ISSN 1516-6368

Instrumento

revista de estudo e pesquisa em educação

Volume 20 n. 2

Julho | Dezembro | 2018

Educação Matemática

EDITORA UFJF

Instrumento
Revista de Estudo e Pesquisa em Educação

v. 20 n. 2 - julho / dezembro 2018

EDITORA
U F J F

ISSN 1516-6368

Instrumento - Rev. Est. Pesq. Ed.	Juiz de Fora	v. 20	n. 2	p. 195-374	jul./dez.	2018

Editora UFJF
Rua Benjamin Constant, 790
Centro – Juiz de Fora – MG
Cep 36015-400
Fone/Fax: (32) 3229-7645 / 7646
editora@ufjf.edu.br
distribuicao.editora@ufjf.edu.br

Colégio de Aplicação João XXIII
Rua Visconde de Mauá, 300
CEP 36015-260
Juiz de Fora, MG
Telefone (32) 3229-7602 / 7603
e-mail: revista.instrumento@ufjf.edu.br
www.revistainstrumento.ufjf.br

Organizadores
Amarildo Melchiades da Silva
Leonardo José da Silva

Revisão de português: Mariana Marcon Benicá de Souto
Revisão de inglês: Alexandre Diniz da Costa e Renata Bittencourt Procópio
Revisão de espanhol: Lucila Carneiro Guadelupe e Raquel da Silveira

Studio Editora UFJF
Diagramação e Capa: Nicole Stopa de Mello
Imagem da Capa: Leandro Faber
Arte: Leonardo Possidônio

Pró-Reitoria de Pós-Graduação, Pesquisa e Inovação – PROPESQ

Ficha Catalográfica elaborada na Biblioteca Central da UFJF

Instrumento: Revista de Estudo e Pesquisa em Educação /
Universidade Federal de Juiz de Fora. - - v.20, n.2 (jul./dez. 2018)-- Juiz de Fora:
Universidade Federal de Juiz de Fora, 2017.

Semestral a partir de v.11, n.1, jan./jun. 2009

ISSN 1516-6368
1. Pesquisa educacional - Periódicos

CDU 37.012(05)

O uso das imagens contidas neste número é de inteira responsabilidade dos autores dos artigos e dos organizadores da obra.

Revista Indexada em:
INEP - Biblioteca Virtual de Educação - http://bve.cibec.inep.gov.br/default.asp
Sumários de Revistas Brasileiras - http://www.sumariosfunpecrp.com.br/
Latindex - http://www.latindex.org
Portal LivRe! - http://portalnuclear.cnen.gov.br/livre/Inicial.asp
Diadorim - Diretório de Políticas das Revistas Científicas Brasileiras - http://diadorim.ibict.br/handle/1/355
Qualis (CAPES) - http://qualis.capes.gov.br/webqualis/ConsultaPeriodicos.faces
Ibict | Sistema Eletrônico de Editoração de Revistas – SEER - http://www.editoraufjf.com.br/revista/index.php/revistainstrumento/index

Periodicidade: semestral

Pareceristas Ad Hoc - v.20, n.1 e n.2

Almerindo Janela Afonso (Universidade do Minho)
Alvanize Valente Fernandes Ferenc (UFV)
Amarildo Melchiades da Silva (UFJF)
Ana Paula Domingos Baladeli (UNIOESTE)
Ana Lúcia Oliveira Aguiar (UFRN)
Anderson Ferrari (UFJF)
Beatriz de Basto Teixeira (UFJF)
Bruno Muniz Figueiredo Costa (CAP João XXIII/UFJF)
Célia Maria Fernandes Nunes (UFOP)
Célia Regina Vendramini (UFSC)
Cláudio Pellini Vargas (UNESA/JF)
Daniela Motta de Oliveira (CAP João XXIII/UFJF)
Doraci Alves Lopes (PUC-Campinas)
Éder da Silva Silveira (UNISC)
Emmanuel Ribeiro Cunha (UEPA)
Germano Nogueira Prado (Colégio Pedro II)
Gilmei Francisco Fleck (UNIOESTE)
Gustavo de Oliveira Duarte (UFSM)
Janete Magalhães Carvalho (UFES)
Leonardo José da Silva (CAP João XXIII/UFJF)
Lívia Fagundes Neves Dorini (CAP João XXIII/UFJF)
Luiz Roberto Prandi (UNIPAR)
Mairce da Silva Araújo (UERJ)
Marcelo Paula de Melo (UFRJ)
Marcelo Senna Guimarães (UFRJ)
Maria Isabel Brandão de Souza Mendes (UFRN)
Maria Simone Jacomini Novak (UNESPAR)
Marina Brasiliano Salerno (UFMS)
Ricardo Antonio Gonçalves Teixeira (UFG)
Sandra Mendonça (UFSC)
Sheila Maria Doula (UFV)
Simone da Silva Ribeiro (CAP João XXIII/UFJF)
Telmo Adams (UNISINOS)
Thiago Donda Rodrigues (UFMS)
Valéria Cristina Ribeiro Pereira (CES/JF)
Verônica Werle (UFPR)

Sumário

203-204 *APRESENTAÇÃO*
Leonardo José da Silva
Amarildo Melchiades da Silva

ARTIGOS

207-215 *LITERACIA FINANCEIRA NO PROGRAMA INTERNACIONAL PARA AVALIAÇÃO DE ESTUDANTES*
Ana Elisa Esteves Santiago
António Manuel Dias Domingos
Amarildo Melchiades da Silva

217-228 *MÚLTIPLOS ASPECTOS DA EDUCAÇÃO BRASILEIRA: A ATUAÇÃO DO PROFESSOR UBIRATAN D'AMBROSIO*
Rosimeire Aparecida Soares Borges
Aparecida Rodrigues Silva Duarte
Tânia Maria Mendonça Campos

229-237 *EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: POSSÍVEIS CONTRIBUIÇÕES PARA UMA EDUCAÇÃO INCLUSIVA*
Thiago Donda Rodrigues

239-250 *UM MAPEAMENTO DE PESQUISAS SOBRE O USO DE MATERIAIS CURRICULARES EDUCATIVOS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA*
Darling Domingos Arquieres
Marcelo Almeida Bairral

251-261 *EDUCAÇÃO FINANCEIRA NAS ESCOLAS: UMA DISCUSSÃO FEITA A PARTIR DE EXPERIÊNCIAS VIVENCIADAS PELO PROGRAMA DE EDUCAÇÃO FINANCEIRA NAS ESCOLAS – ENSINO MÉDIO*
Inglid Teixeira da Silva
Ana Coêlho Vieira Selva

263-274 *ASPECTOS ENVOLVIDOS NA TOMADA DE DECISÃO DE LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA DIANTE DE SITUAÇÕES ECONÔMICO-FINANCEIRAS A PARTIR DE UMA TAREFA*
Angela Joanella Cardoso Rocha
Rita de Cássia Pistóia Mariani

275-286 *O USO DA ESTIMATIVA EM TAREFAS NUMÉRICAS COM ALUNOS DO 3.º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL NA PERSPECTIVA DO SENTIDO DE NÚMERO*
Giovana Pereira Sander
Nelson Antonio Pirola
Joana Brocardo

287-299 *IMPLICAÇÕES SURGIDAS NO USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS NO DESENVOLVIMENTO DE ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA*
Rhômulo Oliveira Menezes
Roberta Modesto Braga
Adilson Oliveira do Espírito Santo

301-307 *TECNOLOGIAS MÓVEIS NA EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR*
Fausto Silva
Liamara Scortegagna

309-318 *DINÂMICA GRUPAL EM AULAS DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS: CONSTRUINDO UMA PONTE DE PAPEL*
Alex de Assis Lauria
Leonardo José da Silva

319-329 *EDUCAÇÃO FINANCEIRA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UM OLHAR PARA A FORMAÇÃO DOCENTE*
Anaelize dos Anjos Oliveira
Cristiane Azevêdo dos Santos Pessoa

331-342 *SOBRE NÚMEROS IRRACIONAIS E POSSIBILIDADES PARA SEU ENSINO*
Bárbara Cristina Dâmaso de Jesus
Viviane Cristina Almada de Oliveira

343-355 *POSSIBILIDADES DA ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA EM UM GRUPO DE TRABALHO COM PROFESSORES DE MATEMÁTICA*
Darlysson Wesley da Silva
João Ricardo Viola dos Santos

357-368 *UMA POSSIBILIDADE DE DISCUSSÕES FILOSÓFICAS E MATEMÁTICAS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA*
Rejane Siqueira Julio
José Claudinei Ferreira

369-373 *NORMAS DE PUBLICAÇÃO*

Apresentação

É com muita alegria que publicamos este volume especial da Revista Instrumento abordando o tema Educação Matemática. A Revista é uma publicação semestral do Colégio de Aplicação João XXIII da Universidade Federal de Juiz de Fora, Minas Gerais.

Com esta publicação, a Revista Instrumento objetiva promover a reflexão acerca da sala de aula de Matemática, levando em conta variadas condicionantes distribuídas em catorze artigos. Diversos temas, segmentos de ensino, suportes teóricos e metodológicos foram privilegiados nos estudos aqui relatados. Sendo assim, consideramos o presente volume um rico material, tanto para professores interessados em refletir sua prática quanto para pesquisadores da área.

O primeiro artigo, de Ana Elisa Esteves Santiago, António Manuel Dias Domingos e Amarildo Melchiades da Silva, discute a concepção de Literacia Financeira presente no Programa Internacional para Avaliação de Estudantes da Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico, que foi incorporado aos domínios Leitura, Matemática e Ciências como tema de avaliação a partir de 2012.

O trabalho de Rosimeire Aparecida Soares Borges, Aparecida Rodrigues Silva Duarte e Tânia Maria Mendonça Campos relata a trajetória de Ubiratan D'Ambrósio, professor e pesquisador brasileiro, cujo extenso trabalho influencia toda uma geração de educadores matemáticos não só no Brasil, como também em várias partes do mundo. A pesquisa se baseou em entrevistas com Ubiratan e em documentos de seu acervo pessoal.

O artigo de Thiago Donda Rodrigues foca as possíveis contribuições da Educação Matemática para uma educação inclusiva. A pesquisa foi norteada por uma revisão bibliográfica acerca do tema, enfatizando como a Matemática tradicional contribui para o aprofundamento das diferenças sociais na medida em que exclui grande parte dos estudantes. Como possível avanço, aponta a necessidade de o professor dialogar com algumas tendências e concepções de Educação Matemática.

No trabalho de Darling Domingos Arquieres e Marcelo de Almeida Bairral é discutido um levantamento bibliográfico de pesquisas pautadas no uso de Materiais Curriculares Educativos (MCE) como proposta de desenvolvimento profissional de professores de Matemática. A pesquisa constatou um incipiente corpo de pesquisa sobre o tema e sua pouca utilização na formação inicial e continuada de professores, apesar de seu potencial.

Utilizando a perspectiva da análise de conteúdo, o artigo de Inglid Teixeira da Silva e Ana Coêlho Vieira Selva investiga a implementação da educação financeira em escolas da rede pública de Pernambuco. Elas apontam, como maior entrave para os objetivos dessa implementação, a necessidade de formação do professor para atuar com educação financeira nas escolas.

Também norteadas pela análise de conteúdo, Angela Joanella Cardoso Rocha e Rita de Cássia Pistóia Mariani analisam as argumentações de licenciandos em Matemática com relação à tomada de decisão diante de situações econômico-financeiras. De acordo com as autoras, as escolhas dos licenciandos revelaram argumentos majoritariamente vinculados a aspectos comportamentais, seguidos por econômico-financeiros e, em raros casos, socioculturais, algo preocupante, pois trata-se de futuros professores que, possivelmente, precisarão levar essas discussões para suas salas de aula.

O artigo de Giovana Pereira Sander, Nelson Antonio Pirola e Joana Brocardo tem como objetivo investigar se os alunos do 3º ano do Ensino Fundamental realizam cálculos por estimativa, e de que modo realizam, ao resolverem tarefas numéricas. Foram sujeitos da pesquisa 351 alunos de escola pública de uma cidade do interior do Estado de São Paulo. Os autores constataram um sentido de número pouco desenvolvido pelos alunos, que recorrem mais a algoritmos para resolver os problemas em detrimento de estimativas e cálculos mentais.

O objetivo do artigo de Rhômulo Oliveira Menezes, Roberta Modesto Braga e Adilson Oliveira do Espírito Santo é analisar implicações surgidas no uso da planilha eletrônica Excel para o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática. Os sujeitos da pesquisa são alunos do curso de licenciatura em Matemática de uma universidade pública. Os resultados indicam que o uso de tecnologias digitais repercute na tomada de decisões dos alunos, impactando o desenvolvimento das próximas etapas do processo de Modelagem Matemática.

Analisar o uso das tecnologias digitais móveis no contexto da Educação Financeira Escolar é o objetivo do artigo dos pesquisadores Fausto Silva e Liamara Scortegagna. Através da metodologia de revisão bibliográfica, a pesquisa busca identificar que tipos de dispositivos tecnológicos são mais usados entre os jovens para fins pedagógicos.

Refletindo sobre Educação Matemática na Educação de Jovens e Adultos, Alex de Assis Lauria e Leonardo José da Silva pesquisaram os trabalhos em grupos em uma turma de Ensino Fundamental da EJA. Partindo da construção de uma ponte de papel em um cenário de investigação, a pesquisa participante identificou que o grupo observado avançou de um modelo de padrão divergente para o difuso, apontando a possibilidade de realização desse tipo de trabalho na Educação de Jovens e Adultos.

O artigo de Anaelize dos Anjos Oliveira e Cristiane Azevêdo dos Santos Pessoa relata os resultados de uma investigação com professores das séries iniciais que participaram de um curso de formação continuada em educação financeira. Através de entrevistas semiestruturadas, as autoras concluíram sobre a necessidade de ampliação das discussões referentes à educação financeira nos processos de formação de professores.

Superar abordagens tradicionais do conjunto dos números irracionais está no centro do trabalho de Bárbara Cristina Dâmaso de Jesus e Viviane Cristina Almada de Oliveira. O texto traz discussões sobre a construção desse conjunto numérico ao longo dos tempos e apresenta propostas de abordagens visando à produção de significados por parte dos alunos.

O artigo de Darlysson Wesley da Silva e João Ricardo Viola dos Santos tem como objetivo investigar as possibilidades da Análise da Produção Escrita em um grupo de trabalho com professores de Matemática, trabalho este que é parte de um projeto maior sobre desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática.

Encerrando este volume temático da Revista Instrumento, o artigo de Rejane Siqueira Julio e José Claudinei Ferreira analisa uma possibilidade de pensar disciplinas, matemáticas ou educacionais, em que discussões matemáticas e filosóficas estejam presentes na busca de ampliação dos repertórios matemático e educacional na formação de professores.

Aos nossos leitores, desejamos uma ótima leitura, e aos autores que conosco colaboraram, nossos sinceros agradecimentos.

Leonardo José da Silva
Amarildo Melchiades da Silva

Artigos

LITERACIA FINANCEIRA NO PROGRAMA INTERNACIONAL PARA AVALIAÇÃO DE ESTUDANTES

Ana Elisa Esteves Santiago[*]
António Manuel Dias Domingos[**]
Amarildo Melchiades da Silva[***]

Resumo

O presente artigo discute a concepção de Literacia Financeira presente no Programa Internacional para Avaliação de Estudantes da Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico que foi incorporada aos domínios Leitura, Matemática e Ciências como tema de avaliação a partir de 2012. De maneira descritiva, apresentamos a proposta da organização sobre educar financeiramente os cidadãos de seus países-membros a partir de sua caracterização de educação financeira e Literacia Financeira que norteou a elaboração da avaliação. A materialização da proposta é apresentada a partir da disponibilização pela organização de algumas questões das provas aplicadas nos anos de 2012 e 2015. Nossa análise sobre a temática passa pela reflexão de sua inserção na escola; desse modo, ao invés de tomarmos uma posição sobre o que foi exposto ao longo do texto, optamos por abrir questões que podem lançar mais luz sobre a proposta para professores, pesquisadores e estudantes com interesse no tema.

Palavras-chave: Educação financeira. Literacia Financeira. Avaliação em larga escala. OCDE. PISA.

Introdução

Este artigo discute a inserção do tema Literacia Financeira[1] no projeto de avaliação em larga escala proposto pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), uma organização internacional e intergovernamental constituída atualmente de 36 países-membros[2]. Nos trabalhos que desenvolve, as metas são alcançadas através de um processo de coleta e análise de informações sobre um grande número de assuntos que cobrem os mais diversos temas, tais como comércio, migrações, energia, indicadores econômicos, educação e saúde. Com isso, a organização possui uma extensa fonte de dados estatísticos, econômicos e sociais sobre seus países-membros e sobre países não membros em todo o mundo.

A dinâmica de trabalho da organização passa pelo desenvolvimento de estudo sobre temas de interesse dos países-membros, cujas informações são coletadas gerando propostas que, decididas sob consenso em seu conselho

[*] Doutora em Educação Matemática pela Universidade de Salamanca/Espanha. Docente da Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Coimbra, Portugal. E-mail: elisa_santiago@hotmail.com

[**] Doutor em Ciência da Educação pela Universidade Nova de Lisboa/ Portugal. Docente da Universidade Nova de Lisboa, Portugal. E-mail: amdd@fct.unl.pt

[***] Doutor em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista/Brasil. Docente da Universidade Federal de Juiz de Fora, Brasil. E-mail: amarildo.melchiades@ufjf.edu.br

ministerial, são colocadas em prática sob a forma de decisões e recomendações nos países-membros e nos países não membros que são convidados a subscrever os acordos e tratados.

Segundo a organização, as informações visam auxiliar os governos e a sociedade na tomada de decisões, uma vez que trata da compreensão de questões emergentes e permitem a identificação de soluções que podem ser usadas pelos decisores políticos. Desse modo, a OCDE, segundo sua própria concepção, constitui-se como um espaço no qual os governos compartilham experiências e buscam soluções para problemas comuns.

Como parte desse esforço, a OCDE criou, no ano de 1997, o *PISA – Programme for International Student Assessment* (Programa Internacional para Avaliação de Estudantes), com o objetivo de avaliar os sistemas de ensino a nível internacional, testando o conhecimento e as habilidades de estudantes na faixa de 15 anos de idade, período em que se pressupõe o término da escolaridade básica obrigatória na maioria dos seus países-membros[3].

O Programa é desenvolvido e coordenado pela Organização e em cada país participante existe uma coordenação nacional. Em Portugal, está sob a responsabilidade do Instituto de Inovação Educativa, um instituto público de regime especial que tem como parceiro o Ministério da Educação[4]; no Brasil, ficou a cargo do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), órgão vinculado ao Ministério da Educação brasileiro.

A visão expressa pela OCDE, ao propor o programa, é de que, apesar de a maioria dos países monitorarem a aprendizagem e o desempenho dos seus alunos, em uma economia global, o critério para o sucesso não é mais a melhoria dos padrões nacionais unicamente, mas também dos padrões internacionais. Sendo assim, a avaliação é elaborada dentro de uma proposta internacionalmente aprovada e que fornece uma base para a colaboração entre os países participantes na definição e implementação de políticas educacionais. Como consequência, os dados coletados nas avaliações devem produzir indicadores que orientem os governos em decisões políticas na área educacional.

A partir do ano 2000, a cada três anos, um grupo de estudantes de cada país participante foi selecionado de forma aleatória para fazer testes sobre Leitura, Matemática e Ciências. Assim, nos anos de 2000 e 2009, o foco da avaliação esteve na Leitura; em 2003 e 2012, a avaliação foi em Matemática; e em 2006 e 2015, em Ciências. No ano de 2012, em conjunto com a avaliação em Matemática, aconteceu a primeira avaliação sobre Letramento Financeiro, que será discutido na próxima seção. No ano de 2015, foram incluídas a avaliação em Ciências, os domínios de Letramento Financeiro e a Resolução Colaborativa de Problemas. No ano de 2018, a avaliação foi feita nos domínios de Leitura, Matemática, Ciências e Letramento Financeiro.

Neste artigo, nosso interesse está na inserção no domínio de Letramento Financeiro no PISA. É o que passaremos a discutir.

1. Literacia Financeira no PISA

No ano de 2003, a OCDE aprovou um programa de educação financeira que visava educar financeiramente os cidadãos de seus países-membros e dos países não membros, como o Brasil, que participa dos projetos e das ações da organização. A proposta considerou que governos, pesquisadores e educadores necessitavam de dados de qualidade sobre os níveis de Literacia Financeira dos estudantes, a fim de que fosse possível informar aos interessados sobre as estratégias de educação financeira e sobre a implementação de programas nas escolas através da identificação das prioridades (OECD, 2005a).

Os estudos e as pesquisas da OCDE foram norteados pela definição de educação financeira proposta nos seguintes termos:

> Educação financeira é o processo pelo qual os consumidores financeiros/investidores melhoram a sua compreensão sobre os conceitos e produtos financeiros e, através da informação, instrução e/ou aconselhamento objetivos, desenvolvam as habilidades e a confiança para tomar consciência de riscos e oportunidades financeiras, para fazer escolhas informadas, saber onde buscar ajuda e tomar outras medidas eficazes para melhorar a sua proteção e o seu bem-estar financeiro (OECD, 2005b, p. 26).

O resultado dos estudos desenvolvidos pela organização materializou-se no PISA 2012, em que uma pesquisa internacional de grande escala foi efetivada para avaliar a literacia Financeira dos jovens de 15 anos de idade em vários países. Os peritos pretendiam medir a proficiência dos estudantes dessa faixa etária em mostrar e aplicar conhecimentos e habilidades sobre o tema (OECD, 2012).

A organização entendeu que uma coleta de dados sólida e internacionalmente comparável sobre a Literacia Financeira dos estudantes possuiria os seguintes benefícios: fornecer informações que pudessem indicar se a atual abordagem para a educação financeira era eficaz, comparar os níveis de Literacia Financeira entre os países para identificar aqueles países que possuíam melhores níveis e identificar estratégias eficazes e boas práticas, conhecer os desafios comuns aos países e buscar soluções internacionais para os problemas.

Nessa direção, a expectativa é de que os estudos internacionais, comparando a Literacia Financeira entre os países e os dados coletados, proporcionem a todos os interessados:

> - informações sobre lacunas no conhecimento financeiro dos jovens que possam colaborar com o desenvolvimento de programas e políticas mais específicas;
> - uma indicação de como a educação financeira oferecida nas escolas está melhorando o nível da Literacia Financeira dos estudantes;
> - uma oportunidade de identificar as melhores práticas, observando o *ranking* dos países em termos de Literacia Financeira; e, em última análise,
> - dados comparáveis ao longo do tempo, permitindo a avaliação do impacto das iniciativas de educação financeira em escolas e a identificação das opções para melhoria da eficiência dos cursos (OECD, 2012, p. 11).

Assim, na edição do PISA 2012, a Literacia Financeira foi um componente opcional do programa no qual os países participantes decidiriam sobre sua inclusão ou não. Em 2011, um pré-teste foi aplicado em 13 países da OCDE e em cinco economias parceiras. O Brasil participou do pré-teste e optou por não avaliar os estudantes brasileiros em Literacia Financeira no ano seguinte.

O grupo de peritos que desenvolveu o teste partiu da seguinte definição de trabalho de Literacia Financeira desenvolvida para o PISA 2012, explicitada nos seguintes termos:

> Literacia financeira é o conhecimento e entendimento de conceitos e riscos financeiros, e a habilidade, motivação e confiança em aplicar tal conhecimento e entendimento tomando decisões efetivas em vários contextos financeiros a fim de melhorar o bem-estar financeiro do indivíduo e da sociedade e permitindo a participação na vida econômica (OECD, 2012, p. 13).

O que o documento quer ressaltar com essa definição é que o foco da avaliação está em verificar a capacidade dos jovens em usar os seus conhecimentos e suas habilidades de modo a enfrentar os desafios de uma vida real para além da escolaridade obrigatória em vez de apenas dominar o conteúdo curricular específico. Nessa direção, eles observam:

> Literacia Financeira é vista como um conjunto em expansão de conhecimentos, habilidades e estratégias que o indivíduo desenvolve durante sua vida, mais do que uma quantidade fixa, uma fronteira que tem que ser cruzada, estando o analfabetismo de um lado e a alfabetização do outro. Literacia envolve mais do que a reprodução de conhecimento acumulado, apesar de que a mensuração do conhecimento financeiro prévio seja um elemento importante de avaliação.

> Ela também envolve a mobilização de aptidões cognitivas e práticas, assim como outros recursos como atitude, motivação e valores. O PISA 2012, avaliação de Literacia Financeira, baseia-se em uma variedade de conhecimentos e habilidades associadas com o desenvolvimento da capacidade de lidar com as exigências financeiras do dia a dia da sociedade contemporânea (OECD, 2012, p. 13).

Mas a dúvida que ficava para os pesquisadores e professores é: como esta proposta seria materializada nas questões da avaliação sobre Literacia Financeira? Esta dúvida foi esclarecida com a publicação da OCDE de alguns exemplos de questões[5] das avaliações de 2012 e 2015, que apresentaremos na seção seguinte.

2. Exemplos de itens sobre Literacia Financeira

Com a disponibilização de itens sobre Literacia Financeira pela OCDE, selecionamos dois itens do PISA 2012 e dois itens do PISA 2015. No primeiro item, é dado um contexto cotidiano intitulado *No Mercado*, no qual os estudantes devem aplicar o conceito básico de valor para o dinheiro. Como explicitado no documento, um artifício foi introduzido no teste para melhorar a comparabilidade entre os países em termos de avaliação: em várias questões, considera-se um país imaginário chamado de Zedelândia, no qual o Zed é a unidade de moeda. Vejamos o exemplo:

Literacia Financeira – Exemplo 1 – No Mercado
Você pode comprar tomates por quilo ou por caixa.

2,75 zeds por kg	22 zeds pela caixa de 10 kg

Questão 1: No Mercado

É mais negócio comprar tomate por caixa do que avulso.
Fundamente essa afirmação.

Fonte: OECD (2012)

A avaliação considera correta a resposta quando os estudantes apresentam uma comparação entre as duas opções de comprar. Algumas respostas dos estudantes consideradas corretas são apresentadas:

> - O tomate avulso custa 2,75 zeds/kg e apenas 2,2 zeds/kg quando vendido em caixa.
> - Porque 10 kg de tomate avulsos custariam 27,50 zeds.
> - Você recebe mais tomates por zeds quando você compra em caixa (OECD, 2012, p. 17).

Outro exemplo de item para avaliação foi intitulado *Opções de Gastos*, no qual os estudantes são submetidos a uma situação abordando planejamento e gestão de finanças em um contexto considerado relevante para jovens de 15 anos (OECD, 2012, p. 19):

Literacia Financeira – Exemplo 2 – Opções de Gastos
Claire e seus amigos estão alugando uma casa.
Todos estão trabalhando há dois meses.
Eles não têm qualquer poupança.
Eles ganham por mês e acabaram de receber o pagamento.
Eles elaboraram uma lista de "tarefas"

Tarefas
- Instalar TV a cabo
- Pagar o aluguel
- Comprar móveis para a área externa

Pergunta 2: Opções de Gastos
Qual das tarefas necessita atenção imediata de Claire e de seus amigos?
Circule o "sim" ou o "não" para cada tarefa.

TAREFA	É A TAREFA QUE DEVE RECEBER IMEDIATA ATENÇÃO?
Instalar TV a cabo	Sim / não
Pagar o aluguel	Sim / não
Comprar móveis para a área externa	Sim / não

Fonte: OECD (2012)

A proposta da questão era avaliar a prioridade de gastos dos estudantes para a situação proposta no contexto ao operar dentro de um orçamento. Além disso, a questão pretendia realçar a distinção entre desejos e necessidades.

Na avaliação sobre Letramento Financeiro de 2015, dois itens foram disponibilizados pelo Inep (INSTITUTO, 2016) e os reproduzimos a seguir:

Erro Bancário

David é cliente do Banco Zed. Ele recebeu esta mensagem de *e-mail*.

Prezado Cliente do Banco Zed,

Ocorreu um erro no servidor do Banco Zed e os seus dados de acesso à internet foram perdidos. Portanto, você não tem acesso ao serviço de *Internet Banking*.
O mais importante é que sua conta não está mais segura.
Por favor, clique no *link* abaixo e siga as instruções para restaurar o acesso.

Você será solicitado a fornecer seus dados bancários pela internet.

https://ZedBank.com/

ZedBank

Questão 1: Erro Bancário
Qual das afirmações abaixo seria um bom conselho para David?
Circule "Sim" ou "Não" para cada afirmação.

Fonte: INSTITUTO, 2016

AFIRMAÇÃO	ESSA AFIRMAÇÃO É UM BOM CONSELHO PARA DAVID?
Responder à mensagem de *e-mail* e fornecer seus dados bancários pela internet.	Sim / não
Responder à mensagem de *e-mail* e pedir mais informações.	Sim / não
Contactar o seu banco para saber sobre a mensagem do *e-mail*.	Sim / não
Se o *link* é o mesmo que consta no endereço eletrônico do seu banco, clicar no *link* e seguir as instruções.	Sim / não

Fonte: (INSTITUTO, 2016)

Note que este item segue a mesma estrutura do item anterior Opção de Gastos, tratando-se de uma situação que pode acontecer às pessoas no seu dia a dia. Já o segundo item diz respeito a uma fatura de banco:

Fatura

Sara recebe esta fatura pelo correio:

Boas Compras

Fatura
Número da Fatura: 2034
Data de emissão: 28 de fevereiro

Sara Santos
Rua da Esperança, 100
Bairro do Sol
Zedelândia 0310

Boutique Boas Compras
Rua do Desconto, 10
Bairro Alvorada
Zedelândia 0320

Código do Produto	Descrição	Quantidade	Custo Unitário	Total (excluindo imposto)
C011	camiseta	3	20	60 zeds
J023	jeans	1	60	60 zeds
CH002	echarpe	1	10	10 zeds

Fonte: INSTITUTO, 2016

Total Excluindo Impostos: 130 zeds
Imposto 10%: 13 zeds
Taxa de postagem: 10 zeds
Total incluindo impostos: 153 zeds
Valor pago: 0 zeds

Total devido: 153 zeds
Data do vencimento: 31 de março

Questão 1: Fatura
Por que esta fatura foi enviada para Sara?
A) Porque Sara precisa pagar esta conta para a Boutique Boas Compras.
B) Porque a Boutique Boas Compras precisa pagar esta conta para Sara.
C) Porque Sara já pagou esta conta para a Boutique Boas Compras.
D) Porque a Boutique Boas Compras já pagou esta conta para Sara.

Questão 2: Fatura
Quanto a Boutique Boas Compras cobra pelo serviço de entrega das roupas?
Valor da entrega em zeds: ....

Fonte: INSTITUTO, 2016

O que podemos observar nos quatro itens da avaliação é que eles tratam de situações cotidianas ligadas à tomada de decisões e armadilhas que surgem a todo o momento na vida das pessoas. Observamos que a proposta dos itens está em consonância com o propósito colocado pelos peritos no que diz respeito à formação dos jovens que caminham para a vida adulta e para sua participação ativa na sociedade.

Observamos ainda que nossa análise da proposta do PISA esteve voltada para explicitar a proposta de Educação Financeira que a OCDE pretende avaliar focando a Literacia Financeira dos estudantes, o que nos permite entender melhor qual é a perspectiva da organização para a formação dos estudantes e, como consequência, para seu ensino na escola. Assim, não estivemos interessados em aprofundar sua fundamentação teórica nem sua metodologia de análise da avaliação.

Considerações finais

Nossos estudos sobre o projeto de educação financeira lançado pela OCDE têm como objetivo último investigar sobre a inserção e manutenção da educação financeira na escola. O caráter descritivo da exposição teve como finalidade explicitar a maneira como o tema é tratado nos documentos oficiais da organização e de seus representantes em outros países. Porém, não estamos alheios a incluir, em nossas reflexões, estudos como aquele desenvolvido por Morgan (2013), que analisou o PISA em um contexto econômico-político dentro do que ela chamou de uma racionalidade política mais ampla do Neoliberalismo e as consequências decorrentes dessa perspectiva. Mas esse não é o foco deste artigo.

Sendo assim, gostaríamos de chamar a atenção para alguns pontos do projeto de educação financeira da OCDE e que vão implicar na maneira como o PISA é concebido.

Em primeiro lugar, sua concepção de educação financeira sugere que ela deve ser entendida como sinônimo de finanças pessoais. E, como consequência, a proposta do PISA é avaliar Literacia Financeira pessoal, como expresso no documento da organização, nos seguintes termos: “A Literacia Financeira está preocupada com a forma como o indivíduo entende, gerencia e planeja as questões financeiras pessoais e de sua família” (OECD, 2012, p. 14).

Apesar de alguns documentos da organização sugerirem que uma pessoa educada financeiramente tem impacto sobre a sociedade em geral, contribuindo para a estabilidade nacional e até mesmo mundial, fica visível que este não é o foco de sua proposta. Sobre esta perspectiva, a questão que levantamos para pensar uma proposta futura de currículo é: no ambiente escolar, o ensino de educação financeira deverá ter como foco finanças pessoais ou haveria algo mais a tratar?

Um outro ponto que ressaltamos da proposta da OCDE é aquele que sugere que a educação financeira deve preparar os estudantes para a vida adulta. Essa visão é claramente materializada na proposta de avaliação do PISA ao tentar avaliar as concepções sobre situações bem específicas de um adolescente que se prepara para a vida adulta. Como consequência, um currículo elaborado sobre esta concepção deveria, obviamente, atender a essa demanda.

Esta constatação nos remete a uma nova questão: um currículo de educação financeira para a escola deveria discutir temas tão específicos como aqueles apresentados nos exemplos de itens do PISA ou deveria discutir temas mais gerais na direção de educar financeiramente os estudantes? Pois, ao focarmos em temas tão locais (no sentido cultural e geográfico), estaríamos supondo que todos os estudantes passariam pelos mesmos tipos de situações financeiras. Por outro lado, consideramos que seria impossível tratar todas as situações financeiras rotineiras que vivenciam os estudantes em sua formação em educação financeira.

Por outro lado, um dos pontos destacados pelos documentos oficiais da OCDE que achamos bastante pertinente é o entendimento de que educação financeira não se reduz a mera informação sobre finanças pessoais ou apenas a dominar um conteúdo curricular específico, mas seu ensino deveria envolver conhecimento financeiro, compreensão, habilidades, comportamentos, atitudes e valores. Porém, esta característica leva a outra questão: é possível esperar que, a partir do ensino formal, os estudantes desenvolvam habilidades, mudem comportamentos e atitudes e assumam atitudes e valores? Essa expectativa não poderia levar a uma proposta catequizadora de ensino de alguma perspectiva entendida como a correta em detrimento de outras visões de ensino?

Outro ponto identificado no projeto de educação financeira da organização diz respeito aos atores envolvidos na inserção da educação financeira na escola. Na visão da OCDE, eles não estão reduzidos a membros naturais desse meio, professores, por exemplo. Mas, em quase a totalidade dos países, o ensino tem sido organizado por instituições financeiras e ministrados por seus representantes.

Uma análise global dos documentos oficiais da organização, por exemplo, Mundy (2008), sugere que as diversas questões e desafios apresentados pelos estudos da OCDE são, de fato, as questões que deverão ser discutidas em qualquer proposta de inserção do assunto na escola. Por outro lado, uma questão que naturalmente se instala ao analisar a proposta de avaliação da organização é se a justificativa de um mundo globalizado e com muitos problemas em comum é suficiente para a proposição de uma avaliação genérica em larga escala a todos os países e gerar padrões educacionais internacionais a partir daí.

Nossa reflexão sobre essa questão sugere que, se considerarmos que fatores culturais e sociais interferem diretamente na relação das pessoas com o dinheiro, somos levados a entender que uma avaliação em larga escala comum a todos os países fica mais distanciada de uma proposta atraente. Identificamos assim uma longa distância entre a proposta de avaliação e o que é possível "medir" com a metodologia de avaliação em larga escala. Nosso argumento se baseia na perspectiva comum a vários educadores que concordam que os efeitos da educação sobre as pessoas não é algo mensurável e visível em um curto espaço de tempo. No caso da educação financeira, por exemplo, a proposta de se submeter estudantes à imersão em cursos de curta duração e avaliá-los imediatamente após essa imersão já indicou resultados desanimadores.

Portanto, consideramos que a proposta da OCDE de educar financeiramente a população terá resultados importantes para as nações e para o futuro dos estudantes, mas devemos investigar qual seria a formação desejável para ser introduzida na escola. E, com respeito às avaliações em larga escala, ficamos, por enquanto, com seu efeito positivo – seu caráter diagnóstico.

Financial Literacy in the International Students Assessment Programme

Abstract

This article discusses the conception of Financial Literacy present in the International Students Assessment Programme of the Organization for Economic Cooperation and Development, which was incorporated into the fields of Reading, Mathematics and Science as an evaluation subject since 2012. In a descriptive way, we present the proposal of the organization on financially educating the citizens of their member countries based on its characterization of Financial Education and Financial Literacy, which guided the elaboration of the evaluation. The materialization of the proposal is presented starting from the availability by the organization of some questions of the tests applied in the years of 2012 and 2015. Our analysis on the subject is based on the reflection of its insertion in the school; in this way, rather than taking a position on what has been exposed throughout the text, we have chosen to open up questions that may enrich the proposal for teachers, researchers and students with an interest in the subject.

Keywords: Financial Education. Financial Literacy. Evaluation in large scale. OECD. PISA.

Alfabetización financiera en el programa internacional de evaluación de estudiantes

Resumen

El presente artículo discute la concepción de Alfabetización Financiera presente en el Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico que se incorporó a los campos Lectura, Matemáticas y Ciencias como tema de evaluación a partir del 2012. De manera descriptiva, presentamos la propuesta de la organización sobre educar financieramente a los ciudadanos de sus países miembros a partir de su caracterización de Educación Financiera y Alfabetización Financiera que orientó la elaboración de la evaluación. La materialización de la propuesta se presenta a partir de la disponibilidad por la organización de algunas cuestiones de las pruebas aplicadas en los años 2012 y 2015. Nuestro análisis sobre la temática, pasa por la reflexión de su inserción en la escuela; de este modo, en lugar de tomar una posición sobre lo que fue expuesto a lo largo del texto, optamos por abrir cuestiones que pueden arrojar más luz sobre la propuesta para profesores, investigadores y estudiantes con interés en el tema.

Palabras clave: Educación Financiera. Alfabetización Financiera. Evaluación en gran escala. OCDE. PISA.

Notas

1 Financial literacy será traduzido, neste artigo, por Literacia Financeira. Porém, no Brasil, o termo foi traduzido por Letramento Financeiro. Assim, quando nos referirmos a informações sobre o Brasil, usaremos o segundo termo.

2 São países membros da OCDE: Alemanha, Austrália, Áustria, Bélgica, Canadá, Chile, Coreia do Sul, Dinamarca, Eslovênia, Espanha, Estados Unidos, Estônia, Finlândia, França, Grécia, Holanda, Hungria, Islândia, Israel, Irlanda, Itália, Japão, Letônia, Lituânia, Luxemburgo, México, Nova Zelândia, Noruega, Polônia, Portugal, República Checa, República Eslovaca, Reino Unido, Suécia, Suíça e Turquia.

