais locais que podem ter uma representação *sociocultural*⁶ associada com o conhecimento matemático acadêmico (ROSA; OREY, 2010). Nesse direcionamento, a etnomodelagem pode ser considerada como uma ferramenta que tem por objetivo mediar as formas culturais do desenvolvimento matemático com o currículo escolar para possibilitar o processo de ensino e aprendizagem desse campo do conhecimento.

Contudo, para que essas conexões ocorram, existe a necessidade do estabelecimento de uma sinergia entre os conhecimentos matemáticos utilizados na academia (ético) e as identidades culturais (êmica) do conhecimento matemático (ESMONDE; SAXE, 2004).

Nesse sentido, o estabelecimento de significados matemáticos depende do conhecimento sociocultural tácito dos pesquisadores e educadores, que podem valorizar um determinado aspecto do conhecimento matemático na resolução de uma situação-problema. Então, no processo de tradução de sistemas desenvolvidos localmente, a elaboração dos *etnomodelos*⁷ ocorre a partir da utilização de ferramentas culturalmente mediadas, que buscam a aproximação das práticas locais com aquelas utilizadas na academia (ROSA; OREY, 2010). Dessa maneira, é importante ressaltar que o conhecimento matemático emerge de uma origem êmica ao invés de ética (EGLASH et al., 2006).

⁶As representações socioculturais são as traduções que estão relacionadas com o dinamismo cultural em sua diversidade (ROSA; OREY, 2017).

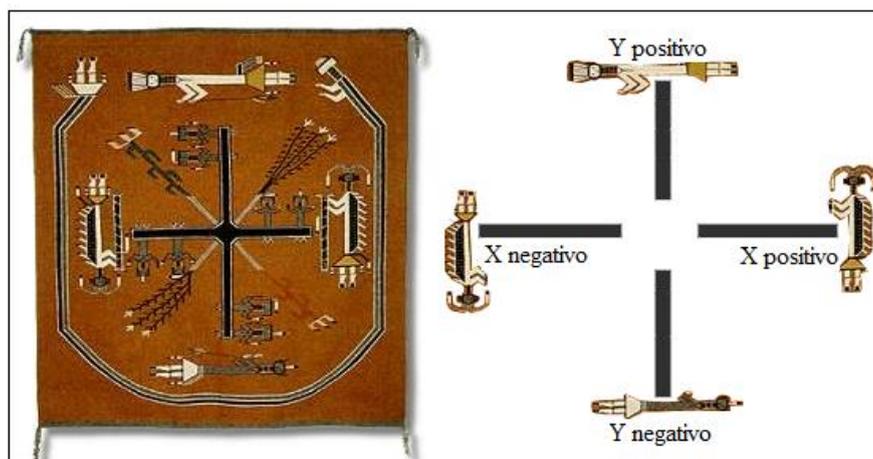
⁷Os etnomodelos são sistemas retirados do cotidiano dos membros de grupos culturais distintos, que contém informações sobre as ideias, procedimentos e práticas matemáticas desenvolvidas por esses membros (ROSA; OREY, 2017).

Porém, em alguns casos, a tradução de práticas matemáticas locais (êmica) pode ser direta, como, por exemplo, o trabalho com os sistemas de contagem e a elaboração de calendários desenvolvidos pelos membros de grupos culturais distintos. Em outros casos, as ideias e as práticas matemáticas estão inseridas em procedimentos culturalmente enraizados, que são desenvolvidos pelos membros desses grupos, como, por exemplo, o processo de iteração realizado no trabalho artesanal com miçangas, bem como os *caminhos eulerianos*⁸ encontrados nos desenhos de areia africanos denominados Sona (EGLASH et al., 2006; GERDES, 2008, ROSA; OREY, 2012).

Exemplificando esse processo de tradução, é importante ressaltar sobre a predominância da simetria de *quatro-dobras* utilizada nos padrões dos tecidos confeccionados pelos povos indígenas da América do Norte, que apresenta a noção das quatro direções dos pontos cardeais. Por exemplo, na visão da *Roda Medicinal* desses povos, cada direção cardinal tem um Espírito Guardião. Cada um desses espíritos é responsável pelos ensinamentos do tempo, das estações e dos poderes de cada direção (EGLASH, 2009).

No desenvolvimento do processo da etnomodelagem, essa analogia indígena das *quatro-dobras* pode ser traduzida para o sistema de coordenadas cartesianas (Figura 1).

Figura 1 - Simetria das quatro-dobras e o sistema cartesiano



Fonte: *Culturally Situated Design Tools*⁹

⁸Um caminho euleriano contém todas as arestas de um grafo. Assim, nos caminhos eulerianos se utilizam todas as arestas uma e uma só vez num dado grafo. Um caminho euleriano pode ser aberto ou fechado. A diferença entre um caminho euleriano aberto e um fechado está relacionada com o final do caminho. Por exemplo, caso se parta e se chegue no mesmo vértice tem-se um caminho fechado. Caso a partida não coincida com a chegada tem-se um caminho aberto (ROSA; OREY, 2017).

⁹Disponível em: http://csdt.rpi.edu/african/MANG_DESIGN/culture/mang_homepage.html.

Por outro lado, é importante ressaltar que a utilização das técnicas de contagem nos sistemas numéricos e das ideias e práticas matemáticas empregadas nos artesanatos e na arquitetura estão relacionadas a aplicação do processo de etnomodelagem (EGLASH et al., 2006) para a tradução desses procedimentos para outros sistemas de conhecimento matemático. Diante desse contexto, a tradução refere-se a um processo por meio do qual os sistemas de conhecimento matemático êmico (local) e ético (global) são influenciados mutuamente.

Assim, a representação do conhecimento matemático local pode auxiliar os membros de grupos culturais distintos no entendimento e na compreensão do mundo por meio da utilização de pequenas unidades de informação denominadas de etnomodelos, que vinculam o desenvolvimento das práticas matemáticas desenvolvidas por esses membros com o seu patrimônio sociocultural. Em concordância com esse contexto, existe a necessidade de:

Conhecer, entender e explicar um modelo [ético] ou mesmo como determinadas pessoas ou grupos sociais utilizaram ou utilizam-no [êmico], pode ser significativo, principalmente, porque nos oferece uma oportunidade de ‘penetrar no pensamento’ de uma cultura e obter uma melhor compreensão de seus valores, sua base material e social [dialógico] (BIEMBENGUT, 2000, p. 137).

De acordo com essa asserção, Rosa e Orey (2012) argumentam que a elaboração dos etnomodelos deve estar em concordância com as percepções, as compreensões e os entendimentos considerados apropriados pelos membros de grupos culturais distintos.

Etnomodelos

No decorrer da história, os membros de grupos culturais distintos desenvolveram ferramentas para explicar, entender e compreender o mundo ao seu redor, que possibilitaram a luta pela sobrevivência e a busca pela transcendência. Nesse sentido, a sobrevivência e a transcendência foram responsáveis pelo desenvolvimento dos símbolos, dos códigos, dos instrumentos e das técnicas, que auxiliaram esses membros a expandirem a sua percepção de passado, presente e futuro.

Dessa maneira, as explicações dos fenômenos presentes no cotidiano dos membros de grupos culturais distintos foram incorporadas à sua memória individual e coletiva, sendo organizadas de acordo com as técnicas e os métodos que os auxiliaram

na elaboração de representações (etnomodelos) das situações-problema enfrentadas no cotidiano.

Então, com o desenvolvimento dos etnomodelos, os membros desses grupos visam buscar o entendimento e a compreensão do contexto sociocultural no qual estão inseridos por meio de explicações que são organizadas em técnicas, métodos e teorias, que têm o objetivo de explicar, lidar e modelar os problemas que enfrentam nesse contexto.

Nesse direcionamento, os etnomodelos podem ser definidos como instrumentos ou artefatos culturais utilizados para proporcionar o entendimento e a compreensão dos sistemas que são retirados da realidade dos membros de grupos culturais distintos. Dessa maneira, os etnomodelos podem ser considerados como representações internas (êmicas) ou externas (éticas) que são consistentes com o conhecimento matemático que é socialmente construído e compartilhado (dialógica) pelos membros de grupos culturais distintos.

Então, é importante que os pesquisadores e educadores sejam capazes de informar aos *outsiders* (ético) sobre o conhecimento matemático que realmente importa para os *insiders* (êmico) por meio da elaboração de etnomodelos dialógicos. De acordo com esse contexto, é importante ressaltar que os etnomodelos podem ser êmicos, éticos e dialógicos.

Etnomodelos Êmicos

Os etnomodelos êmicos estão baseados em características que são importantes para os sistemas retirados do cotidiano dos membros de grupos culturais distintos. Esses etnomodelos representam como os membros que vivem nesses grupos percebem a utilização desses sistemas na própria realidade (ROSA; OREY, 2012).

Um exemplo de etnomodelo êmico está relacionado com a técnica utilizada pelos membros do grupo cultural Mangbetu, do Zaire, para confeccionar artefatos de marfim, como, por exemplo, o grampo para cabelo (Figura 2).

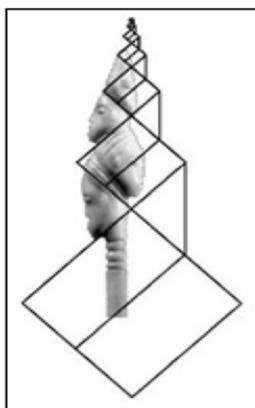
Figura 2 - Artefato de marfim Mangbetu



Fonte: *Culturally Situated Design Tools*¹⁰

Essa técnica que foi desenvolvida localmente é realizada com a utilização de ângulos de 45 graus em combinação com as propriedades relacionadas com a escala. Esse fato revela uma estrutura matemática subjacente ao conhecimento desenvolvido pelos membros desse grupo (EGLASH, 2009). A Figura 3 mostra a estrutura matemática subjacente da escultura de marfim referente ao grampo para cabelo dos membros do grupo cultural Mangbetu.