3 Uma análise histórica da criação do PISA pode ser encontrada em Lundgren (2013).

4 A proposta de ensino de educação financeira em Portugal pode ser conhecida no documento Dias et al. (2013).

5 As questões de prova são designadas pelos avaliadores de itens.

Referências

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (INEP). *PISA 2015*: análises e reflexões sobre o desempenho dos estudantes na avaliação. São Paulo. Fundação Santillana, 2016. Disponível em: <Portal.inep.gov.br/ações_internacionais/pisa/itens/2015/letramento-financeiro-português-pisa.pdf >. Acesso em: 08 mar. 2018.

DIAS, António; et al. *Referencial de educação financeira para a educação pré-escolar, o ensino básico, o ensino secundário e a educação e formação de adultos*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência, 2013.

LUNDGREN, Ulf P. PISA como instrumento político. La historia detrás de la creación del Programa PISA. *Professorado: Revista de Currículum y formación del professorado*. v.17, nº. 2, mayo-agosto, p.15-29, 2013. Disponível em: <http://www.ugr.es/~recfpro/rev172ART1.pdf >. Acesso em: 24 nov. 2017.

MORGAN, Clara. Construyendo el programa para la evaluación internacional de estudiantes de la OCDE (PISA). *Professorado: Revista de Currículum y formación del professorado*. v.17, n. 2, may./ago., p.31-45, 2013. Disponível em: <http://www.ugr.es/~recfpro/rev172ART1.pdf.>. Acesso em: 24 nov. 2017.

OECD. *Improving financial literacy: analysis of issues and policies*. OECD, 2005a. Disponível em: < http://www.browse.oecdbookshop.org/oecd/pdfs/product/2105101e.pdf. >. Acesso em: 12 out. 2011.

OECD. *Recommendation on principles and good practices for financial education and awareness*.Drectorade for financial and enterprice affairs. Jul. 2005b. Disponível em: <http://www.oecd.org >. Acesso em: 28 out. 2011.

OECD. *PISA 2012 Financial Literacy Assessment Framework*. Paris, 2012. Disponível em: < www.oecd.org/pisa/pisaproducts/46962580.pdf. >. Acesso em: 15 jun. 2012.

Enviado em 29 de julho de 2018.

Aprovado em 24 de agosto de 2018.

MÚLTIPLOS ASPECTOS DA EDUCAÇÃO BRASILEIRA: A ATUAÇÃO DO PROFESSOR UBIRATAN D'AMBROSIO

Rosimeire Aparecida Soares Borges*
Aparecida Rodrigues Silva Duarte**
Tânia Maria Mendonça Campos***

Resumo

Este artigo discute as contribuições do professor e pesquisador Ubiratan D'Ambrosio para a educação brasileira. O quadro teórico considera a impossibilidade de separar o eu pessoal do profissional. Desta forma, este trabalho passa por estágios diferentes e sucessivos de sua vida, desde sua infância até o presente. Todos os dados foram obtidos a partir de entrevistas realizadas com Ubiratan D'Ambrosio e das informações recolhidas em documentos pertencentes ao seu arquivo pessoal. A construção da história de vida deste educador e pesquisador é frutífera para a compreensão das trajetórias da formação de professores e contribui para a compreensão do universo da educação.

Palavras-chave: Educação brasileira. História de vida. Formação de professores.

Introdução

A história de vida de D'Ambrosio é fecunda para a compreensão dos percursos de formação docente e contribui para a apropriação de diferentes processos de ensino e de aprendizagem e apreensão do cotidiano escolar. O modo de atuação de um professor tem profunda relação com sua história de vida, não sendo possível desvincular seu eu profissional do seu eu pessoal (NÓVOA, 2000).

A história de vida de Ubiratan D'Ambrosio se edifica a partir de seus depoimentos, que revelaram todo um processo identitário pelo qual passou. Pode-se dizer que sua identidade "é um lugar de lutas e conflitos, é um espaço de construção, de maneiras de ser e de estar na profissão, é um processo que necessitou de tempo, um tempo para refazer identidades, para acomodar inovações, para assimilar mudanças" (NÓVOA, 2000, p.16). Suas práticas pedagógicas estão vinculadas ao que ele é como pessoa e como profissional, pois essas práticas são "opções que cada um de nós tem de fazer como professor, as quais cruzam a nossa maneira de ser com a nossa maneira de ensinar e desvendam, na nossa maneira de ensinar, a nossa maneira de ser" (NÓVOA, 2000, p.17).

* Doutora em Educação Matemática pela Universidade do Bandeirante Anhanguera (Uniban/SP). Professora do Mestrado em Educação da Universidade do Vale do Sapucaí (Univás), Pouso Alegre, MG. *E-mail*: rasborges3@gmail.com.

** Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP). Professora do Mestrado em Educação da Universidade do Vale do Sapucaí (Univás), Pouso Alegre, MG. *E-mail*: angel-bb@uol.com.br.

*** Doutora em Matemática pela Université Montpellier, França. Até 2015 foi coordenadora e professora do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Bandeirante Anhanguera (Uniban) São Paulo, SP, Brasil. *E-mail*: taniammcampos@hotmail.com.

Ao longo de 68 anos de experiência docente, Ubiratan D'Ambrosio mantém um contínuo interesse pela renovação do ensino. Para ele, ser professor é assumir os princípios presentes nas práticas educacionais e valorizar as potencialidades dos alunos. Suas práticas docentes não se vinculam exclusivamente à descoberta de potencialidades dos alunos no que tange à matemática, estendem-se aos mais variados campos do saber, confirmando seu contínuo interesse em relação à renovação do ensino.

As diferentes fases da formação do professor Ubiratan D'Ambrosio foram reveladas em expressões francas e abertas, em entrevistas que nos concedeu e são abordadas neste estudo. A discrição e modéstia em sua fala poderiam levar a uma falsa e injusta avaliação de sua grande contribuição para a história da Educação Matemática no Brasil. Suas experiências do passado foram sendo evocadas aos poucos, em uma busca incansável junto aos porões do subconsciente, de modo a se tornarem lembranças e provocar em si um repensar de suas ações e a reconstrução de sua história de vida (FREITAS, 2002).

Os caminhos do professor Ubiratan D'Ambrosio são os caminhos da pesquisa inovadora na área da Educação Matemática. Sua trajetória de vida reflete os momentos vividos com sua família, amigos, alunos, colegas de escola e trabalho, mescla registros de sua vida profissional e, por vezes, a particular. Revela ser impossível dissociar as diversas experiências: pessoal, familiar, social e profissional, da sua formação docente.

1. Ubiratan D'Ambrosio e a escola elementar

Ubiratan D'Ambrosio, nas entrevistas que concedeu sobre sua formação, mencionou diversos momentos de sua vida, os quais foram marcados por incertezas e sucessos, garra, coragem, inovação, emoção, alegrias e tristezas, em uma fala moderada com grande dose de saudade a cada história contada, quando o passado e o presente quase se confundiam.

D'Ambrosio iniciou sua narrativa fazendo referência à vinda de seu avô materno, Giuseppe Graciotti, da Itália para o Brasil, no final do século XIX. Graciotti casou-se com Ada Possanzine e tiveram, dentre os filhos, Albertina Graciotti, a mãe de Ubiratan. Também da Itália para o Brasil veio seu avô paterno, Thomas D'Ambrosio, que se casou com Adelaide e teve dois filhos, dentre os quais Nicolau D'Ambrosio, o pai de Ubiratan. Albertina Graciotti e Nicolau D'Ambrosio casaram-se e, no ano de 1932, nasceu Ubiratan D'Ambrosio, o primeiro filho desse casal.

A vida escolar de Ubiratan D'Ambrosio teve início no Colégio Dante Alighieri, no ano de 1938. Não suportando ficar longe de sua mãe, acabou por não cursar a pré-escola. No ano de 1939, cursou o primeiro ano do grupo escolar (hoje, no Brasil, segundo ano do Ensino Fundamental), no interior do estado de São Paulo, onde seu pai foi morar com a família. Não se adaptando ao interior, um ano depois, a família de Ubiratan voltou a residir na cidade de São Paulo.

Em 1940, em São Paulo, com oito anos de idade, Ubiratan D'Ambrosio ingressou no segundo ano escolar (equivalente, no Brasil, ao terceiro ano do Ensino Fundamental) do Liceu Coração de Jesus, onde seu pai assumiu o cargo de professor. Ele relembrou a rigidez no controle de presença desse Liceu, inclusive aos domingos, quando os alunos tinham obrigatoriedade de participar da missa dominical e do catecismo.

Concluídos os quatro primeiros anos de estudo, Ubiratan D'Ambrosio continuou nesse Liceu e, em 1943, foi aprovado no exame de admissão para ingresso no curso ginasial (corresponde atualmente, no Brasil, do sexto ao nono ano do Ensino Fundamental), onde concluiu o primeiro e segundo anos ginasiais (atual sexto e sétimo anos do Ensino Fundamental). O terceiro e quarto anos do ginasial (hoje, oitavo e nono anos do

Ensino Fundamental), cursou na Escola Caetano de Campos, em São Paulo. Em 1946, Ubiratan D'Ambrosio ingressou no curso científico (corresponde atualmente, no Brasil, ao Ensino Médio) no Colégio Visconde de Porto Seguro, em São Paulo.

Dos professores que teve no curso científico, Ubiratan D'Ambrosio recordou-se de Abrão Bloch, que foi seu professor de Matemática e de Física nos três anos desse curso; e de Lineu de Camargo Schutzer, que ministrou Filosofia. Ele relembrou que Schutzer levava os alunos ao teatro e, segundo palavras de Ubiratan, exerceu influência em sua vida:

> [...] grande parte do que eu faço também é inspirado por esse professor [...] a gente ia ao teatro e na aula comentava o que havia assistido no teatro. O teatro grego é um teatro que acaba tendo um contexto psicanalítico muito forte, então o nosso trabalho de psicanálise foi muito importante, a filosofia focalizando a psicanálise. Foi muito bom, muito bom para mim. Um grande curso de filosofia (depoimento oral, 2004).

Em relação às aulas de Biologia, eram aulas experimentais em laboratório ministradas pelo professor Dr. Tabor, que trazia para a sala de aula suas experiências obtidas em viagens que realizava pela Indonésia, África, Américas. Para Ubiratan, revelou-se como um grande mestre e cientista. Nesse curso, a disciplina Química era ministrada pelo professor Rômulo Ciolla e contava com aulas teóricas e práticas, realizadas em laboratório próprio. O professor Aziz Nacib Ab'Saber ministrava Geografia. Integravam ainda o currículo a Geometria Descritiva, Educação Física e Línguas, que tinha como metodologia a leitura e a análise de livros clássicos.

Ainda sobre o curso cientifico, Ubiratan D'Ambrosio lembrou que os professores Leila Cury e Hamílcar Turelli ministravam Português com leitura integral e comentada da obra Os Lusíadas. Em Inglês, o livro-texto era *Five Tragedies of Shakespeare*; em Francês, clássicos como *Madame Bovary*; em Espanhol, *Don Quijote* e poesias de Ruben Darío. Contava também com a disciplina História, ministrada pelo professor Manuel Nunes Dias, considerado um especialista em descobrimentos portugueses. De acordo com Ubiratan D'Ambrosio, aquele nível de ensino veio a contribuir com sua formação: "Era um colégio excepcional. E eu acho que isso foi decisivo na minha formação" (depoimento oral, 2004).

No ano de 1948, D'Ambrosio começou a ministrar aulas particulares para alunos que se preparavam para os concursos públicos e em 1949 fez o curso preparatório para o exame vestibular, simultaneamente ao terceiro ano do curso científico. Esse curso preparatório era dirigido pelo matemático italiano Pompeo di Tullio, que veio para o Brasil logo depois da II Guerra Mundial, e nele constavam conteúdos matemáticos presentes no primeiro ano de faculdade.

2. Ubiratan D'Ambrosio na faculdade

Em continuidade à sua formação acadêmica, Ubiratan D'Ambrosio fez uma incursão por seu tempo de faculdade. Em 1950, ingressou na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade de São Paulo, mais especificamente no Curso de Licenciatura e Bacharelado em Matemática.

Ubiratan D'Ambrosio relembrou professores que teve no primeiro ano da faculdade: Elza Gomide, que ministrou Análise, e Benedito Castrucci, que lecionou Geometria Analítica e Geometria Projetiva. Referiu-se a eles nos seguintes termos: "eles eram excelentes professores [...], eu não posso imaginar uma postura de professor que não seja aquela dos meus professores e, de um jeito ou de outro, todos eles eram assim" (depoimento oral, 2004).

O professor Rômulo Ribeiro Pieroni ministrava as disciplinas Física Geral e Experimental, um curso teórico e prático com aulas realizadas no laboratório. O professor Fernando Furquim de Almeida era o responsável pela disciplina Crítica dos Princípios da Matemática, um tipo de Filosofia da Matemática. Trazendo à memória esse professor, Ubiratan D'Ambrosio salientou:

> [...] ele era um professor rígido, mas de uma sensibilidade no contato com os alunos, perfeito. [...] a gente tinha um respeito por ele porque a postura dele era compatível com o que ele exigia. Grande professor! E ele em vez de dar Filosofia da Matemática, focalizou o que gostava, que era a filosofia dos números, então nós tivemos um curso de Teoria dos Números, assim, dos mais pesados que se possa imaginar, em nível bem avançado (depoimento oral, 2004).

Prosseguindo em seu depoimento, Ubiratan D'Ambrosio disse que, nos intervalos das aulas, os alunos ficavam estudando e conversando sobre vários assuntos além da Matemática, como Literatura, por exemplo. Com referência às leituras realizadas, os alunos tinham preferência por aquelas que envolviam peças de teatro, em que cada um assumia um personagem, momentos de grande importância em sua formação.

Nesses intervalos de descanso, Ubiratan D'Ambrosio afirmou que ele e seus colegas também visitavam outros locais que se revestiram de grande significado em sua formação acadêmica, devido à facilidade que tinham para adquirir bons livros e ao incentivo à leitura. Tratavam-se das chamadas Livraria Francesa, Livraria Internacional e distribuidora da *Encyclpedia Britannica*, locais em que encomendavam os livros comprados em dólar a preços baixos. Essas facilidades muito contribuíram para a construção de sua atual biblioteca.

Ainda em relação ao curso de Matemática na Faculdade de Filosofia, Ubiratan D'Ambrosio mencionou que as aulas, muitas vezes, consistiam em conferências proferidas por matemáticos convidados. Durante essas aulas, os alunos faziam suas anotações em fichas, nas quais complementavam com outras informações obtidas por meio das leituras realizadas. Atualmente essas fichas fazem parte do Arquivo Pessoal Ubiratan D'Ambrosio, do Centro de Documentação do Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática (GHEMAT).

Frequentador assíduo da biblioteca da Faculdade de Filosofia, Ubiratan D'Ambrosio mantinha-se atualizado por meio de leituras de revistas e livros. Despertavam o seu interesse aqueles referentes à História e à Geometria Elementar, sobretudo textos de autoria de Joseph-Louis Lagrange, e à Didática, em especial as obras do professor de Matemática Euclides Roxo e do matemático Félix Klein. O acervo dessa biblioteca ainda possuía obras relativas às teorias da Educação Matemática, dentre as quais destacou o livro "Educação para uma civilização em mudança", de autoria de W.H. Kilpatrick, o qual teve grande participação em sua formação.

Em 1952, no segundo ano de faculdade do Curso de Matemática, as aulas de Análise eram ministradas pelo professor Omar Catunda. Esse professor ofereceu aos alunos um curso de Geometria Elementar fundamentado em um livro avançado de funções de variáveis complexas, de Georges Polya. Esse livro, segundo Ubiratan D'Ambrosio, permitia ao aluno a experimentação baseada na resolução de problemas.

Ainda nesse segundo ano, o professor Fernando Furquim de Almeida ministrou o curso de Teoria dos Números. O professor Cândido da Silva Dias, responsável pela disciplina Complementos de Geometria, baseou-se nos livros do grupo Bourbaki, contemplando conteúdos como Iniciação à Geometria Moderna, Espaços Vetoriais e Álgebra Multilinear. As lembranças de Ubiratan D'Ambrosio remontam aos livros usados nessas aulas:

> [...] os livros que a gente usava [...] Complementos de Geometria, que era dada pelo Cândido. A gente tinha um primeiro livro mais elementar, mais fácil, que era do Halmos. Era um livro de *Espaços Vetoriais de Dimensão Finita*, recém-publicado nos Estados Unidos. Um livro muito importante. Começava com *Espaço Vetorial*, mas logo a gente passava para um livro mais avançado, então era só o começo da Teoria dos Números (depoimento oral, 2004).

Nesse segundo ano, Ubiratan D'Ambrosio apontou que cursaram outras disciplinas, como Mecânica Racional, Geometria Projetiva e ainda Física Geral e Experimental, cujas aulas dividiam-se em teóricas e experimentais.

Também em 1952, Ubiratan D'Ambrosio e seus colegas organizaram uma revista visando contribuir para a atualização dos conhecimentos dos estudantes em uma linguagem mais acessível:

> [...] havia uma revista, que é o *Boletim da Sociedade de Matemática de São Paulo*, muito boa, mas que é só pesquisa. Deveria ter uma revista mais acessível. E aí surgiu a ideia de fazer uma revista, *Notas de Matemática e Física*. E nossos colegas, todos os alunos [...] achavam que seria importante termos uma revista [...] E foram falar com os professores. Esses disseram: "tem razão, precisa de uma revista. Mas quem faz?", "Nós vamos fazer. Os senhores apoiam?" Ah! Eles apoiaram totalmente (depoimento oral, 2004).

A organização dessa revista demandou discussões e atribuições de ações entre os alunos. Essa revista foi publicada no ano de 1953, fruto de esforços dos alunos, apoiados pelos professores.

Em 1953, Ubiratan D'Ambrosio fez o terceiro ano do Curso Licenciatura e Bacharelado em Matemática. Em relação às disciplinas desse ano de curso, Mecânica Celeste foi ministrada pelo professor Mário Schemberg; Análise Superior, pelo professor Edson Farah, que adotou um livro do grupo Bourbaki, o qual veio auxiliar Ubiratan na escrita de seu livro de Topologia; Cândido Lima da Silva Dias, responsável pela disciplina Geometria; Omar Catunda, pela Análise Matemática, baseando-se no curso que o matemático italiano Luigi Fantappiè trouxe para o Brasil. Furquim de Almeida ministrou a disciplina Crítica dos Princípios da Matemática, através da qual se deu continuidade ao estudo da Teoria dos Números.

No ano de 1954, Ubiratan D'Ambrosio estava no quarto ano da faculdade. Nesse período, teve três disciplinas: Geometria Elementar, Teoria dos Números e Análise Superior. Ao término desse ano, concluiu o bacharelado. Ele se referiu à importância desse curso em sua carreira profissional: "[...] difícil imaginar alguém nesse mundo que tenha tido um curso melhor [...]. Depois que eu fui para os EUA, conheci muita gente, também na Europa. Mas esse curso foi uma coisa assim, uma coisa fundamental em minha vida" (depoimento oral, 2004).

No quinto ano, na Faculdade de Filosofia, em 1955, Ubiratan D'Ambrosio cursou as disciplinas complementares da licenciatura. Foram ministradas Didática Geral e Psicologia da Criança e do Adolescente, uma disciplina que, a seu ver, foi de grande importância em sua formação docente, pois muito do que se fazia e se discutia nessas aulas refletia uma postura de olhar para a criança, observando o processo de aprendizagem, considerando muito mais o comportamento e as angústias da criança e do adolescente. Segundo suas palavras:

> Naquele tempo, era muito nova a Psicologia Experimental, focalizando o comportamento da criança, o comportamento do adolescente e, claro, com referência às coisas que tinham algo a ver com a aprendizagem, mas muito pouco. [...] naquela época, a ideia era você fazer uma psicologia experimental e ver os distúrbios que poderiam ter no comportamento da criança e do adolescente. [...] assim, eu tive a minha formação de Educação. Muito pouco de Educação Matemática [...] eram coisas de formação de cultura geral (depoimento oral, 2004).

Concluindo essas disciplinas complementares exigidas, Ubiratan foi também habilitado em Licenciatura em Matemática no final desse ano de 1955.

3. A carreira docente de Ubiratan D'Ambrosio

Ubiratan D'Ambrosio iniciou sua carreira docente no Colégio Visconde de Porto Seguro. Era o ano de 1953 e ele, embora ainda aluno do curso de Licenciatura, já portava um registro provisório para exercer o magistério. Ele disse que, nesse colégio, procurou ensinar, no curso ginasial, uma Matemática nova, mais experimental, em harmonia com o que estava aprendendo na faculdade.

Esse Colégio submetia-se ao controle do Ministério da Educação, realizado por inspetores federais que visitavam as escolas; eles eram de diferentes áreas, coordenados pela Inspetoria Seccional de São Paulo. A educadora Marina Cintra era responsável por essa Seccional e realizava reuniões, simpósios e seminários nos quais se discutiam questões da educação e da Educação Matemática. Ocasionalmente, nesses encontros, Ubiratan D'Ambrosio expunha suas ideias fundamentado nas leituras que fazia.

No ano de 1956, Ubiratan D'Ambrosio iniciou sua carreira como professor universitário na Pontifícia Universidade Católica de Campinas, onde ministrou aulas na Licenciatura, assumindo a cadeira de professor de Análise Matemática. Nessa universidade, organizou o Curso de Matemática, que tornou significativa a sua participação na Educação Matemática. Nesse curso, foi abordada a importância da Psicologia da Aprendizagem, Psicologia da Criança e do Adolescente.

No ano de 1957, Ubiratan D'Ambrosio e seu pai ministraram um curso no âmbito da Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário (CADES), na cidade de Florianópolis, no estado de Santa Catarina, com duração de dois meses. Tratava-se de uma iniciativa do governo para a promoção de uma ampla reforma do sistema educacional brasileiro. A CADES promovia cursos para professores leigos e padres que já atuavam como professores de Matemática, mas que não possuíam certificados de Licenciatura, legalizando sua situação funcional.

Ubiratan D'Ambrosio falou sobre essa licenciatura de dois meses em que havia duas disciplinas, uma de Didática e outra de conteúdo matemático. Aos alunos, a CADES oferecia uma coleção de livros da área de interesse dos participantes. Em meio a esses livros encontravam-se volumes de Matemática moderna e livros-texto diversificados. Esse curso tinha como função mostrar aos professores novas possibilidades de ensino.

Com base nessa sua participação no curso da CADES, Ubiratan D'Ambrosio elaborou um programa com sugestões para o ensino de Matemática, que foi apresentado no ano de 1957, no Primeiro Encontro de Mestres realizado na cidade de São Paulo e no II Congresso Nacional de Ensino de Matemática, na cidade de Porto Alegre, no estado do Rio Grande do Sul. Assim, referiu-se à escrita desse artigo, quando se inspirou na obra *L'Enseignement des Mathématiques* publicado em 1955:

> Era o espírito da "Matemática Moderna", que eu havia lido em alguns livros e artigos, e era o que eu achava, conhecendo bem Álgebra, pois estudei muito isso no curso da Faculdade de Filosofia, Piaget junto com Lichnerowicz, com Dieudonné, com alguns outros, em um livro com fins de Educação Matemática. Aquilo que estava na minha cabeça, de repente eu me via fazendo esse tipo de coisa e eu resolvi fazer um artigo sobre isso, e esse é o trabalho de 1957 (depoimento oral, 2004).

Segundo Ubiratan D'Ambrosio, nesse mesmo período, Jean Piaget pesquisava as estruturas mentais da criança, instaurando um fecundo diálogo com profissionais de várias áreas: matemáticos, psicólogos e pedagogos. Relativamente ao artigo apresentado no II Congresso de Ensino de Matemática em 1957, D'Ambrosio relatou que se emocionou quando soube que seu artigo fora aceito no evento: "[...] o trabalho era distribuído aos participantes e alguém avaliava a aprovação [...] e foi aprovado. Era a proposta que eu queria" (depoimento oral, 2004). Nesse artigo, defendeu a necessidade de modernização do ensino de Matemática.

Para Ubiratan, suas colocações não encontraram eco entre os professores nesse evento, pois, naquela época, era "jovem, recém-formado e possuidor de pouca experiência". Ele relembrou: "Àquelas inquietações que apresentei em 1957, ninguém deu importância" (depoimento oral, 2004). Entretanto, em 1962, os professores defensores das propostas reformistas da Matemática Moderna apresentaram quase que as mesmas ideias sugeridas por ele em 1957, o que valeu um desabafo:

> Pouquíssimo tempo depois, eles vieram a fazer a mesma coisa. Melhor dizendo, não é a mesma coisa, era menos do que eu estava propondo. As ideias deles eram mais moderadas, mais tímidas. Eu não estava lá muito de acordo com o que eles estavam propondo, muito estruturado, muito formal e a minha ideia era fazer uma matemática mais instrumental (depoimento oral, 2004).

Como professor, Ubiratan D'Ambrosio, no ano de 1957, ministrou aulas de Física em um curso Clássico no Colégio Nossa Senhora de Sion. Rememorou que fez uso de uma metodologia de ensino diferenciada daquela até então utilizada.

Nesse mesmo ano, lançou o livro "Matemática Financeira" juntamente com seu pai Nicolau D'Ambrosio.

> [...] minha colaboração no livro foi dizer: "Bom, não basta isso! Eles têm que olhar para o que está acontecendo de novo, de moderno aqui!" E esse livro, uma parte dele, era Matemática Financeira. Eu disse: "hoje temos Cálculo Integral". Por isso, eu dava Cálculo Integral na Matemática Financeira. E programação linear, o que é isso? Estava nascendo. Eu dizia: "não, o pessoal de finanças [...] tem que entender o que é programação linear". E ela entrou no livro, eu acho que foi o primeiro livro que se publicou aqui no Brasil. Livro desse nível, que introduz e fala de programação linear (depoimento oral, 2004).

No ano seguinte, 1958, Ubiratan D'Ambrosio casou-se com Maria José e foi lecionar na Escola de Engenharia da Universidade de São Paulo, situada na cidade de São Carlos, no estado de São Paulo, onde foi assistente do professor Jaurès Cecconi. Acabou por se tornar orientando de doutorado desse professor, quando trabalhou com a Teoria dos corpos de classes, consolidada, pelo matemático francês Claude Chevalley, como uma teoria matemática importante nos anos 1930.

Como estava interessado nesse tema e sabendo que Chevalley fora convidado para dar um curso no Japão, Ubiratan D'Ambrosio escreveu para a Sociedade Japonesa de Matemática interessado em obter uma cópia do referido curso que, posteriormente, o matemático Yukiosi Kawada encaminhou-lhe por carta.

Tempos depois, Kawada foi convidado para ministrar alguns cursos no Instituto de Matemática e Física, na Universidade Federal da Bahia. Ubiratan D'Ambrosio passou um mês naquele Instituto na qualidade de professor visitante, ocasião em que proferiu um curso sobre Teoria das Distribuições. Por intermédio de Kawada, D'Ambrosio conheceu o matemático Shoichi Yanaga, o qual se mostrou interessado em Educação Matemática e foi eleito presidente do *International Congress on Mathematical Education* (ICME). Para Ubiratan D'Ambrosio:

> [...] os matemáticos muito altos não desprezam [a Educação Matemática]. Esses que desprezam são matemáticos, no fundo, de menor categoria. Então é o tipo de recurso que eles têm para se proteger. Mas [...] os grandes matemáticos reconhecem que a Educação Matemática é importante, reconhecem que eles devem se interessar (depoimento oral, 2004).

Em 1960, como professor de Álgebra Superior e de Análise Superior no Curso de Licenciatura em Matemática da UNESP, na cidade de Rio Claro, estado de São Paulo, Ubiratan D'Ambrosio soube que o professor Caleb Gattegno visitaria a Argentina. Assim, convidou-o para fazer uma palestra na Faculdade de Filosofia dessa universidade. Gattegno aceitou o convite e fez uma apresentação sobre números em cores, defendendo uma proposta de renovação do ensino de Matemática Moderna com base na Psicologia.

No ano de 1961, Ubiratan D'Ambrosio publicou o artigo *A álgebra moderna e a Escola Secundária* na revista *Atualidades Pedagógicas,* destinado aos professores da rede pública de ensino. Sua preocupação era estreitar a distância existente entre os assuntos discutidos nas pesquisas acadêmicas e na escola básica, pois os professores de Matemática "estavam sempre na fronteira da pesquisa matemática" e ele "ficava inconformado de ver todas essas coisas não chegarem à escola" (depoimento oral, 2004). Nesse artigo, Ubiratan D'Ambrosio mencionou o matemático Alfred North Whitehead, que defendia que o professor deveria considerar que a compreensão da criança, em relação ao mundo que a cerca, dá-se de forma global. Concordando com essa afirmação, alertou que "não estamos levando em conta isso. Precisamos mudar! Não vamos continuar na mesmice!" (depoimento oral, 2004). Ainda em 1961, intermediou a visita do professor George Springer, da Universidade de Kansas, para a UNESP, na cidade de Rio Claro/SP, o qual proferiu uma conferência abordando o Movimento da Matemática Moderna que já ocorria em outros países.

Em 1963, Ubiratan D'Ambrosio tomou conhecimento de que a *National Aeronautics and Space Administration* (NASA) estava recrutando pesquisadores no congresso *Space Mathematics*. Ele se candidatou e foi aprovado como pesquisador matemático da NASA para atuar no *Summer Institute on Space Mathematics*, com bolsa de estudos da *American Mathematics Society*. Antes de se mudar para os Estados Unidos, em 08 de dezembro de 1963, na Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, Ubiratan D'Ambrosio defendeu sua tese de doutorado *Superfícies generalizadas e conjuntos de perímetro finito*, sob a orientação do Dr. Jaurès P. Cecconi. Fizeram parte da banca de defesa de sua tese os professores Gilberto Loibel, Nelson Onuchic, Domingos Pisanelli, Abrão de Moraes e Cândido Lima da Silva Dias, todos da USP.

Terminado o doutorado, em 1964, Ubiratan D'Ambrosio foi para os Estados Unidos, acompanhado de sua esposa Maria José e dos dois filhos, atendendo ao convite feito pelo professor Wendell H. Fleming, especialista em cálculo das variações, em Nova Iorque. Ubiratan D'Ambrosio assumiu como pesquisador associado na *Brown University*, em *Rhode Island*, Estados Unidos, junto ao matemático italiano Ennio De Giorgi.

Naquela época, o governo americano criou um mestrado específico para os professores do ensino secundário, denominado *Master of Arts in Teaching*. Nesse programa de Pós-graduação, os alunos eram matemáticos que possuíam interesse no ensino de Matemática no curso secundário. Ubiratan D'Ambrosio ministrou aulas de Geometria e Álgebra.

Em 1965, Ubiratan D'Ambrosio ministrou cursos avançados de Topologia a convite da *State University of New York at Buffalo*. Em janeiro de 1966, Ubiratan D'Ambrosio foi convidado pelo professor Fleming para dar aulas como professor associado na *University of Rhode Island*, para onde se mudou com a família, ficando por dois anos.

Em junho de 1968, ele retornou a Buffalo coma função de coordenador da Pós-graduação em Matemática Pura. Foi um momento de defesa de tese de seu primeiro orientando T. K. Puttaswamy, intitulada *The solutions in the large of a certain class of third order differential equations of W. B. Ford's type*. Nessa universidade, iniciou sua formação transdisciplinar participando de grupos de outras áreas de conhecimento e ainda de um movimento sobre limites de cotas para alunos americanos negros.

Em 1972, recebeu um convite para trabalhar na Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), no estado de São Paulo, e decidiu voltar ao Brasil, indo morar na cidade de Campinas/SP. Ubiratan D'Ambrosio salientou que a Unicamp o recebeu muito bem nesse seu regresso dos Estados Unidos, quando assumiu o cargo de Diretor do Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação.

Naquela época, estava ocorrendo uma reforma de Educação em Matemática e Ciências em todas as Américas. Na Unicamp, um grupo de educadores brasileiros defendia o ensino modular, já praticado em universidades americanas. Nessa direção, foi criado o Projeto Multinacional para a Melhoria do Ensino de Ciências (PROMULMEC), em convênio com a Organização dos Estados Americanos (OEA) e apoio do

Programa para Melhoria do Ensino (PREMEM). No âmbito desse programa foi criado o Curso de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática nessa Instituição, do qual Ubiratan D'Ambrosio foi coordenador (D'AMBROSIO, 1984).

Com duração de dois anos, esse mestrado recebia alunos latino-americanos com bolsa oferecida pela OEA e contou com visitas de pesquisadores como Hassler Withney e Guy Brousseau. Em uma primeira etapa, os alunos faziam o projeto de pesquisa e as disciplinas sensibilizadoras na Unicamp:

> [...] os projetos de pesquisa têm que estar ligados às coisas que motivam o aluno, para que o aluno se envolva. Isso é importante. Por isso que no curso da OEA, no mestrado, os alunos passavam mais ou menos dois meses cursando disciplinas sensibilizadoras, onde discutiam, liam jornais, pensavam sobre o país de origem, sobre a família (depoimento oral, 2004).

Na segunda etapa, dava-se o desenvolvimento da pesquisa de mestrado realizada no país de origem dos alunos, privilegiando a realidade vivida em suas localidades. Ao final dessa fase, eles retornavam ao Brasil para a conclusão do trabalho. Na opinião de Ubiratan D'Ambrosio, esse programa rompeu muitas barreiras,

> [...] foi uma maravilha! Não tem outra palavra. [...] essa é a minha melhor experiência de ensino de pós-graduação, essa da OEA. E os efeitos ficam. Mesmo que não haja outro curso igual. Em várias partes do Brasil e mesmo da América Latina tem [...] gente que brilhou por aí. Vários professores titulares, também reitor. Esse curso valeu! (depoimento oral, 2004).

Ficou no cargo de Diretor do Instituto da UNICAMP até finais de 1980, quando retornou aos Estados Unidos, assumindo como chefe da Unidade de Melhoramento de Sistemas Educativos da OEA, coordenando todos os programas de Educação da América Latina.

Em 1982, retornou ao Brasil, para assumir como Pró-reitor de Desenvolvimento Universitário da Universidade de Campinas, cargo que exerceu até 1990. No período de 1990 a 1993, ficou como membro do Conselho Científico do Núcleo Interdisciplinar de Pesquisas LUME/Laboratório de Movimento e Expressão, do Instituto de Artes dessa Universidade.

Ubiratan D'Ambrosio começou a participar das reuniões anuais da *Pugwash Conferences on science and Word Affairs,* a partir de 1978. Nessas reuniões, são discutidos temas relacionados aos problemas nucleares e a paz em geral. Os membros dessa conferência são eleitos pelos participantes ativos dessa organização; Ubiratan D'Ambrosio foi eleito em 1987 e reeleito em 1992.

Em 1995, em reconhecimento pelo serviço realizado em nome da paz mundial, a Fundação Nobel da Paz concedeu à *Pugwash Conferences on science and Word Affairs* e ao professor Joseph Rotblat, então presidente dessa mesma organização o prêmio Nobel da Paz, (D'AMBROSIO, depoimento, apud CHASSOT; KNIJNIK,1997).

A formação pessoal e profissional de Ubiratan D'Ambrosio levou-o a criar o Programa de Etnomatemática. Para D'Ambrosio (2014), pode-se explorar a Etnomatemática como um programa de investigação, servindo-se da observação de práticas de diferentes grupos culturais. Pode-se igualmente explorar a história da matemática, tomando por base a análise de narrativas de diferentes atores no processo de criação de matemática. Deve-se reconhecer naquele conhecimento construído a condição humana, atentando para a Matemática dos não matemáticos. Trata-se, portanto, de:

> [...] um programa de investigação sobre a geração, organização individual e social, transmissão e difusão do conhecimento. Esses objetivos incluem as disciplinas tradicionais das ciências da cognição (geração de conhecimento), da epistemologia (organização do conhecimento) e de história, sociologia, política e educação (transmissão e difusão do conhecimento). [...] o Programa de Etnomatemática é motivado pelo compromisso de cumprir maiores responsabilidades de um educador, que está preparando novas gerações para criar uma nova ordem econômica e política que rejeita a desigualdade, a arrogância e o fanatismo (D'AMBROSIO, 2014, p. 100).

O aspecto pedagógico da Etnomatemática permite notar que a relação entre a Etnomatemática e o ensino da matemática é natural, pois esse ensino busca preparar jovens e adultos para exercerem, com criatividade, uma cidadania crítica em sociedade. Assim, a Etnomatemática propõe uma pedagogia viva e dinâmica que responda a novos estímulos ambientais, sociais e culturais. Diz respeito à "vida cotidiana, trabalho e diversão, literatura, revistas e notícias, jornais, rádio e televisão, filmes etc.", os quais possuem componentes matemáticos relevantes (D'Ambrosio, 2014, p.107). Com a veiculação das ideias desse Programa, em 1985, foi oficializado o Grupo de Estudo Internacional sobre Etnomatemática – ISGEm.

Em 1988, Ubiratan D'Ambrosio tornou-se professor do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da UNESP e, a partir de 1997, professor no Programa de Pós-graduação em História da Ciência da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Desde o ano de 2000 é professor do Programa de Pós-graduação em Educação da USP e a partir de 2009 tornou-se professor do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo.

No ano de 2005, Ubiratan D'Ambrosio recebeu a maior condecoração mundial na área da Educação Matemática, a Medalha Felix Klein, pela *International Comission on Mathematics Instruction* (ICMI). Essa premiação se deu pelo reconhecimento da comunidade científica às suas relevantes contribuições no campo da Educação Matemática, amplamente disseminadas por meio de publicações e conferências realizadas em congressos pelos mais diversos países (SBEM, 2006). Essa distinção deve-se ao reconhecimento do papel que Ubiratan tem desenvolvido:

> [...] na instrução da Matemática como um campo de pesquisa e no desenvolvimento em todo o mundo, sobretudo em América Latina. Reconhece também seu papel abrindo caminho no desenvolvimento das perspectivas da pesquisa sensíveis às características dos contextos sociais, culturais e históricos em que o ensino e a aprendizagem da Matemática ocorrem, bem como sua insistência em fornecer a instrução da Matemática de qualidade a todos e não apenas a um segmento privilegiado da sociedade (ARTIGUE apud BARBIERI, 2006).

Ubiratan D'Ambrosio continua contribuindo para as pesquisas na área da Educação Matemática, orientando alunos de diversas universidades do Brasil e do exterior. Desse modo, a história de vida desse professor reflete os desafios que sempre enfrentou, desvelados nas marcas deixadas pelas diversas etapas de sua formação.

Considerações finais

A história de vida do professor, pesquisador e educador Ubiratan D'Ambrosio é reveladora de aspectos inerentes à Educação, especialmente à Educação Matemática, com a qual está permanentemente vinculado, conforme atestam suas experiências educacionais. A partir dos depoimentos de D'Ambrosio, pode-se perceber que sua vida foi dedicada à formação dos alunos, em todos os níveis de ensino, e à formação de professores, sempre preocupado com a Matemática e outras áreas do saber.