Figura 3 - Estrutura matemática subjacente da escultura de marfim Mangbetu



Fonte: *Culturally Situated Design Tools*¹¹

Essa escultura de marfim apresenta características geométricas que podem ser matematizadas durante o processo de elaboração de um etnomodelo êmico:

¹⁰Disponível em: http://csdt.rpi.edu/african/MANG_DESIGN/culture/mang_homepage.html.

¹¹Disponível em: http://csdt.rpi.edu/african/MANG_DESIGN/culture/mang_homepage.html.

- a) Cada uma das cabeças é menor do que a anterior e *olha* na direção oposta.
- b) Cada uma das cabeças está enquadrada por duas linhas, uma passando pelo maxilar e a outra pelos cabelos. Essas linhas intersectam-se em, aproximadamente, 90 graus.
- c) Existe uma assimetria, na qual o lado esquerdo mostra um ângulo de cerca de 20 graus, a partir da vertical.
- d) Essa sequência de quadrados, cada vez menores, pode ser construída por meio de um processo iterativo que utiliza o comprimento do lado do quadrado anterior para criar o comprimento do lado do quadrado seguinte.
- e) O ângulo do lado esquerdo do quadrado mede cerca de 20 graus na vertical. Contudo, na estrutura iterativa do quadrado, o ângulo à esquerda mede, aproximadamente, 18 graus na vertical. Esse algoritmo continua indefinidamente.
- f) A estrutura resultante pode ser utilizada em uma ampla variedade de aplicações matemáticas a partir de procedimentos simples de construção em trigonometria.

Nesse etnomodelo, a abordagem êmica é validada consensualmente pelos membros desse grupo cultural específico (insider, local), que concordam que os construtos êmicos analisados correspondem às percepções compartilhadas, pois retratam as características próprias de sua cultura (LETT, 1990). Ressalta-se que a abordagem êmica é adquirida por meio da observação, pois é difundida de geração em geração.

Etnomodelos Éticos

Os etnomodelos éticos são elaborados de acordo com a visão dos observadores externos, que analisam os sistemas retirados da realidade dos membros de grupos culturais distintos, cujas práticas matemáticas estão sendo modeladas. Esses etnomodelos representam a maneira como esses modeladores imaginam que os sistemas retirados dessa realidade funcionam (ROSA; OREY, 2012). Assim, a elaboração de etnomodelos éticos utiliza como ponto de partida os conceitos, as teorias e as hipóteses que foram desenvolvidas externamente ao grupo cultural em estudo.

Por exemplo, os resultados obtidos no estudo conduzido por Rosa e Orey (2009) mostram que, a conversa que ocorreu durante uma caminhada entre esses professores e

os seus alunos, em uma determinada rua em Ouro Preto, em Minas Gerais, desencadeou uma discussão relacionada com o tipo de curvas que foi utilizado na construção do muro do Colégio Arquidiocesano (Figura 4).

Figura 4 - Curvas no muro do Colégio Arquidiocesano



Fonte: Arquivo pessoal de Daniel C. Orey

Então, a simples observação de um fenômeno relacionado com os padrões das curvas no muro desse colégio, que pode ser observado todos os dias pelos transeuntes, adquiriu um potencial matemático que se tornou um debate interessante para os professores e alunos. Assim, a observação de um detalhe arquitetônico comum transformou-se em uma exploração matemática relacionada com exponenciais, parábolas e catenárias.

Dessa maneira, ao observar o desenho arquitetônico do muro do Colégio Arquidiocesano, os alunos elaboraram etnomodelos que relacionaram as funções dessas curvas (exponenciais, parábolas e catenárias) com os padrões encontrados nesse muro.

Inicialmente, um sistema cartesiano foi contruído em uma das curvas que foi selecionada aleatoriamente nesse muro. Os alunos utilizaram barbantes para determinar os eixos das abscissas (x) e das ordenadas (y).

Em seguida, após uma breve discussão, decidiram que a origem do sistema cartesiano seria localizada no ponto mais baixo de uma dessas curvas. A Figura 4 mostra uma das curvas do muro do Colégio Arquidiocesano com os barbantes que representam os eixos coordenados, bem como o centro do plano cartesiano.

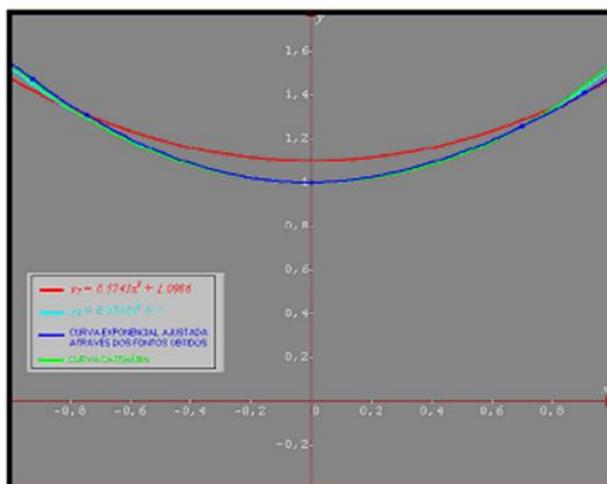
Figura 5 - Uma das curvas do muro do Colégio Arquidiocesano