Ubiratan D'Ambrosio está sempre fazendo reflexões sobre a própria ação educacional e defende princípios, valores culturais e metodologias de ensino que contribuam para a renovação do ensino. De acordo com Nóvoa (1992, p. 07), essa realidade contribui para a produção de um conhecimento que reflete as realidades educativas e o cotidiano dos professores, pois "não é possível separar o eu pessoal do eu profissional, sobretudo em uma profissão fortemente impregnada de valores e de ideais e muito exigente do ponto de vista da dedicação e da relação humana".

A história de vida do professor Ubiratan D'Ambrosio pode, dessa forma, contribuir para uma reflexão sobre a Educação. Suas ações resultam de uma mistura de aspirações, experiências e resultados obtidos que se firmaram em gestos e hábitos com os quais se identifica como docente. Pode auxiliar, portanto, na apropriação de diferentes processos de ensino e de aprendizagem e apreensão do cotidiano escolar e revela o necessário e eterno começar da pesquisa.

The many aspects of Brazilian education: the performance of the teacher Ubiratan D'Ambrosio

Abstract

This article discusses the contributions of the teacher and researcher Ubiratan D'Ambrosio to the Brazilian education. The theoretical framework considers the impossibility of detaching the personal being from the professional being. In this way, this work goes through different and successive stages of his life, from his childhood to the present day. All data have been obtained from interviews with Ubiratan D'Ambrosio and information collected in documents belonging to his personal archive. The construction of the life story of this educator and researcher is fruitful for the understanding of the trajectories of teacher training and it contributes to the understanding of the universe of education.

Keywords: Brazilian education. Life story. Teacher formation.

Múltiples Aspectos de la educación brasileña: la actuación del profesor Ubiratan D'Ambrosio

Resumen

Este artículo discute las contribuciones del profesor e investigador Ubiratan D'Ambrosio a la educación brasileña. El marco teórico considera la imposibilidad de separar el ser personal del profesional. De esta manera, este trabajo pasa por diferentes y sucesivas etapas de su vida, desde su infancia hasta la actualidad. Todos los datos se obtuvieron de entrevistas realizadas con Ubiratan D'Ambrosio y de la información recopilada en documentos pertenecientes a su colección personal. La construcción de la historia de vida de este educador e investigador es fructífera para la comprensión de las trayectorias de formación del docente y contribuye a la comprensión del universo de la educación.

Palabras clave: Educación brasileña. Historia de vida. Formación docente.

Referências

BARBIERI, J. *Ubiratan D'Ambrosio recebe prêmio da ICMI*. UNICAMP. 2016. Disponível em: < http://www.unicamp.br/unicamp/noticias/ubiratan-dambrosio-recebe-prêmio-da-icmi >. Acesso em: 4 dez. 2017.

CHASSOT, A.; KNIJNIK, G. Conversando com Ubiratan D'Ambrosio. *Epsteme*. Porto Alegre. v. 2, n. 4, 1997, p. 96-110.

D'AMBROSIO, U. Entrevistas concedidas à Aparecida Rodrigues Silva Duarte e Rosimeire Aparecida Soares Borges. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. 2004.

D'AMBROSIO, U. (Coord.). *O ensino de ciências e matemática na América Latina*. Campinas: Papirus. 1984.

D'AMBROSIO, U. Las bases conceptuales del Programa Etnomatemática. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*. v. 7, n. 2, 2014. p. 100-107.

FREITAS, S. M. *História oral*: possibilidades e procedimentos. São Paulo: Humanitas / FELCH/USP: Imprensa Oficial do Estado, 2000.

NÓVOA, A. Os professores e as histórias da sua vida. In: Nóvoa, A. (Org.). *Vidas de professores*. Porto: Porto Editora, 2000. p. 11–30.

SBEM. ICMI outorga a Ubiratan D'Ambrosio a Medalha Felix Klein. *Boletim Eletrônico da Sociedade Brasileira de Educação Matemática*. Edição Especial, 2, Número Especial, 2006, p.1- 4.

Enviado em 15 de março de 2018.
Aprovado em 20 de junho de 2018.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: POSSÍVEIS CONTRIBUIÇÕES PARA UMA EDUCAÇÃO INCLUSIVA

Thiago Donda Rodrigues*

Resumo

Este artigo tem por objetivo refletir sobre possíveis contribuições da Educação Matemática para a construção de uma educação inclusiva. Para tanto, a partir de uma pesquisa bibliográfica, iniciaremos abordando os conceitos de inclusão social e educação inclusiva que, em traços gerais, consistem em profundas mudanças em seus modelos para que todos possam participar, de forma que as diferenças sejam respeitadas, compreendidas e valorizadas. Também chamamos a atenção para a Matemática e a forma como vem sendo ensinada nas escolas, como formas de exclusão e também de filtro social. Finalmente, faremos uma reflexão sobre algumas ideias de áreas da Educação Matemática, no âmbito teórico e prático, no intuito de apontar como estas áreas, na nossa compreensão, podem corroborar com a construção de uma educação inclusiva.

Palavras-chave: Educação inclusiva. Educação Matemática. Ensino de Matemática. Exclusão.

Introdução

A educação inclusiva, a partir da Declaração de Salamanca, assinada por vários países do mundo, dentre eles o Brasil, propõe uma transformação global e profunda da educação. Segundo a declaração, as nações signatárias devem dar "prioridade política e financeira ao aprimoramento de seus sistemas educacionais no sentido de se tornarem aptos a incluírem todas as crianças" (UNESCO, 1994).

Assim, a partir da criação de leis e políticas públicas educacionais para alcançar o que é proposto pelo documento, as mudanças devem atingir amplamente a educação, pois a inclusão demanda transformações que, por exemplo, referem-se à administração das escolas, às concepções pedagógicas e didáticas assumidas por elas, à formação inicial e continuada de professores, à acessibilidade, dentre várias outras. A ideia é que, a partir dessa transformação no modelo educacional, a escola possa receber e proporcionar educação de qualidade a todos, respeitando, compreendendo e valorizando suas diferenças, sejam elas físicas, sensoriais, intelectuais, biológicas, culturais, sociais ou econômicas.

Neste cenário, o professor de Matemática se vê diante de um grande desafio, tendo em vista que, para lidar com as diferenças em sala de aula e desenvolver práticas inclusivas, deverá levar em conta que sua disciplina e a forma como tradicionalmente é ensinada também podem agir como instrumento de exclusão.

Buscando formas de lidar com a inclusão escolar, no campo da Educação Matemática, já há um robusto e heterogêneo *corpus* de pesquisas, que congrega pesquisadores de várias áreas da Educação Matemática e que também abordam as diversas concepções da educação inclusiva.

* Doutor em Educação Matemática pelo PPG em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista (UNESP) – Campus Rio Claro, SP. Professor do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS) – Campus de Paranaíba, MS, do PPG em Educação Matemática/UFMS e do PPG em Educação da UEMS/Paranaíba. E-mail: thiago.rodrigues@ufms.br.

Nossa intenção, neste texto, não é fazer um levantamento do Estado da Arte dessas pesquisas, mas, a partir de uma pesquisa bibliográfica, refletir sobre algumas ideias de áreas da Educação Matemática, no âmbito teórico e prático, no intuito de apontar como estas áreas, na nossa compreensão, podem corroborar com a construção de uma educação inclusiva. No entanto, reconhecemos nossas limitações técnicas, teóricas e metodológicas nessas áreas e também a impossibilidade de abordá-las com profundidade em um texto desta natureza; dessa forma, nossas reflexões não têm pretensão de abarcar a totalidade de abordagens possíveis, tampouco configurar-se como verdades absolutas.

1. Reflexões acerca da Educação Inclusiva

O termo "inclusão" correntemente nos reporta a ideia de inserção de pessoas *com alguma deficiência* em um ambiente irrestrito; entretanto, socialmente, os mecanismos de exclusão são direcionados a *qualquer pessoa* que, de alguma forma, desvia dos padrões de normalidade instituídos socialmente. Assim, em uma sociedade como a nossa, que tem como parâmetro o homem "branco" europeu e que apresenta profundas marcas de desigualdade social e econômica, além das pessoas com deficiência, também são excluídos negros, mulheres, índios, ciganos, ribeirinhos, camponeses, sem-terra, sem-teto, pobres, homossexuais etc.

Em traços gerais, uma definição incipiente sobre inclusão parte do pressuposto de que a sociedade deve sofrer mudanças de modo que *todas* as pessoas, independentemente das condições biológicas, físicas, sensoriais, intelectuais, sociais, culturais ou econômicas, tenham suas diferenças respeitadas, compreendidas e valorizadas.

Nesse prisma:

> A inclusão é um paradigma que se aplica aos mais variados espaços físicos e simbólicos. Os grupos de pessoas, nos contextos inclusivos, têm suas características idiossincráticas reconhecidas e valorizadas. Por isto, participam efetivamente. Segundo o referido paradigma, identidade, diferença e diversidade representam vantagens sociais que favorecem o surgimento e o estabelecimento de relações de solidariedade e de colaboração. Nos contextos sociais inclusivos, tais grupos não são passivos, respondendo à sua mudança e agindo sobre ela (CAMARGO, 2017, p. 1).

Pensando uma educação a partir dessa ideia, podemos dizer que, para uma educação inclusiva, o sistema educacional deve sofrer uma mudança de paradigma de modo que, indiscriminadamente, possa receber a *todos*, independentemente de suas diferenças.

Neste sentido, Mantoan (2003) explica que, a partir de uma mudança radical no modelo educacional, a educação inclusiva questiona as políticas e a organização da educação especial e da regular e prevê a inserção escolar dos estudantes de forma radical, completa e sistemática, de maneira que todos os alunos, sem exceção, frequentem e façam efetivamente parte das salas de aula do ensino regular.

> Isso implica uma concepção de educação que compreenda todas as necessidades educacionais dos alunos; que não tenha um arquétipo de estudante; que não exija de ninguém qualquer adaptação para que dela participe; que a sua práxis contemple a todos sem que seja necessário desenvolver procedimentos especiais para lidar com alguns; que o currículo leve em consideração as particularidades ambientais e pessoais, e também garanta a qualidade de ensino; dizendo em outras palavras, uma educação inclusiva deve estar suleada por posturas de respeito e valorização das diferentes formas de saber, fazer, ser e conviver (RODRIGUES; LÜBECK, 2018, p. 3)

Como podemos observar, para compormos uma escola inclusiva – e também uma sociedade inclusiva –, é necessário criarmos possibilidades para que as diferenças e as diversidades inerentes às pessoas possam coexistir, sem exclusões e restrições. Para isso, precisamos compreender que

> [...] olhar o mundo pelo viés de uma ética que esteja baseada no respeito, na solidariedade, na cooperação,

> no diálogo, no reconhecimento dos diferentes saberes e fazeres, no não etnocentrismo, nos remete à uma sociedade para todos, na qual fitamos o outro não como exótico e/ou estranho, mas sim como um outro ser humano que simplesmente difere de nós, porque todos, em suma, temos alguma diferença (LÜBECK; RODRIGUES, 2013, p. 19).

A educação inclusiva tem como marco fundamental a Declaração de Salamanca, que foi elaborada na *Conferência Mundial sobre Necessidades Educacionais Especiais*, realizada em 1994, e assinada por diversos países, dentre eles o Brasil. Entendemos que a declaração se alinha às ideias acima mencionadas, pois o documento, ao propor princípios, políticas e práticas para a inclusão, enfatiza que as escolas inclusivas devem:

> [...] acomodar todas as crianças independentemente de suas condições físicas, intelectuais, sociais, emocionais, lingüísticas ou outras. [...] deveriam incluir crianças deficientes e super-dotadas, crianças de rua e que trabalham, crianças de origem remota ou de população nômade, crianças pertencentes a minorias lingüísticas, étnicas ou culturais, e crianças de outros grupos desavantajados ou marginalizados. Tais condições geram uma variedade de diferentes desafios aos sistemas escolares. No contexto desta estrutura, o termo "necessidades educacionais especiais" refere-se a todas aquelas crianças ou jovens cujas necessidades educacionais especiais se originam em função de deficiências ou dificuldades de aprendizagem. [...] Existe um consenso emergente de que crianças e jovens com necessidades educacionais especiais devam ser incluídas em arranjos educacionais feitos para a maioria das crianças. Isto levou ao conceito de escola inclusiva. O desafio que confronta a escola inclusiva é no que diz respeito ao desenvolvimento de uma pedagogia centrada na criança e capaz de bemsucedidamente educar todas as crianças, incluindo aquelas que possuam desvantagens severa. O mérito de tais escolas não reside somente no fato de que elas sejam capazes de prover uma educação de alta qualidade a todas as crianças: o estabelecimento de tais escolas é um passo crucial no sentido de modificar atitudes discriminatórias, de criar comunidades acolhedoras e de desenvolver uma sociedade inclusiva (UNESCO, 1994, p. 3).

A Declaração de Salamanca também reafirma que a escola inclusiva deve ter como princípio fundamental o de que todas as crianças devem aprender juntas, independentemente de suas diferenças ou dificuldades, e que as escolas inclusivas devem reconhecer e responder às "necessidades diversas de seus alunos, acomodando ritmos e estilos de aprendizagem, e assegurar educação de qualidade a todos, através de um currículo apropriado, arranjos organizacionais, estratégias de ensino, uso de recurso e parceria com as comunidades" (UNESCO, 1994, p. 5).

Neste cenário, o professor de Matemática se vê diante de um grande desafio, pois terá um complicador a mais para lidar com as diferenças em sala de aula e desenvolver práticas inclusivas, que é o fato de sua disciplina, e a forma como tradicionalmente vem sendo ensinada, atuar como importante fator para o fracasso escolar e também como filtro social[1].

A proposta curricular para Educação de Jovens e Adultos do Ministério da Educação – EJA é projeto inclusivo, pois visa oferecer educação às pessoas que foram dela excluídas na idade escolar – chama a atenção para formas de exclusão provocadas pela Matemática:

> [...] a Matemática é apontada por professores e alunos como a disciplina mais difícil de ser aprendida. Atribui-se a ela uma grande parte da responsabilidade pelo fracasso escolar de jovens e adultos. O baixo desempenho em Matemática no Ensino Fundamental traduz-se em elevadas taxas de retenção, tornando-se um dos filtros sociais que selecionam os que terão ou não oportunidade de avançar na educação básica. Os que abandonam a escola o fazem por diversos fatores de ordem social e econômica, mas também por se sentirem excluídos da dinâmica de ensino e aprendizagem. Nesse processo de exclusão, o insucesso na aprendizagem matemática tem tido papel destacado e determina a freqüente atitude de distanciamento, temor e rejeição em relação a essa disciplina, que parece aos alunos inacessível e sem sentido (BRASIL, 2002, p. 13).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais também ressaltam a utilização da Matemática como filtro social e a falsa concepção de que ela é direcionada para as pessoas mais talentosas e/ou que somente é produzida por grupos sociais/sociedades "desenvolvidas". Segundo o documento, ela pode acabar:

> [...] atuando como filtro social: de um modo direto, porque é uma das áreas com maiores índices de reprovação no Ensino Fundamental, e indiretamente, porque seleciona os alunos que vão concluir esse segmento do ensino e, de certa forma, indica aqueles que terão oportunidade de exercer determinadas profissões (BRASIL, 1998, p. 29,).

Complementando, os PCNs ressaltam ainda que esse traço excludente da Matemática pode ser atribuído à forma como a escola:

> [..] organiza e difunde os conhecimentos matemáticos partindo de uma concepção idealizada do que seja esse conhecimento e de como ele deva ser ensinado/aprendido, sem considerar a existência de estilos cognitivos próprios a cada indivíduo e sem levar em conta que habilidades cognitivas não podem ser avaliadas fora de um contexto cultural. Com essa atitude, cometem-se agressões culturais, rotulando e discriminando alunos em função de certas predominâncias de ordem sociocultural (BRASIL/MEC, 1998, p. 29).

Como podemos observar, o professor de Matemática, no processo de inclusão, além de ter que lidar com as práticas excludentes próprias do sistema educacional, também precisa lidar com os mecanismos de exclusão inerente à sua disciplina. No entanto, não podemos atribuir só ao professor, seja ele de Matemática ou não, a responsabilidade de fomentar as mudanças necessárias para uma educação inclusiva, pois ele está imerso em uma conjuntura formada por leis, políticas públicas, projetos político-pedagógicos, currículos, regras para avaliar, ensinar e planejar, que dificulta e muitas vezes impede que haja qualquer mudança.

Nesse sentido, a partir da Declaração de Salamanca (1994), de Mantoan (2003) e do que apuramos em Rodrigues (2010), acreditamos que a inclusão educacional não se finda com o simples processo de inserção dos alunos em salas regulares, mas que exige uma mudança em todos os aspectos da educação, tais como investir na infraestrutura dos prédios escolares, visando atender à lei de acessibilidade; acrescer à equipe educacional profissionais como psicólogos, fonoaudiólogos, fisioterapeutas, enfermeiros, professores para os conteúdos especiais – tais como Libras, braile – dentre outros profissionais; repensar as práticas pedagógicas e o currículo da escola; investir em materiais didáticos e equipamentos adequados; investir também em formação inicial e continuada de professores, para que estes possam criar práticas inclusivas para lidarem com a diferença em sala de aula, dentre vários outros aspectos.

Assim, é necessário também que o campo da Educação Matemática se mobilize para que haja reflexão em âmbito teórico e prático sobre educação inclusiva, para que essas mudanças possam ser viabilizadas.

2. Contribuições da Educação Matemática para uma educação inclusiva

Seguindo as ideias de educação inclusiva acima desenvolvidas, fica patente que, para elaboração de práticas inclusivas que deem conta de lidar com as diferenças na sala de aula, o professor se vê obrigado a transcender às práticas tradicionais há muito obsoletas. Paulo Freire, no livro *Pedagogia do Oprimido*, finalizado em 1968 durante seu exílio no Chile, mesmo não falando nomeadamente de educação inclusiva, já denunciava o que ele denominou de educação bancária como uma forma de dominação e opressão, e por isso excludente.

> Em lugar de comunicar-se, o educador faz "comunicados" e depósitos que os educandos, meras incidências, recebem pacientemente, memorizam e repetem. Eis aí a concepção "bancária" da educação, em que a única margem de ação que se oferece aos educandos é a de receberem os depósitos, guardá-los e arquivá-los. [...] No fundo, porém, os grandes arquivados são os homens, nesta (na melhor das hipóteses) equivocada concepção "bancária" da educação. Arquivados, porque, fora da busca, fora da práxis, os homens não podem ser. Educador e educandos se arquivam na medida em que, nesta destorcida visão da educação, não há criatividade, não há transformação, não há saber. Só existe saber

> na invenção, na reinvenção, na busca inquieta, impaciente, permanente, que os homens fazem no mundo, com o mundo e com os outros.
> [...] Não é de estranhar, pois, que nesta visão "bancária" da educação, os homens sejam vistos como seres da adaptação, do ajustamento. Quanto mais se exercitem os educandos no arquivamento dos depósitos que lhes são feitos, tanto menos desenvolverão em si a consciência crítica de que resultaria a sua inserção no mundo, como transformadores dele. Como sujeitos (FREIRE, 2005, p. 66-68).

A educação bancária impõe e mantém um modo de funcionamento da sociedade, não dando possibilidade ao estudante de inserção e transformação do mundo; dizendo de outro modo, a educação bancária funciona como um dos mecanismos para a reprodução da sociedade atual, que é excludente, e não abre chance para mudança, para a inclusão e a participação de todos.

Neste aspecto, no que diz respeito às aulas de Matemática, Healy, Jahn e Frant (2010, p. 403) apontam:

> Perguntamo-nos se realmente faz sentido abordar qualquer tipo de inclusão, esperando que o novo se adapte ao velho: esperando que aqueles que não podem ver ou que não podem ouvir se adaptem ao currículo existente ou ao uso de ferramentas digitais em contextos das tarefas compostas hoje (e ontem) por um currículo de papel e lápis. Talvez não haja outra opção: explorar os potenciais de hoje (e amanhã) para criar uma Educação Matemática mais inclusiva – baseada em práticas que reconheçam que alguns dos nossos alunos não podem ver, não podem ouvir muito bem, têm dificuldades em compreender o texto escrito e/ou símbolos matemáticos, e assim por diante (HEALY; JAHN; FRANT, 2010, p. 403, tradução nossa).

A escola é um local de encontro das diferenças e por isso congrega diversos saberes, práticas sociais, manifestações culturais, visões de mundo, religiões etc., que por vezes são desprezadas e ignoradas por não se adequarem a um padrão de normalidade que nos é "imposto" e que funciona, muitas vezes, como mecanismo de exclusão.

Para uma educação inclusiva, os professores precisam elaborar formas de lidar com essas diferenças. Nesta direção, apontam D'Ambrosio e Borba (2010, p. 277) que a Etnomatemática pode ser um caminho:

> Tanto em países pobres como em sociedades mais ricas, especialmente na Europa e nos Estados Unidos, a etnomatemática tem sido considerada uma resposta à dinâmica demográfica e à desigualdade social. Socialmente, é verdade que a etnomatemática tem o objetivo de valorizar e apoiar a produção de conhecimento daqueles que são os "perdedores" neste longo processo de globalização (D'AMBROSIO; BORBA, 2010, p. 278, tradução nossa).

Nesse sentido, refletimos que

> [...] se a etnomatemática lida com grupos minoritários, tais como povos indígenas, ribeirinhos, quilombolas, sem-terra, dentre outros, e esses trabalhos são possibilidades de resistência contra o sistema que os oprime e de luta contra os processos de exclusão que eles sofrem, ela também pode contribuir para pensar e criar formas de combater a exclusão das pessoas com deficiência.
> É importante ressaltar que lutar contra os processos de exclusão social é a melhor maneira de colocarmos em prática uma sociedade inclusiva [...] (RODRIGUES; LÜBECK, 2018, p. 2).

Como podemos ver, em uma educação inclusiva é necessário respeitar, compreender e valorizar os diferentes saberes e, conforme apuramos em Rodrigues (2010), o resgate dos conhecimentos trazidos à escola pelos alunos, bem como seu contexto, são importantes para a construção de práticas inclusivas. Neste sentido, a Modelagem em Educação Matemática pode oferecer uma importante contribuição, pois:

> É um uso de Matemática que [...] para a enorme maioria dos nossos alunos, deve e precisa ser um instrumental de avaliação do mundo: é, antes, também um meio complementar de se – como afirma Paulo Freire – "ler o mundo". Ler o mundo e tentar entendê-lo em seus muitos e diversos aspectos (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2010, p. 14 e 15).

É importante ressaltar que, na nossa compreensão, a importância do uso da Modelagem em Educação Matemática não está no sentido de "validar" saberes marginais, mas oferecer instrumentos para que os alunos possam lidar criticamente com as práticas cotidianas em uma sociedade que tem a Matemática como fundamental para seu funcionamento, sua manutenção e seu desenvolvimento. Ser *educado matematicamente* para lidar com a vida em sociedade e com os mecanismos de exclusão inerentes à Matemática também é uma forma de contribuir para uma sociedade/escola inclusiva.

Entendemos também que a Modelagem em Educação Matemática, quando entendida similarmente à Pedagogia de Projetos, ou de *projetos de Modelagem,* como denominado por Malheiros (2008), pode ser ainda mais potente para a inclusão. Para a autora, "a Modelagem é uma estratégia pedagógica na qual alunos, partindo de um tema ou problema de interesse deles, utilizam a Matemática para investigá-lo ou resolvê-lo, tendo o professor como orientador durante todo o processo"(p. 65). Ela também explica que a singularidade "está presente ao se projetar em Modelagem, visto que, por mais que os estudantes escolham um mesmo tema para investigar, os projetos não serão iguais, pois cada um tem seus métodos e metas, considerando seus interesses, objetivos e experiências" (p. 66). Malheiros (2008) ainda diz que não há a valorização excessiva dos fins a serem atingidos no trabalho com projetos de Modelagem, mas nas conexões feitas entre Matemática e outras áreas do saber durante o processo.

Neste sentido, essa perspectiva de projetos de Modelagem pode contribuir muito para uma prática pedagógica inclusiva, pois partir de temas escolhidos pelos alunos pode possibilitar o respeito, a compreensão e a valorização dos diferentes contextos e saberes; por não instituir nível de conhecimento a ser atingido, existe a possiblidade de respeitar as diferenças, dificuldades e limitações relacionadas à aprendizagem, possibilitando que cada aluno explore suas potencialidades e se desenvolva plenamente; a flexibilidade de objetos, objetivos e metodologias também pode possibilitar as diferentes maneiras de se expressar, de registrar o conhecimento, de entender e perceber o mundo.

Ainda no âmbito da Modelagem em Educação Matemática, concordamos com Araújo (2009), que sugere que os trabalhos com Modelagem devem proporcionar a reflexão crítica dos objetos abordados, possibilitando ao estudante participar criticamente da sociedade, refletindo sobre seu papel e lugar nela. Essa tomada de consciência é de suma importância para a inclusão, pois é necessária à criticidade dos excluídos, de modo que estes sejam responsáveis, conscientes e atuantes no seu processo de inclusão (RODRIGUES, 2010).

Nesta direção, remetemo-nos à Educação Matemática Crítica, que sugere que as questões trabalhadas em sala devem ter relevância para os alunos, possibilitando a abordagem de problemas e desigualdades sociais, fazendo com que a educação ofereça ao estudante recursos para reagir às contradições sociais (SKOVSMOSE, 2001). A Educação Matemática Crítica, segundo Meyer, Caldeira e Malheiros (2011, p. 109), "não está apenas preocupada com maneiras 'mais eficientes' de ensinar determinados conteúdos, e sim com questões como 'de que maneira' a aprendizagem da Matemática pode contribuir para o desenvolvimento da cidadania".

Buscando ainda elementos que contribuam para que os alunos possam compreender melhor seu cotidiano e para que possam constituir-se criticamente, a Educação Estatística:

> [...] valoriza as práticas de Estatística aplicadas às problemáticas do cotidiano do aluno que, com a ajuda do professor, toma consciência de aspectos sociais muitas vezes despercebidos, mas que nele (cotidiano) se encontram fortemente presentes. De outro lado, valorizando as atitudes voltadas para a práxis social, os alunos se envolvem com a comunidade, transformando reflexão em ação. Em nossa visão, esse aspecto crítico da educação é indissociável da EE [Educação Estatística] e, mais que isso, nela encontra fundamento e espaço para seu desenvolvimento (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2011, p. 12).

Para esses autores, a interface da Educação Crítica com a Educação Estatística remete a um caráter social que, ao abordar os conteúdos estatísticos democraticamente, incentiva o aluno no desenvolvimento de espírito crítico, responsabilidade ética e conscientização política (CAMPOS; WODEWOTZKI; JACOBINI, 2011).

Devemos também levar em conta que o modelo educacional atual tem a *visão* como principal meio sensorial e privilegia a *escrita* (com lápis e papel) para a formalização do conhecimento. No entanto, em um ambiente inclusivo, é necessário que se desenvolvam outras possibilidades para a efetiva participação dos alunos, pois alguns podem, por exemplo, não enxergar ou enxergar parcialmente; ou podem não conseguir escrever com lápis e papel em função da deficiência visual, ou por não terem plena coordenação motora ou ainda pela impossibilidade de manusear objetos devido à deficiência física. Em Rodrigues (2010), observamos que as tecnologias digitais são muito importantes nesse sentido, oferecendo múltiplas soluções.

A respeito, particularmente, do ensino de Matemática, em que ainda impera o trabalho com lápis e papel, muitas vezes tendo esta forma de registrar como sinônimo de "fazer matemático", as tecnologias digitais são fundamentais para uma educação inclusiva. Healy, Jahn e Frant (2010) também apontam para a informática mediando a produção de Matemática ao comentar uma experiência realizada com alunos com limitações sensoriais: surdez e cegueira.

Corroborando com esta questão, Borba e Penteado (2010) sugerem a possibilidade de a Informática oferecer novas mídias para o processo de ensino e aprendizagem:

> [A informática] é uma nova extensão da memória, com diferenças qualitativas com relação às outras tecnologias da inteligência e permite que a linearidade de raciocínio seja desafiada por modos de pensar, baseados na simulação, na experimentação e em uma "nova linguagem" que envolve escrita, oralidade, imagens e comunicação instantânea (BORBA; PENTEADO, 2010, p. 48).

Assim, as tecnologias digitais e o uso de *softwares* educacionais, tanto os adaptados para limitações dos alunos quanto os *softwares* convencionais, podem contribuir de forma intensa para lidar com as diferenças em sala de aula. Também devemos compreender que, ao passo que as Tecnologias da Informação e Comunicação vão ficando mais acessíveis e portáteis, e que esses equipamentos já fazem parte da vida de todos nós, é necessário que eles sejam incorporados à educação

Considerações finais

Como vimos, para engendrarmos uma escola inclusiva, são necessárias profundas mudanças em todos os aspectos do modelo educacional. No entanto, compreendemos que a educação inclusiva é um processo e que tais mudanças não ocorrerão subitamente, mas a partir de várias mudanças graduais e também rompimentos com o modelo atual.

Neste sentido, dentre as instâncias do sistema educacional e áreas do conhecimento que devem se movimentar para possibilitar a educação inclusiva, a Educação Matemática tem sua parte de responsabilidade no sentido de produzir conhecimento para se pensar questões, tais como políticas públicas educacionais, currículo, ensino e aprendizagem de Matemática, formação inicial e continuada de professores que ensinam Matemática, epistemologia, dentre outras.

A educação inclusiva, como processo, está em constante construção e é necessário que cada vez mais se tenha pesquisas, em todas as áreas, contribuindo para isso. Entendemos que a Educação Matemática dispõe de um grande potencial para corroborar com esta importante empreitada.

Mathematics Education: possible contributions to an Inclusive Education

Abstract

This article aims to reflect on possible contributions of Mathematics Education to the construction of an Inclusive Education. To do so, based on a Bibliographic Survey, we will start by addressing the concepts of Social Inclusion and Inclusive Education, which, in general terms, consist of profound changes in their models so that everyone can participate, so that differences are respected, understood and valued. We also draw attention to Mathematics, and the way it has been taught in schools, as forms of exclusion and also of social filter. Finally, we will reflect on some ideas of areas of Mathematics Education, in the theoretical and practical scope, in order to point out how these areas, in our understanding, can corroborate with the construction of an Inclusive Education.

Keywords: Inclusive Education. Mathematical Education. Mathematics Teaching. Exclusion.

Educación Matemática: posibles contribuciones para una Educación Inclusiva

Resumen

Este artículo tiene por objetivo reflexionar sobre posibles contribuciones de la Educación Matemática para la construcción de una Educación Inclusiva. Para ello, a partir de una investigación bibliográfica, comenzaremos abordando los conceptos de Inclusión Social y Educación Inclusiva que, en trazos generales, consisten en profundos cambios en sus modelos para que todos puedan participar, de manera que las diferencias sean respetadas, comprendidas y valorizadas. También llamamos la atención a las Matemáticas, y la forma en que se las están enseñando en las escuelas, como formas de exclusión y también de filtro social. Finalmente, haremos una reflexión sobre algunas ideas de áreas de la Educación Matemática, en el ámbito teórico y práctico, con el fin de apuntar cómo estas áreas, en nuestra comprensión, pueden corroborar con la construcción de una Educación Inclusiva.

Palabras clave: Educación Inclusiva. Educación Matemática. Enseñanza de Matemáticas. Exclusión.

Notas

1 Em Rodrigues (2017), fazemos uma discussão mais aprofundada sobre as formas de exclusão pela Matemática e seu caráter de filtro social.

Referências

ARAÚJO, J. L. Uma abordagem sócio-crítica da modelagem matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. *ALEXANDRIA: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*. v.2, n.2, p.55-68, jul. 2009

BORBA, M. C., PENTEADO, M. G. *Informática e educação matemática*. 3.a. edição – 2.a. reimpressão. Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

BORBA, M. C.; MALHEIROS, A.P.S.; AMARAL, R.B. *educação a distância online*. Coleção Tendências em Educação Matemática. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

BRASIL. Ministério da Educação. *Parâmetros Curriculares Nacionais (5ª a 8ª série)*. Brasília: MEC, 1998.

BRASI. Ministério da Educação. *Proposta curricular para a educação de jovens e adultos: segundo segmento do ensino fundamental (5ª a 8ª série)*. Brasília: MEC, 2002.

CAMARGO, E. P. Inclusão social, educação inclusiva e educação especial: enlaces e desenlaces. *Revista Ciências e Educação*, Bauru. v.23. n.1. jan./mar. 2017.

CAMPOS, C.R.; WODEWOTZKI, M.L.L.; JACOBINI, O.R. *Educação estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática*. Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

D'AMBRÓSIO, U. *Educação Matemática*: da teoria à prática. Campinas: Papirus, 1996.

D´AMBRÓSIO, U. *Etnomatemática*: elo entre as tradições e a modernidade. Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

D´AMBRÓSIO, U.; BORBA, M. C. Tapestry of trends in Matematics Education. *ZDM – the international journal on Mathematics Education*. v.42, issues 3, 4. jun., 2010.

FREIRE, P. *Pedagogia do oprimido*. São Paulo: Paz e Terra, 2005.

HEALY, L.; JAHN, A. P.; FRANT, J. B. Digital technologies and the challenge of constructing an inclusive school mathematics. *ZDM – the international journal on Mathematics Education*. v.42, issues 3, 4. jun. 2010.

LÜBECK, M.; RODRIGUES, T. D. Incluir é Melhor que Integrar: uma concepção da Educação Etnomatemática e da Educação Inclusiva. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*. v.6, n.2, jun.-sep. 2013.

MALTEMPI, M .V.; MALHEIROS, A. P. S.. Online distance mathematics education in Brazil: research, practice and policy. *ZDM – the international journal on Mathematics Education*. v.42, issues 3, 4. jun. 2010.

MANTOAN, M. T. E. *Inclusão escolar*: o que é? por quê? como fazer? São Paulo: Moderna, 2003.

MALHEIROS, A. P. S. *Educação Matemática online*: a elaboração de projetos de Modelagem Matemática. 2008. Tese (Doutorado em Educação Matemática) Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE), Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro/SP, 2008.

MEYER, J.F.C.A.; CALDEIRA, A.D.; MALHEIROS, A.P.S. *Modelagem em Educação Matemática*. Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

RODRIGUES, T. D. *A Etnomatemática no contexto do ensino inclusivo*. Curitiba: CRV, 2010.

RODRIGUES, T. D. P*ráticas de exclusão em ambiente escolar*. São Paulo: Cultura Acadêmica Editora, 2017.

RODRIGUES, T. D. LÜBECK, M. Contribuições da Etnomatemática para uma Educação Inclusiva. In. Congresso Internacional de Etnomatemática: Saberes, diversidade e paz. 6, 2018. *Anais...*, Medelín: Universidade de Antioquia.

SASSAKI, R. K. *Inclusão*: construindo uma sociedade para todos. São Paulo: WVA, 2006.

SKOVSMOSE, O. *Educação Matemática Crítica*. São Paulo: Papirus, 2001.

UNESCO. *Declaração de Salamanca e linha de ação sobre necessidades educativas especiais*. Salamanca, Espanha, 1994.

Enviado em 08 de junho de 2018.

Aprovado em 20 de julho de 2018

.

UM MAPEAMENTO DE PESQUISAS SOBRE O USO DE MATERIAIS CURRICULARES EDUCATIVOS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Darling Domingos Arquieres*
Marcelo Almeida Bairral**

Resumo

O presente artigo apresenta um levantamento bibliográfico de pesquisas pautadas no uso de Materiais Curriculares Educativos (MCE) como proposta de desenvolvimento profissional de professores de matemática[1]. Os MCE são recursos preparados para apoiar professores, particularmente, por possuírem informações que possibilitam uma noção de como estruturar aulas ou novas práticas pedagógicas. Neste levantamento, foram detectados 18 artigos em nove periódicos de Educação Matemática. É possível verificar que os MCE ainda são incipientes na pesquisa brasileira em Educação Matemática com docentes. O texto traz contribuições para a conceituação desse tipo de recurso e sintetiza como as pesquisas mapeadas estão utilizando esses materiais formativos.

Palavras-chave: Educação Matemática. Materiais Curriculares Educativos. Desenvolvimento profissional docente. Formação continuada em Matemática. Educação básica.

Introdução

Pesquisadores têm desenvolvido Materiais Curriculares Educativos (MCE) com intenção de apoiar professores na execução de novas práticas pedagógicas (OLIVEIRA; BARBOSA, 2014; REMILLARD; HERBEL-EISENMANN; LLOYD, 2009). Alguns desses MCE estão disponíveis em ambientes virtuais e, dessa forma, ampliam a acessibilidade e a socialização de práticas (BAIRRAL, 2016). Esses recursos formativos disponíveis na rede são denominados Materiais Curriculares Educativos *Online* (MCEO).

Este artigo integra uma pesquisa de mestrado em Educação em Ciências e Matemática[2], que tem sua centralidade no uso de MCEO na formação continuada de professores. O objetivo do artigo é apresentar um mapeamento de pesquisa[3] (FIORENTINI; PASSOS; LIMA, 2016) realizado em nove periódicos que publicam pesquisas em educação matemática. Foram capturados estudos focados no uso de Materiais Curriculares (MC) para o desenvolvimento profissional docente. Os focos específicos do mapeamento são: (1) identificar a abordagem conceitual de MC adotada (ou explicitada) em cada estudo e (2) identificar investigações que visam ao uso de Materiais Curriculares Educativos na aprendizagem do professor.

* Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGEduCIMAT) da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ). Professora da Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro (SEEDUC/RJ). E-mail: reidarling@gmail.com

** Doutor em Educação Matemática. Professor do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGEduCIMAT) da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ). E-mail: mbairral@ufrrj.br

1. Busca preliminar e organização do material bruto

Este levantamento foi feito a partir de artigos disponíveis em algumas das principais revistas[4] eletrônicas em Educação Matemática, a saber: JIEEM, Educação Matemática Pesquisa, BOLEMA, Boletim GEPEM *online*, ACTA SCIENTIAE, Educação Matemática em Revista, Zetetiké, Perspectivas da Educação Matemática e REVEMAT.

A busca foi desenvolvida em três camadas, a saber: 1ª) a palavra-chave Materiais Curriculares; 2ª) observações que indiquem a ligação entre MCE e professor(es), fazendo referência a práticas pedagógicas ou ao desenvolvimento profissional docente; 3ª) a metodologia que apresente a implementação dos MCE por professores.

A busca inicial contemplou trabalhos compreendidos no período entre 2011[5] e 2017. O Quadro 1 ilustra o quantitativo dos trabalhos capturados com a palavra-chave Materiais Curriculares.