Fonte: Arquivo pessoal de Daniel C. Orey

Após esse procedimento, para cada etnomodelo (exponencial, parábola e catenária), alguns pontos foram selecionados e localizados na curva e, em seguida, as suas coordenadas foram calculadas e os seus valores foram determinados. Depois de analisar os dados coletados, os alunos concluíram, por meio de um etnomodelo ético, que as curvas do muro do Colégio Arquidiocesano se aproximavam de catenárias. A Figura 6 mostra os gráficos resultantes dos três etnomodelos que foram elaborados pelos alunos.

Figura 6 - Gráficos resultantes do etnomodelos elaborados pelos alunos



Fonte: Arquivo pessoal de Daniel C. Orey

O desenvolvimento de etnomodelos que representam os sistemas retirados da realidade são representações que auxiliam os membros de grupos culturais distintos no entendimento e na apropriação dos acontecimentos de sua realidade, pois visam conectar o seu patrimônio cultural por meio da tradução das ideias, procedimentos e práticas matemáticas (ROSA; OREY, 2013) desenvolvidas localmente.

Nesse direcionamento, Rosa e Orey (2010) afirmam que a etnomodelagem enfatiza a organização e a apresentação das ideias, procedimentos e práticas matemáticas desenvolvidas pelos membros de grupos culturais distintos a fim de possibilitar a sua comunicação, difusão e transmissão através das gerações. Nesse sentido, os membros desses grupos elaboram etnomodelos para representar matematicamente os problemas enfrentados em seu cotidiano.

Etnomodelos Dialógicos

O desenvolvimento do conceito de dialógica desencadeia-se a partir do reconhecimento da coexistência de muitas lógicas em um mesmo sistema. Contudo, existe uma complementaridade dessas lógicas no desenvolvimento das relações entre os membros de grupos culturais distintos, os pesquisadores e os educadores, com relação às ideias, aos procedimentos e às práticas matemáticas desenvolvidas localmente em contexto distintos.

Nesse dinamismo cultural, os conhecimentos matemáticos locais se interagem dialogicamente com aqueles consolidados globalmente pela academia por meio do desenvolvimento de uma relação recíproca entre as abordagens êmica e ética. Dessa maneira, o principal objetivo dessa interação dialógica é a defesa de uma postura aproximadora entre pontos de vista distintos, porém complementares, entre os detentores do conhecimento global (ético, outsider) e do conhecimento local (êmico, insider) (ROSA; OREY, 2015).

Dessa maneira, é importante reconhecer que o conhecimento matemático desenvolvido globalmente pela academia (ético) não tem prioridade sobre as ideias, procedimentos e práticas matemáticas desenvolvidas pelos membros de outros grupos culturais (êmico) e vice-versa. Então, de acordo com Eglash et al. (2006), é importante que os pesquisadores dependam dos atos de *tradução* entre as abordagens êmica e ética.

No entanto, esse processo de tradução envolve uma interação dinâmica entre dois sistemas culturais distintos por meio do qual existe a necessidade de que os tradutores compreendam a maneira como as ideias, os procedimentos e as práticas matemáticas estão vinculadas às realidades locais.

Nesse sentido, a tradução é uma representação sociocultural dos fenômenos presentes no cotidiano, pois é dinâmica e está em constante transformação. Por conseguinte, o contexto sociocultural orienta, a partir de uma realidade material e objetiva, a elaboração dos objetos (MOSCOVICI; MARKOVA, 1998) e dos etnomodelos. Essa abordagem está relacionada com a complementaridade e o antagonismo em uma convivência cultural dinâmica.

Nesse contexto, os discursos, as práticas, as vivências e as experiências, bem como as ideias, os procedimentos e as práticas matemáticas desenvolvidas pelos membros de grupos culturais distintos são construtos que podem adquirir significados por meio das inter-relações entre as percepções dos pesquisadores e educadores (outsiders, éticos) e o fenômeno a ser pesquisado junto aos membros de um determinado grupo cultural (insiders, êmico).

Assim, Berry (1990) argumenta que a abordagem dialógica possibilita que os pesquisadores e educadores abandonem os próprios preconceitos culturais e se tornem familiares com as diferenças e similaridades que são relevantes para os membros de cada grupo cultural.

Nas investigações em etnomodelagem, a análise êmica se concentra em uma única cultura, pois emprega métodos prescritivos e qualitativos para o estudo de uma ideia, procedimento ou prática matemática. Em contraste, uma análise comparativa é ética quando, no exame de práticas matemáticas culturais, existe a necessidade da utilização de métodos padronizados de pesquisa.

As abordagens êmica e ética são importantes para que possamos entender e compreender as influências culturais na elaboração dos etnomodelos, contudo, na abordagem *dialógica* se pode evidenciar a interdependência e a complementaridade entre essas duas abordagens.

Etnomodelo Dialógico do Barril de Vinho

Os etnomodelos dialógicos buscam evidenciar as interdependências, os entrecruzamentos e a complementaridade entre as abordagens êmica e ética. Nesses etnomodelos, as reivindicações éticas das práticas matemáticas desenvolvidas em qualquer grupo cultural não têm prioridade sobre as suas reivindicações êmicas e vice-versa (ROSA; OREY, 2012).

Nesse contexto, um etnomodelo dialógico que oferece um bom exemplo do processo da etnomodelagem foi elaborado por um grupo de estudantes que investigaram a produção de vinho. A motivação desse estudo foi determinar o volume de barris de vinho, aplicando as técnicas aprendidas e apreendidas pelos ancestrais dos produtores vinícolas que vieram para região Sul do Brasil como imigrantes italianos no início do século XX (BASSANEZI, 2002). Desde esse período, a plantação de videiras, a produção de vinhos e a construção de barris tornaram-se atividades agrícola e industrial essenciais para a economia daquela região.

Inicialmente, para a realização dessa investigação, os alunos (outsiders éticos) visitaram vinícolas daquela região do Brasil para realizar entrevistas com os produtores de vinho (insiders, êmico) por meio da dialogicidade. Posteriormente, esses alunos coletaram dados que foram complementados com a revisão da literatura sobre o tema escolhido. A pesquisa etnológica e histórica sobre o tema relacionado com a construção de barris de vinho está relacionada com a primeira etapa do processo de etnomodelagem.

Nesse estudo, os alunos identificaram algumas características socioculturais dos membros desse grupo específico, com o objetivo de entenderem e compreenderem os elementos culturais que moldam o pensamento matemático desses membros (ROSA; OREY, 2013). Nesse contexto, os alunos descobriram que, além de produzir vinho, esses produtores também constroem os seus próprios barris de madeira, utilizando esquemas geométricos herdados de seus antepassados italianos.

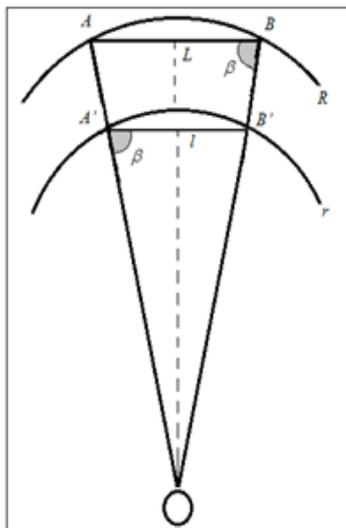
Durante a condução dessa pesquisa, esses alunos também descobriram, por meio de entrevistas dialógicas que, para a construção dos barris, que possuem um volume pré-estabelecido, é necessário que os produtores de vinho cortem as ripas de madeira para que se encaixem perfeitamente. Assim, os alunos estavam interessados em saber que

tipo de ideias e procedimentos matemáticos e, também, esquemas geométricos, os produtores de vinho herdaram de seus ancestrais para utilização na construção desses barris (BASSANEZI, 2002).

No estudo realizado por esses alunos (éticos), a abordagem êmica utilizada pelos membros desse grupo cultural (informantes locais) foi a principal característica do trabalho de campo. Nesse trabalho, a percepção dos produtores de vinho (insiders, êmicos) sobre a própria realidade foi de fundamental importância para uma compreensão acurada do conhecimento matemático, do comportamento e das situações-problema vivenciadas e experienciadas (ROSA; OREY, 2012) por esses membros.

Assim, essa percepção auxiliou os alunos a entenderem como os membros desse grupo cultural específico desenvolvem as suas práticas matemáticas. Por exemplo, a Figura 7 mostra um esquema geométrico elaborado pelos produtores vinícolas na construção de barris de vinho.

Figura 7 - Esquema geométrico elaborado pelos produtores vinícolas na construção de barris de vinho



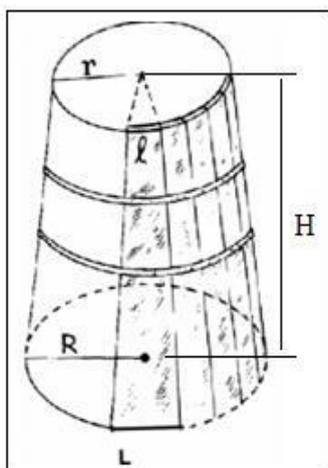
Fonte: Bassanezi (2002, p. 47)

No esquema mostrado na Figura 7, L é a largura máxima da ripa ℓ é a largura a ser determinada e β é o ângulo de encaixe entre as ripas, que depende da largura inicial da aduela L e o volume requerido para o barril de vinho (BASSANEZI, 2002).

Os produtores de vinho constroem os seus barris em formato de um cone truncado por meio de ripas justapostas cujas dimensões são 2,5 cm de comprimento, sendo que a largura varia de 5 cm a 10 cm (BASSANEZI, 2002).