REVISTA	NÚMERO DE TRABALHOS
JIEEM	1
Educação Matemática Pesquisa	4
BOLEMA	2
GEPEM	2
Acta Scientiae	1
Educação Matemática em Revista	3
Zetetiké	2
Perspectivas da Educação Matemática	2
REVEMAT	1
Total de artigos	18

Quadro 1 – Organização de levantamento bibliográfico
Fonte: Elaboração própria

A partir dessa catalogação, revisitamos cada artigo com o propósito inicial de identificar os que faziam referência a MC e a MCE. Com isso, procuramos identificar se havia, nos estudos capturados, uma diferenciação conceitual entre esses dois tipos de recursos.

2. Foco 1: em busca de uma conceituação

Em cada um dos artigos encontrados na busca citada anteriormente, verificamos a referência de autores a MC, a saber:

AUTOR(ES)/ANO	MATERIAIS CURRICULARES: REFERÊNCIA DE AUTORES
Aguiar e Oliveira, 2014	Materiais Curriculares são "[...]como um veículo fundamental para a inclusão de novas ideias sobre o ensino e a aprendizagem de disciplinas escolares. Nesse sentido, citando Stein e Kim (2009), os autores acrescentam que Materiais Curriculares podem desempenhar o papel de agente de mudança, no sentido de facilitar mudanças na prática pedagógica" (p. 581).
Aguiar e Oliveira, 2017	"[...] Materiais Curriculares reporta-se aos recursos didáticos que estão à disposição de professores no sentido de utilizar para apoiar o ensino e a aprendizagem da matemática. Tais materiais podem ter a função de mediadores na relação professor-estudante-conteúdo disciplinar." (p. 405)
Crisostomo, Januário e Lima, 2017	São recursos "para mediar/promover situações de aprendizagem matemática, os professores recorrem a diferentes materiais disponibilizados pelos sistemas de ensino, públicos ou privados, como livros didáticos, apostilas ou cadernos de atividades" (p. 63).
Januário, Lima e Manrique, 2017	Considera os Materiais Curriculares como ferramentas em que a relação entre materiais e professor são "agentes ativos do desenvolvimento curricular, em que ambos trazem suas características e propriedades para a interação entre si; os professores agem sobre os materiais, moldando-os, e os materiais agem sobre os professores, moldando suas práticas pedagógicas" (p. 418).
Lima e Borba, 2017	Referencia que "[...] a concepção de que Materiais Curriculares são uma representação fixa do currículo engessa o desenvolvimento curricular" (JANUÁRIO; LIMA; PIRES, 2016, p. 4), pois o currículo, em suas diferentes instâncias, também é influenciado, moldado e adaptado a partir do momento em que dele é feito uso. [...] o uso do currículo envolve as interações entre o professor e os materiais que apresentam as orientações curriculares, sejam elas referentes ao currículo prescrito ou ao currículo apresentado. Tais materiais são denominados por Remillard (2005) como Materiais Curriculares" (p. 819-820).
Oliveira, Oliveira e Silva, 2017	"Os materiais impressos publicados para serem usados por professores que ensinam Matemática e estudantes, como exemplo, listas de exercícios e tarefas matemáticas, são compreendidos também, neste estudo, como Materiais Curriculares, sendo aqueles destinados a promover a aprendizagem de estudantes (SHENEIDER; KRAJCIK, 2002; DAVIS; KRAJCIK, 2005; REMILLARD, 2005)." (p. 43)
Oliveira, Ribeiro e Powell, 2016	Não há apresentação de definição. Há apenas referência no título, no resumo e nas palavras-chave.
Pacheco e Pires, 2015	"De acordo com Brown (2009), [...] os Materiais Curriculares são artefatos, ou seja, instrumentos que representam e transmitem modos de ação, auxiliando o planejamento e a prática docente." (p. 238)
Pires, 2016	"Usamos a expressão 'Materiais Curriculares' em referência ao conjunto de ferramentas disponibilizadas aos professores para desenvolver o currículo de Matemática, quais sejam livros didáticos, materiais apostilados ou cadernos elaborados por secretarias de educação (JANUÁRIO, 2015a)." (p. 47)
Prado, Oliveira e Barbosa, 2016	"Materiais Curriculares, tais como livros didáticos, planos de aula e tarefas para os estudantes, são importantes recursos sobre os quais os professores se baseiam para organizar tanto o planejamento quanto o ensino (BEN-PERETZ, 2009)." (p. 739)

Quadro 2 – Referência a Materiais Curriculares
Fonte: Elaboração própria

Diante das informações registradas no Quadro 2, percebemos que Materiais Curriculares são considerados como ferramentas (JANUÁRIO; LIMA; MANRIQUE, 2017), artefatos (Brown, 2009 apud Pacheco; Pires, 2015) ou recursos didáticos (AGUIAR; OLIVEIRA, 2017). São exemplos: lista de exercícios, livros didáticos, planos de aulas, apostilas, cadernos de atividades etc. (Crisostomo; Januário; Lima, 2017). Esses materiais têm como propósito a aprendizagem dos estudantes (Oliveira; Oliveira; Silva, 2017), são considerados guias para que os professores desenvolvam o currículo de matemática (Lima; Borba, 2017; Pires, 2016) e são base para organização de seus planejamentos (Prado; Oliveira; Barbosa, 2016).

Os artigos do Quadro 3 fazem referência a MCE:

AUTOR(ES)/ANO	MATERIAIS CURRICULARES EDUCATIVOS
Aguiar e Oliveira, 2014	"Materiais Curriculares que são projetados para apoiar tanto a aprendizagem de estudantes quanto de professores (DAVIS; KRAJCIK, 2005; EISENMANN; EVEN, 2009), [...] denominados Materiais Curriculares Educativos. O fato de apresentar como objetivo promover aprendizagem de professores, além da aprendizagem de estudantes, é o que distingue Materiais Curriculares Educativos de Materiais Curriculares (BALL; COHEN, 1996; DAVIS; KRAJCIK, 2005)." (p. 581)
Aguiar e Oliveira, 2017	"Remillard (2005) sinaliza que esses novos Materiais Curriculares foram projetados para serem educativos para professores. Portanto, o objetivo de promover a aprendizagem de professores além da aprendizagem de estudantes é o que distingue os Materiais Curriculares Educativos dos Materiais Curriculares (BALL; COHEN, 1996; DAVIS; KRAJCIK, 2005)." (p. 407)
Bairral, 2016	Caracteriza os Materiais Curriculares Educativos "como artefatos, Brown (2009) destaca seu potencial para documentar e transmitir práticas, reforçar ideias e normas culturais e influenciar o ensino e os professores" (p. 78).
Boas e Barbosa, 2016a	"Materiais didáticos, desenvolvidos para apoiar o professor, além de servir aos alunos na sala de aula, podem ser denominados de Materiais Curriculares Educativos (MCE) (DAVIS; NELSON; BEYER, 2008; SCHENEIDER; KRAJCIK, 2000)." (p. 145)
Boas e Barbosa, 2016b	"Materiais como estes, que são desenvolvidos visando, além da aprendizagem do aluno, promover também a aprendizagem do professor, são denominados Materiais Curriculares Educativos (BALL; COHEN, 1996; DAVIS; NELSON; BEYER, 2008)." (p. 92)
Oliveira, 2016	"[...] é designada por Remillard (2005) como 'Materiais Curriculares Educativos', que são aqueles produzidos para apoiar tanto a aprendizagem de estudantes quanto a de professores (DAVIS & KRAJCIK, 2005)." (p. 160)
Oliveira e Barbosa, 2016	"A expressão 'Materiais Curriculares Educativos (MCE)' refere-se a materiais desenvolvidos para apoiar professores na implementação de propostas pedagógicas nos contextos escolares (REMILLARD; HERBEL-EISENMANN; LLOYD, 2009; GUEUDET, PEPIN; TROUCHE, 2012)." (p. 117)
Palanch, 2016	"A expressão 'Materiais Curriculares Educativos' caracteriza-se por promover tanto a aprendizagem de estudantes quanto de professores (DAVID; KRAJCIK, 2005). Remillard et al. (2009) mostram que escritores de materiais curriculares começaram a desenvolver Materiais Curriculares Educativos que apoiam professores a imaginar diferentes formas de estruturar aulas da disciplina Matemática e de interagir com estudantes, ou seja, materiais que são educativos para professores. Assim, materiais com essa característica são denominados de Materiais Curriculares Educativos (BALL; COHEN, 1996; DAVID; KRAJCIK, 2005)." (p. 1.061)
Prado, Oliveira e Barbosa, 2014	"[...] Davis e Krajcik (2005) têm apontado algumas heurísticas para o delineamento de Materiais Curriculares, nas quais é enfatizada uma ligação entre um conteúdo (o que pode ser ensinado) e uma base coerente para abordagem instrucional (o como pode ser ensinado). Eles têm denominado Materiais Curriculares com tal característica de Materiais Curriculares Educativos – MCE." (p. 506)

Prado, Oliveira e Barbosa, 2016	Materiais Curriculares "[...] elaborados com o fim de subsidiar as práticas pedagógicas escolares são denominados Materiais Curriculares Educativos (MCE) (DAVIS; KRANJCIK, 2005)" (p. 739).
Silva, Barbosa e Oliveira, 2012	Materiais Curriculares Educativos sendo apoio de aprendizagem tanto para o aluno como ao professor. "Nessa perspectiva, os materiais devem apresentar elementos que apoiem, também, a aprendizagem do professor; que o possibilite vislumbrar como pode ser desenvolvida determinada tarefa em sala de aula." (p. 242)

Quadro 3 – Referência a Materiais Curriculares Educativos
Fonte: Elaboração própria

A análise das definições apresentadas no Quadro 3 indica que MCE são projetados para apoiar tanto a aprendizagem de estudantes quanto a de professores (AGUIAR; OLIVEIRA, 2014; BOAS; BARBOSA, 2016b; OLIVEIRA, 2016; PALANCH, 2016), a fim de auxiliar os educadores na execução de propostas pedagógicas em contextos escolares (Oliveira; Barbosa, 2016).

Esses recursos, que relacionam *o que e o como* ensinar (PRADO; OLIVEIRA; BARBOSA, 2014), também documentam e transmitem práticas profissionais ocorridas (BAIRRAL, 2016) e apresentam aos professores meios para imaginar diferentes formas de estruturar aulas dos conteúdos matemáticos e de relacionar com os estudantes (PALANCH, 2016). Cabe lembrar que um MCE é um tipo de MC e a publicação *online* transforma um MCE em um MCEO.

Sintetizada a conceituação de MCE das investigações (Quadro 3), a próxima análise focou nos artigos que fazem referência aos MCE como um tipo de recurso que tem a intenção de possibilitar a aprendizagem do professor.

Foco 2: Materiais Curriculares Educativos e suas contribuições

A partir dos 11 artigos que constam no Quadro 3, que apresenta MCE voltado à aprendizagem docente, traçamos dois passos para seleção e análise: 1. Tópicos importantes; 2. Metodologia da pesquisa.

Passo 1

Buscamos a associação entre MCE e professor(es), particularmente, estudos que façam referência à prática pedagógica ou ao desenvolvimento profissional docente.

AUTOR(ES)/ANO	TÓPICOS IMPORTANTES
Aguiar e Oliveira, 2014	Apreendem que a relação dos professores com os MCE pode ser observada como ocorre a apropriação, a seleção, a transformação e o posicionamento perante o contexto escolar. No artigo, procuraram compreender como os professores lidam com a recontextualização dos textos dos Materiais Curriculares Educativos na prática pedagógica.
Aguiar e Oliveira, 2017	As cinco concepções sobre o uso dos MCE são: Seguindo o texto; Baseando no texto; Interpretando o texto; Colaborando com o texto; Recontextualizando o texto.
Bairral, 2016	CUtiliza o "valor atribuído" e o "metacognitivo", que são âmbitos dos aspectos do conhecimento profissional para clarear as reflexões docentes.

Boas e Barbosa, 2016a	O MCE produzido por uma comunidade social terá suas experiências imortalizadas por meio de recursos como fotos, vídeos e narrativas. Por intermédio destes recursos, outra comunidade poderá usar este MCE com as devidas adequações conforme as suas práticas sociais.
Boas e Barbosa, 2016b	Consideram que a aprendizagem docente se refere a mudanças de participação do professor na prática pedagógica escolar e de outras práticas, como ambiente familiar ou de formação, que pode interferir no seu saber fazer docente. Logo, os MCE podem provocar mudanças na participação dos docentes nas práticas pedagógicas escolares.
Oliveira, 2016	O MCE visa apoiar o saber-fazer dos professores. O MCE produzido pelo Programa Observatório da Educação (OBEDUC) apresenta práticas pedagógicas desenvolvidas pelos membros dos grupos dos projetos OBEDUC, sendo uma forma de comunicação, por intermédio de narrativas escritas e orais da realização de atividades de Matemática em sala de aula, possibilitando aos graduandos de licenciatura e outros professores uma prévia das práticas pedagógicas escolares, potencializando o desenvolvimento profissional docente.
Oliveira e Barbosa, 2016	O MCE como um potencial material para apresentar a prática de ensino dos contextos escolares para uma formação inicial de professores.
Palanch, 2016	Os professores são as peças principais nas transformações das concepções curriculares cujos resultados são materializados em planos de aulas e orientações pedagógicas, daí a necessidade de compreender a relação dos professores com os MCE.
Prado, Oliveira e Barbosa, 2014	Mencionam que MCE trazem meios de apresentar o conteúdo que pode ser e como pode ser ensinado.
Prado, Oliveira e Barbosa, 2016	Os MCE são elaborados com intenção de contribuir com as práticas pedagógicas inovadoras no contexto escolar. Além disso, os MCE mostram como os conteúdos matemáticos podem ser ensinados e indicar como organizar o ambiente para aprendizagem.
Silva, Barbosa e Oliveira, 2012	Distintos professores podem utilizar os MCE de maneiras diferentes, resultantes de distintos discursos pedagógicos exercidos em divergentes contextos pedagógicos.

Quadro 4 – Organização dos trabalhos selecionados
Fonte: Elaboração própria

Dos 11 artigos explicitados no Quadro 4, a formação continuada dos professores é evidenciada em 10 artigos, enquanto em apenas um artigo (OLIVEIRA; BARBOSA, 2016) há referência à formação inicial.

Aguiar e Oliveira (2014) destacam que os MCE podem ser apontados como mediadores entre o currículo planejado e a prática pedagógica (STEIN; KIM, 2009), por conterem conteúdos, estratégias e possibilidades de uso nas aulas. Aguiar e Oliveira (2017) argumentam que, no final da década de 1990, nos Estados Unidos, surgiram opiniões negativas sobre a produção e o uso do livro didático. Foram inúmeras discussões e os autores começaram a elaborar MCE como apoio ao aprendizado docente.

Bairral (2016) relata que há inúmeros objetos educacionais disponíveis na internet, mas nenhum garante um processo de aprendizagem e de interação com o objeto. O autor comenta que existem diversos portais educacionais, porém o conteúdo deles não propicia a aprendizagem docente a partir das situações ilustradas. Um contraexemplo citado pelo autor são os materiais multimídia elaborados pela Universidade Estadual de Londrina (PR), que contêm recortes de vídeo em diferentes momentos das aulas, atividades escritas pelos alunos, narrativas dos professores e planos de aulas.

Boas e Barbosa (2016a) comentam que o recurso pedagógico poderá constar nos materiais didáticos por intermédio de *links* de grupos de discussões que apresentam planejamento de aulas, vídeos e relatos de docentes ao aplicar atividades e comentários das soluções realizadas por alguns alunos. Na mesma direção, Boas e Barbosa (2016b) salientam que, ao englobar componentes educativos, um MCE possibilita aos docentes a noção prévia do saber-fazer apoiando o seu exercício profissional (DAVIS; KRAJCIK, 2005).

Boas e Barbosa (2016b) comentam que os recursos contidos no MCE provocaram mudança no tratamento das atividades (LLOYD, 2009), pois uma educadora passou a buscar o raciocínio contido nos algoritmos, auxiliando-a no seu fazer docente e, assim, transformou a sua prática em sala de aula. Boas e Barbosa (2016b) contam também que o MCE usado por um grupo de professores na pesquisa de Choppin (2011) provocou modificações ao ministrar suas aulas, passando a usar estratégias investigativas por intermédio de questionamentos e orientações com os alunos. Essas pesquisas demonstraram que os MCE proporcionaram uma participação diferenciada em aula com novas propostas pedagógicas e acarretaram a aprendizagem docente.

Em Oliveira (2016), o desenvolvimento profissional de professores é visto como um processo constante de transformação e de formação do indivíduo, principalmente, em uma comunidade profissional. Essa comunidade pode ser um grupo colaborativo constituído de participantes voluntários na busca de um objetivo comum, o crescimento profissional. Os MCE têm a proposta de apoiar os professores no desenvolvimento e nas mudanças das práticas pedagógicas e, sendo disponibilizados *online*, poderão ter uma abrangência maior.

Oliveira e Barbosa (2016) referenciam os MCE como um tipo de material que possibilitará aos licenciandos em Matemática uma aproximação de propostas pedagógicas a partir de detalhes de experiências de professores no ensino de certo conteúdo e oportunizando meios de levantar discussões sobre a prática.

Palanch (2016) menciona Stein e Kim (2009) quando dizem que os pontos cruciais dos MCE são a apresentação prévia do comportamento dos estudantes (pensar e fazer) perante as atividades e a clareza do material por estabelecer uma comunicação direta com o professor ao expor as ideias pedagógicas e o conteúdo matemático das tarefas. A compreensão da relação do professor com um MCE, particularmente, a análise e a forma como o educador adapta, adota ou improvisa tal material em suas aulas é sublinhada por Brown (2009).

Prado, Oliveira e Barbosa (2014) apontam que os habituais guias de professores contêm uma base de estratégias de ensino, mas não constituem um suporte para auxiliá-los na apropriação dessas estratégias. Um MCE também deve ajudar os docentes a interpretar e a compreender ideias e dúvidas dos discentes. Prado, Oliveira e Barbosa (2016) enfatizam que os MCE, ao trazerem narrativas ou vídeos com aspectos de algum conteúdo decorrentes de alguma aula, oferecem ao professor alternativas para organizar, abordar e desenvolver tarefas a partir do momento em que ele observa as ideias dos alunos ao realizar outra tarefa. Nesse caso, o educador pode decidir, por exemplo, se é viável realizar a tarefa individual ou coletivamente.

Silva, Barbosa e Oliveira (2012) ressaltam que os MCE apresentam componentes de apoio ao professor, viabilizando a ele observar como se pode proceder com certa atividade no contexto escolar. Assim, os MCE podem ter um papel primordial no cotidiano escolar do professor, pois esses materiais caracterizam dimensões do *que* e do *como* ensinar. Por conseguinte, os professores podem usar os MCE para nortear seus planejamentos e suas aulas. Os autores mencionam também que professores veteranos e novatos podem manusear os MCE de formas distintas. Além do mais, circunstâncias educacionais diferenciadas influenciam diferentes discursos pedagógicos. A forma como os professores utilizam os MCE depende de suas considerações sobre o contexto escolar e sobre os processos de ensino e de aprendizagem.

No próximo passo, destacamos as pesquisas cujo interesse está na utilização do MCE pelo(s) professor(es).

Passo 2

O Quadro 5 ilustra os seis artigos capturados que abordam a utilização (ou análise) de MC ou MCE por docente(s).

AUTOR(ES)/ANO	CARACTERIZAÇÃO
Aguiar e Oliveira, 2014	O contexto do estudo refere-se às aulas de duas professoras de Matemática ao implementar tarefas presentes nos Materiais Curriculares Educativos encontrados no ambiente virtual denominado Colaboração *ONLINE* em Modelagem Matemática.
Bairral, 2016	Os dados analisados foram coletados em uma sessão presencial de pesquisa na qual cada participante, professores em exercício e licenciandos, tiveram a oportunidade de acessar e navegar cada MCE do *site* GEPETICEM.
Boas e Barbosa, 2016a	As colaboradoras da pesquisa foram duas professoras de escolas públicas de Salvador, na Bahia, que utilizaram o MCE intitulado “Relações métricas no triângulo retângulo” em suas turmas.
Boas e Barbosa, 2016b	As colaboradoras da pesquisa foram duas professoras de escolas públicas de Salvador, na Bahia, que utilizaram o MCE intitulado “Relações métricas no triângulo retângulo” em suas turmas.
Palanch, 2016	Narrativa indireta de alguns professores participantes do segundo relatório institucional referente ao projeto intitulado “Avaliação de Professores do Ensino Fundamental da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo em relação a documentos e materiais de apoio à organização curricular na área de Educação Matemática”, que demonstra a relação dos professores com os MC e MCE.
Silva, Barbosa e Oliveira, 2012	Analisaram as aulas de um professor iniciante ao usar MCE do ambiente virtual *Colaboração ONLINE em Modelagem Matemática*.

Quadro 5 – Organização dos trabalhos selecionados
Fonte: Elaboração própria

Aguiar e Oliveira (2014) acompanharam duas professoras que utilizaram os MCE diferentes do ambiente Colaboração ONLINE em Modelagem Matemática[6]. Os autores apresentaram as seguintes categorias: alteração do planejamento contido no Material Curricular Educativo e transformação da natureza das questões propostas nele. Perceberam que, quando os docentes utilizam os MCE, eles fazem adaptações nos textos na intenção de atender a diferentes possibilidades e concepções existentes na prática pedagógica. Observaram também que, no momento em que os educadores se apoderam do MCE, eles escolhem e evidenciam uma seleção de textos e de outros elementos que guiam as concepções existentes e permanentes em sua prática pedagógica.

Bairral (2016) relatou uma análise a partir de uma sessão de três horas com setes professores da Educação Básica e um licenciando em que acessaram e navegaram em MCEO disponíveis no portal do Grupo de Estudos e Pesquisas das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) em Educação Matemática (GEPETICEM)[7]. O autor buscou identificar melhorias no aprendizado de professores e, para isso, aplicou um roteiro de perguntas e verificou os diários de campo dos pesquisadores. Baseado em Brown (2009), observou a interpretação de cada professor para o MCEO a fim de obter informações para o aprendizado dos participantes. Os valores atribuídos pelos professores a partir das informações contidas no material possibilitaram uma clareza sobre o conceito de polígono. A análise estimulou o grupo a realizar estudos vindouros para investigar que reflexões de cunho metacognitivo afloram apenas quando os docentes avaliam ou adaptam o material para o uso em aula, que será viável, segundo Bairral (2016), diante de uma análise de educadores implementando os materiais.

Boas e Barbosa (2016a) analisaram como duas professoras utilizaram em suas turmas o MCE intitulado “Relações métricas no triângulo retângulo”, disponível no ambiente virtual do Observatório da Educação Matemática (OEM/BA)[8]. Os autores identificaram formas distintas de participação de cada professora na aula de Matemática ao utilizar MCE, a saber: participar seguindo as sugestões e os exemplos do material, diversificar as estratégias de ensino e usar o material como acessório na sala de aula.

A pesquisa de Boas e Barbosa (2016b) observou oportunidades de aprendizagens identificadas por professores de Matemática ao utilizarem MCE do OEM/BA. Os autores caracterizaram três oportunidades de aprendizagens docentes, analisadas nas entrevistas, que estão relacionadas: à abordagem comunicativa, ou seja, aos diferentes modos de interação entre professor e alunos; aos cenários para investigação, que auxiliam um trabalho de exploração e investigação; e ao desenvolvimento profissional. Na abordagem comunicativa, perceberam que utilizar os materiais oportuniza opções ao discurso do professor. As oportunidades de aprendizagens aos cenários para investigação estão vinculadas à abordagem comunicativa dialógica, pois viabilizam a vivência em diversos ambientes de aprendizagem na sala de aula e validam o conteúdo matemático após a dedução e o debate coletivo. Essas duas oportunidades de aprendizagem são possíveis junto à viabilidade de presenciar uma orientação de Ω profissional, mas que assegura a semelhança a experiências de outros professores com tarefas exploratórias. Os autores indicam que investigações futuras, que acompanhem professores ao manusearem os MCE, possam sinalizar que oportunidades de aprendizagens podem estabelecer aprendizagens docentes.

A pesquisa de Palanch (2016) foi realizada com um grupo voluntário de professores de Matemática que atuam no Ensino Fundamental da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo e usam o Caderno de Apoio e Aprendizagem de Matemática (CAA – Matemática) em suas turmas. O estudo evidenciou que, nos espaços escolares, há reflexões sobre as práticas pedagógicas, mas pouca análise de Orientações Curriculares como materiais formativos, como é o caso de um CAA. Também foi mencionado pelos participantes que a formação continuada é essencial para refletir junto com os profissionais da área educacional sobre os processos de ensino e de aprendizagem e, assim, viabiliza a qualificação de procedimentos didáticos.

Silva, Barbosa e Oliveira (2012) relatam os procedimentos de um professor estreante em suas aulas ao executar as atividades de um MCE sobre Modelagem Matemática do ambiente Colaboração ONLINE em Modelagem Matemática (COMMa). Este educador prosseguiu com as atividades com os alunos, conforme a prescrição do MCE, mas com alguns procedimentos diferentes do que constava no material. Iniciou a aula usando um vídeo que não fazia parte do MCE para ambientar os alunos ao tema escolhido. Esse vídeo trazia informações que constavam no MCE. Em seguida, na realização das atividades, o professor organizou a turma em grupos e orientou os estudantes para a realização das tarefas. Demarcou cada etapa das atividades com questionamentos aos alunos para acompanhar as suas resoluções, além de acrescentar perguntas extras ao material. A pesquisa mostra que os professores iniciantes recontextualizam os MCE de Modelagem Matemática perante um sequenciamento didático que se sintoniza aos princípios da sua prática pedagógica.

Considerações finais

Os 18 artigos mapeados e sintetizados neste artigo ilustram que pesquisas nacionais centradas no uso de MCE na formação continuada de professores ainda é incipiente. Dos 18 artigos, detectamos que sete evidenciam MC, oito referem-se a MCE e três mencionam ambos os construtos. A partir dessa organização, estamos trabalhando no sentido de melhor esclarecer a conceituação de Material Curricular Educativo como um tipo de recurso que promove o aprendizado do professor. Particularmente, buscaremos situar que aprendizado docente os estudos mostram quando um MCE entra em cena. Pesquisas como as de Boas e Barbosa (2016a, 2016b) indicam que aprender com um MCE implica oportunizar ao docente formas distintas de participação em contextos com reflexão profissional colaborativa.

Os estudos mapeados também nos indicam pontos cruciais dos MCE para os professores, particularmente, como se pode estabelecer a relação entre os educadores e o uso desses materiais em sua prática pedagógica. A preocupação com a aprendizagem docente e a discente, a ilustração de práticas reais (e não hipotéticas) de aprendizagens ou respostas instigantes que efetivamente aconteceram em uma sala de aula são aspectos a serem considerados em um MCE. As situações sugeridas em um MCE não são meras receitas a serem reproduzidas. Elas precisam ser reinterpretadas, apropriadas e (re)significadas na própria prática do docente que a analisa (BROWN, 2009). Um MCE também precisa conter informações reflexivas de quem o utiliza (BAIRRAL, 2016).

Finalmente, esperamos que este artigo sirva aos jovens pesquisadores como fonte de inspiração para a realização de mapeamentos de investigações em Educação Matemática e que, a partir dele, oriente a construção da sua problemática de pesquisa e auxilie na produção de novos conhecimentos para o problema de pesquisa proposto.

A mapping of researches on the use of educational curricular materials in Mathematics teacher training

Abstract

This article presents a literature review of studies based on the use of Educational Curricular Materials (ECM) in professional development of mathematics teachers. The ECMs are resources prepared to support teachers, particularly because they contain information that allow them to have a notion of how to plan the classes or the new pedagogical practices. In this survey 18 articles were captured in nine mathematical education journals. It was possible to verify a deficit of ECM research in the Brazilian studies of mathematics education with teachers. This paper brings contributions to the conceptualization of this type of resource and illustrates how the researches are using such formative materials.

Keywords: Mathematics Education. Educational curriculum materials. Professional teacher development. Continual Mathematics formation. Obligatory education.

Una cartografía sobre el uso de materiales curriculares educativos en la formación continua de docentes

Resumen

El presente artículo presenta un levantamiento bibliográfico de investigaciones pautadas en el uso de Materiales Curriculares Educativos (MCE) como propuesta de desarrollo profesional de profesores de matemáticas. MCE son materiales preparados para apoyar a los profesores, por contener recursos que les posibilitan una noción previa de cómo estructurar las clases de matemáticas y la forma de interacción con los estudiantes en el desarrollo de prácticas pedagógicas. En este levantamiento se detectaron 18 artículos en nueve periódicos de educación matemática, siendo posible verificar un déficit de estudios brasileños sobre el uso de MCE por profesores de la Educación Básica. El artículo presenta contribuciones respecto a la conceptualización de ese tipo de recurso e ilustra como las investigaciones están utilizando esos materiales formativos.

Palabras clave: Educación Matemática. Materiales curriculares educativos. Desarrollo profesional docente. Formación continuada en Matemáticas. Educación básica.

Notas

1 Este artigo é uma versão revisada e ampliada de Arquieres e Bairral (2018).

2 Disponível em: <http://cursos.ufrrj.br/posgraduacao/ppgeducimat/>. Acesso em: 28 maio 2018.

3 Esse tipo de levantamento "faz referência à identificação, à localização e à descrição das pesquisas realizadas em um determinado tempo, espaço e campo de conhecimento" (FIORENTINI; PASSOS; LIMA, 2016, p. 18). Neste artigo, as expressões *mapeamento de pesquisa* e *levantamento bibliográfico* serão utilizadas como sinônimos.

4 Neste primeiro momento, optamos por olhar apenas os periódicos por considerarmos que, nesses veículos, os textos costumam apresentar maior densidade teórica e detalhamento metodológico, e por trazerem resultados em caráter mais conclusivo. Artigos publicados em Anais de congressos (ENEM, SIPEM etc.) podem ser fontes para outras análises.

5 A captura se iniciou em 2011 porque é nesse período que começam a surgir pesquisas divulgadas, pioneiramente no Brasil, por Jonei Barbosa e Andreia Oliveira (UFBA). Além do mais, internacionalmente, uma obra de referência para os MCE é a de Remillard et al. (2009).

6 Disponível em: <http://www.colaboracaoprofessores.blogspot.com.br/> Acesso em: 20 maio 2018.

7 http://www.gepeticem.ufrrj.br/portal/categoria/materiais-curriculares/ Acesso em: 30 junho 2018.

8 Disponível em: http://www.educacaomatematica.ufba.br/tarefa.php?cod=13 Acesso em: 10 maio 2018.

Referências

AGUIAR, W. R. *A transformação de textos de materiais curriculares educativos por professores de matemática nas práticas pedagógicas: uma abordagem sociológica com a lente teórica de Basil Bernstein*. 2014. 111f. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Universidade Federal da Bahia, Feira de Santana, 2014.

AGUIAR, W. R.; OLIVEIRA, A. M. P. A transformação dos textos dos materiais curriculares educativos por professores de Matemática: uma análise dos princípios presentes na prática pedagógica. *BOLEMA*, v. 28, n. 49, p.580-600, 2014.

AGUIAR, W. R.; OLIVEIRA, A. M. P. Uma análise sociológica Bernsteiniana sobre os usos de materiais curriculares educativos. *Educação Matemática Pesquisa*, v.19, n.1, p. 403-422, 2017.

ARQUIERES, D. D.; BAIRRAL, M. A. Um mapeamento inicial sobre o uso de materiais curriculares educativos na formação continuada de docente.in: Encontro de Educação Matemática do Estado do Rio de Janeiro, 7, 2018, Rio de Janeiro. *Anais*, Rio de Janeiro, 2018.

BAIRRAL, M. A. Materiais curriculares educativos online como uma estratégia ao desenvolvimento profissional em Matemática. *Zetetiké*, v.24, n.1, p.75-92, 2016.

BOAS, J. V.; BARBOSA, J. C. Formas de Participação do Professor de Matemática ao Utilizar Materiais Curriculares Educativos em Sala de Aula. *JIEEM*, v.9, n.2, p. 143-166, 2016a.

BOAS, J. V.; BARBOSA, J.C. Oportunidades de aprendizagens docentes ao utilizar materiais curriculares educativo. *Boletim Gepem*, n.69, p.91-104, 2016b.

BROWN, M. W. The Teacher-Tool relationship: theorizing the design and use of curriculum materials. In: J. T. Remillard, B. A. Herbel-Eisenmann, & G. M. Lloyd (Eds.), *Mathematics teachers at work*: connecting curriculum maerials and classroom instruction). p.17-36. New York: Routledge, 2009.

CRISOSTOMO, E.; JANUÁRIO, G.; LIMA, K. Relação professor-materiais curriculares em Educação Matemática: análise de alguns resultados de pesquisas. *Educação Matemática em Revista*, n. 53, p.62-74, 2017.

DAVIS, E. A.; KRAJCIK, J. S. Designing Educative Curriculum Materials to Promote Teacher Learning. Educational Researcher, Washington, v. 34, n. 3, p. 3-14, abr. 2005.

EISENMANN, T.; EVEN, R. Similarities and differences in the types of algebraic activities in two classes taught by the same teacher. In: REMILLARD, J. T.; HERBEL-EISENMANN, B. A.; LLOYD, G. M. (Ed.). *Mathematics Teachers at Work*: connecting curriculum materials and classroom instruction. 1. ed. New York: Routledge, 2009. p. 152-170.

FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. (Org.). *Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática*: período 2001-2012. Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2016. P.17-42. ISBN 978-85-7713-198-3. Disponível em: <https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/pagina_basica/58/e-book-mapeamento-pesquisa-pem.pdf.>. Acesso em: 26 mai. 2018.

JANUARIO, G.; LIMA, K.; MANRIQUE, A. L. A Relação professor-materiais curriculares como temática de pesquisa em educação matemática. *Educação Matemática Pesquisa*, v.19, n.3, p. 414-434, 2017.

LIMA, E. T.; BORBA, R. E. S. R. Relações entre o raciocínio combinatório e o probabilístico: como estão propostas em currículos prescritos? *Perspectivas da Educação Matemática*, v.10, n. 24, p. 816-833, 2017.

OLIVEIRA, A. M . P. Desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática: colaboração e materiais curriculares (educativos). *Zetetiké*, v.24, n.1, p. 157-171, 2016.

OLIVEIRA, A. M. P. de; BARBOSA, J. C. A Produção de Materiais Curriculares Educativos em Grupos Colaborativos. In M. A. Gonçalves Júnior, E. M. Cristóvão, & R. C. R. Lima (Orgs.). *Grupos colaborativos e de aprendizagem do professor que ensina Matemática*: repensar a formação de professores é preciso! Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2014. p.118-126.

OLIVEIRA, A. M. P. de; BARBOSA, J. C. Potencialidades de materiais curriculares educativos para a componente curricular prática de ensino. *Educação Matemática em Revista*, n.49B, p.116-123, 2016

OLIVEIRA, W. C.; OLIVEIRA, A. M. P. de; SILVA, L.A. da. Análise de materiais curriculares elaborados por professores na perspectiva dos marcadores de tarefas. *Educação Matemática Pesquisa*, v.19, n.3, p.42-66, 2017.

OLIVEIRA, B.; RIBEIRO, A.; POWELL, A. O Conceito de simetria e o ensino de Álgebra: analisando materiais curriculares da Educação Básica. *GEPEM*, n. 69,p. 105-117, 2016.

PALANCH, W. B. L. Professores que ensinam Matemática e suas relações com materiais curriculares e materiais curriculares educativos. *Perspectivas da Educação Matemática*, v.9, n.21, p. 1058-1074, 2016.

PACHECO, D. R.; PIRES, C.M.C. Impactos de materiais curriculares na prática do professor que ensina Matemática nos anos iniciais. *REVEMAT*, v.10, n.2., p.227-242, 2015.

PIRES, C. M. C. Investigações e vivências sobre a utilização de materiais curriculares por professores de Matemática. *Educação Matemática em Revista*, n. 48, p. 47-63, 2016.

PRADO, A. S. P.; OLIVEIRA, A. M. P.; BARBOSA, J. C. Uma análise sobre a imagem da dimensão interacional da prática pedagógica representada em materiais curriculares Educativos. *Educação Matemática Pesquisa*, v.16, n.2, p.505-535, 2014.

PRADO, A. S. P.; OLIVEIRA, A. M. P.; BARBOSA, J. C. Uma análise sobre a imagem da dimensão estrutural da prática pedagógica em Materiais Curriculares Educativos. *Bolema*, v. 30, n. 55, p.738-762, 2016.

REMILLARD, J. T.; HERBEL-EISENMANN, B. A.; LLOYD, G. M. (Eds.). *Mathematics teachers at work:* connecting curriculum materials and classroom instruction. New York: Routledge, 2009.

Silva, M. S. d.; Barbosa, J. C.; Oliveira, A. M. P. d. O sequenciamento do ambiente de modelagem matemática a partir do contato com materiais curriculares Educativos. *Acta Scientiae*, v.14, n.2, p.240-259, 2012.

Enviado em 30 de maio de 2018.

Aprovado em 10 de julho de 2018.

Educação financeira nas escolas: uma discussão feita a partir de experiências vivenciadas pelo Programa de Educação Financeira nas Escolas – Ensino Médio

Inglid Teixeira da Silva*
Ana Coêlho Vieira Selva**

Resumo

No Brasil, a discussão sobre educação financeira foi impulsionada pela Estratégia Nacional de Educação Financeira, que propôs o Programa de Educação Financeira nas Escolas – Ensino Médio. Em Pernambuco, implantou-se educação financeira em 89 escolas públicas de Ensino Médio em 2015. Neste artigo, apresentamos a análise de rodas de conversas com professores e alunos de duas escolas. Alunos e professores consideraram válida a proposta de educação financeira a partir do material sugerido para as escolas. Destacaram a estreita relação entre educação financeira e Matemática, ressaltando o uso de conhecimentos matemáticos para a realização das atividades propostas. Apontaram ainda para a necessidade de formação do professor para atuar com educação financeira nas escolas.

Palavras-chave: Educação financeira. Educação Matemática crítica. Ensino Médio.

Introdução

A educação financeira escolar no Brasil vem sendo amplamente discutida nos dias atuais. Essa discussão foi, em parte, impulsionada pela Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF), que conta com participação de órgãos públicos e privados. A ENEF foi instituída em 2010, através do Decreto nº 7.397 do governo federal. Uma das propostas da ENEF é oferecer educação financeira a crianças, jovens e adultos através de várias ações, por exemplo, portais de internet, palestras, publicações, seminários, reuniões, entre outros. Para isso, propõem programas para adultos, crianças e jovens. Entre estes programas, analisaremos o voltado para jovens do Ensino Médio, foco do presente artigo.