O círculo com o raio R representa a base, o círculo pequeno com raio r representa tampa e H representa a altura do cone truncado. A Figura 8 mostra o esboço de um barril de vinho com o formato de um cone truncado.

Figura 8 - Barril de vinho em formato de um cone truncado



Fonte: Bassanezi (2002, p. 48)

Nesse contexto, com o objetivo de determinar o volume do barril de vinho, esses produtores aproximam o seu volume por meio da aplicação de um procedimento denominado *cilindro médio* (BASSANEZI, 2002), que é determinado pela fórmula I:

$$V \cong \pi r_m^2 H$$

Esses produtores também aplicam o processo denominado *raio médio* que é determinado pela fórmula II:

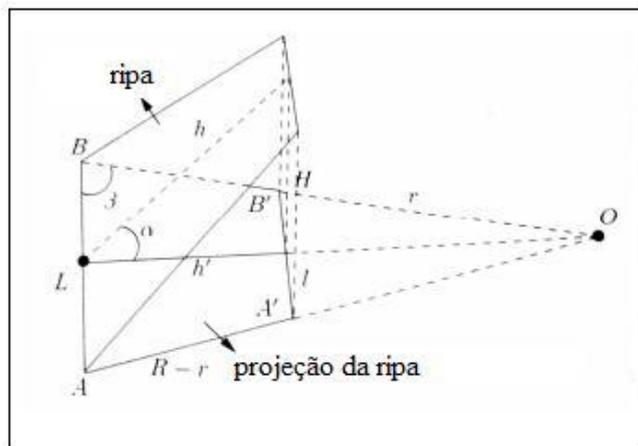
$$r_m = \frac{r + R}{2}$$

A fórmula III é obtida ao substituir a fórmula II na fórmula I:

$$V \cong \pi \left(\frac{r + R}{2} \right)^2 H$$

Nesse processo, a Figura 9 mostra que o sistema utilizado por esses produtores é uma projeção ortogonal de uma das ripas de madeira do barril.

Figura 9 - Projeção ortogonal de uma chapa de madeira barril de vinho



Fonte: Bassanezi (2002, p. 49)

A Figura 9 também mostra que o ângulo de encaixe entre as duas ripas de madeira é obtido considerando que no barril de vinho (BASSANEZI, 2002):

- R é o raio de sua base.
- L é a largura da ripa de madeira de sua base.
- Todas as ripas de madeira justapostas determinam, em sua base, uma circunferência.

De acordo com a abordagem ética do desenvolvimento do processo de modelagem utilizada pela matemática acadêmica, o volume do cone truncado é fornecido pela fórmula:

$$V = \frac{1}{3} \pi H (R^2 + rR + r^2)$$

Por outro lado, na abordagem ética para o desenvolvimento do processo de etnomodelagem utilizado pelos produtores de vinho, o volume do barril é determinado pela fórmula:

$$V \cong \pi \left(\frac{r + R}{2} \right)^2 H$$

Nesse contexto, a aplicação dos etnomodelos ético e êmico proporcionou uma aproximação adequada para o volume dos barris de vinho que possuem o formato de um cone truncado, que satisfaz as necessidades dos membros desse grupo cultural distinto. Assim, de acordo com D'Ambrosio (2002), o processo da construção de barris de vinho é um excelente exemplo da conexão entre a etnomatemática e modelagem.

Nesse processo, a observação êmica da prática matemática da construção de barris de vinho procura entendê-la a partir da relação das dinâmicas internas que ocorrem no interior desse grupo cultural como fatores que podem influenciar a cultura dos produtores de vinho.

Por outro lado, a abordagem ética procura oferecer um contraste cultural e uma perspectiva comparativa, que utiliza alguns aspectos utilizados na matemática escolar para possibilitar a tradução desse fenômeno, que visa ampliar o entendimento e a compreensão dos pesquisadores e educadores que possuem um ponto de vista cultural diferenciado.

Essa abordagem é necessária para a compreensão e explicação dessa prática matemática, em sua totalidade, a partir do ponto de vista dos observadores externos com relação à percepção do conhecimento matemático desenvolvido pelos membros desse grupo cultural.

Dessa maneira, o ponto de vista êmico procura esclarecer as distinções culturais intrínsecas ao conhecimento matemático desenvolvido localmente enquanto que a abordagem ética procura a objetividade dos observadores externos com relação a esse conhecimento. Por outro lado, a abordagem dialógica examina a estabilidade das relações existentes entre essas duas abordagens investigatórias.

No entanto, ambas as abordagens são essenciais para que possamos compreender os comportamentos socioculturais que podem auxiliar a moldar as ideias, os procedimentos e as práticas matemáticas desenvolvidas pelos membros de grupos culturais distintos.

Abordagem Dialógica no Currículo Matemático

O conhecimento matemático local desenvolvido pelos membros de grupos culturais, que é combinado com os sistemas de conhecimento matemático acadêmico,

pode resultar em uma abordagem dialógica para a etnomodelagem. Nesse contexto, a análise êmica de um fenômeno matemático é baseada em elementos estruturais ou funcionais internos dos membros de um determinado grupo cultural. A abordagem êmica propicia as percepções e as concepções internas sobre as ideias, os procedimentos e as práticas matemáticas (ROSA; OREY, 2015) pelos membros desses grupos.