No Programa de Educação Financeira nas escolas do Ensino Médio, a Educação Financeira é tratada de forma transversal através de situações didáticas, propostas em três livros especialmente planejados para o trabalho em escolas de Ensino Médio. Além desses, ainda foram preparados livros para os professores e cadernos de exercícios

* Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica pela Universidade Federal de Pernambuco – UFPE. Professora da educação básica. E-mail: inglidteixeira@yahoo.com.br

** Doutorado em Psicologia Cognitiva pela Universidade Federal de Pernambuco – UFPE. Professora do Centro de Educação e do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco - UFPE. E-mail: anaselva@globo.com

para os alunos, sendo todo o material distribuído pelo Ministério da Educação (MEC) para escolas da rede pública. Os objetivos descritos para esse grupo são:

> (i) construir um pensamento financeiro sólido, e (ii) desenvolver comportamentos autônomos e saudáveis, permitindo que eles sejam os protagonistas de sua própria história, com total capacidade de decidir e planejar para o que eles querem para si mesmos, suas famílias e os grupos sociais aos quais pertencem (BRASIL, 2013, p. 12).

O Programa de Educação Financeira – Ensino Médio está sendo implementado em escolas de todo o país. Em Pernambuco, este programa foi implantado em 2015, atendendo inicialmente a 89 escolas que estão inseridas no Programa de Ensino Médio Inovador – ProEMI. Em 2015 e 2016, 25 (vinte e cinco) técnicos educacionais atuaram como multiplicadores envolvendo todas as Gerências Regionais de Ensino (GREs), coordenando o trabalho com 85 (oitenta e cinco) coordenadores pedagógicos e 356 (trezentos e cinquenta e seis) professores. O programa atendeu a cerca de 38.659 (trinta e oito mil, seiscentos e cinquenta e nove) alunos da rede estadual de ensino. Surge a necessidade de compreender como esse trabalho foi desenvolvido, o que nos dará subsídios para avaliar melhor as dificuldades e contribuições dele, tanto do ponto de vista de implementação como da formação do professor e do estudante.

Este artigo traz os resultados encontrados a partir de rodas de conversa feitas com professores e alunos em duas escolas sobre a implantação do programa, verificando possíveis relações dele com o currículo escolar, especialmente com a Matemática.

1. Educação financeira escolar em uma perspectiva crítica

Compreende-se que as questões econômicas fazem parte do dia a dia da população. É comum passarmos por situações de compras e vendas em nosso cotidiano e que nos fazem constantemente tomar decisões que podem, de modo geral, influenciar nossas vidas. Assim, compreender questões acerca da economia e suas implicações em nossas vidas torna-se fundamental para auxiliar no processo de tomada de decisões.

Defende-se que, para além das questões pragmáticas, a educação financeira nas escolas precisa estar fundamentada de forma a colaborar para práticas mais reflexivas. Entende-se por educação financeira escolar:

> um conjunto de informações através do qual os estudantes são introduzidos no universo do dinheiro e estimulados a produzir uma compreensão sobre finanças e economia, através de um processo de ensino que os torne aptos a analisar, fazer julgamentos fundamentados, tomar decisões e ter posições críticas sobre questões financeiras que envolvam sua vida pessoal, familiar e da sociedade em que vivem (SILVA; POWELL, 2013, p. 12-13).

No que diz respeito à Matemática, percebe-se uma forte ligação desta com a educação financeira, pois a Matemática pode ser usada, de forma geral, para resolver diversas questões que envolvem a temática. Da mesma forma, a educação financeira pode colaborar para a compreensão de conceitos matemáticos, tendo em vista que traz diversos contextos que favorecem e dão significado à mobilização de conhecimentos matemáticos. Assim, acredita-se que trabalhar conceitos matemáticos através da educação financeira e vice-versa pode servir para disseminar práticas interdisciplinares e auxiliar no processo de ensino e aprendizagem.

Trabalhar educação financeira a partir da Educação Matemática crítica pode ser um caminho possível para formar cidadãos mais críticos em relação a questões econômicas, bem como aptos a tomar decisões mais conscientes.

O movimento de Educação Matemática crítica "se preocupa fundamentalmente com aspectos políticos da Educação Matemática" (SKOVSMOSE, 2001, p. 7), além disso, defende-se a ideia de que "para ser crítica precisa reagir a contradições sociais" (SKOVSMOSE, 2001, p. 101). Ou seja, a Educação Matemática crítica se preocupa não apenas com o domínio dos conteúdos matemáticos e suas aplicações, mas também com a maneira como a Matemática pode interferir de forma positiva ou não nos modelos sociais que são impostos pela sociedade.

Skovsmose (2001) defende a ideia de se desenvolver nos alunos uma competência democrática que seria "uma característica socialmente desenvolvida da competência que as pessoas a serem governadas devem possuir, de modo que possam ser capazes de julgar os atos das pessoas encarregadas de governar" (SKOVSMOSE, 2001, p. 56). Nesse contexto, a Educação Matemática crítica torna-se fundamental para discutir essas questões, pois sugere um ensino de Matemática que, através da contextualização, conteste a sociedade em sua organização política, econômica e social.

No contexto econômico, acredita-se que um dos fatores que mais influencia os processos de consumo é a globalização. Assim, defende-se a ideia de que, no processo de globalização, além de conhecer os modelos matemáticos que permeiam a economia, é necessário refletir sobre eles para poder questionar as decisões tomadas pelos governos e que consequentemente afetam a vida dos indivíduos, da sociedade da qual fazemos parte e também do planeta no qual vivemos.

Nesse sentido, para além de questões pessoais, como saber poupar, investir, lidar com créditos, entre outros, acreditamos que a educação financeira precisa discutir questões mais profundas, como o que está por trás dos processos de produção e consumo e que envolvem toda a sociedade. Portanto, "a Educação Matemática ocupa-se também da preparação para o consumo, e podemos refletir sobre a responde-habilidade social" (SKOVSMOSE, 2014, p. 110), ou seja, é preciso sentir-se responsável e agir sobre situações que envolvem os fatores sociais, bem como precisamos compreender os ideais econômicos que existem por trás dos conteúdos matemáticos no qual estão inseridos.

Compreende-se que trabalhar educação financeira nas aulas de Matemática, na perspectiva da Educação Matemática crítica, pode colaborar para o desenvolvimento de cidadãos mais críticos e conscientes frente a situações que envolvem finanças, refletindo também sobre as consequências dos processos de produção, compras e vendas em um mundo globalizado como o nosso.

2. Procedimentos metodológicos

Foram realizadas rodas de conversa com professores e estudantes de duas escolas que desenvolveram o Programa de Educação Financeira durante o ano de 2016. As escolas eram da jurisdição da Gerência Regional de Ensino Vale do Capibaribe, em Pernambuco, mas de municípios diferentes, uma localizada em Bom Jardim (Escola A) e outra em Frei Miguelinho (Escola B). A participação de professores e alunos nas rodas de diálogo se deu de forma voluntária.

Na Escola A, cinco alunos se propuseram a conversar sobre o programa. Nessa escola, o trabalho com educação financeira, a partir do material proposto pelo Programa de Educação Financeira – Ensino Médio, foi realizado por quatro professores. Dois professores não participaram da conversa, um estava de licença médica e outro estava ausente da escola naquele dia. Assim, conversamos com cinco alunos e duas professoras da escola, sendo as conversas com alunos e professores realizadas de forma separada.

Na Escola B, apenas uma professora trabalhou com o programa, e ela, por sua vez, a nosso pedido, convidou uma aluna de uma das turmas para conversarmos. Foi solicitado maior número de alunos, entretanto, em função do término do horário de aula, os demais já haviam saído da escola. Nessa escola, em função do pouco tempo disponível da professora e da estudante, foi realizada uma roda de conversa conjunta.

Das três professoras que participaram das rodas de conversa, duas lecionavam Empreendedorismo (uma da Escola A e uma da Escola B) e uma era responsável por coordenar a biblioteca (Escola A). Uma tinha formação em Letras, uma em Geografia e uma em Ciências Sociais. Vale dizer que a orientação para uso do material da ENEF não definia um formato único ou uma única disciplina. A orientação da ENEF, adotada pela Secretaria de Educação do Estado, era que a educação financeira fosse trabalhada de forma transversal, sendo possível em qualquer componente curricular, com professores de qualquer formação acadêmica. O material proposto servia como subsídio aos professores e estudantes.

Este artigo não tem a intenção de comparar os dados obtidos na Escola A e na Escola B, mas sim analisar a implantação do programa em duas escolas da rede estadual verificando os desdobramentos e as dificuldades, de forma que os dados das diferentes escolas foram tratados conjuntamente. Considerando que, na Escola B, professora e aluna conversaram juntas sobre o programa, também não separamos o grupo de professores do grupo de alunos, mas nomeamos as falas de cada um. Denominaremos A1... A6 os alunos participantes das rodas de conversa e P1, P2 e P3, os professores.

A análise das rodas de conversa foi baseada em Bardin (2009). As categorias, subcategorias e inferências que se pôde fazer a partir delas são mostradas a seguir.

3. Análise e discussão dos resultados

A análise foi abordada a partir das seguintes categorias: 1. **Relevância do programa**, 2. **Relações do programa com o currículo escolar** e o 3. **Processo de implementação do programa nas escolas**.

Analisaremos inicialmente a relevância do programa. Nas falas de alunos e professores, observaram-se aspectos que determinavam a relevância de se ter nas escolas um programa de educação financeira. Esses aspectos foram organizados em cinco categorias: **relações com a família**, **controle de gastos**, **planejamento para o futuro**, **ampliação da visão de mundo** e **tomada de decisão**.

As **relações com a família** foram evidenciadas nas falas dos participantes que refletiram que o trabalho com o programa propiciou uma mudança no orçamento familiar, colaborou para uma melhor estabilidade financeira das famílias, bem como possibilitou uma melhor compreensão da situação financeira familiar. Dos nove participantes, sete afirmaram que o programa colaborou neste sentido. A fala, a seguir, exemplifica essa categoria:

> O orçamento familiar muda muito quando você chega, assim... Se seu pai, se sua mãe... Eu sou da zona rural, não teve aquele, aquela formação, não sabem lidar com contas, então ajuda muito você chegar e dizer: não pai, não mãe! Se você poupar tanto, lá na frente se você precisar já vai ter garantido, ou se deixar uma coisa desnecessária que naquele momento não seria tão interessante de comprar, você já vai poupar muita coisa... (A6)

Nota-se que esta aluna acima passou a opinar nas contas da casa e a colaborar para uma melhor estabilidade financeira no âmbito familiar. Além disso, ela revela ser do campo, o que nos mostra que o programa, a depender da abordagem feita pelo professor, pode atender a diversas realidades existentes nas escolas brasileiras.

Para seis participantes, o programa pode colaborar para o **controle de gastos** e isso contribuiu para a compra de objetos desejados, como retrata a seguinte fala:

> Se eu quero comprar algo, eu já vou economizar naquilo que eu já vejo que não tem necessidade de gastar, como lanche na escola mesmo. Às vezes eu trazia dinheiro e aí... Não, não quero lanche da escola não, mas hoje não... Hoje eu já lancho o da escola pra guardar o meu dinheiro porque se eu precisar de alguma coisa ou de um material, ou enfim... Essas coisas. (A3)

A fala da aluna acima indica que a educação financeira como proposta na escola, incluindo o material didático usado, vem fortalecer a ideia de economizar para comprar algo maior e/ou desejado. Nesse sentido, é necessário que, ao tratar do **controle de gastos**, que se considera algo relevante a ser abordado nas escolas a partir da educação financeira, entenda-se a importância de refletir junto com os alunos questões relativas ao que de fato é um bem necessário no momento atual da vida, ao consumo excessivo e a como este pode influenciar na vida em particular, como em possíveis dívidas e os impactos ambientais referentes ao descarte de materiais, poluição, entre outros.

Dois estudantes indicaram ainda que o hábito do **controle de gastos** passou a ser vivenciado também na escola. Eles afirmaram que, através do trabalho com educação financeira, passaram a ter uma melhor visão da gestão econômica da escola, tendo os alunos um cuidado maior com o gasto de energia, por exemplo: "Na escola mesmo foi sendo melhor trabalhado isso, como administrar todo esse processo econômico da escola" (A1).

As falas de cinco participantes indicaram que o trabalho com o programa nas escolas pode colaborar com o planejamento para o futuro, ou seja, pode colaborar com o vislumbre de um futuro melhor, seja através da obtenção de trabalho, abertura do próprio negócio ou do ingresso no Ensino Superior, como pode ser observado nas falas: "Agora [após o trabalho com o programa] a gente tá assim. Eu, por exemplo, eu quero escolher uma área tipo economia, ciências contábeis, tô entre essas duas aí" (A2) e "A gente trabalhando [com educação financeira] no Ensino Médio, a gente passa a desenvolver uma concepção que nos auxiliaria para um dia termos uma empresa, desenvolvermos um trabalho" (A5).

Pela fala de A2, observa-se que o trabalho com o programa trouxe conhecimentos importantes sobre algumas áreas nem sempre muito abordadas na escola. Para A5, estimulou pensar sobre novas possibilidades profissionais, como a abertura do próprio negócio. Nota-se que o trabalho com o programa pode impulsionar o pensar no futuro, nas várias vertentes que essa discussão pode proporcionar no que diz respeito à educação financeira, contribuindo para o estudante refletir sobre questões econômicas e as possibilidades de empreendedorismo.

Outro aspecto relevante demonstrado pelos participantes foi a **ampliação da visão de mundo**, que consiste no esclarecimento de questões referentes a finanças e como estas podem influenciar a vida em sociedade. Esse aspecto foi apontado por cinco participantes, como mostra a fala a seguir: "É um conhecimento a mais que o aluno tem, né? Não só aquele conhecimento de sala de aula, daquelas matérias que a gente já conhece, é relacionado à economia, é um conhecimento, assim, mais de mundo..." (A4).

A fala de A4 reflete os conhecimentos adquiridos através do trabalho com a educação financeira que transcendem aqueles vistos em sala de aula, favorecendo a compreensão das relações econômicas do mundo. Refletimos que conhecer e estar atento às questões econômicas que envolvem a sociedade é fator importante no desenvolvimento de cidadãos mais críticos frente a situações que envolvem finanças, mas é preciso que as discussões que envolvem a economia do país e do mundo sejam feitas de forma aberta, fortalecendo a pluralidade de visões.

Três participantes afirmaram ainda que o trabalho com o Programa de Educação Financeira pode auxiliar no processo de **tomada de decisão**. A partir de tal trabalho, eles passaram a considerar algumas questões no momento de realizar uma compra ou tomar decisões referentes à sua vida financeira, como afirma A3: "Eu mesmo também não tinha noção de gasto de dinheiro, todo dinheiro que me desse eu gastava tudo, e hoje não... Hoje eu já faço os meus cálculos, eu já me baseio naquilo que eu quero..." (A3).

A fala da aluna acima revela que ela passou a refletir sobre os gastos realizados e a possibilidade de poupar para alcançar outros objetivos. Outro aspecto que pôde ser observado durante a conversa com alunos e professores que trabalharam com o programa foi a relação que o material pode fazer com o currículo escolar. Este aspecto é explicitado a seguir.

As relações do programa com o currículo serão discutidas a partir das relações com a Matemática e das relações com outras disciplinas.

Todos os participantes entrevistados indicaram que o programa traz **relações com a Matemática**, como mostram as seguintes falas: “Ele trabalha muito com Matemática...” (A3) e “Eu acho o material muito assim, tá intimamente ligado com Matemática” (P3).

Sobre os conteúdos trabalhados, seis participantes indicaram eixos e/ou conteúdos matemáticos articulados ao trabalho com o material: porcentagem (citada por três participantes), operações aritméticas (três participantes citaram), juros (dois participantes citaram), probabilidade (um participante citou), estatística (um participante citou) e Matemática Financeira (um participante citou). Desses conteúdos citados, operações aritméticas, porcentagem, juros e questões relativas à estatística foram também identificados em nossa análise no material didático do aluno; assim, esses parecem ser conteúdos mais marcantes durante o trabalho com o programa.

Relembramos que nenhum dos três professores participantes das rodas de conversa têm formação em Matemática ou lecionam esta disciplina, de forma que eles mencionaram ainda que, em alguns casos, ao trabalhar com o material de educação financeira proposto, é necessário o auxílio de professores de Matemática, como indica o seguinte trecho: “Sempre que precisa a gente pede ajuda também ao professor de Matemática” (P3).

A fala acima sugere que, para os participantes das rodas de conversa, há uma maior relação do programa com a Matemática do que com as outras disciplinas, sendo ela indicada por todos os participantes como necessária no trabalho com o programa. Seis participantes conseguiram identificar conteúdos matemáticos que foram trabalhados no Programa de Educação Financeira, o que pode sugerir que as relações existentes entre a educação financeira e a Matemática foram mais evidentes do que da educação financeira com outras disciplinas. Este dado é relevante porque a proposta de educação financeira para as escolas não define, nem prioriza, a Matemática como componente curricular preponderante. Outro aspecto relevante apontado pelos professores participantes foi a necessidade de articulação deles com os professores de Matemática, fortalecendo práticas interdisciplinares.

As **relações com outras disciplinas** relatadas pelos professores e alunos referem-se às disciplinas que não a Matemática, sendo estas do currículo comum ou não, como também a integração que o programa pode fazer com os aspectos extraescolares. No geral, cinco participantes apontaram para a relação com outras disciplinas e, destes, três indicaram a relação com disciplinas do currículo comum, como mostra a seguinte fala: “A gente pode relacionar matérias como a Física, a Química, a Matemática; em relação a isso, tá sendo uma prática bem legal” (A3).

Apesar de três participantes indicarem a relação com outras disciplinas do currículo comum além da Matemática, apenas A3 citou em quais disciplinas existiria essa relação, como mostrado acima. Para a Química não foi dado nenhum exemplo da relação, mas para a Física o participante afirmou que: “Trabalhou nas aulas de educação financeira a questão da eletricidade, essas coisas, energia...”.

Foram poucos os participantes que fizeram a relação do programa com outras disciplinas do currículo comum que não a Matemática. Isso pode ser decorrente do fato de o programa não ter sido trabalhado intencionalmente articulado a outras disciplinas. Assim, ainda que o Programa de Educação Financeira não priorize a Matemática, os relatos de professores e estudantes mostram a grande articulação da educação financeira com os conhecimentos matemáticos.

Sobre o processo de implementação, os participantes refletiram sobre **a forma como o programa está sendo trabalhado nas escolas**, o material didático e as dificuldades enfrentadas durante o trabalho com o programa. Esses pontos são apresentados e exemplificados a seguir.

A forma como o programa está sendo trabalhado nas escolas participantes atualmente é: principalmente, sendo ensinado na disciplina de empreendedorismo. Isso é revelado seguintes falas: "A gente trabalhou... principalmente nas aulas de empreendedorismo" (A3) e "Eu trabalho na disciplina de empreendedorismo com eles..." (P3).

Nota-se que as escolas participantes optaram por trabalhar o programa inserido em uma disciplina específica, muitas vezes sem articular com as demais disciplinas. Isso pode acontecer por falta de informação nas orientações do programa e no próprio material didático, como foi observado em Silva (2017), que não há uma preparação dos professores para um trabalho interdisciplinar, como também pela falta de formação que possa auxiliar os professores no desenvolvimento da interdisciplinaridade nas escolas.

A falta de orientação para o professor no trabalho com o programa é ilustrada na seguinte fala: "No ano passado chegou o material de educação financeira e a gente trabalhava por série, então o bloco 3 com o terceiro ano, o bloco 2 com o segundo ano e o bloco 1 com o primeiro ano. Mas, aí esse ano a gente tá trabalhando com os temas, então tá misturando o material" (P3).

O trecho acima revela que, inicialmente, o material foi trabalhado de forma que o número do bloco correspondesse com cada ano escolar, contrastando com a orientação do programa que anuncia que qualquer livro pode ser usado em qualquer ano. Esta forma de atuar é bem coerente com a maioria dos materiais didáticos que apresentam livros numerados especificamente, destinados a cada ano escolar. Assim, reforçamos a necessidade de formação do professor para atuar com o Programa de Educação Financeira, de forma a conhecer as particularidades do material que vai utilizar e também saber como desenvolver a interdisciplinaridade, potencializando a importância das discussões sobre educação financeira.

Dentre os trabalhos desenvolvidos durante o programa com os alunos, uma das professoras indicou a confecção de portfólios e entrevistas, como mostra a seguinte fala: "A gente fez mais assim, pesquisas, eles foram pra rua, eles entrevistaram, eles fizeram levantamentos em casa, nas famílias... Não em todas as turmas, em algumas turmas, outras turmas foi mais um trabalho diferenciado, confecção de portfólio de gastos, de despesas" (P2).

A fala acima expõe alguns dos trabalhos realizados com o programa. Como já mencionado, alguns alunos ressaltaram que práticas discutidas a partir do material proposto sobre educação financeira foram vivenciadas na escola e também em suas famílias, o que é muito valoroso, sendo um ponto muito positivo do desenvolvimento do programa na escola. Além disso, P2 reflete sobre a realização de entrevistas feitas pelos alunos em suas casas e na comunidade em que vivem, sugerindo que o trabalho com o programa pode servir para aproximar a escola da vida cotidiana dos alunos.

Para todos os participantes das rodas de conversa, trabalhar com o programa em conjunto com outras disciplinas pode ser melhor que de forma separada, como é feito atualmente. Eles apontam que: "Seria até melhor porque a gente só tem uma aula de empreendedorismo e tem que se virar porque tem o material que é de empreendedorismo e tem a educação financeira, aí é muito corrido..." (A6) e que "... de certa forma tá associada a todas as outras, né? Pode ser trabalhada de forma interdisciplinar ..." (P3).

A6 revela que um trabalho interdisciplinar pode proporcionar o desenvolvimento de mais questões que envolvam a educação financeira, já P3 aponta para a relação que há entre as disciplinas e a educação financeira, podendo o trabalho, assim, ser desenvolvido de forma interdisciplinar. Estas falas reforçam a importância de se resgatar a interdisciplinaridade preconizada pelo programa, mas ainda não vivenciada de forma adequada nas escolas.

Sobre o **material proposto** para o trabalho com o programa, todos os participantes afirmaram ser um bom material, além de apresentar uma linguagem simples. Três participantes indicaram ainda que o material apresenta forte relação com o cotidiano, como pode ser visto na seguinte fala:

> Nas turmas que eu trabalho com esse tema, eles gostam bastante do material, é um material bem assim, é interessante de se estudar, de se trabalhar, são coisas do dia a dia, são conteúdos relacionados ao dia a dia deles, da realidade da escola, da família e é um conteúdo bem interessante. O material é bem rico nesse sentido de proporcionar essa contextualização com a realidade deles (P3).

Como mencionado anteriormente, o material didático é importante ferramenta no trabalho com o programa nas escolas, tendo em vista que a formação realizada com os técnicos se apoiou exclusivamente no uso desse material, sendo esta a formação também designada para ser realizada com professores, além de um curso *online*. Pelas falas dos participantes, observa-se que o material apresenta uma linguagem de fácil compreensão e pode fazer ligação com a realidade dos alunos, colaborando para o desenvolvimento das atividades em sala de aula.

Dentre as **dificuldades apresentadas** para desenvolver o Programa de Educação Financeira, os professores entrevistados apontaram para a falta de tempo, necessidade de mudanças no currículo escolar, que em alguns casos não atende à realidade dos alunos, e a falta de material suficiente para todos os alunos.

A falta de tempo pedagógico para conhecer melhor o material proposto foi evidenciada por dois professores, como revela a fala de P2: "O problema é que falta tempo pra explorar o material... Ele [o professor] tinha que conhecer o material e ver, entendeu? E a gente não tem tempo..." (P2).

Sobre as mudanças no currículo, dois professores apontaram que é necessário obter uma maior abertura para que possa se desvincular dos conteúdos programados para cada ano, tendo em vista que são muitas as questões a serem abordadas, como mostra P1: "... e haja espaço pra se desvincular do bendito conteúdo que a gente é obrigado a dar..." (P1).

A falta de tempo pedagógico para discutir novas temáticas foi a principal dificuldade apresentada pelos professores para desenvolver o Programa de Educação Financeira. Um professor apontou ainda que o programa não atende à realidade de estudantes da escola pública, de áreas carentes, pois as questões colocadas no programa não atingem a realidade dos mesmos. Esse aspecto foi levantado no seguinte trecho: "Eu acho que o tema pode não ser muito importante pra nossa realidade, pro mundo da gente... Alguns estudantes da gente... Porque tem uns que são tão carentes que eles não têm o que economizar..." (P2).

No trecho acima, é possível notar que mais uma vez a educação financeira é atrelada apenas ao controle de gastos ou de receitas. Assim, de acordo com o participante, se os alunos não têm dinheiro, torna-se sem sentido oferecer educação financeira. Como já foi mencionado, acreditamos que as questões que envolvem a educação financeira na escola precisam estar além do educar para poupar, e percebemos que há um potencial para se refletir sobre outros aspectos, como a desigualdade social, consumo atrelado à preservação do meio ambiente, a tomada de decisão, por exemplo, contribuindo para a formação cidadã.

Um dos professores revelou ainda que a falta de material didático para todos os alunos atrapalha um pouco a aula, afirmando que:

> Uma coisa que às vezes dificulta um pouco é porque esse material, ele não veio pra escola em quantidade suficiente pra todos os alunos. Então sempre que eu preciso utilizar, levo pra sala de aula. A gente usa no decorrer da aula e devolve na biblioteca. Ele não tem assim, não chegou um livro de cada bloco pra cada aluno. (P3).

Como a distribuição do material foi diretamente do MEC para as escolas, não tivemos informação dos critérios usados para definir a quantidade de livros por escola, mas pela fala acima se verifica a importância de o professor receber orientações sobre como o material deve ser trabalhado, se individual, em duplas ou em grupos.

De forma geral, percebe-se que as principais dificuldades apontadas pelos professores poderiam ser amenizadas se houvessem mais formações com eles que evidenciassem as características e potencialidades de trabalhar com educação financeira na escola nas diversas áreas de conhecimento. Acredita-se que, desta forma, os professores poderiam entender melhor a importância da educação financeira, suas potencialidades e seus desafios, podendo então usar melhor o material proposto na construção do conhecimento dos estudantes ou mesmo desenvolver novos materiais.

Conversar com professores e alunos que trabalharam com o Programa de Educação Financeira nas escolas foi de grande importância para compreender a forma como o programa vem sendo desenvolvido e os desafios que se apresentam, tanto na perspectiva dos estudantes como dos professores e das escolas. Ao mesmo tempo, permitiu perceber quais as mensagens de educação financeira que têm ficado de forma mais forte para os alunos que participaram das rodas de conversa.

Apesar de ambas as escolas trabalharem com o programa em uma disciplina apenas, observou-se nas falas dos professores e alunos que o trabalho com o material proposto possibilitou a integração entre alunos e família, alunos e professores, professor e professor, escola e comunidade escolar. Ou seja, a forma como a educação financeira vem sendo tratada no material proposto pôde facilitar o diálogo entre os participantes de toda a comunidade escolar. Assim, se trabalhada de forma interdisciplinar, esses laços podem ser ainda mais fortalecidos.

As dificuldades apresentadas pelos professores participantes das rodas de conversa indicam a urgência de se oferecer formação em Educação Financeira e, especificamente, com o material didático proposto para o Ensino Médio. Porém, mesmo com as dificuldades apresentadas, pode-se dizer que o trabalho desenvolvido nessas escolas trouxe bons resultados para os alunos, indicando a relevância e as possibilidades da educação financeira nas escolas.

Considerações finais

Os dados apresentados indicam que alunos e professores consideram que a educação financeira deve ser abordada nas escolas. Não se verifica, no entanto, um formato único de abordagem, sendo necessário aprofundar a análise das diferentes formas de se trabalhar com educação financeira nas escolas, se aliada a uma única disciplina ou de forma transversal, como também analisar os materiais que vêm sendo desenvolvidos para as escolas.

Na opinião de professores e alunos, o material proposto pela ENEF/MEC para o trabalho com educação financeira no Ensino Médio foi considerado bom; entretanto, os professores apontaram para a necessidade de aproximá-lo mais da realidade da maioria dos alunos.

É importante que a falta de recursos não seja vista como impedimento para se trabalhar educação financeira e que economizar não seja o ponto central. É necessário que o material de fato provoque reflexões ao estudante sobre as relações sociais, econômicas e financeiras e sobre o papel do indivíduo na sociedade. Não se pode negar o fato de que, em alguns casos, ter um controle de gastos pode favorecer o desenvolvimento pessoal, mas esse não pode ser o ponto principal quando o assunto é educação financeira. É necessário que as propostas de educação financeira tragam uma abordagem crítica e que favoreçam o desenvolvimento de cidadãos mais autônomos. A escola não pode apenas preparar cidadãos para a economia, e sim tornar os cidadãos aptos a refletirem sobre a situação econômica e a tomarem a decisão que consideram ser a mais saudável.

Considerando as relações da educação financeira com a Matemática, professores e alunos afirmaram a necessidade de uso de conceitos matemáticos, como porcentagem e juros, para resolverem situações propostas nos materiais para o Programa de Educação Financeira. Isto foi visto pelos alunos como uma oportunidade de contextualizar a Matemática, mas os professores que ministraram o programa enfatizaram a necessidade de trabalhar tais questões junto com o professor de Matemática. Este fato sugere que a educação financeira pode contribuir para dar sentido a conceitos matemáticos e que, por sua vez, a Matemática é uma ferramenta útil para tratar diversas situações propostas nos materiais de educação financeira. Sugere, também, que se deve investir na formação do profissional que está trabalhando com educação financeira na escola, de modo que ele se sinta seguro para abordar o material proposto.

Em síntese, professores e alunos avaliaram positivamente o trabalho com educação financeira realizado nas escolas investigadas, ressaltando a estreita relação da educação financeira com a Matemática e as possibilidades advindas dessa articulação, tanto para a contextualização dos conhecimentos matemáticos como para o desenvolvimento de reflexões críticas sobre finanças e economia na sociedade.

Financial education in schools: a discussion made from experiences experienced by the financial education program in schools - high school

Abstract

In Brazil, the discussion on financial education in schools was driven by the National Financial Education Strategy, which proposed the Financial Education Program in Schools - High School. In Pernambuco, financial education was implemented in 89 public high schools in 2015. In this article, we present the analysis of the conversation among teachers and students of two schools. Students and teachers considered the proposal of financial education valid from the material proposed for schools. They emphasized the close relationship between financial education and mathematics, highlighting the use of mathematical knowledge to carry out the proposed activities. They also pointed to the need for teacher training to work with financial education in schools.

Keywords: Financial Education. Critical mathematics education. High School.

Educación Financiera en las escuelas: una discusión hecha a partir de experiencias vivenciadas por el Programa de Educación Financiera en las escuelas - Enseñanza Media

Resumen

En Brasil, la discusión sobre la educación financiera fue impulsada por la Estrategia

Nacional de Educación Financiera que propuso el Programa de Educación Financiera en las Escuelas - Enseñanza Media. En Pernambuco, se implantó educación financiera en 89 escuelas públicas de enseñanza media en 2015. En este artículo, presentamos el análisis de rondas de conversaciones con profesores y alumnos de dos escuelas. Alumnos y profesores consideraron válida la propuesta de educación financiera a partir del material propuesto para las escuelas. Destacaron la estrecha relación entre educación financiera y matemáticas, resaltando el uso de conocimientos matemáticos para la realización de las actividades propuestas. Subrayaron la necesidad de formación del profesor para actuar con educación financiera en las escuelas.

Palabras clave: Educación Financiera. Educación matemática crítica. Enseñanza Media.

Referências

BARDIN, L. *Análise do conteúdo*. Lisboa, Portugal: Edições 70, 2009.

BRASIL Estratégia Nacional de Educação Financeira. *Brasil: Implementando a estratégia nacional de educação financeira*. [S. l.]. 2013. Disponível em: http://www.bcb.gov.br/pre/pef/port/Estrategia_ Nacional_Educacao_Financeira_ENEF.pdf> Acesso em: 24 out. 2015.

SILVA, A. M.; POWELL, A. B. Um programa de educação financeira para a matemática escolar da educação básica. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 11, Curitiba - PR *Anais*....Curitiba, PR, PUCPR, 2013.

SKOVSMOSE, Ole. *Educação matemática crítica*: a questão da democracia. Campinas, SP: Papirus, 2001.

SKOVSMOSE, Ole. *Um convite à educação matemática crítica*. Campinas, SP: Papirus, 2014.

Enviado em 18 de maio de 2018.
Aprovado em 9 de julho de 2018.

ASPECTOS ENVOLVIDOS NA TOMADA DE DECISÃO DE LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA DIANTE DE SITUAÇÕES ECONÔMICO-FINANCEIRAS A PARTIR DE UMA TAREFA

Angela Joanella Cardoso Rocha*
Rita de Cássia Pistóia Mariani**

Resumo

Este artigo apresenta uma análise das argumentações de licenciandos em Matemática com relação à tomada de decisão diante de situações econômico-financeiras a partir do questionário semiestruturado e de uma Tarefa. Para tanto, para a produção de dados, adota-se a abordagem qualitativa, embasada em Lüdke e André (1986) e se tomam os princípios da análise de conteúdo de Bardin (2009), constituído por três etapas: pré-análise, exploração e interpretação dos resultados. Concluiu-se que as escolhas dos licenciandos revelaram argumentos majoritariamente vinculados a aspectos comportamentais, seguido por econômico-financeiros e, em raros casos, socioculturais. Com relação ao aspecto comportamental, pondera-se que as escolhas são geralmente embasadas na confiabilidade da marca ou da loja.

Palavras-chave: Educação Matemática. Tomada de decisão. Educação financeira escolar.

Introdução

A Educação Financeira Escolar (EFE) tem sido apresentada como um conjunto de informações através do qual os estudantes são introduzidos ao universo financeiro em um processo de ensino que envolve conhecimento, habilidade e atitude frente a situações financeiras para que possam analisar, julgar e tomar decisões, a fim de contribuir para sua vida pessoal, familiar e da sociedade em que vivem (SILVA; POWELL, 2013). Assim sendo, decidir diante de situações econômico-financeiras (SEF) é considerado um dos principais objetivos da EFE, segundo aponta Muniz (2016).

Mensurada a importância desse cenário, considera-se primordial a participação do professor como elo entre a EFE e a Educação Matemática. Isso porque o professor, em especial o de Matemática, pode promover discussões e entendimentos que permitem aos alunos tomar decisões embasadas em conceitos/conteúdos matemáticos, além de aspectos que possam estar envolvidos em suas escolhas.

Em vista disso, com a intenção de evidenciar trabalhos com o tema Educação Financeira (EF) no Ensino Superior, reanalisou-se os dados produzidos em dois mapeamentos realizados por Schünemann (2016) e se concluiu

* Graduada em Matemática - Licenciatura (2010) pela Universidade Federal de Santa Maria, mestre em Educação Matemática e Ensino de Física, pela mesma instituição (2017). E-mail: hangellarocha@gmail.com

** Graduada em Matemática - Licenciatura (1997) pela Universidade Federal de Santa Maria, mestre em Educação (2000) pela mesma instituição e doutora em Educação Matemática (2006) pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. E-mail: rcpmariani@yahoo.com.br

que há poucas pesquisas com esse enfoque, o que é preocupante. Diante desse contexto, desenvolveu-se uma pesquisa de Mestrado Acadêmico, a qual objetivou investigar a tomada de decisão de licenciandos em Matemática diante de SEF, mobilizando registros de representação semiótica. Visando tal objetivo, elaborou-se um questionário semiestruturado e quatro Tarefas.

Deste modo, a produção dos dados contou com a participação de dez licenciandos em Matemática matriculados no componente curricular MTM1058 – Matemática Financeira da Universidade Federal de Santa Maria em 2017/1, desenvolvida no horário regular da disciplina. Com este contexto, desde a primeira Tarefa, apoiada pelo uso da calculadora HP 12C, discutiu-se como a Educação Financeira Escolar insere-se na sala de aula de Matemática, a partir de SEF que culminam na tomada de decisão.

Embasado na investigação supracitada, este artigo apresenta uma análise de argumentações dos licenciandos em Matemática relacionada à tomada de decisão diante de SEF, referentes ao questionário semiestruturado e à primeira Tarefa. Diante disso, apresenta-se alguns entendimentos que constituem o quadro teórico e que revelam a importância da Educação Financeira na escola (SILVA; POWELL, 2013, 2015) vinculada a aspectos que podem estar envolvidos na tomada de decisão em SEF. Em seguida, expõe-se as três fases do princípio de análise de conteúdo. E, finalmente, aponta-se algumas considerações finais.

1. Educação financeira escolar e a tomada de decisão

Desde 2003, a Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) busca melhorias à Educação Financeira dos cidadãos e conscientizá-los sobre a importância do assunto. Uma de suas recomendações é que "a educação financeira deve começar na escola" (OECD, 2005, p.05, tradução nossa), ou seja, é importante que as discussões sobre questões financeiras sejam iniciadas o mais cedo possível na vida dos estudantes.

Com o intuito de colaborar com a educação dos alunos em relação à Educação Financeira está o trabalho de Silva e Powell (2013), intitulado *Design de uma Proposta de Currículo para Educação Financeira*, que contribui com a educação a partir de uma proposta curricular. Além disso, os autores mencionados anteriormente também defendem "um currículo de Educação Financeira para estudantes da Educação Básica, de escolas públicas, como parte de sua educação matemática" (SILVA; POWELL, 2013, p.11).

Em seu projeto, Silva e Powell (2013) elencaram elementos característicos de um estudante com indícios de ser educado financeiramente, como:

> a) Frente a uma demanda de consumo ou de alguma questão financeira a ser resolvida, o estudante analisa e avalia a situação de maneira fundamentada, orientando sua tomada de decisão valendo-se de conhecimentos de finanças, economia e Matemática;
> b) Opera segundo um planejamento financeiro e uma metodologia de gestão financeira para orientar suas ações (de consumo, de investimento...) e a tomada de decisões financeiras a curto, médio e longo prazo;
> c) Desenvolveu uma leitura crítica das informações financeiras veiculadas na sociedade (SILVA; POWELL, 2013, p.12).

Com base no exposto, considera-se que a Educação Financeira Escolar pode ir além de contribuir com a vida pessoal, familiar e da sociedade, desde um conjunto de informações sobre economia e finanças. Ela fornece entendimentos, discussões e reflexões apoiadas em conceitos/conteúdos matemáticos para a tomada das decisões.

Segundo Muniz (2016), a tomada de decisão também pode seguir dois enfoques: um tem referência à abordagem dos economistas tradicionais (economia tradicional), que têm um enfoque prescritivo, no qual a racionalidade é considerada essencial à tomada das decisões. De outro lado, a dos psicólogos (economia comportamental), cuja abordagem é descritiva, na qual a racionalidade humana apresenta alguns desvios e se utiliza de estratégias rápidas para tomar as decisões (MUNIZ, 2016).

Os dois entendimentos apresentados anteriormente exibem distinções com relação ao processo de tomada de decisão, ou pelo menos o que se pode mapear ao tentar entender como ele funciona. A partir destas considerações, apresentam-se alguns aspectos não matemáticos estudados por Muniz (2016), que podem estar envolvidos na tomada de decisão de alunos em situações financeiras:

> [...] aspectos culturais os relacionados aos hábitos, crenças e valores familiares, ou que fiquem claramente identificados a um grupo. Assim, expressões do tipo: "brasileiro não pensa no futuro", ou "na minha família funciona assim" ou ainda: "as pessoas querem manter o status", serão consideradas como culturais.
> Os aspectos financeiros serão usados para tratar da aquisição, uso, investimento e distribuição do dinheiro. Atitudes relacionadas ao orçamento pessoal e doméstico, planejamento financeiro, endividamento, consumo, crédito e poupança também serão enquadrados nessa categoria.
> Os aspectos econômicos envolvem a questão central da economia que é noção de escassez diante da necessidade humana, que geram a tríade do problema econômico, abarcando tanto questões microeconômicas que tratam de elementos mais simples do sistema econômico, como o que o consumidor faz com seu salário ao se dirigir ao mercado para adquirir bens e serviços, como também às questões macroeconômicas que se referem ao comportamento agregado dos agentes econômicos, e daí envolvem variáveis como como inflação, poder de compra, taxas de juros, variação cambial, PIB, desigualdade econômica, distribuição de renda, dentre outras.
> Os aspectos sociais neste trabalho se referem às classes sociais nas quais as pessoas estão inseridas, às relações de trabalho e aos movimentos de determinadas classes na direção de outras.
> Os aspectos comportamentais, ainda que possam englobar os sociais e culturais, serão aqueles relacionados à questões como emoção, paciência, e também às heurísticas ou seja, a regras gerais – atalhos para a tomada de decisão, associados ao Sistema 117 do cérebro – que resultam em repostas rápidas que podem levar a boas soluções, mas que geralmente levam a resultados inconsistentes, situações ruins ou os distanciam de uma solução ótima do ponto de vista financeiro (por exemplo, escolher tomar uma quantia emprestada a 20% ao ano, tendo a mesma ou até mais do que isso rendendo a 7% a.a. na poupança), conforme incontáveis experimentos e estudos decorrentes dos estudos pioneiros de Simon (1955), Kahneman (2012) (MUNIZ, 2016, p.20-21).

Algumas decisões não são bem descritas pelos modelos do agente racional; nesses casos, as decisões são chamadas de heurísticas (heurística da disponibilidade, heurística da contabilidade mental, heurística afetiva e aversão a dívidas). Segundo Muniz (2016), elas exprimem algumas formas de agir e podem estar envolvidas nas argumentações de aspecto comportamental.

2. Encaminhamentos metodológicos

Ao objetivar o que foi apresentado, os procedimentos adotados para o desenvolvimento deste trabalho foram orientados a partir de uma abordagem qualitativa, embasada em Lüdke e André (1986), cuja preocupação maior é com o processo, não com o resultado. Além disso, para a produção dos dados, seguiram-se os princípios da análise de conteúdo de Bardin (2009), os quais são constituídos por três etapas organizadas em: pré-análise, exploração e interpretação do questionário semiestruturado e de uma Tarefa.

2.1. Pré-análise do questionário semiestruturado e da Tarefa

O questionário semiestruturado e a Tarefa 1 têm a intenção de estabelecer o perfil dos participantes da pesquisa, evidenciar entendimentos e mapear as decisões tomadas diante de situações econômico-financeiras. Para tanto, o questionário foi subdividido em 51 questões e a Tarefa 1, constituída de 11 itens.

A seção **A** do questionário (Figura 1) referiu-se a aspectos pessoais, como nome (fictício ou pseudônimo), gênero, idade, estado civil, situação ocupacional, valor aproximado de sua renda, além de indagar com quem moravam.

A - UM POUCO SOBRE VOCÊ

A1) Nome (fictício ou pseudônimo): ______________________ A2) Idade: __________

A3) Gênero: ☐ - Feminino ☐ - Masculino

A4) Estado civil:
☐ - Solteiro(a) ☐ - Casado(a) / União Estável

A5) Tem filhos? ☐ - Não ☐ - Sim. Quantos? ______________

A6) Qual a sua situação ocupacional?
☐ - Somente estudo ☐ - Trabalho e estudo

A7) Sua renda mensal é de aproximadamente:
☐ - 1 salário mínimo ☐ - entre 1 e 3 salários
☐ - entre 4 e 5 salários ☐ - acima destes valores

A8) Com quem você mora?
☐ - Sozinho(a) ☐ - Com seu cônjuge
☐ - Com colegas/amigos ☐ - Com seus pais
☐ - Com familiares

Figura 1 – Seção A do questionário semiestruturado
Fonte: Própria

A segunda parte (**B**) (Figura 2) é composta por perguntas relacionadas à formação escolar básica dos participantes da pesquisa, ao período de duração do Ensino Fundamental e Médio, ao tipo de instituição, bem como à modalidade do ensino realizada.

B - UM POUCO SOBRE SUA EDUCAÇÃO BÁSICA

Ensino Fundamental

B1) Quando iniciou: ______________. Quando concluiu: ______________

B2) Qual a cidade: ______________________________

B3) Você estudou na maior parte do tempo em escola:
☐ - Pública ☐ - Particular (passar para B5)

B4) Se você estudou em escola pública, qual o tipo:
☐ - Municipal ☐ - Estadual ☐ - Federal

B5) Em qual modalidade você concluiu no Ensino Fundamental:
☐ - Regular ☐ - Supletivos ☐ - EJA
☐ - Outro. Em qual? ______________________________

Ensino Médio

B6) Quando iniciou: ______________. Quando concluiu: ______________

B7) Qual a cidade: ______________________________

B8) Você estudou na maior parte do tempo em escola:
☐ - Pública ☐ - Particular (passar para B10)

B9) Se você estudou em escola pública, qual o tipo:
☐ - Municipal ☐ - Estadual ☐ - Federal

B10) Em qual modalidade você concluiu no Ensino Médio:
☐ - Regular ☐ - Supletivos ☐ - EJA
☐ - Normal/Magistério ☐ - Técnico. Em qual? ______________
☐ - Outro. Em qual? ______________________________

Figura 2 – Seção B do questionário semiestruturado
Fonte: Própria

Já na terceira seção (**C**) (Figura 3), pretendeu-se coletar informações sobre ano de ingresso e previsão de término do curso de graduação, além de investigar a respeito de qual(is) momentos da trajetória escolar os participantes da pesquisa tiveram contato com conceitos/conteúdos de Matemática Financeira.

C - UM POUCO SOBRE SUA FORMAÇÃO ACADÊMICA

C1) Em qual ano/semestre ingressou no Curso Matemática Licenciatura? ____________

C2) Em relação às disciplinas aprovadas qual semestre você está hoje? ____________

C3) Qual é o turno da sua matrícula?

☐ - Diurno ☐ - Noturno

C4) Cursa alguma disciplina em outro turno?

☐ - Sim ☐ - Não (passar p C6)

C5) Qual o motivo pelo qual você cursa disciplina em outro turno?

☐ - Recuperar disciplinas reprovadas

☐ - Adequar oferta ao horário de trabalho

☐ - Para antecipar disciplinas

☐ - Outro. Qual?

C6) Qual o semestre e ano previsto para a conclusão do Curso? ____________

C7) Você já teve contato com conceitos de Matemática Financeira?

☐ - Não (passar para D1) ☐ - Sim

C8) Marque todos os momentos que você teve contato com conceitos da Matemática Financeira

☐ - No ensino fundamental

☐ - No ensino médio

☐ - Em curso preparatório para concursos

☐ - Em alguma disciplina do Curso de Matemática exceto MTM1058. Qual (is) disciplinas?

____

C9) Identifique quais conceitos você teve contato:

☐ - Operações comerciais ☐ - Operações financeiras

☐ - Juros simples ☐ - Desconto simples

☐ - Capitalização composta ☐ - Desconto Racional ou Comercial

☐ - Equivalência de capitais ☐ - Rendas (Anuidades ou Séries Uniformes)

☐ - Inflação ☐ - Sistemas de Amortização (*SAC, Price,...*)

Figura 3 – Seção C do questionário semiestruturado

Fonte: Própria

Na quarta parte do questionário (**D**) (Figura 4), buscou-se evidenciar entendimentos a respeito dos temas: poupança, inflação e pesquisa de preços.

D – ENTENDIMENTOS SOBRE SITUAÇÕES ECONÔMICAS E FINANCEIRAS

D1) Você concorda com a assertiva "a população brasileira poupa pouco"? Por quê? Justifique sua resposta.

____

D2) Você faz investimento em poupança?

☐ - Não (Passar para D4) ☐ - Sim

D3) Qual a principal razão para investir na poupança?

____

D4) Qual é seu entendimento sobre inflação?

____

D5) Conforme seu ponto de vista quais são as consequências da inflação para os cidadãos? (marque todos os itens que considerar pertinentes)

☐ - A rotina do cidadão não é afetada

☐ - Ocorrerá um aumento no custo de vida, assim como baixo poder de aquisição

☐ - O poder de compra vai diminuir com o passar do tempo

☐ - Não possuo uma opinião formada sobre o assunto

D6) O que é realizar uma "pesquisa de preço(s)" para você?

____

Figura 4 – Seção D do questionário semiestruturado

Fonte: Própria

E, na última seção, (**E**) (Figura 5), procurou-se mapear os primeiros indícios sobre decisões diante das SEF, como aquisição de produtos, pesquisa de preços etc.

E - INVESTIGANDO SOBRE A TOMADA DE DECISÃO

E1) Após o pagamento de suas contas mensais, se houve um saldo positivo de sua renda, qual decisão você toma?
☐ - Gasta comprando algo novo
☐ - Utiliza para pagar uma conta a vencer
☐ - Deixa na conta habitual para gastar mais tarde quando surgir alguma demanda
☐ - Abre uma poupança, caso não tenha ou deposita caso já tenha
☐ - Outra. Qual?___________________________________

E2) Quando falta dinheiro no mês você costuma?
☐ - Realizar um empréstimo em uma instituição financeira
☐ - Pedir emprestado a amigos ou familiares
☐ - Deixar de pagar algumas contas e pagar no próximo mês
☐ - Outra. Qual?___________________________________

E3) Quando necessita comprar um produto com urgência você?
☐ - Compra na primeira loja que oferecer o produto que necessita, sem fazer pesquisa de preços
☐ - Compra após pesquisar em: *folders* ou lojas físicas ou comércio eletrônico
☐ - Compra apenas na sua loja preferida
☐ - Outra. Qual?___________________________________

E4) Quando você está comprando um produto, como é na maioria das vezes o pagamento das suas compras?
☐ - Compra sempre a prazo com cartão de crédito
☐ - Compra sempre a prazo com carnê
☐ - Compra sempre à vista independente do desconto
☐ - Compra sempre à vista somente com desconto
☐ - Outra. Qual?___________________________________

E5) Diante da compra de um produto, tendo dinheiro para efetivar a compra, você:
☐ - Não analisa as outras opções de pagamentos e compra à vista
☐ - Analisa as outras opções de pagamentos e opta por aquela mais vantajosa
☐ - Procura conversar com o gerente para tentar obter outras opções de negociações
☐ - Outra. Qual?___________________________________

E6) Quais motivos conduzem você a decidir por uma compra à vista? (marque todos os pertinentes)
☐ - Não assumir dívidas futuras
☐ - Sem acesso a cartão de crédito
☐ - Sem acesso a crédito no comércio por falta de comprovante de renda
☐ - Outra. Qual?___________________________________

E7) Se você não tiver dinheiro para efetuar o pagamento de um produto à vista, e não tem urgência pela compra, você decide por?
☐ - Economizar até conseguir o valor do produto
☐ - Opta por carnê, cheque especial ou cartão de crédito
☐ - Faz um financiamento em uma instituição financeira e compra
☐ - Outra. Qual?___________________________________

E8) Ao decidir comprar produtos a prazo, quando incidem juros, você verifica se as taxas aplicadas são correspondentes aquelas informadas pela loja?
☐ - Não ☐ - Sim

E9) Saber das taxas que estão sendo cobradas na operação influencia sua decisão de compra?
☐ - Não ☐ - Sim

D10) Diante da possibilidade de parcelamento de sua compra, você reflete/analisa qual se a melhor alternativa financeiramente em termos de ganho financeiro?
☐ - Não ☐ - Sim

D11) Como você acredita que seja embasada sua decisão de compra de produtos?
☐ - Embasada a partir de dados matemáticos
☐ - Embasada a partir das mídias publicitárias
☐ - Embasada a partir da situação econômica atual
☐ - No caso de urgência, de acordo com impulso

Figura 5 – Seção E do questionário semiestruturado
Fonte: Própria

A Tarefa 1, primeira situação-problema (Figura 6), iniciou com uma pesquisa de preço que poderia ser realizada tanto no comércio eletrônico quanto em encartes de lojas físicas. A partir dessa premissa, os participantes da pesquisa decidiram e opinaram sobre quais aspectos poderiam interferir em suas escolhas.

Situação-Problema 1: Você necessita comprar um *notebook* para agilizar a finalização de seu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). Quais critérios você consideraria para decidir entre os modelos disponíveis no mercado? (Enumere de 1 a 4 os níveis de importância: 1 - Não é importante; 2 - É pouco importante 3 - É importante; 4 - É muito importante).

( ) Processador ( ) Marca
( ) Garantia ( ) Preço
( ) Outro: Qual: ______
( ) Outro: Qual: ______

1-a) Justifique sua opção de escolha para os <u>dois critérios mais importantes</u> da questão anterior, ou seja, apenas para os níveis de importância 4 e 3:
Processador. Qual? Por quê? ______
Marca. Qual? Por quê? ______
Garantia. De quanto tempo? Para que componentes do *notebook*? Por quê? ______
Preço. À vista? A prazo? Em que condições? Por quê?
______
Outro: Descreva-o. Por quê? ______
Outro: Descreva-o. Por quê? ______

Faça uma pesquisa de preço no comércio eletrônico/encarte de lojas físicas procurando anúncios de *notebook* considerando o critério <u>muito importante</u> destacado em 1) e detalhado em 1-a).
1-b) Selecione e exponha 4 anúncios de 4 lojas distintas com as seguintes condições:
I) Os anúncios devem explicitar o valor à vista e pelo menos um tipo de parcelamento;
II) A quantidade de parcelas de diferentes anúncios deve ser distinta;
III) Pelo menos em 2 anúncios tem que incidir juros no parcelamento;
IV) Dentre os dois anúncios que incidem juros no parcelamento pelo menos um tem que ter desconto à vista.
1-c) Que elementos chamam sua atenção nos anúncios? Explicite pelo menos dois aspectos.
1-d) Os anúncios influenciariam você a tomar uma decisão sem a análise minuciosa das propostas? Por quê?
1-e) Independentemente da influência dos anúncios em qual loja você iria adquirir esse produto? Qual a forma de pagamento você usaria? Justifique sua decisão apontando dois aspectos que interferiram em sua escolha.
1-f) Analise detalhadamente as informações dispostas nos anúncios selecionados no item 1-b) e preencha a tabela abaixo:

Nome da loja	Preço à vista	Total a prazo	Quantidade de parcela	Valor da parcela	Taxa Juros informados	Prazo de entrega	Frete

1-g) Ao analisar as propostas com mais detalhes você mudou sua opção de compra?
( ) Sim. Por quê? O que você identificou agora que não havia considerado em 1-e)?
( ) Não. Por quê? Justifique seu argumento.
1-h) Considere que você precisa decidir entre as duas propostas que cobram juros no parcelamento, pois a parcela "cabe" no seu orçamento.
Verificar se a taxa de juros anunciada corresponde a envolvida na operação financeira. Para tanto acesse o emulador *online* da calculadora HP 12C no site: https://epxx.co/ctb/hp12c.html e calcule a taxa de juros considerando *PV*, *PMT* e *n*.
No quadro que segue exponha a sequência de teclas e valores que você utilizou na HP 12C. Por fim escreva os resultados obtidos:

Dados da Proposta	Dados da Proposta

1-i) As taxas de juros expostas nos dois anúncios coincidem com as que você obteve na HP 12C. Isso ocorreu nas duas propostas? Por quê?
1-j) O fato do produto ter desconto à vista com pagamento no boleto bancário altera os juros envolvidos na operação financeira. Esse aspecto foi considerado no(s) anúncio(s) que você analisou em 1-h)? Qual sua opinião de consumidor que precisa tomar uma decisão de compra diante dessa situação?

Figura 6 – Tarefa 1
Fonte: Própria

2.2. Exploração do questionário semiestruturado e da Tarefa

Nesta fase, as respostas dos participantes da pesquisa foram computadas em um arquivo de texto, de modo a agrupar argumentos semelhantes e contabilizar as alternativas selecionadas, aproximando as escolhas dos licenciandos aos aspectos que poderiam estar envolvidos em tais decisões.

Nessa etapa metodológica, também foram considerados os aspectos que poderiam estar envolvidos nas decisões frente a situações econômico-financeiras. Assim sendo, a partir de uma reestruturação das categorias apresentadas por Muniz (2016), a análise dos dados considerou três aspectos essenciais: **sociocultural** (SC), que pode ser relacionado aos hábitos, crenças, valores familiares e da sociedade; **econômico-financeiro** (E-F), abarcado na aquisição, investimento, uso e distribuição do dinheiro ou também interligado à economia; e **comportamental** (C), o qual envolve emoção, paciência e também as heurísticas.

2.3. Análise do questionário semiestruturado e da Tarefa

Com base na análise das seções D e E do questionário semiestruturado e da análise das argumentações da primeira Tarefa, procurou-se evidenciar os aspectos que poderiam estar envolvidos nas decisões tomadas. As duplas ficaram livres quanto às fontes de suas pesquisas de preço (*sites* do comércio eletrônico ou encartes de lojas físicas). Para identificar os aspectos envolvidos nas decisões tomadas, foram selecionadas as questões: 1-a, 1-d e 1-e. A Figura 7 detalha as argumentações e análises para a questão 1-a.

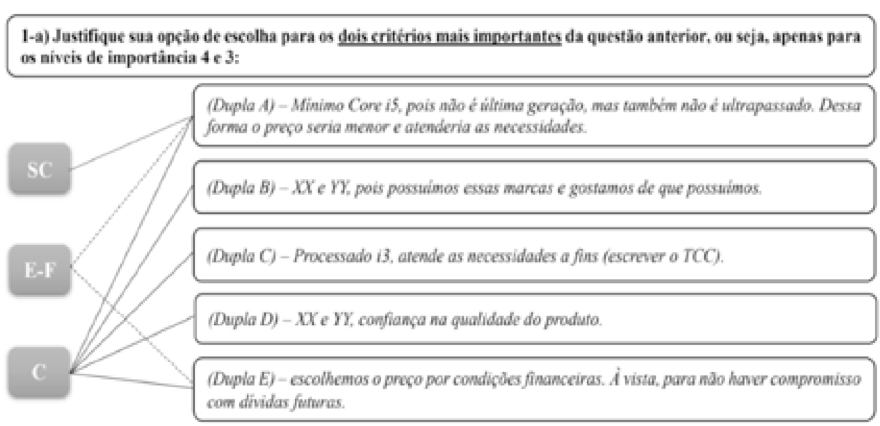


Figura 7 – Exposição dos protocolos Tarefa 1 questão 1-a
Fonte: Própria

A partir dessa figura, é possível concluir que as justificativas das Duplas A, B, C, D e E apresentaram aspectos que podem ser enquadrados na categoria comportamental (C), ao demonstrarem decisão pelo mais fácil, aversão a dívidas e pela necessidade de confiança na marca. O aspecto de confiança na marca ou na qualidade do produto é particularidade da heurística da disponibilidade.

As duplas A e E apontaram aspectos da categoria econômico-financeiro (E-F) ao argumentarem que o preço seria considerado na decisão, explanando preocupação com a escassez de dinheiro. Constatou-se que a dupla A deixou explícita sua preocupação em não adquirir um produto ultrapassado, porém reconheceu que não necessitava de um processador de última geração para terminar seu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), logo, essa justificativa remete à categoria sociocultural (SC), pois demonstra um hábito.

Com relação ao questionário semiestruturado, vale destacar o item E3, cuja pergunta foi: "*Quando necessita comprar um produto com urgência, você?*", seis dos dez participantes da pesquisa assinalaram que realizariam um levantamento de propostas e comprariam após pesquisar em *folders*, lojas físicas ou comércio eletrônico, que demonstram aspectos da categoria econômico-financeiro (E-F); dois comprariam na sua loja preferida e dois comprariam na primeira loja que oferecesse o produto necessário, sem fazer pesquisa de preços; estes últimos foram enquadrados na categoria comportamental (C).

Os dados confirmam os resultados da questão 1-d da Tarefa 1, isso porque as três duplas (B, C, D) não tomariam decisão de compra com base apenas nos anúncios selecionados, declarando que ainda poderiam obter outros valores e produtos antes de comprar. Além disso, as duplas mencionadas salientaram que essa decisão poderia depender da condição financeira do momento. De outro lado, as duplas A e E declararam que comprariam a partir das propostas, exemplificando que, geralmente, produtos bons são expostos nos anúncios com destaque ao valor das parcelas, e não à quantidade de parcelas (Figura 8).

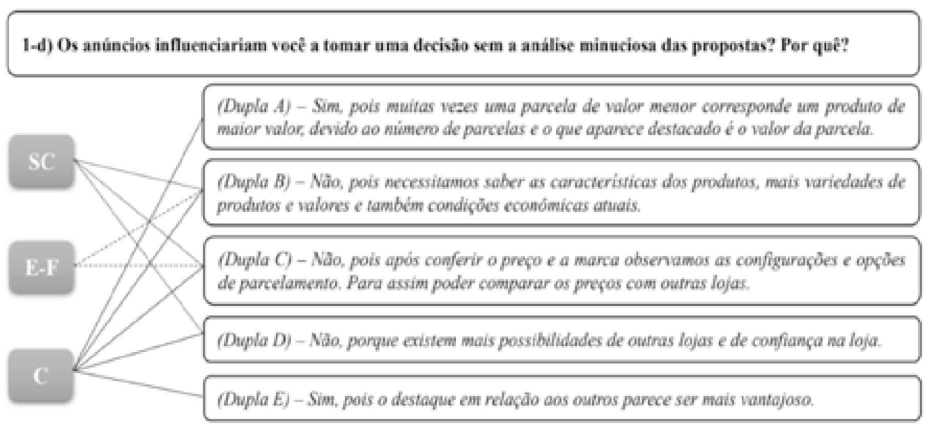


Figura 8 – Exposição dos protocolos da Tarefa 1 da questão 1-d
Fonte: Própria

Com base na análise da Figura 8, é possível verificar que todas as duplas A, B, C, D e E argumentaram suas decisões, a partir de aspectos da categoria comportamental (C). Por outro lado, merecem destaque as justificativas expressas pelas duplas B e C, que, ao demonstrarem preocupação por "preços melhores", evidenciaram aspectos da categoria econômico-financeiro (E-F). A necessidade de comparar produtos, pesquisar outros preços e confiar na loja, mencionados pelas duplas B, C e D, confirma aspectos da categoria sociocultural (SC), uma vez que o hábito de pesquisar preços mostra-se implícito as justificativas.

É pertinente expor outra constatação do questionário semiestruturado para o item E4, que partiu da seguinte pergunta: "*Quando você* *está comprando um produto, como é na maioria das vezes o pagamento das suas compras?*". Oito dos licenciandos assinalaram que preferiam pagar a prazo e dois mencionaram que pagariam à vista, independentemente do desconto. Este resultado remete a pelo menos dois aspectos que podem estar envolvidos nas justificativas mencionadas.

Um deles é o aspecto sociocultural (SC), que pode ser relacionado ao hábito de comprar a prazo ou à vista, e o outro pode ser comportamental (C), possível aspecto envolvido com a heurística da aversão a dívidas ou pelo fato de se optar pelo mais fácil. Essas constatações aproximam-se dos resultados da questão 1-e, que serão apresentados a seguir (Figura 9):

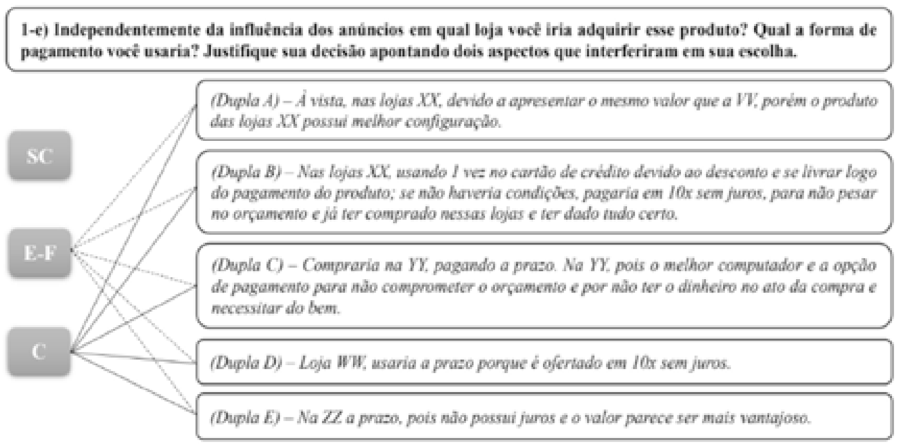


Figura 9 – Exposição dos protocolos da Tarefa 1 da questão 1-e
Fonte: Própria

Todas as argumentações das duplas A, B, C, D e E foram enquadradas na categoria comportamental (C), pois demonstraram aspectos da heurística da disponibilidade quando mencionaram adquirir produtos apenas em lojas em que já haviam realizado uma compra. Além disso, todas as duplas (A, B, C, D, E) confirmaram aspectos categorizados na categoria econômico-financeiro (E-F) ao referirem suas preferências em comprar sem juros por questões orçamentárias e análise de custos e benefícios.

Vale ressaltar também os resultados da análise do item E8 (seção E) do questionário semiestruturado a partir da pergunta: *"Ao decidir comprar produtos a prazo, quando incidem juros, você verifica se as taxas aplicadas são correspondentes àquelas informadas?"*, seis dos dez participantes da pesquisa responderam que não verificam se as taxas de juros são correspondentes e três indicaram que sempre analisam essa equivalência; um participante da pesquisa não marcou essa questão. Esse resultado foi preocupante, já que evidenciou aspectos da categoria comportamental (C) ao demonstrarem opção pelo mais fácil e ligado à heurística afetiva.

Por fim, quando interrogado no item D11 sobre a questão: "*Como você acredita que seja embasada sua decisão de compra de produtos?*", sete responderam que é referente à situação econômica atual; dois mencionaram que é embasada a partir de dados matemáticos e um respondeu que, no caso de urgência, de acordo com impulso. Esses resultados devem-se a aspectos tanto econômico-financeiro (E-F) quanto comportamental (C) e sociocultural (SC).

Portanto, confirmou-se que as argumentações dos participantes da pesquisa nas decisões foram baseadas predominantemente em aspectos: comportamental (C), seguida do aspecto econômico-financeiro (E-F), com raros casos no aspecto sociocultural (SC).

Quanto à categoria comportamental (C) que foi observada na maioria das argumentações, esta deve-se à preocupação das duplas em comprar produtos que já conhecem, além do fato de necessitarem confiar na loja ou na marca para decisão de aquisição. Outro fato é a opção pelo mais fácil e mais prático, por exemplo, tomar sua decisão apenas com base no *slogan* do anúncio que dizia "sem juros" ou por aversão a dívidas.

No que se refere à categoria econômico-financeiro (E-F), pouco visualizada, destacam-se argumentações que consideraram a comparação entre diferentes propostas antes de tomar a decisão. Além disso, demonstraram preocupação com menor custo financeiro e decisão pelo mais barato hoje, evitando comprometer o orçamento.

Com relação à categoria sociocultural (SC), observada em raras argumentações, esta esteve presente nos momentos em que o hábito de pesquisar preços mostrou-se implícito, corroborando com as respostas tanto do questionário quanto das Tarefas.

Considerações finais

Ao analisar argumentações dos licenciandos em Matemática em relação à tomada de decisão diante de situações econômico-financeiras, a partir do questionário semiestruturado e da primeira Tarefa, identificou-se que, entre as três categorias consideradas, a comportamental (C) foi a mais evidenciada nas justificativas.

Esse resultado mostra-se preocupante, visto que futuros professores de Matemática podem levar essas discussões à escola, instigando estudantes a tomar decisões apoiados em aspectos que envolvem compreensão sobre finanças, economia e conceitos/conteúdos matemáticos. Esse fato corrobora com os resultados da reanálise do mapeamento de Schumann (2016) e diante dele reforçou a sequência de Tarefas elaboradas durante o trabalho dissertativo do qual partiu este artigo.

Por esse motivo, na Tarefa 2, discutiu-se sobre a compra de um *notebook* novo ou usado. Nessa Tarefa, a partir de diferentes propostas, os licenciandos analisaram e discutiram entre custo e benefícios para tomar uma decisão. Já na Tarefa 3, a problemática sobre diferentes cenários econômicos pretendeu evidenciar os aspectos que poderiam estar envolvidos dentre as opções de compra para um orçamento "apertado". E, finalmente, na Tarefa 4, a partir de uma das propostas da Tarefa 3, foi obtida a expressão algébrica que determina o valor atual de uma Série Uniforme de Pagamento relacionando diferentes conceitos/conteúdos para essa obtenção.

Considera-se, nesse âmbito, a relevância de se tomar decisões em um contexto da Educação Financeira Escolar; para que as escolhas possam proporcionar melhores decisões, os dados podem estar embasados e apoiados na Matemática. Por esse motivo, espera-se que o ensino de Matemática proporcione, cada vez, mais a elaboração de Tarefas baseadas na grande diversidade de situações que podem proporcionar as melhores decisões.

Aspects involved in the decision-making of undergraduate students in mathematics in the face of economic-financial situations from a task

Abstract

This article presents an analysis of the argumentations of undergraduate students in Mathematics related to decision-making about economic-financial situations from a semi-structured questionnaire and a Task. Therefore, for the production of data, the qualitative approach is adopted, based on Lüdke and André (1986), using the principles of analysis of content of Bardin (2009), constituted by three steps: pre-analysis, exploration and results interpretation. The conclusion was that the choices of the undergraduate students revealed arguments mainly attached to behavioral aspects, followed by economic-financial aspects and, in very specific cases, sociocultural aspects. Regarding the behavioral aspect, it considers that the choices are usually based on the reliability of the brand or store.

Keywords: Mathematics Education. Decision making. School financial education.

Aspectos involucrados en la toma de decisiones de alumnos de pregrado en matemáticas delante de la situación económico-financiera a partir de una Tarea

Resumen

Este artículo presenta un análisis de las argumentaciones de alumnos de pregrado en Matemáticas con relación a la toma de decisiones delante de situaciones económico-financieras a partir del cuestionario semiestructurado y de una Tarea. Para la producción de datos se adoptó el enfoque cualitativo, fundamentado en Lüdke y André (1986) y se utiliza los principios de análisis de contenido de Bardin (2009), constituido por tres etapas: pre análisis, exploración e interpretación de los resultados. Se concluyó que las elecciones de los alumnos de pregrado revelaron argumentos mayoritariamente vinculados a aspectos comportamentales, seguido por económico-financiero y, en raros casos, socioculturales. Con relación al aspecto comportamental, se pondera que las elecciones son generalmente basadas en la confiabilidad de la marca o de la tienda.

Keywords: Educación Matemática. Toma de decisiones. Educación financiera escolar.

Referências

BARDIN, L. *Análise de conteúdo*. Lisboa, Portugal; Edições 70, LDA, 2009.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. *Pesquisa em educação*: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MUNIZ, I. Jr; *Econs ou humanos?* Um estudo sobre a tomada de decisão em ambientes de educação financeira escolar. Tese (Doutorado em Ciências em Engenharia de Produção) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil. 2016.

OECD. *Improving financial literacy*: analysis of issues and policies. OECD. 2005. Disponível em: <http://www.browse.oecdbookshop.org/oecd/pdfs/product/2105101e.pdf>. Acesso em: 04 jan. 2017.

SILVA, A. M.; POWELL, A. B. Um programa de educação financeira para a matemática escolar da educação básica. In: - Encontro Nacional de Educação Matemática, 11, Curitiba, 2013. *Anais*. Curitiba, 2013.

SILVA, A. M.; POWELL, A. B. Educação financeira na escola: a perspectiva da organização para cooperação e desenvolvimento econômico. *Boletim Gepem* (ONLINE), v. 66, p. 3-19, 2015.

SCHÜNEMANN, T. A; *Matemática financeira*: uma meta-análise sob o ponto de vista dos registros de representação semiótica. 2016. 122 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2016.

Enviado em 30 de maio de 2018.
Aprovado em 18 de julho de 2018.

O USO DA ESTIMATIVA EM TAREFAS NUMÉRICAS COM ALUNOS DO 3º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL NA PERSPECTIVA DO SENTIDO DE NÚMERO*

Giovana Pereira Sander**
Nelson Antonio Pirola***
Joana Brocardo****

Resumo

A estimativa é um aspecto de sentido de número utilizado na resolução de tarefas numéricas em que se busca a relação entre o contexto do problema e o cálculo necessário para resolvê-lo, considerando valores exatos e globais. O objetivo da pesquisa foi investigar se os alunos do 3º ano do Ensino Fundamental realizavam cálculo por estimativa e de que modo realizavam ao resolverem tarefas numéricas. Participaram da investigação 351 alunos de 12 escolas públicas de uma cidade do interior do Estado de São Paulo. Foram utilizadas duas tarefas numéricas que poderiam ser resolvidas por meio de estimativa. A análise dos dados mostrou que a estimativa foi pouco utilizada, predominando o uso de algoritmos, o que prejudica o desenvolvimento do sentido de número e do cálculo mental.

Palavras-chave: Estimativa. Sentido de número. Tarefas numéricas.

Introdução

O Grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática (GPPEM) da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, UNESP/Bauru, tem desenvolvido pesquisas sobre ensino e aprendizagem da Matemática escolar, tendo como enfoque aspectos cognitivos e afetivos. Entre os cognitivos, destacamos as investigações sobre o sentido de número. Este tema, além de estar intrinsecamente relacionado aos demais temas, como Geometria, Grandezas e Medidas, Tratamento da Informação, entre outros, constitui um campo de conhecimento no qual conceitos, relações e propriedades são fundamentais na Matemática. Compreender o significado dos números e usar relações e propriedades numéricas de modo flexível assume grande importância para a aprendizagem da Matemática.

---

* O estudo que aqui se refere integra uma investigação maior intitulada Um estudo sobre a relação entre a crença de autoeficácia na resolução de tarefas numéricas e o sentido de número de alunos do Ciclo de Alfabetização, que condiz com a tese de doutorado da primeira autora. Este trabalho foi realizado com amparo da CAPES – Proc. nº 99999.010434/2014-03.

** Doutora em Educação para a Ciência pela Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – campus de Bauru. E-mail: giovanapsander@gmail.com.

*** Doutor em Educação pela Universidade de Campinas - UNICAMP. Professor da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” – campus de Bauru. E-mail: npirola@fc.unesp.br.

**** Doutora em Didática da Matemática pela Universidade de Lisboa. Professora na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal - Portugal. E-mail: joana.brocardo@ese.ips.pt.

Nunes, Carraher e Schliemann (1988), em seu livro intitulado *Na vida dez, na escola zero*, apresentam estudos desenvolvidos no Brasil sobre o uso da Matemática na vida diária de jovens e de trabalhadores. Estes estudos mostram situações de pessoas em que o conhecimento matemático formal não foi desenvolvido de forma adequada, porém são capazes de colocar em prática conhecimentos matemáticos construídos pela experiência. Essas situações levam à reflexão sobre que Matemática vem sendo ensinada nas escolas.

Uma pesquisa desenvolvida por Zanzali e Ghazali (1999) com alunos dos anos iniciais aponta um distanciamento entre a capacidade de calcular usando algoritmos estabelecidos pela escola e o alcance do sentido de número. De acordo com as autoras, as crianças conseguiam calcular muito bem quando solicitadas, porém não demonstraram compreensão sobre o conceito de números.

Já McIntosh, Reys e Reys (1992) identificaram que adultos demonstravam um ótimo desempenho na escrita simbólica formal do algoritmo das operações, embora revelassem um baixo conhecimento de relações aritméticas. Por outro lado, verificaram também que crianças não conseguiam acompanhar a escrita simbólica formal do algoritmo, mas demonstravam compreender os números suficientemente bem e conseguiam adequar o seu próprio procedimento de cálculo às situações que lhes eram propostas para resolver.

Embora o ensino da Matemática tenha maior foco em números e operações, o desenvolvimento de conceitos e destrezas acerca desses temas não vem acontecendo de forma eficaz, como mostram estudos de Costa e Pavanello (2017), que salientam que os alunos têm apresentado um desempenho insatisfatório em avaliações em larga escala realizadas nos últimos anos.

Comumente o "saber matemático" é associado à capacidade de realizar técnicas algorítmicas de forma correta sem levar em conta outros aspectos matemáticos. Contudo, esse saber vai muito além disso. Contrapondo a uma aprendizagem da Matemática que não esteja centrada em procedimentos algorítmicos, realça-se a importância de desenvolver o sentido de número. Delgado (2013) esclarece que:

> O sentido de número surge, assim, como resultado da reflexão sobre três aspetos que se entrecruzam: as capacidades e conhecimentos necessários aos cidadãos para lidarem com os problemas relacionados com os números com que se deparam no seu dia a dia, o que se deve valorizar no ensino dos números e das operações na escola e as perspectivas acerca da aprendizagem da Matemática (DELGADO, 2013, p. 13).

McIntosh, Reys e Reys (1992) caracterizam o sentido de número da seguinte forma:

> O sentido de número refere-se ao conhecimento geral que uma pessoa tem acerca de números e das suas operações a par com a capacidade e inclinação para usar esse conhecimento de forma flexível para construir raciocínios matemáticos e desenvolver estratégias úteis para lidar com números e operações. Reflecte uma inclinação e uma capacidade de usar números e métodos quantitativos como meio de comunicação, processamento e interpretação de informação. Resulta numa perspectiva de que números são úteis e de que existe uma certa ordem na Matemática (MCINTOSH; REYS; REYS, 1992, p. 4).

Ao elencarem diversos aspectos sobre os números e as operações, esses autores identificaram componentes de sentido de número que incluem o conhecimento e a destreza com os números e com as operações e a aplicação destes em situações de cálculo. Para McIntosh, Reys e Reys (1992), uma das especificidades quanto à aplicação desses conhecimentos e destrezas se refere a uma tomada de decisões sobre o tipo de resposta que é apropriada para a situação, envolvendo então a compreensão da relação entre o contexto de um problema com o cálculo necessário. Dessa forma, as situações trazem "pistas" que indicam as operações que podem ser utilizadas para a resolução, dos números a serem considerados e do tipo de resultado a ser obtido, se é preciso um resultado exato ou aproximado, ou seja, se é preciso uma estimativa.

Outros autores (GREENO, 1989; TRAFTON, 1989; CARTENTER, 1989; SOWDER, 1989; REYS; YANG, 1998), na busca por uma definição de sentido de número, optam por indicar suas características, sendo elas relacionadas à compreensão dos números e das operações, ao desenvolvimento de estratégias flexíveis de resolver problemas nos quais não se pode ou não convém aplicar um algoritmo convencional, tais como cálculo por estimativa, cálculo mental, realização de julgamentos e inferências, entre outras.