Por outro lado, a análise ética é baseada nos conceitos gerais predeterminados que são externos aos membros do grupo cultural. Essa abordagem oferece uma estrutura comparativa para determinar as influências dessas crenças sobre o desenvolvimento do conhecimento matemático (ROSA; OREY, 2015). Nesse sentido, a aquisição do conhecimento matemático pode estar baseada nas aplicações do currículo matemático, que deve ser avaliado com base nas metodologias de ensino desenvolvidas em várias culturas.

Nesse sentido, entendemos que um dos principais motivos para o fracasso de muitos sistemas de ensino é que as políticas públicas educacionais têm ignorado a utilização da abordagem êmica nos currículos escolares. Essa abordagem reconhece a existência de outras epistemologias, que são de natureza holística e que estão integradas no conhecimento matemático desenvolvido e acumulado pelos membros de grupos culturais distintos.

Nesse sentido, Rosa e Orey (2013) argumentam que um currículo fundamentado na etnomodelagem propicia uma base filosófica e teórica para uma ação pedagógica baseada nas origens culturais e linguísticas dos membros de grupos culturais distintos. Dessa maneira, por meio desse currículo, os professores e educadores incentivam o exame crítico e reflexivo de múltiplas fontes de conhecimento e o desenvolvimento de diversos estilos de aprendizagem.

Considerações Finais

Neste artigo teórico, procuramos discutir como as ideias, os procedimentos e as práticas matemáticas locais podem ser estudadas por meio da utilização de abordagens metodológicas distintas, como, por exemplo, a êmica, a ética e a dialógica, durante o desenvolvimento do processo de etnomodelagem. Nesse sentido, buscamos compreender a relação entre as abordagens ética (global) e êmica (local) por meio da

dialogicidade, pois são propostas dinâmicas e complementares, que podem ser consideradas como os dois lados de uma mesma moeda.

Nesse contexto, existe a necessidade de que os pesquisadores desenvolvam investigações em etnomodelagem com a utilização de ambas as abordagens para que possam adquirir uma compreensão mais completa do conhecimento matemático desenvolvido pelos membros de grupos culturais distintos.

Por exemplo, os resultados do estudo conduzido por Cortes (2017) mostram que a etnomodelagem propiciou uma abordagem integradora do currículo matemático escolar, pois considerou ambos os conhecimentos matemáticos êmico e ético para que os professores e alunos pudessem compreender, de uma maneira holística e abrangente, as informações matemáticas desenvolvidas pelos membros de grupos culturais distintos que compõem a população discente escolar, como, por exemplo, os feirantes.

Nesse direcionamento, o princípio dialógico é importante para a condução de investigações em etnomodelagem, pois desenvolve a noção de que a totalidade (global, ético) não pode ser considerada apenas como uma justaposição de localidades (local, êmico). Assim de acordo com esse pressuposto, nem a globalidade e nem a localidade são preponderantes uma sobre a outra, pois existe um diálogo que deve ocorrer entre essas duas abordagens.

Então, no processo da etnomodelagem, existe a necessidade da promoção do diálogo (abordagem dialógica) entre as práticas locais (abordagem êmica) e as matemáticas praticadas na academia (abordagem ética), pois possibilita uma aproximação desses conhecimentos por meio de atividades matematizantes e contextualizadas.

Portanto, existe a necessidade de que os pesquisadores e educadores abordem as necessidades educacionais e pedagógicas dos alunos por meio da etnomodelagem, que valoriza e promove as interpretações matemáticas locais relacionadas com os símbolos culturais, incluindo os artefatos, a música, o folclore, a arquitetura, o patrimônio e as paisagens geográficas como características relevantes para o desenvolvimento do conhecimento êmico. Essa abordagem tem como objetivo estabelecer conexões entre os conhecimentos local (informal) e global (formal) para auxiliar os alunos na compreensão da matemática de um modo holístico.

Finalizando, se os pesquisadores e educadores se tornarem conscientes de suas visões de mundo, de seus paradigmas e de seus valores culturais, esses profissionais podem se conscientizar sobre a utilização da etnomatemática e da modelagem em suas práticas pedagógicas por meio da etnomodelagem, com o objetivo de auxiliá-los nas tomadas de decisão relacionadas com a utilização das abordagens êmicas, éticas e dialógicas no contexto escolar.

Referências Bibliográficas

BASSANEZI, R. C. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. São Paulo, SP: Editora Contexto, 2002.

BERRY, J. W. Imposed etics, emies and derived emics: their conceptual and operational status in cross-cultural psychology. In T. N. Headland; M. Harris (Eds.). *Emics and etics: the insider-outsider debate*. Newbury Park, CA: Sage, 1990. pp. 84-489.

BIEMBENGUT, M. S. Modelagem & etnomatemática: pontos (in)comuns. In: DOMITE, M. C. S. (Ed.). *Anais...* São Paulo, SP: FEUSP, 2000. p. 132-141.