Embora o ensino da Matemática esteja centrado na aprendizagem de cálculos algorítmicos, faz-se pertinente investigar o modo como os alunos calculam. Desta forma, tivemos por objetivo investigar se os alunos do 3º ano do Ensino Fundamental realizavam cálculo por estimativa, e de que modo realizavam, ao resolverem tarefas numéricas.

1. Estimativa

A estimativa é um aspecto de sentido de número utilizado quando procuramos compreender a relação entre o contexto do problema e o cálculo necessário para resolvê-lo (MCINTOSH; REYS; REYS, 1992). No dia a dia, nós nos deparamos com diversas situações em que não é necessário realizar um cálculo para obter um valor exato. Um exemplo desta situação seria verificar se uma quantia de dinheiro é suficiente para comprar certa quantidade de um produto. Em situações como esta, Heuvel-Panhuizen (2008) salienta que não precisamos realizar cálculos exatos para ter noção se temos dinheiro suficiente para realizar nossas compras, apenas nos preocupamos em encontrar a ordem da grandeza das respostas. Sendo assim, de acordo com National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 1991), a estimativa deve ser utilizada para resolver problemas nos quais as respostas exatas não são necessárias, bem como para verificar resultados de cálculos.

Para Giongo, Quartieri e Rehfeldt (2013, p. 1), “estimar consiste em formar um juízo aproximado a um valor, a um cálculo, a uma quantia ou a uma grandeza”. Esse tipo de julgamento é um processo de conversão entre números exatos para números aproximados, ignorando os “detalhes dos números”, sendo que a realização do cálculo com esses números resultará em uma resposta razoavelmente próxima do resultado de um cálculo exato (SOWDER, 1988; HEUVEL-PANHUIZEN; BUYS, 2008).

Ao arredondar os números, normalmente recorremos às dezenas, centenas etc. mais próxima. No entanto, Heuvel-Panhuizen e Buys (2008) explicam que também podemos calcular com números convenientes, pelas aproximações de outros números que sejam considerados fáceis de operar, tais como múltiplos de vinte e cinco, dobros e metades, por exemplo. Sowder (1988) complementa que aprendemos nas escolas que devemos arredondar os números “para baixo” se o final do número é menor ou igual a 4 ou “para cima”, se o número termina de 5 a 9. Por conta disso, muitos alunos poderiam arredondar o número 14 para 10 ao invés de 15 em um problema. A capacidade de fazer julgamentos de tamanho relativo ao aproximar números é um aspecto importante para a realização do cálculo de estimativa. Com o uso de números arredondados, podemos encontrar facilmente uma “solução aproximada” para resolver a situação em que nos encontramos.

Brocardo (2011) apresenta uma adaptação elaborada, a partir de um esquema de Moor e Brink (2001), na qual sintetiza possíveis tomadas de decisões a respeito do cálculo a ser utilizado diante de um problema. Os cálculos apresentados no esquema são cálculo mental, cálculo algorítmico ou cálculo por estimativa:

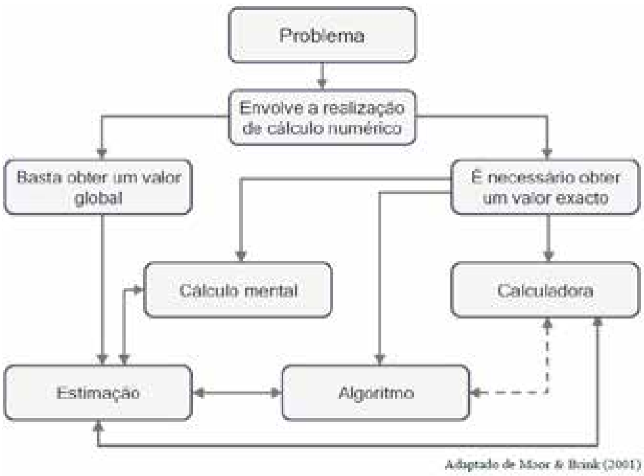


Figura 1 – Síntese de possíveis tomadas de decisões a respeito do cálculo a ser utilizado
Fonte: Brocardo (2011, p. 5)

O esquema representa que, diante de um problema que envolve a realização de um cálculo, devemos verificar primeiramente se a situação requer um valor exato ou um valor global para resolvê-lo. Se, para resolver o problema, for preciso um valor exato, podemos obtê-lo por meio de um cálculo mental, por um algoritmo ou ainda com o uso de uma calculadora. Se o problema requer um valor global, podemos obtê-lo por uma estimativa. Ao realizar um cálculo por estimativa, podemos utilizar um cálculo mental, um algoritmo ou uma calculadora, nos quais os valores operados serão números aproximados.

De acordo com Brocardo (2011), a estimativa relaciona-se aos demais tipos de cálculo, sendo que podemos conjecturar ou prever a grandeza do resultado que queremos por meio de uma estimativa ou ainda avaliar se o resultado de um cálculo exato é coerente.

No que diz respeito à estimativa no ensino da Matemática escolar, pesquisas como a de Bana e Dolma (2006) mostram que alunos são melhores em cálculos exatos quando comparados com cálculos por estimativa tendo em vista a grande quantidade de tempo gasto em treinos de cálculos algorítmicos. De acordo com Heuvel-Panhuizen (2008), esse tipo de investigação reflete o trabalho realizado com a estimativa no ensino de aritmética tendo em vista a longa tradição de cálculo exato.

> Aprender a calcular era - e frequentemente ainda é - envolvida por um cuidado no desempenho das operações. Dentro desta última abordagem, os números referem-se sempre quantidades e valores precisos. Não é de se admirar que muitos alunos pensam que a estimativa (onde eles trabalham com números redondos) não é, na verdade, aritmética (HEUVEL-PANHUIZEN, 2008, p. 174).

Heuvel-Panhuizen (2008) diferencia dois tipos de estimativa: o cálculo com números arredondados e o cálculo com valores estimados. O cálculo com números arredondados se refere a uma estimativa cuja intenção é encontrar uma resposta global para um problema, sendo que os números presentes na situação são exatos. Os números nesse tipo de estimativa dependem do conhecimento que o solucionador tem sobre números e relações numéricas. Ou seja, ao realizar esse tipo de cálculo, modificamos os números presentes na situação (arredondados) para dezenas, centenas, milhares, ou outros números fáceis, como 25 ou múltiplos de 25, entre outros. Já o cálculo com valores estimados é utilizado em situações nas quais os dados necessários são incompletos ou não estão disponíveis, por exemplo: *quanto vão custar 3 pares de sapatos?* Esta forma de estimar também requer conhecimentos sobre medidas para serem aplicados em problemas em que se precisa mensurar algo, por exemplo: *quantos dias você já viveu?* ou *quantas pessoas podem viver em determinado prédio?*

Desta forma, investigar como os alunos realizam cálculos por estimativa é necessário, tendo em vista sua importância para o desenvolvimento de conceitos e destrezas com números e operações e, principalmente, para o desenvolvimento do sentido de número.

2. Metodologia

Neste artigo, ao focar o tema estimativa, tivemos por objetivo investigar se os alunos do 3º ano do Ensino

Fundamental realizavam cálculo por estimativa, e de que modo realizavam, ao resolverem tarefas numéricas.

Participaram da coleta de dados 351 alunos de 29 turmas do 3º ano do Ensino Fundamental de 12 escolas públicas (municipal e estadual) do município de Bauru – São Paulo que foram selecionadas por meio de sorteio. A escolha por esse ano de escolaridade ocorreu por se caracterizar como o último ano do Ciclo de Alfabetização. De acordo com a proposta do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), ao final desse ciclo, espera-se que todas as crianças brasileiras estejam alfabetizadas em Língua Portuguesa e em Matemática, o que inclui desenvolver habilidades e competências com números e operações.

O instrumento utilizado foi elaborado visando analisar componentes do sentido de número dos alunos, tais como o conhecimento e a destreza com números e operações e a forma de aplicá-los em situações de cálculo (MCINTOSH; REYS; REYS, 1992).

As tarefas elencadas foram intituladas como *Quantos dias João já viveu?* e *A compra de Marisa* e tinham o objetivo de verificar se os alunos compreendem a relação entre o contexto da tarefa e o cálculo necessário (MCINTOSH; REYS; REYS, 1992).

A tarefa *Quantos dias João já viveu?* solicitava aos alunos que respondessem se João, com dois anos de idade, já havia vivido mais que 400 dias e que explicassem como haviam pensado para responder a pergunta. A tarefa *A compra de Marisa* perguntava se Marisa, com 50 reais, poderia comprar uma camiseta de 29 reais e um sapato de 25 reais para dar de presente para sua irmã e solicitava que os alunos justificassem suas respostas.

Nessas tarefas, foram analisadas as respostas dos alunos, bem como os métodos de cálculo utilizados para resolver os problemas, com enfoque no uso de estimativas. As respostas poderiam ser consideradas das seguintes formas: Acertou tudo; Errou resposta/acertou explicação; Acertou resposta/errou explicação (ou explicação incompleta); Acertou resposta/não explicou; Errou tudo.

Os métodos de resolução que os alunos utilizaram nas tarefas foram:

- Algoritmo: procedimento de cálculo padronizado no qual operamos sobre dígitos (BUYS, 2008; TREFFERS; NOOTEBOOM; GOEIJ, 2008; THOMPSON, 2010);
- Cálculo mental: utiliza-se todos os tipos de relações numéricas e propriedades aritméticas de forma flexível para obter uma resposta exata frente a um problema (BUYS, 2008; HEUVEL-PANHUIZEN; SOWDER, 1988; THOMPSON, 2010);
- Estimativa: utiliza-se em situações que não requerem uma resposta exata (SOWDER, 1988; HEUVEL-PANHUIZEN, 2008; BUYS, 2008);
- Resposta não matemática: categoria elaborada para respostas que apresentam conjecturas e inferências pessoais em vez de cálculos;
- Outro: para respostas que não foi possível compreender a explicação do aluno ou ainda quando o aluno opera com os valores do enunciado de forma sem sentido.

Na análise dos dados, serão apresentadas resoluções dos alunos que participaram da pesquisa. Tendo em vista o anonimato dos alunos, eles serão representados por meio de números.

3. Análise dos dados

Serão apresentadas as respostas dos alunos nas tarefas *Quantos dias João já viveu?* e *A compra de Marisa,* bem como os métodos utilizados pelos alunos ao resolverem as situações.

3.1. Desempenho dos alunos nas tarefas *Quantos dias João já viveu?* e *A compra de Marisa*

Para resolver a tarefa *Quantos dias João já viveu?*, os alunos poderiam utilizar o número 365 (quantidade de dias do ano) como referência para pensar a grandeza do número 400 e fazer uma estimativa. Já a tarefa *A compra de Marisa* poderia ser resolvida com valores globais, por meio de uma estimativa, pensando que, se 25 mais 25 é igual a 50, então 25 mais 29 (que é um pouco mais que 25) será um pouco mais que 50. Ou, ainda, a tarefa poderia ser resolvida com valores exatos obtidos por meio de um cálculo mental ou um algoritmo. A Tabela 1 apresenta a distribuição dos alunos de acordo com a resposta, indicando seu desempenho nas tarefas:

	QUANTOS DIAS JOÃO JÁ VIVEU?		A COMPRA DE MARISA	
RESPOSTA	N.	%	N.	%
Acertou tudo	46	13,11	158	45,01
Errou resposta/acertou explicação	2	0,57	1	0,28
Acertou resposta/errou explicação (ou explicação incompleta)	26	7,41	12	3,42
Acertou resposta/não explicou	56	15,95	67	19,09
Errou tudo	175	49,86	79	22,51
Em branco	46	13,11	34	9,69
Total	351	100	351	100

Tabela 1 – Distribuição dos alunos referentes às respostas apresentadas nas tarefas *Quantos dias João já viveu? e A compra de Marisa*
Fonte: Autoria própria

A Tabela 1 mostra que apenas 13,11% dos alunos acertaram a tarefa *Quantos dias João já viveu?* totalmente, ou seja, resolveram a tarefa e explicaram como resolveram corretamente. Quando analisamos as demais respostas, observamos que 7,41% dos alunos acertaram a resposta, porém erraram a explicação ou a deixaram incompleta; 15,95% acertaram a resposta, porém, não explicaram como haviam chegado àquela conclusão. Do total, apenas 0,57% errou a resposta, embora tenha explicado corretamente como pensou para resolver.

Já na tarefa *A compra de Marisa*, 45,01% dos alunos acertaram a tarefa totalmente. Quando analisamos as demais respostas, observamos que 3,42% dos alunos acertaram a resposta, porém erraram a explicação ou a deixaram incompleta; 19,09% acertaram a resposta, porém não explicaram como haviam chegado àquela conclusão. Do total, apenas 0,28% dos alunos errou a resposta e acertou a explicação e 22,51% dos alunos erraram completamente a resolução da tarefa.

A análise dos dados da resolução das tarefas dos alunos demonstrou que o desempenho foi melhor quando os valores eram relativamente baixos, como aconteceu na tarefa *A compra de Marisa,* em que tinham que somar (25+29). Quando a tarefa envolvia valores relativamente altos, como *Quantos dias João já viveu?*, as dificuldades foram maiores, considerando que ela requeria a compreensão de grandezas e valores relativos e absolutos dos números.

3.2. Métodos de resolução utilizados pelos alunos nas tarefas Quantos dias João já viveu? e A compra de Marisa

As tarefas apresentadas aos alunos poderiam ser resolvidas de diferentes formas, tanto pelo uso de métodos que resultam em respostas exatas, como o cálculo mental e o algoritmo, como também pelo uso de métodos globais envolvendo estimativas. No entanto, os alunos também apresentaram respostas não matemáticas, dentre outras respostas[2]. Aqui, focaremos a análise de respostas dos alunos que utilizaram os métodos algorítmicos, cálculo mental, estimativa e resposta não matemática.

Na tarefa *Quantos dias João já viveu?,* 19,94% dos alunos recorreram a um algoritmo (adição ou multiplicação). Os alunos que utilizaram esse método calculavam a quantidade de dias do ano, ou ainda a quantidade de dias nos meses, como mostra a resolução a seguir.

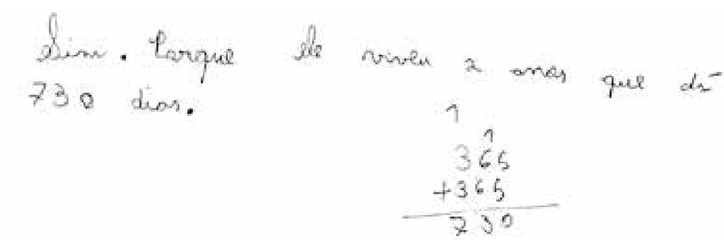


Figura 2 – Exemplo do uso de métodos algorítmicos na tarefa Quantos dias João já viveu?
Fonte: Própria, acervo do autor

Nota-se pela resolução do aluno que, tanto para calcular como para explicar sua resposta, os valores envolvidos se referem a valores exatos.

O aluno que resolveu a tarefa por meio de um cálculo mental (0,28% dos participantes) apresentou a seguinte resposta: *"Sim. Porque um ano é 365 dias e o dobro de um ano é 720 dias".* Em sua resolução, apesar de apresentar o resultado de um cálculo errado, o aluno utiliza relações numéricas como dobro e metade, obtendo um valor exato do número de dias em dois anos. De acordo com Sowder (1989), esse aspecto também caracteriza o cálculo mental.

De forma semelhante, na tarefa *A compra de Marisa*, 58,12% dos alunos recorreram a um algoritmo para resolver a tarefa, enquanto apenas 1,99% utilizaram um cálculo mental. O algoritmo utilizado na tarefa, em sua maioria, condizia com a soma dos preços dos produtos que Marisa gostaria de comprar. Já o cálculo mental utilizado referiu-se à decomposição em dezenas e unidades dos valores presentes no enunciado, como mostra a figura a seguir:

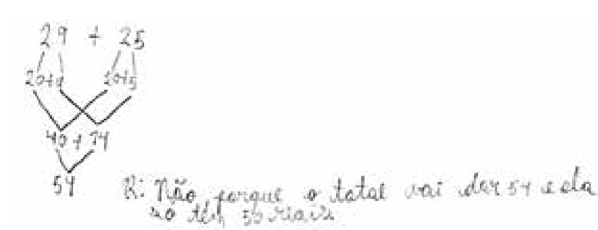


Figura 3 – Exemplo do uso do cálculo mental na tarefa A compra de Marisa
Fonte: Própria, acervo do autor

As duas tarefas aplicadas aos participantes, ao questionarem se João havia vivido mais que 400 dias e se Marisa teria dinheiro suficiente para comprar dois produtos, não solicitavam valores exatos sobre quantos dias João havia vivido ou quanto ficaria a compra que Marisa pretendia fazer. Esses questionamentos poderiam ser respondidos por meio de respostas globais a partir do uso de estimativas, sendo que, de acordo com Heuvel-Panhuizen (2008), contribuiria com uma percepção da realidade numérica de forma relativamente rápida.

Na tarefa *Quantos dias João já viveu?*, apenas 8,26% dos alunos utilizaram uma estimativa e 5,41% dos alunos utilizaram esse método na tarefa *A compra de Marisa*. As resoluções dos alunos nos permitiram analisar diferentes formas do uso da estimativa.

De acordo com Heuvel-Panhuizen (2008), dentre as diferentes formas de se usar a estimativa, as duas mais importantes referem-se ao cálculo com números arredondados e ao cálculo com valores estimados. No entanto, foi possível notar outras formas de estimar, como é o caso do aluno de número 43, na tarefa *Quantos dias João já viveu?*:

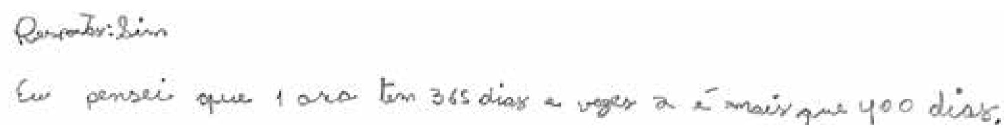

Resposta: Sim
Eu pensei que 1 ano tem 365 dias e vezes 2 é mais que 400 dias.

Figura 4 – Resolução do aluno 43
Fonte: Própria, acervo do autor

A Figura 4 exemplifica uma estimativa na qual o aluno pensa sobre um valor exato para obter uma resposta global. Essa forma de estimar também foi utilizada pelos alunos ao resolver a tarefa *A compra de Marisa*:

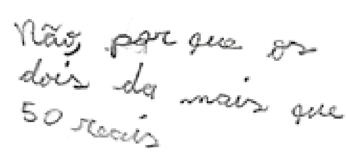

Não porque os
dois da mais que
50 reais

Figura 5 – Resolução do aluno 179
Fonte: Própria, acervo do autor

De acordo com o NCTM (1991), a estimativa nos permite utilizar termos como *pouco mais/menos, cerca de, perto de*, dentre outros, que não seja necessariamente um valor exato. Sendo assim, o aluno de número 43 pensou que duas vezes 365 seria *maior que* 400 e o aluno de número 179 salientou que um produto no valor de 29 reais mais outro produto de 25 reais custaria *mais que* 50 reais.

Outra forma de estimar, mostrada pelos alunos, pode ser evidenciada pela resolução do aluno de número 299, como mostra a figura a seguir:

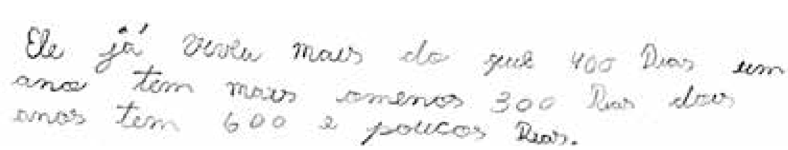

Ele já viveu mais do que 400 Dias um
ano tem mais omenos 300 Dias dois
anos tem 600 e poucos Dias.

Figura 6 – Resolução do aluno 299
Fonte: Própria, acervo do autor

Nota-se, nessa resolução, que o aluno arredondou o número 365 para 300. Sowder (1988) salienta que o cálculo por estimativa envolve as habilidades de aproximação e de cálculo mental, sendo que a habilidade de aproximar envolve também a capacidade de comparar números, o que não é um processo simples, pois, segundo esse autor, trata-se de uma habilidade processual. No caso do aluno de número 299, a centena mais próxima seria 400 e, se assim o fizesse, não seria necessário um cálculo em si, apenas poderia pensar sobre a grandeza do número. Entretanto, mesmo não optando pelo caminho mais rápido de arredondamento, o aluno conseguiu realizar um processo de estimativa.

Outra forma de estimar evidenciada pelos alunos pode ser representada pela figura a seguir:

Figura 7 – Resolução do aluno 127
Fonte: Própria, acervo do autor

O aluno de número 127, nessa situação, resolveu a tarefa explicando a partir do número 400: João tem dois anos, então divide 400 por 2, resultando em 200; se um ano tem mais que 200 dias, então João já viveu mais que 400 dias. Desta forma, o referido aluno, em vez de arredondar o número 365 para fazer a comparação necessária, calcula a partir do número 400. Heuvel-Panhuizen e Buys (2008) explicam que certos números, como múltiplos de 10, 100 e 1.000, são fáceis de operar, o que favorece o cálculo por estimativa. Sendo assim, nota-se que o aluno optou por calcular o número 400, que já se caracteriza como um múltiplo de 100, para resolver a tarefa.

Por fim, as respostas não matemáticas foram apresentadas por 29,91% dos alunos na tarefa *Quantos dias João já viveu?*, como as resoluções do aluno de número 148, que respondeu "Não, porque ninguém consegue viver esse tanto" e do aluno 144, que salientou que "Não, porque ele é uma criança".

As respostas apresentadas pelos alunos indicam que eles não compreenderam a grandeza relativa do número 400 a partir de um contexto pessoal, que seria a quantidade de dias do ano. Para eles, 400 representa um valor alto e impossibilita alguém de dois anos de idade poder ter vivido todo esse tempo.

Na tarefa *A compra de Marisa*, 4,84% dos alunos apresentaram respostas não matemáticas, como é o caso do aluno de número 123, que respondeu "Sim, porque ela tem trabalho". Este aluno, ao buscar resolver a tarefa, não se baseou em procedimentos matemáticos, mas sim em julgamentos e inferências pessoais, tal que, se Marisa trabalha, poderá fazer a compra desejada.

Considerações finais

Este estudo teve por objetivo investigar se os alunos do 3º ano do Ensino Fundamental realizavam cálculo por estimativa, e de que modo realizavam, ao resolverem tarefas numéricas. As resoluções das tarefas dos alunos evidenciaram que a estimativa, como um meio de resolver as tarefas apresentadas, foi pouco utilizada. No entanto, notamos que, a partir das estimativas, podemos pensar em dois marcos do seu uso, tal como é discutido por Heuvel-Panhuizen (2008), sobre as diferentes formas de estimar: (i) utilizar um valor exato para responder a uma questão de forma global; e (ii) utilizar um valor global para também responder à questão de forma global.

Os resultados apresentados sugerem um sentido de número dos alunos pouco desenvolvido. Isso porque os alunos, além de recorrerem mais a métodos algorítmicos, pouco perceberam a relação entre o contexto do problema e o cálculo necessário para sua resolução, pouco se valendo do uso da estimativa.

Investigadores como Reys (1989), Bana e Dolma (2006) Heuvel-Panhuizen (2008), bem como o NCTM (1991), defendem que o ensino da estimativa é importante tendo em vista: (1) sua utilidade social na qual cálculos exatos nem sempre são necessários; (2) corrobora com a compreensão da natureza da Matemática, bem como ajuda a desenvolver estruturas conceituais do número, tais como a ordem de grandeza do número, o sistema de numeração decimal, a compensação, e assim por diante; (3) fornece um ponto de referência para julgar a razoabilidade dos resultados; e (4) serve como veículo para desenvolvimento do sentido de número.

Importante destacar também que os alunos privilegiaram o uso de algoritmos para resolver as tarefas, enquanto que o cálculo mental foi pouco utilizado. A ênfase no ensino de procedimentos algorítmicos de forma precoce, além de prejudicar a aprendizagem de cálculos por estimativa, também prejudica o desenvolvimento do cálculo mental, do sentido das operações e do sentido de número (BROCARDO; SERRAZINA; KRAEMER, 2003).

De acordo com Heuvel-Panhuizen (2008), a aritmética, quando ensinada se limitando a cálculos exatos, resultará em lacunas cruciais nas habilidades e nos conhecimentos dos alunos. A estimativa deve ser vista como um processo, e não um tema a ser ensinado, e deve ser abordada ao longo do trabalho de outros temas em vez de isoladamente (BANA; DOLMA, 2006; HEUVEL-PANHUIZEN; BUYS, 2008).

Numerical task estimation with 3rd grade students from the perspective of number sense

Abstract

The estimation is an aspect of number sense used in the resolution of numerical tasks in which the relation between the context of the problem and the calculation necessary to solve it is sought, considering the exact and global values. We aim to investigate whether students of the 3rd year of elementary school perform calculation by estimation and how they do it when solving numerical tasks. A total of 351 students from 12 public schools of a city in São Paulo State are participating. Two numerical tasks that could be solved by means of estimation were used. The data analysis showed that the estimation was little used. On the other hand, algorithms were predominantly used, which impairs the development of number sense and mental calculation.

Keywords: Estimation. Number sense. Numeric tasks.

El uso de la estimación en tareas numéricas con alumnos del tercer año de la enseñanza fundamental en la perspectiva del sentido de número

Resumen

La estimación es un aspecto de sentido de número utilizado en la resolución de tareas numéricas en que se busca la relación entre el contexto del problema y el cálculo necesario para resolverlo, considerando valores exactos y globales. El objetivo de la investigación fue averiguar si los

alumnos del 3.º año de la Enseñanza Fundamental realizaban cálculo por estimación y de qué modo los realizaban al resolver tareas numéricas. Participaron en la investigación 351 alumnos de 12 escuelas públicas de una ciudad del interior del Estado de São Paulo. Se utilizaron dos tareas numéricas que podrían resolverse mediante una estimación. El análisis de los datos mostró que la estimación fue poco utilizada, predominando el uso de algoritmos, lo que perjudica el desarrollo del sentido del número y del cálculo mental.

Palabras clave: Estimación. Sentido de número. Tareas numéricas

Notas

1 O PNAIC é um compromisso formal assumido pelos governos federal, estaduais e municipais a fim de assegurar que todas as crianças, até os oito anos de idade, ao final do 3º ano do Ensino Fundamental, estejam alfabetizadas (Disponível em <http://pacto.mec.gov.br/o-pacto>).

2 A categoria "outro" foi representada por 28,49% dos alunos na tarefa Quantos dias João já viveu? e por 19,94% dos alunos na tarefa *A compra de Marisa*.

Referências

BANA, J.; DOLMA, P. The relationship between the estimation and computation abilities of Year 7 students. In: PUTT, I.; FARAGHER, R.; MCLEAN, M. (Eds.). Conference of the Mathematic Education Research Group of Australasia, 27, Townsville, Austrália 2006. *Proceedings*. Townsville, Austrália: Merga, 2006. v. 1. p. 63-70.

BROCARDO, J. Uma linha de desenvolvimento do cálculo mental: começando no 1º ano e continuando até ao 12º ano. In: *Actas do PROFMAT*, 2011. Lisboa. Lisboa: APM 2011.

BROCARDO, J.; SERRAZINA, L.; KRAEMER, J. Algoritmos e sentido do número. *Educação e Matemática*, v. 75, p. 11-15. 2003.

BUYS, K. Mental Arithmetic. In: HEUVEL-PANHUIZEN, M.; BUYS, K.; TREFFERS, A. (Ed.), *Children learning Mathematics*: a learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school. Holanda: Sense publishers. 2008. p. 173-202.

CARPENTER, T. P. Number sense and other non sense. In: SOWDER, J.; SCHAPPELLE, B. (Ed.). Establishing foundations for research on number sense and related topics. In: Center for Research in Mathematics and Science Education, San Diego, California, 1989. *Report of a conference*. San Diego, San Diego State University, 1989, p. 89-91.

COSTA, L. P.; PAVANELLO, R. M. *Números e operações*: uma discussão da prática docente nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Curitiba: Editora CRV, 2007.

DELGADO, C. R. S. C. A. *As práticas do professor e o desenvolvimento do sentido de número*: Um estudo no 1º ciclo. 2013. 562 f. Tese (Doutorado em Educação – Didática da Matemática) - Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2013.

GREENO, J. G. Some conjectures about number sense. In: SOWDER, J.; SCHAPPELLE, B. (Ed.), Establishing foundations for research on number sense and related topics. In: Center for Research in Mathematics and Science Education, San Diego, California, 1989. *Report of a conference*. San Diego, San Diego State University, 1989.

HEUVEL-PANHUIZEN, M. Estimation. In: HEUVEL-PANHUIZEN, M.; BUYS, K.; TREFFERS, A. (Ed.), *Children learning Mathematics*: a learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school. Holanda: Sense publishers. 2008. p. 95-100, 173-202.

MCINTOSH, A.; REYS, B. J.; REYS, R. E. Uma proposta de quadro de referência para examinar o sentido básico de número. *For the learning of Mathematics*, v. 12, n. 3, p. 1-17. 1992.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar*. Lisboa: APM. 1991.

NUNES, T.; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. D. *Na vida dez, na escola zero*. São Paulo: Editora Cortez, 1988.

GIONGO, I. M., QUARTIERI, M. T., REHFELDT, M. J. H. Problematizando o uso da estimativa em aulas de Matemática da Escola Básica, In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 11, 2016, São Paulo. *Anais*. Curitiba, 2016. p.1-14.

REYS, R. E.; YANG, D. C. Relationship between computational performance and number sense among sixth- and eighth-grade students in Taiwan. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 29, n. 2, p. 225-237, 1998.

SOWDER, J. Mental computation and number comparison: their roles in the development of number sense and computational estimation. In: HIEBERT, J.; BEHR, M. J. (Ed.) *Number concepts and operations in the middle grades.* Lawrence Erlbaum Associates, v. 2, p. 182-197, 1988.

TRAFTON, P. Reflections on the Number Sense Conference. In: SOWDER, J.; SCHAPPELLE, B. (Ed.), Establishing foundations for research on number sense and related topics. In: Center for Research in Mathematics and Science Education, San Diego, California, 1989. *Report of a conference*. San Diego, San Diego State University, 1989. p. 74-77.

TREFFERS, A., NOOTEBOOM A., GOEIJ E. Column calculation and algorithms. In: HEUVEL-PANHUIZEN, M.; BUYS, K.; TREFFERS, A. (Ed.), *Children learning Mathematics*: a learning-Teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school. Holanda: Sense publishers. 2008. p. 147-172.

THOMPSON, I. Getting your head around mental calculation. In: THOMPSON, I. (Ed.) *Issues in teaching numeracy in primary schools*. 2nd ed. Maidenhead: Open University Press, 2010. p. 161-173.

ZANZALI, N. A. A.; GHAZALI, M. Assessment of school children's number sense. In: *International Conference on Mathematics Education into the 21st Century Societal Challenges*, Issues and Approaches. Proceedings. Cairo, Egypt. 1999.

Enviado em 30 de maio de 2018.
Aprovado em 27 de julho de 2018.

IMPLICAÇÕES SURGIDAS NO USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS NO DESENVOLVIMENTO DE ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Rhômulo Oliveira Menezes*
Roberta Modesto Braga**
Adilson Oliveira do Espírito Santo***

Resumo

O objetivo deste artigo é investigar implicações surgidas no uso da planilha eletrônica Excel para o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática. O método de estudo foi o qualitativo e os dados foram coletados no Laboratório Experimental de Modelagem Matemática, do Campus Universitário de Castanhal, da Universidade Federal do Pará (LEMM/CUNCAST/UFPA). Os resultados indicam que o uso de tecnologias digitais repercute na tomada de decisões dos alunos, impactando o desenvolvimento das próximas etapas do processo de Modelagem Matemática.

Palavras-chave: Implicações. Tecnologias digitais. Atividades de Modelagem Matemática.

Introdução

Nas últimas décadas, a disseminação da informática em práticas do cotidiano, além de promover mudanças na forma de escrever, pensar, ver, ouvir, provocou alterações na forma como se ensina e no acesso ao conhecimento. Essas mudanças também foram sentidas no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, ensejando pesquisas – Araújo (2002), Malheiros (2004), Diniz (2007), entre outras – preocupadas em investigar fenômenos oriundos do uso de tecnologias digitais em atividades de Modelagem Matemática.

Assim, neste artigo, pretendemos investigar implicações surgidas com o uso da planilha eletrônica Excel no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática. Este artigo representa parte dos resultados obtidos com a pesquisa de dissertação de mestrado do primeiro autor, na qual foram utilizados dados gerados por alunos da graduação do curso de Licenciatura em Matemática no LEMM/CUNCAST/UFPA. As análises apresentadas neste trabalho estão embasadas nas concepções de modelos digitais e conhecimento por simulação de Lévy (1987, 1993).

Na próxima seção, apresentamos esclarecimentos/entendimentos sobre as concepções de Lévy (1987, 1993) acerca de modelos digitais ou informáticos e sobre conhecimento por simulação. Em seguida, trazemos discussões

* Doutorando em Educação em Ciências e Matemáticas pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, do Instituto de Educação Matemática e Científica, da Universidade Federal do Pará. E-mail: rhominho.oliveira@hotmail.com. Agência Financiadora: CNPq.

** Doutora em Educação em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará, Professora Adjunta na Faculdade de Matemática, do Campus Universitário de Castanhal-Pará, da Universidade Federal do Pará. E-mail: robertabraga@ufpa.br

*** Doutor em Engenharia Elétrica pela Universidade Estadual de Campinas, Professor Titular da Universidade Federal do Pará, atualmente Coordenador do Campus Universitário de Salinópolis – Pará, da Universidade Federal do Pará. E-mail: adilson@ufpa.br

acerca da perspectiva de Modelagem Matemática assumida no trabalho, os sujeitos participantes e a abordagem metodológica. Posteriormente, apresentamos os dados, as discussões que emergiram desses dados, e as conclusões.

1. Modelos digitais ou informáticos e conhecimento por simulação

Nesta seção, apresentamos o conceito de modelos digitais ou informáticos caracterizados nas obras de Lévy (1987, 1993). A primeira, *A Máquina Universo*, de 1987, e a segunda, *As Tecnologias da Inteligência*, de 1993. Nesses trabalhos, Lévy (1987, 1993) discorre sobre esses modelos como sendo frutos de programas simuladores, configurando o que denominou de aprendizagem por experiência (1987) / conhecimento por simulação (1993). Cabe ressaltar que os modelos discutidos por Lévy (1987) não são os mesmos abordados em discussões acerca do modelo matemático oriundo do desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática.

Com o advento e desenvolvimento do computador e da informática, o homem passou a relacionar-se com o seu meio natural via interfaces digitais, podendo simular situações e experiências sem entrar em contato direto com o que se está investigando. Desta forma, o poder da simulação surge como um importante instrumento utilizado em diversas áreas de atuação humana. Lévy (1987) exemplifica alguns usos, como:

> As técnicas da informática musical permitem, em princípio, registrar, sintetizar e modificar, livremente, todos os elementos que levam à produção do som (p. 19). Os arquitetos, os urbanistas, os *designers* industriais ou os criadores de novas moléculas químicas examinam rapidamente, por meio de uma simples inspeção visual, as consequências das suas decisões graças à simulação em três dimensões (p. 21). Contrariamente ao mapa clássico, a imagem digitalizada convida o espectador a uma exploração ativa, não somente por meio da interpretação, mas também por intervenções efetivas (LÉVY, 1987, p. 22).

A partir desse contexto e focando no ambiente educacional, tem-se também novas configurações no ambiente escolar, no qual Lévy (1987) destaca alguns pontos acerca de caminhos que apareceram para a aprendizagem dos alunos.

> Graças aos programas de simulação, o estudante interage com modelos de processos complexos impossíveis de controlar na sua verdadeira dimensão. Experiências de física nuclear, evolução de modelos demográficos, hipóteses macroeconômicas são assim efetuadas sem perigo nem custos excessivos. Não se pode verdadeiramente falar de aprendizagem por experiência direta porque se trata de simulação. Seria mais justo dizer que o estudante adquire um conhecimento prático da forma como os modelos digitais dos fenômenos se comportam quando ele modifica certos parâmetros. Ao familiarizar-se não somente com as reações do processo modelizado, mas ainda com o princípio da simulação, o estudante faz a aprendizagem de uma das formas principais da experiência em um ambiente informatizado (LÉVY, 1987, p. 30).

O autor levanta alguns pontos que merecem destaque, por exemplo, quando se refere a “modelos” e à “aprendizagem por experiência”. Em seu livro, Lévy (1987) atribui grande destaque às possibilidades que o desenvolvimento e avanço das tecnologias digitais trouxeram, de simular situações, contextos e experiências. Como produto dessas simulações, surgiram os modelos digitais ou informáticos.

Lévy (1993), para desenvolver a temática sobre a terceira tecnologia da inteligência, faz uso de comparações com as tecnologias anteriores. Neste caso, ele o faz com a oralidade primária e a escrita, estabelecendo, dessa forma, distinções entre modelos obtidos a partir da escrita e os modelos obtidos por meio das simulações virtuais. De acordo com Lévy (1993, p. 74):

> Um modelo digital não é lido ou interpretado como um texto clássico, ele geralmente é explorado de forma interativa. Contrariamente à maioria das descrições funcionais sobre o papel ou aos modelos reduzidos analógicos, o modelo informático é essencialmente plástico, dinâmico, dotado de uma certa autonomia de ação e reação (LÉVY, 1993, p. 74).

O modelo ao qual Lévy (1987) se refere se relaciona com representações ou aproximações de um determinado fenômeno real; dessa forma, o modelo teórico comporta-se de maneira estática e o digital ou informático, de maneira dinâmica. Diferentemente do modelo estático, próprio da escrita, entendido como um modelo teórico e considerado pela comunidade científica que o acolheu como uma verdade, o modelo digital ou informático não está comprometido em determinar verdades. Até porque a facilidade em realizar simulações e manusear parâmetros permite ao pesquisador aprimorar seu modelo continuamente em um curto espaço de tempo. Essa facilidade acaba por apoiar o surgimento de verdades provisórias, modelos que podem ser aprimorados, modificados ou esquecidos na mesma velocidade com a qual foram construídos.

Ao falar dos modelos digitais ou informáticos, Lévy (1987) abre espaço para que se possa discutir sobre o que antecede esse modelo, ou seja, o processo que o gerou. Nesse cenário, destacamos as interfaces e a relação que o homem passou a ter nesses ambientes virtuais que acabam por produzir ao final uma síntese dessa interação. Essa síntese trata dos modelos digitais ou informáticos, enquanto que essa interação se refere ao conhecimento apreendido; esse tipo de apreensão de conhecimentos é cunhado pelo autor como aprendizagem por experiência.