CHIU, C.; HONG, Y. *Social psychology of culture*. New York, NY: Psychology Press, 2006.

CORTES, D. P. O. *Re-significando os conceitos de função: um estudo misto para entender as contribuições da abordagem dialógica da etnomodelagem*. 2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Departamento de Educação Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

D'AMBROSIO, U. *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2002.

D'OLNE CAMPOS, M. Etnociência ou etnografia de saberes, práticas e técnicas? In: AMOROZO, M. C. M.; MING, L. C.; SILVA, S. M. P. S. *Métodos de coleta e análise de dados em etnobiologia e etnoecologia e disciplinas correlatas*. Rio Claro, SP: UNESP, 2002. p. 47-91.

EGLASH, R. *African fractals: modern computing and indigenous design*. New Brunswick, NJ: Rutgers University Press, 1999.

- EGLASH, R. Native american analogues to the cartesian coordinate system. In Greer, B.; Mukhopadhyay, S.; Powell, A. B.; Nelson-Barber, S. (Eds.). *Culturally responsive mathematics education*. New York, NY: Routledge, 2009. pp. 281-294.
- EGLASH, R. et al. Culturally situated designed tools: ethnocomputing from field site to classroom. *American Anthropologist*, v. 108, n. 2, p. 347-362, 2006.
- ESMONDE, I.; SAXE, G. Cultural mathematics in the oksapmin curriculum: continuities and discontinuities. In HARRIS, M. *Cultural materialism: the struggle for a science of culture*. New York, NY: Random House, 1980. p. 29-45.
- GERDES, P. *Geometria Sona de Angola: matemática duma tradição africana*. Maputo, Moçambique: CEMEC, 2008.
- GEERTZ, C. J. Thick description: toward an interpretative theory of culture. In: C. GEERTZ (Org.). *The interpretation of culture: selected essays*. New York, NY: Basic Books, 1973. pp. 3-30.
- HARRIS, M. The epistemology of cultural materialism. In: HARRIS, M. *Cultural materialism: the struggle for a science of culture*. New York, NY: Random House, 1980. p. 29-45.
- LETT, J. Emics and etics: notes on the epistemology of anthropology. In: T. N. Headland, K. L. Pike (Org.). *Emics and etics: the insider/outsider debate*. Frontiers of anthropology. Volume 7. Newbury Park, CA: Sage Publications, 1990. p. 127-142.
- LYMAN, R. C.; O' BRIEN, M. J. *Cultural traits: units of analysis in early twentieth-century anthropology*. *Journal of Anthropological Research*, v. 59, p. 225-250, 2003.
- MOSCOVICI, S.; MARKOVA, I. Presenting social representations: a conversation. *Culture & Society*, v. 4, n. 3, p. 371-410, 1998.
- OREY, D. C. The ethnomathematics of the Sioux tipi and cone. In: SELIN, H. (Org.). *Mathematics across culture: the history of non-western mathematics*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2000. p. 239-252.
- PIKE, K. L. *Language in relation to a unified theory of the structure of human behavior*. The Hague, The Netherlands: Mouton, 1967.
- ROSA, M.; OREY, D. C. Vinho e queijo: etnomatemática e modelagem! *BOLEMA*, v. 16, n. 20, p. 1-16, 2003.

ROSA, M.; OREY, D. C. Abordagens atuais do programa etnomatemática: delinendo-se um caminho para a ação pedagógica. *BOLEMA*, v. 19, n. 26, p. 19-48, 2006.

ROSA, M.; OREY, D. Symmetrical freedom quilts: the ethnomathematics of ways of communication, liberation, and art. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, v. 2, n. 2, p. 52-75, 2009.

ROSA, M.; OREY, D. C. Ethnomodeling: a pedagogical action for uncovering ethnomathematical practices. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, v. 1, n. 3, p. 58-67, 2010.

ROSA, M.; OREY, D. C. O campo de pesquisa em etnomodelagem: as abordagensêmica, ética e dialética. *Educação e Pesquisa*, v. 38, n. 4, p. 865-879, 2012.

ROSA, M.; OREY, D. C. Ethnomodelling as a Methodology for Ethnomathematics. In: GLORIA A. STILLMAN; JILL BROWN. (Org.). *Teaching mathematical modelling: connecting to research and practice*. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling. Dordrecht, The Netherlands: Springer Science+Business Media Dordrecht, 2013. p. 77-88.

ROSA, M.; OREY, D. C. Three approaches in the research field of ethnomodeling: emic (local), etic (global), and dialogical (glocal). *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, v. 8, n. 2, p. 364-380, 2015.

ROSA, M.; OREY, D. C. *Etnomodelagem: a arte de traduzir práticas matemáticas locais*. São Paulo, SP: Editora Livraria da Física, 2017.

SUE, D. W.; SUE, D. *Counseling the culturally diverse: theory and practice*. New York, NY: John Wiley & Sons, 2003.

Recebido em: 11 de outubro de 2017.

Aprovado em: 05 de maio de 2018.