Posteriormente, Lévy (1993) retoma esse conhecimento apreendido na interação do aluno com as interfaces, rebatizando-o como "conhecimento por simulação". O autor reconhece os benefícios – ganho de tempo, diminuição de gastos financeiros, entre outros – que o desenvolvimento das tecnologias digitais e, consequentemente, dos programas simuladores trouxe para as atividades humanas. No entanto, seu destaque está no benefício cognitivo que essa ascensão tecnológica ensejou, já que, de acordo com este pensamento:

> A manipulação dos parâmetros e a simulação de todas as circunstâncias possíveis dão ao usuário do programa uma espécie de intuição sobre as relações de causa e efeito presentes no modelo. Ele adquire um *conhecimento por simulação* do sistema modelado, que não se assemelha nem a um conhecimento teórico, nem a uma experiência prática, nem ao acúmulo de uma tradição oral (LÉVY, 1993, p. 75).

Lévy (1993), ao apresentar essa vertente de entendimento do que o processo de simulação pode garantir ao aprendizado do aluno, atribui a esses programas uma responsabilidade que ultrapassa o termo facilitador. Dessa forma, o aluno, ao interagir com ambientes frutos de simulações, tem a oportunidade de fazer previsões, traçar estratégias, conjecturar possibilidades.

No exposto por Lévy (1987, 1993) evidencia-se, com o avanço das tecnologias digitais, que cada vez mais elas deixam de ser técnicas de suporte secundárias e passam a auxiliar o ser humano na construção de conhecimento, assumindo o papel de parceira e requerendo um espaço no processo de ensino e aprendizagem. Assim, ensejando conexões com o processo de Modelagem Matemática, entendemos que o aluno pode, ao interagir com ambientes frutos de simulações, fazer previsões, estabelecer trajetórias e reconhecer caminhos infrutíferos que não os levariam a alcançar seus objetivos no contexto de uma atividade de Modelagem Matemática.

2. Modelagem Matemática

Sobre experiências com Modelagem Matemática, Araújo (2007, p. 17) destaca duas características: "a existência de uma multiplicidade de perspectivas de Modelagem Matemática e a transformação dessas perspectivas no contexto da Educação Matemática". Para elucidarmos algumas dessas perspectivas, recorreremos à literatura de alguns autores.

D'Ambrosio (1996, p.11) afirma que a Modelagem Matemática se constitui em "um processo muito rico de encarar situações reais". Para Bassanezi (2011, p.17), a

Modelagem Matemática "é um processo que alia teoria e prática". E Biembengut (2015, p.21) entende que a "Modelagem é o processo envolvido na elaboração de modelo de qualquer área do conhecimento". Nas perspectivas de D'Ambrosio (1996), Bassanezi (2011) e Biembengut (2015), a Modelagem Matemática é entendida como um processo para solucionar problemas extraídos de situações reais (externos à Matemática). Tem-se assim definida uma perspectiva de Modelagem Matemática que alia teoria e prática para/na solução de problemas reais.

Biembengut (2016) esclarece que o termo Modelagem Matemática, entendido como um processo de descrever, formular, modelar e resolver uma situação-problema, aparece no início do século XX, nas literaturas do curso de Engenharia e de Ciências Econômicas. No cenário internacional, essa perspectiva de Modelagem Matemática é denominada de "Realística ou aplicada". Autores como Kaiser e Sriraman (2006) e Biembengut (2016) pontuam que, nessa perspectiva, os objetivos são pragmáticos, ou seja, reforça-se a ideia de solucionar problemas reais de outros contextos. Kaiser e Sriraman (2006) delimitam que os objetivos centrais dessa perspectiva são pragmáticos-utilitários na medida que propõem que se desenvolvam capacidades como: resolver problemas do mundo real, entender o mundo real e promover competências da Modelagem Matemática.

A atividade de Modelagem Matemática analisada neste trabalho foi desenvolvida no Laboratório Experimental de Modelagem Matemática, do Campus Universitário de Castanhal, da Universidade Federal do Pará (LEMM/CUNCAST/UFPA)1. A perspectiva de Modelagem Matemática assumida no LEMM converge com as concepções de Bassanezi (2011), que enxerga nas aplicações o caminho para aproximar o aluno da Matemática. Sobre essas prerrogativas, Bassanezi (2011) apresenta a Modelagem Matemática como uma opção metodológica para a aplicação dos conteúdos matemáticos em outras áreas do conhecimento.

Segundo Bassanezi (2011), "pensar a unidade na multiplicidade" reflete o desafio da nova geração de professores e pesquisadores. E, nesse sentido, a Modelagem Matemática, como método de pesquisa ou estratégia de ensino, mostra-se eficaz, devido aos avanços obtidos por meio dela em áreas como Biologia, Física, Química, entre outras. Diante disso, Bassanezi (2011) entende esse método/estratégia como

> (...) um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual (BASSANEZI, 2011, p. 24).

A definição cunhada pelo autor remete também ao modelo matemático que, nesse caso, não caracteriza a realidade em sua totalidade, sendo apenas uma aproximação da situação-problema investigada. Ainda sobre o modelo, Bassanezi (2011) o descreve como

> (...) a representação de um objeto ou fato concreto; suas características predominantes são a estabilidade e a homogeneidade das variáveis. Tal representação pode ser pictórica (um desenho, um esquema compartimental, um mapa etc.), conceitual (fórmula matemática) ou simbólica (BASSANEZI, 2011, p. 20).

Bassanezi (2011) pontua que, para a investigação de determinada situação ou problema real por meio da Modelagem Matemática, segue-se uma sequência de etapas, sendo elas: Experimentação, Abstração, Resolução, Validação e Modificação.

A escolha da temática ou problema a ser investigado vem antes de todo o processo. Sobre esse início, Bassanezi (2011) recomenda que as situações escolhidas sejam abrangentes, dando margem ao surgimento de problemas em várias direções. Essa escolha deve ter a participação do aluno, pois ele precisa querer investigar o tema em questão. Mas a decisão final fica a cargo do professor, que assume o papel de conduzir o diálogo acerca da viabilização ou não da temática escolhida.

As etapas são as mesmas para a pesquisa e para o ensino. O que muda em ambos os contextos não são as etapas, e sim a intencionalidade de cada sujeito envolvido no processo. Por exemplo, como método de pesquisa, o matemático segue as etapas para chegar ao modelo mais próximo da situação-problema investigada. O modelo, nesse contexto, é o seu objetivo, não importando os caminhos e meios que ele utilizou para alcançá-lo. No ensino, o modelo também é objetivo do aluno; entretanto, esse objetivo está atrelado aos objetivos traçados pelo professor. Assim, as etapas que o aluno precisará para alcançar o seu objetivo se revelam para o professor como oportunidades de desenvolver conteúdos matemáticos e extramatemáticos.

3. Abordagem metodológica

Tradicionalmente, pesquisas em Educação Matemática são conduzidas por abordagens qualitativas. Malheiros (2004) comenta que "as pesquisas desenvolvidas na área de Educação, entre elas as de Educação Matemática, baseiam-se frequentemente pela abordagem qualitativa" (p. 57). Encontro também, no texto de Strauss e Corbin (2008), evidências que apontam essa popularização da abordagem qualitativa em vários campos de pesquisa.

> Os métodos qualitativos de coleta e análise de dados ganharam popularidade com o passar dos anos [...]. Como uma metodologia e um conjunto de métodos, nossa técnica de pesquisa é usada por pessoas em campos de atuação como educação, enfermagem, administração de empresas e trabalho social, e também por psicólogos, arquitetos, especialistas em comunicação e antropólogos sociais (STRAUSS; CORBIN, 2008, p. 22).

Além desse viés histórico, observar nosso objetivo com este artigo e vinculá-lo ao objetivo dessa abordagem metodológica, que segundo Martins e Bicudo (2005, p. 23) "busca uma compreensão particular daquilo que estuda", ajudou-nos a perceber que a investigação à qual nos propusemos não permitia ser alcançada pelo viés de dados quantitativos, pois não estamos preocupados com generalizações, pelo contrário, almejamos um fenômeno específico, em que o uso de tecnologias digitais por alunos no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática apresenta possibilidades de investigação e compreensão.

As pesquisas quantitativas requerem uma objetividade e uma precisão numérica que privilegiam a seleção de variáveis, experimentações, medições, observações, entre outros procedimentos. Diferentemente do que ocorre com a pesquisa qualitativa, que, segundo Martins e Bicudo (2005),

> (...) procura introduzir um rigor, que não o da precisão numérica, aos fenômenos que não são passíveis de serem estudados quantitativamente, tais como **angústia, ansiedade, medo, alegria, cólera, amor, tristeza, solidão etc**. Esses fenômenos apresentam dimensões pessoais e podem ser mais apropriadamente pesquisados na abordagem qualitativa (MARTINS; BICUDO, 2005, p. 27, grifo nosso).

Por isso, para alcançarmos o objetivo elencado, procuramos caminhos, métodos/estratégias/instrumentos que nos levassem a entender essas dimensões pessoais, pois, no fenômeno que investigamos, alunos se relacionam com tecnologias digitais enquanto desenvolvem atividades de Modelagem Matemática, manifestando, nessa relação, interações com o professor e com outros alunos.

Os dados que utilizamos neste trabalho foram oriundos do LEMM, produzidos em um curso com duração de 60 horas para alunos de graduação do curso de Licenciatura em Matemática. Foram registros documentais e registros em áudio e imagens que ilustraram o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática. A análise dos dados aconteceu obedecendo a alguns momentos. Após organizar e selecionar os registros, detivemo-nos em situações que pudessem contribuir para a investigação, implicando em escolhas e decisões baseadas no objetivo do estudo e no referencial teórico escolhido.

4. Atividade "resistência física homem versus mulher"

Nesta seção, descrevemos a atividade "Resistência física Homem *versus* Mulher", desenvolvida por duas alunas do curso de Licenciatura em Matemática no LEMM, que assumiram como objetivo verificar a relação entre a resistência física do homem e da mulher. Na descrição da atividade, fomos destacando em negrito situações em que houve o uso das tecnologias digitais ou situações em que, a partir desse uso, as alunas tomaram decisões em relação às próximas etapas no desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática.

O início da investigação começou por pesquisas na internet, em que foi possível encontrar os cálculos referentes à Frequência Cardíaca (FC) e ao Índice de Massa Corpórea (IMC). Percebendo a necessidade de algumas medições para a realização desses cálculos, as alunas viabilizaram no LEMM, com a participação dos outros alunos e da professora mediadora, a coleta de dados.

Para essa coleta, além da medição do peso e da altura, as alunas, no intuito de comparar o condicionamento físico do homem e da mulher, submeteram os participantes a um percurso de nove metros e meio, de ida e volta, que totalizava dezenove metros. Posteriormente, era registrado o tempo de realização desse percurso e a Frequência Cardíaca (FC) de cada participante. A partir dessa coleta de dados, as alunas montaram a Tabela 1.

VOLUNTÁRIO	PESO	ALTURA	F. C.	IMC	TEMPO
Participante 01	58	1,61	36	22,3	0: 07: 35
Participante 02	47,5	1,61	52	18,3	0: 07: 28
Participante 03	42,5	1,49	48	19,1	0: 07: 53
Participante 04	49	1,56	44	20,1	0: 07: 50
Participante 05	50	1,61	72	19,2	0: 06: 90
Participante 06	70	1,58	36	28	0: 05: 97
Participante 07	57,5	1,55	68	23,9	0: 06: 72
Participante 08	56	1,59	36	22,1	0: 07: 41
Participante 09	79	1,54	68	27,3	0: 05: 47
Participante 10	59	1,54	36	24,8	0: 05: 25
Participante 11	71,5	1,6	60	27,9	0: 05: 78
Participante 12	61,5	1,7	48	21,2	0: 05: 78

Tabela 1 – Dados coletados pelas alunas
Fonte: Registros das alunas, 2014

Para a apresentação dos dados, as alunas recorreram a conteúdos matemáticos, como a Estatística, com a qual puderam realizar testagens, verificando a existência de correlação entre as variáveis Peso e Altura, e as varáveis FC e IMC. Dessa forma, as alunas iniciaram a testagem com as variáveis Peso e Altura, inserindo os dados na Planilha Eletrônica Excel, gerando, assim, o seguinte Gráfico de Dispersão:

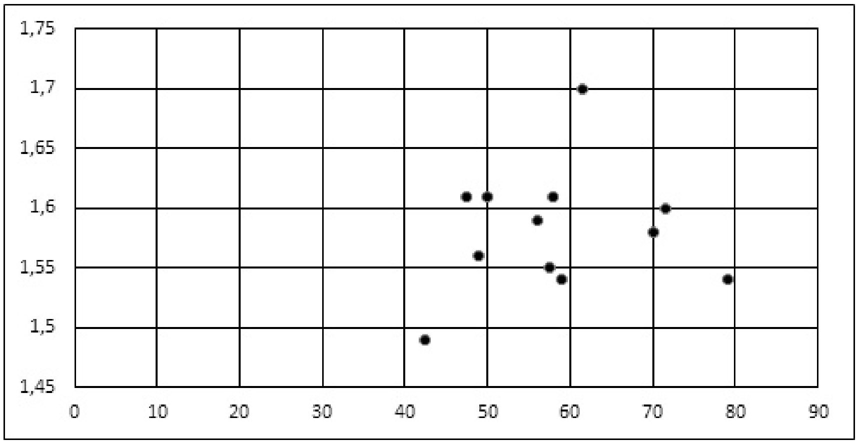


Gráfico 1 – Gráfico de Dispersão do Peso (x) versus Altura (y)
Fonte: Registros das alunas, 2014

Sobre o Gráfico 1, as alunas apontaram, pela disposição dos pontos, uma forma irregular, classificando-o como nuvem de pontos2. Em seguida, as alunas utilizaram o Coeficiente de Correlação de Pearson, o qual descreveram como sendo:

> (...) uma medida do grau de relação linear entre duas variáveis quantitativas. Este coeficiente varia entre os valores -1 e 1. O valor 0 (zero) significa que não há relação linear, o valor 1 indica uma relação linear perfeita e o valor -1 também indica uma relação linear perfeita, mas inversa, ou seja, quando uma das variáveis aumenta, a outra diminui. Quanto mais próximo estiver de 1 ou -1, mais forte é a associação linear entre as duas variáveis (REGISTROS DAS ALUNAS, 2014).

E o apresentaram por:

$$r = \frac{n \sum(x \cdot y) - (\sum x) \cdot (\sum y)}{\sqrt{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \cdot \sqrt{n \sum y^2 - (\sum y)^2}} \quad (1)$$

Como o cálculo do Coeficiente de Correlação de Pearson requeria várias operações de resolução, as alunas compartimentalizaram essas operações, com a finalidade de resolvê-las separadamente para depois reagrupá-las. Essas resoluções foram realizadas com o auxílio da planilha eletrônica Excel e apresentadas na Tabela 2.

X	y	x*y	x^2	y^2	$(\sum x)^2$	$(\sum y)^2$
58	1,61	93,38	3364	2,5921	519091, 43	360,2404
47,5	1,61	76,475	2256,25	2,5921		
42,5	1,49	63,325	1806,25	2,2201		
49	1,56	76,44	2401	2,4336		
50	1,61	80,5	2500	2,5921		
70	1,58	110,6	4900	2,4964		

57,5	1,55	89,125	3306,25	2,4025		
56	1,59	89,04	3136	2,5281		
79	1,54	121,66	6241	2,3716		
59	1,54	90,86	3481	2,3716		
71,5	1,6	114,4	5112,25	2,56		
61,5	1,7	104,55	3782,25	2,89		
$\sum x=$ 720,48	$\sum y=$ 18,98	$\sum(x*y)=$ 1110,355	$\sum x^2=$ 42286,25	$\sum y^2=$ 30,0502		

Tabela 2 – Resoluções das operações separadamente das variáveis Peso (x) e Altura (y)
Fonte: Registros das alunas, 2014

De posse das resoluções dos termos sinalizadas em cinza na Tabela 2, as alunas puderam reagrupar os resultados, substituindo-os em (1), incorrendo assim na resolução do coeficiente em um radical com radicando negativo, o que tornou inviável encontrar um resultado pertencente ao conjunto dos números reais. Tal situação fez com que as alunas concluíssem que, em se tratando das variáveis Peso e Altura, não existia correlação. Com essa conclusão, as alunas se voltaram para as variáveis FC e IMC, repetindo o mesmo processo de tratamento dos dados, primeiro os observando via recurso gráfico na planilha eletrônica Excel, como exposto no Gráfico 2.

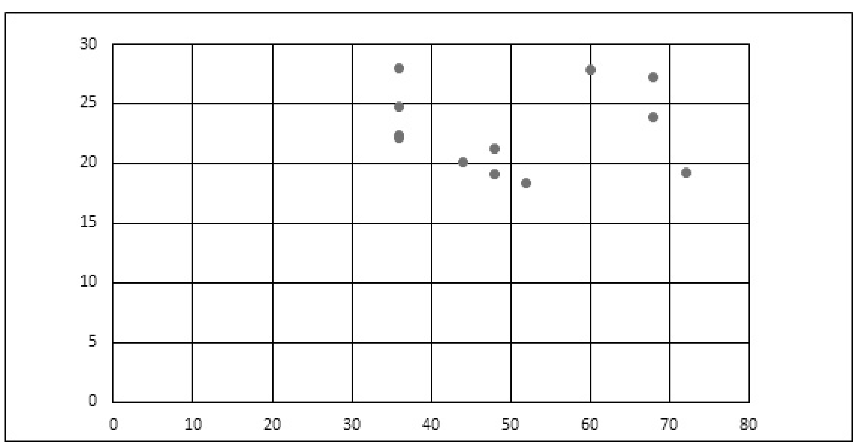


Gráfico 2 – Gráfico de Dispersão da F.C. (w) versus I. M. C. (z)
Fonte: Registros das alunas, 2014

Como ocorrido no Gráfico 1, as alunas constataram que os dados dessas variáveis também se encontravam dispersos, sem um contorno que sugerisse uma forma. Assim, novamente as alunas começaram a tratar os dados segundo o Coeficiente de Correlação de Pearson, resultando na Tabela 3.

w	z	w*z	w²	z²	$(\sum w)^2$	$(\sum z)^2$
36	22,3	802,8	1296	497,29	364816	75185,64
52	18,3	951,6	2704	334,89		
48	19,1	916,8	2304	364,81		
44	20,1	884,4	1936	404,01		
72	19,2	1382,4	5184	368,64		
36	28	1008	1296	784		
68	23,9	1625,2	4624	571,21		
36	22,1	795,6	1296	488,41		
68	27,3	1856,4	4624	745,29		
36	24,8	892,8	1296	615,04		
60	27,9	1674	3600	778,41		
48	21,2	1017,6	2304	449,44		
$\sum w=$ 604	$\sum z =$ 274,2	$\sum (w*z)=$ 13807,6	$\sum w^2=$ 32464	$\sum z^2=$ 6401,44		

Tabela 3 – Resoluções das operações separadamente das variáveis F. C. (w) e I. M. C. (z)
Fonte: Registros das alunas, 2014

Inserindo as resoluções dos termos, em destaque cinza na Tabela 3, em (1), as alunas, pelo Coeficiente de Correlação de Pearson, obtiveram r = 0, 011707269. Esse resultado fez considerar que, pelo distanciamento das extremidades 1 e -1 e da proximidade com 0, o resultado de r apontava uma fraca correlação entre as variáveis FC e IMC.

De modo geral, as alunas concluíram, embasadas nas investigações das variáveis Peso e Altura, FC e IMC, mediadas pela análise dos gráficos e das respostas obtidas com o Coeficiente de Correlação de Pearson, que não foi possível encontrar correlações entre essas variáveis para esse grupo de participantes investigados, não podendo, assim, alcançar o objetivo determinado inicialmente, que era de relacionar a resistência física do homem e da mulher, apontando qual gênero era mais resistente fisicamente.

5. Modelos digitais ou informáticos no desenvolvimento da atividade "resistência física homem *versus* mulher"

Como mencionado na seção 4, durante a descrição da atividade, fomos destacando em negrito algumas situações. Essas marcações possibilitaram estabelecer um foco, levando em conta nosso objetivo, sobre os dados de que dispúnhamos. Assim, nesta seção, apresentamos as análises desses destaques, segundo as concepções que elucidamos sobre modelos digitais e conhecimento por simulação de Lévy (1987, 1993) e sobre a perspectiva de Modelagem Matemática de Bassanezi (2011).

As alunas queriam comparar quem tinha maior resistência física, o homem ou a mulher. Por isso a escolha das variáveis Peso e Altura para o cálculo do IMC e a escolha do percurso para verificar a FC dos participantes após uma atividade física. Para o tratamento e a análise desses dados, as alunas utilizaram a planilha eletrônica Excel e o Coeficiente de Correlação de Pearson. Ambos os recursos ajudaram as alunas a entender que as variáveis identificadas e mensuradas, da forma como foram tratadas, não resultaram em alternativas para que se continuasse a investigação da atividade.

Em relação ao processo de Modelagem Matemática, as alunas não desenvolveram todas as etapas. Houve, assim, a escolha do tema, "Resistência física Homem *versus* Mulher", e a escolha, a partir de pesquisas na internet, dos cálculos do IMC e da FC. Essas escolhas subsidiaram a determinação das variáveis e da coleta de dados.

A coleta de dados, segundo Bassanezi (2011), pode ser efetuada de várias formas, dentre elas, a feita através de entrevistas e de pesquisas executadas com os métodos de amostragem aleatória. Nesse caso, que é próximo da forma de coleta de dados realizada pelas alunas nessa atividade, o autor destaca como sendo de fundamental importância a organização de um questionário eficiente e a utilização de alguns conceitos básicos de Estatística.

As alunas não utilizaram questionários, entretanto, recorreram a uma amostragem de participantes do gênero masculino e feminino que tornou possível a coleta e o posterior estudo estatístico dos dados via planilha eletrônica Excel. Assim, tem-se, nessas primeiras ações das alunas, características próximas das descritas por Bassanezi (2011) acerca da primeira etapa do processo de Modelagem Matemática, a Experimentação.

Com essa coleta e a realização dos cálculos do IMC e da FC, as alunas perceberam que as variáveis elencadas não apresentavam nenhuma relação de dependência. Desta forma, foi esse entendimento, de que as variáveis elencadas eram independentes, que levou as alunas a optarem pelo uso da planilha eletrônica Excel e o Coeficiente de Correlação de Pearson como recursos para o trato das variáveis elencadas.

Nesse sentido, a professora mediadora argumenta que, mesmo trazendo dados de variáveis independentes para o plano cartesiano, as alunas não tinham a intenção de encontrar uma função para o comportamento desses dados. Desta forma, o Gráfico de Dispersão serviu, segundo as ações das alunas e segundo as considerações da professora mediadora, como meio para se refletir/traçar caminhos cabíveis para as análises dos dados coletados. Bassanezi (2011) corrobora essa ação das alunas afirmando que "(...) A disposição dos dados em um sistema cartesiano e um bom ajuste dos seus valores facilitará a visualização do fenômeno em estudo, propiciando tentativas de propostas de problemas, conjecturas ou leis de formação" (p. 43).

Sobre o ajuste citado por Bassanezi (2011), as alunas, após a visualização dos dados, partiram para um Ajuste Linear, com o cálculo do Coeficiente de Correlação de Pearson. A escolha desse tipo de ajuste para os dados em questão mostra-se inadequada, pois, ao visualizar esses dados no Gráfico de Dispersão, as alunas tinham condições de inferir que não haveria correlação entre as variáveis. Porém, essas foram as escolhas das alunas, não cabendo discutir aqui qual seria o ajuste mais adequado.

Neste contexto, essas ações que envolveram o tratamento dos dados coletados a partir dos Gráficos de Dispersão e do Ajuste Linear caracterizam momentos próximos aos descritos na segunda etapa do processo de Modelagem Matemática por Bassanezi (2011): Abstração. Como já mencionado, as alunas terminam a investigação dessa atividade nessa etapa por não enxergarem, nas variáveis trabalhadas, condições viáveis que pudessem determinar o alcance do objetivo estabelecido incialmente, que era de relacionar a resistência física do homem e da mulher e, consequentemente, apontar quem tinha maior ou menor resistência.

Sobre a interação das alunas com a interface da planilha, Lévy (1993, p. 123) considera que "a manipulação dos parâmetros e a simulação de todas as circunstâncias possíveis dão ao usuário do programa uma espécie de intuição sobre as relações de causa e efeito presentes no modelo". No desenvolvimento da atividade "Resistência física Homem *versus* Mulher", percebemos que as alunas adquiriram uma intuição sobre o fenômeno investigado na medida em que iam controlando e manipulando as variáveis Peso/Altura e FC/IMC. Essa intuição se mostra no controle das alunas sobre a temática investigada, que possibilitou fazer previsões e tomar decisões com relação ao desenvolvimento das próximas etapas do processo de Modelagem Matemática.

Nesse cenário, as alunas adquiriram conhecimentos sobre a temática investigada, na medida em que visualmente, pelos gráficos de dispersão, e algebricamente, pelo cálculo do Coeficiente de Correlação de Pearson, elas perceberam que, para aquele grupo de sujeitos, para aquelas variáveis, a escolha do ajuste linear não era viável. Entendemos esse conhecimento acerca do comportamento das variáveis elencadas e da fraca correlação entre elas quando submetidas a um ajuste linear (conhecimentos específicos da temática investigada) como fruto da interação das alunas com a interface da planilha eletrônica Excel (simulação), configurando assim um conhecimento por simulação da situação modelada (LÉVY, 1987, 1993).

Considerações finais

Retomando o objetivo que nos propusemos neste artigo, que foi investigar implicações surgidas no uso da planilha eletrônica Excel para o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática, traçamos algumas considerações.

Alguns momentos analisados na atividade "Resistência física Homem *versus* Mulher", desenvolvida no LEMM, atendem a esse objetivo, considerando que os modelos digitais ou informáticos criados/manipulados pelas alunas na planilha eletrônica Excel foram importantes para tomada de decisão acerca dos próximos passos a serem traçados no processo de Modelagem Matemática.

Nessa atividade, as alunas puderam verificar visualmente que as variáveis eram independentes e, assim, posteriormente, confirmar essa fraca correlação pelo cálculo do Coeficiente de Correlação de Pearson. Percebemos também uma interação das alunas com a interface da planilha eletrônica Excel, que possibilitou um domínio de conhecimento acerca da temática investigada tal qual defende Lévy (1993), quando trata do "conhecimento por simulação".

Desta forma, acreditamos que o uso da planilha eletrônica Excel possibilitou a configuração de ambientes de simulação e investigação pertinentes ao desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, pois permitiu às alunas e à professora mediadora dominarem especificidades do fenômeno investigado que incidiram na escolha de caminhos dentro do processo de Modelagem Matemática.

Arising implications from the use of digital technologies in the development of mathematical modeling activities

Abstract

The aim of this paper is to investigate arising implications in the Excel spreadsheet in order to develop a mathematical modeling activity. The study method was qualitative and the data was collected at the Experimental Laboratory of Mathematical Modeling at the Federal University of Pará, Castanhal Campus (LEMM/

CUNCAST/UFPA). The results indicate that the use of digital technologies influences student's decisions, which affect the development of the next steps of mathematical modeling process.

Keywords: Implications. Digital technologies. Mathematical modeling activities.

Implicaciones surgidas en el uso de tecnologías digitales en el desarrollo de actividades de modelado matemático

Resumen

El objetivo de este artículo es investigar las implicaciones surgidas en el uso de la hoja de cálculo Excel para el desarrollo de una actividad de Modelado Matemático. El método de estudio fue el cualitativo y los datos fueron recolectados en el Laboratorio Experimental de Modelado Matemático, del Campus Universitario de Castanhal, de la Universidad Federal de Pará (LEMM / CUNCAST / UFPA). Los resultados indican que el uso de tecnologías digitales repercute en la toma de decisiones de los alumnos, impactando en el desarrollo de las próximas etapas del proceso de Modelado Matemático.

Palavras clave: Implicaciones. Tecnologías digitales. Actividades de modelado matemático.

Notas

1 O LEMM é fruto de um projeto da segunda autora (coordenadora/professora), que tem como objetivo fomentar a iniciação científica com alunos do curso de Licenciatura Plena em Matemática no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática. O LEMM conta com diversos instrumentos e equipamentos para o Ensino de Matemática: decibelímetro; equipamento de revolução de sólidos; conjuntos laboratoriais que possibilitam diversos experimentos em áreas como Matemática, Física, Química, Biologia; computadores conectados à internet com softwares para recebimento e tratamento de dados; lousa interativa, entre outros.

2 Essa nomenclatura é própria da investigação de diagramas de dispersão (MARTINS; PONTE, 2011).

Referências

ARAÚJO, J. de L. *Cálculo, tecnologias e modelagem matemática: as discussões dos alunos*. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE), Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, 2002.

BASSANEZI, Rodney Carlos. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. 3.ed. São Paulo: Contexto, 2011.

BIEMBENGUT, M. S. *Modelagem na educação matemática e na ciência*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.

______. *Modelagem matemática no ensino fundamental.* Blumenau: Edifurb, 2015.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Educação matemática*: da teoria à prática. 14. ed. Campinas, SP: Papirus, 1996.

DINIZ, L. do N. *O papel das tecnologias da informação e comunicação nos projetos de modelagem matemática*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)–Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, 2007.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. *A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education*. The International Journal on Mathematics Education. v. 38, n. 3, 2006.

LÉVY, P. *As tecnologias da inteligência*: o futuro do pensamento na era da informática. São Paulo: Editora 34, 1993.

LÉVY, P. *A máquina universo*: criação, cognição e cultura informática. Lisboa: Instituto Piaget, 1987.

MALHEIROS, A. P. S. *A produção matemática dos alunos em ambiente de modelagem*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

MARTINS, J.; BICUDO, M. A. V. *A pesquisa qualitativa em psicologia*: fundamentos e recursos básicos. 5. ed. São Paulo: Centauro, 2005.

MARTINS, M. E. G.; PONTE, J. P. *Organização e tratamento de dados*. Lisboa: Ministério da Educação 2011.

STRAUSS, A.; CORBIN, J. *Pesquisa qualitativa:* técnicas e procedimentos para o desenvolvimento de teoria fundamentada. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2008.

Enviado em 20 de maio de 2018.
Aprovado em 14 de agosto de 2018.

TECNOLOGIAS MÓVEIS NA EDUCAÇÃO FINANCEIRA ESCOLAR

Fausto Daniel Alves Fernandes*
Liamara Scortegagna**

Resumo

O presente artigo compõe um quadro de discussões sobre as Tecnologias da Informação e Comunicação em um contexto de Educação Financeira Escolar (EFE), especificamente sobre o uso das tecnologias móveis, os *smartphones* ou celulares inteligentes. Para obter subsídios para a reflexão, utilizamos a metodologia de revisão bibliográfica com análises em dados de pesquisas que apontam que dispositivos tecnológicos são mais usados entre os jovens para fins pedagógicos. Como resultado, apontamos que já existe uma série de pesquisas indicando vantagens de se inserir as tecnologias nos processos de ensino e aprendizagem, porém ainda há poucas sobre a utilização das tecnologias em salas de aula em que se aborda a educação financeira escolar. Especificamente sobre celular, seu uso em práticas pedagógicas ainda gera desconfiança, tanto da escola quanto dos pais dos alunos.

Palavras-chave: Educação Matemática. Educação financeira escolar. Tecnologias da Informação e Comunicação. Dispositivos móveis na educação.

Introdução

A cada dia que passa é possível perceber o crescimento do uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) no cotidiano das pessoas e, mais especificamente, na educação. Entretanto, este crescimento não está relacionado apenas ao uso de computadores (*desktops* e/ou *notebooks*), mas também ao uso de dispositivos móveis tais como celulares, *smartphones* e/ou *tablets*. Tal fato é confirmado por pesquisas como a elaborada pelo Centro de Estudos sobre as Tecnologias da Informação e da Comunicação (CETIC), denominada TIC Educação 2016, a qual aponta um avanço significativo no uso de dispositivos móveis frente a computadores na educação, ou seja, o telefone celular foi o principal dispositivo para acesso à internet com objetivo de pesquisas e estudos para 93% dos alunos usuários da rede e, em relação aos professores, 46% utilizam os celulares para acessar a internet no desenvolvimento de atividades com alunos nas escolas públicas (CENTRO DE ESTUDOS SOBRE AS TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E DA COMUNICAÇÃO, 2017).

* Mestre em Educação Matemática pelo Programa de Pós-graduação em Educação Matemática (PPGEM) da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). Pesquisador do Núcleo de Investigação, Divulgação e Estudos em Educação Matemática (NIDEEM/UFJF). E-mail: faustinoctu@gmail.com.

** Doutora em Engenharia de Produção (UFSC). Professora do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática (PPGEM) da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). Pesquisadora do Núcleo de Investigação, Divulgação e Estudos em Educação Matemática (NIDEEM/UFJF). E-mail: liamara@ice.ufjf.br.

O uso de dispositivos móveis na educação, denominado pela UNESCO como aprendizagem móvel, "envolve o uso de tecnologias móveis, isoladamente ou em combinação com outras tecnologias de informação e comunicação (TICs), a fim de permitir aprendizagem a qualquer lugar" (UNESCO, 2013, p. 7).

Ao relacionarmos a aprendizagem móvel, ou seja, o uso de dispositivos móveis, com o ensino da educação financeira escolar, tomamos como base a proposta dessa educação, defendida por Silva e Powell (2013), a qual foi construída pensando na realidade das escolas e compreendida como parte da Educação Matemática. Para os autores, a educação financeira escolar se constitui de um conjunto de informações sobre o universo do dinheiro com o objetivo de estimular uma compreensão sobre finanças e economia.

Para atender ao objetivo proposto neste trabalho, que é o de refletir sobre o uso das tecnologias digitais móveis, como os *smartphones* ou celulares inteligentes no ensino de educação financeira escolar, utilizamos a metodologia de revisão bibliográfica, que apresenta a fundamentação teórica sobre o tema, bem como uma revisão de literatura sobre Tecnologias de Informação e Comunicação na educação financeira escolar, buscando apresentar dados e pesquisas realizadas na área para fundamentar as análises e reflexões.

1. Educação financeira escolar

No Brasil, o governo instituiu, em 2010, a Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF) como responsável por traçar meios de educar financeiramente a população. A ENEF assumiu a proposta de educação financeira da Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), que tem como foco educar pessoas, em particular alunos desde os anos iniciais de escolarização, em um contexto de finanças pessoais (ESTRATÉGIA, 2017). Efetivamente, a ENEF conseguiu impulsionar ações que resultaram em um material didático para inserir o tema nos anos finais do Ensino Médio, no entanto, limitado a discutir finanças pessoais.

Porém, a formação financeira dos estudantes deve ir além de finanças pessoais, principalmente ao atentar para a realidade da Educação Básica brasileira, a qual ocorre majoritariamente em escolas públicas. Desta forma, opta-se por trazer, neste trabalho, a proposta de educação financeira escolar de Silva e Powell (2013), visto que tal foi construída pensando nesta realidade e compreendida como parte da Educação Matemática. Nesta proposta,

> A educação financeira escolar constitui-se de um conjunto de informações através do qual os estudantes são introduzidos no universo do dinheiro e estimulados a produzir uma compreensão sobre finanças e economia, através de um processo de ensino que os torne aptos a analisar, fazer julgamentos fundamentados, tomar decisões e ter posições críticas sobre questões financeiras que envolvam sua vida pessoal, familiar e da sociedade em que vivem (SILVA; POWELL, 2013, p. 12).

A proposta também apresenta um currículo cujos eixos norteadores reforçam a ideia de que discutir sobre finanças no chão da sala de aula não se resume ao conhecimento de Matemática Financeira, posto que eles são: noções básicas de finanças e economia; finança pessoal e familiar; as oportunidades, os riscos e as armadilhas na gestão do dinheiro em uma sociedade de consumo; as dimensões sociais, econômicas, políticas, culturais e psicológicas que envolvem a educação financeira.

Muniz Junior e Jurkiewicz concordam que "uma questão central da educação financeira escolar seja o valor do dinheiro no tempo e seus efeitos na tomada de decisão das pessoas" (2016, p. 86) e a tomada de decisão, por sua vez, é dada mediante análises de informações matemáticas relacionadas com não matemáticas, gerando uma rede de significados, segundo eles. Isto é, embora o dinheiro seja uma parte indispensável da discussão, isso não quer dizer que a análise para tomada de decisão esteja unicamente atrelada à numérica (ainda que o dinheiro seja expresso numericamente), há elementos além deste envolvidos.

Tal compreensão de educação financeira escolar direciona a discussão sobre finanças de forma interligada com as práticas sociais que evidenciam as particularidades de cada escola onde é inserida ou até mesmo de cada turma. Esta compreensão tem repercussão direta na elaboração de tarefas para o ensino da EFE, posto que sua construção deve se dar objetivando colaborar com a constituição de um ambiente propício à produção de significados dos envolvidos por ela.

2. Tecnologias digitais móveis no ensino da educação financeira escolar

Embora já se tenham pesquisas desenvolvidas sobre o uso das tecnologias para se discutir educação financeira escolar na sala de aula, entende-se que ainda há espaço para se debater, posto que, em pesquisa no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes (COORDENAÇÃO DE APERFEIÇOAMENTO DE PESSOAL DE NÍVEL SUPERIOR, 2018) pelos termos "educação financeira" e "tecnologia", no período de 2013 a 2018, encontrou-se 612 itens. Entretanto, destes, apenas oito possuem título com indícios de serem pesquisas diretamente relacionadas às temáticas supracitadas.

Além do espaço de discussão encontrado, pretende-se olhar para a tecnologia já presente na sala de aula e de posse da maioria dos alunos: os celulares inteligentes ou *smartphones*. O porte desta tecnologia pelos alunos vem sido debatido por professores, gestores escolares, pesquisadores e até mesmo pelo legislativo brasileiro, em particular, pela Câmara dos Deputados de Minas Gerais, que chegou a aprovar o artigo 1º da Lei 14.486, de 9 de dezembro de 2002, que proíbe o uso de celulares para conversação e dispositivos sonoros em sala de aula (MINAS GERAIS, 2002). Ainda que seja compreensível a forma com que a legislação trate o uso dos celulares, principalmente por este dispositivo ser fonte de distração dos estudantes durante as aulas, aqui serão expostos elementos logísticos e pedagógicos que colaboram com uma reflexão sobre o uso destes em tarefas de educação financeira escolar.

Principalmente por ter chegado primeiro às escolas como possibilidade de inserção das TICs na prática docente com seus alunos, o computador ainda encontra dificuldades para ser o dispositivo de maior praticidade para uso cotidiano em atividades com os estudantes, posto que ainda faltam computadores nas escolas, pelo menos em quantidade proporcional ao número de estudantes de uma turma. Borba e Lacerda (2015) percebem que a tentativa de inserção das TICs na sala de aula através de iniciativas do tipo "um computador por aluno" não foram eficazes, posto que não houve laboratório de informática que comportasse esta proporção. Além disso, os existentes estão muitas vezes em situações precárias ou com equipamentos incompatíveis com os *softwares* escolhidos pelo professor para uso em suas aulas. Também neste sentido, a pesquisa TIC Educação 2015 aponta que 73% das escolas públicas possuem laboratório de informática, no entanto, apenas 31% dos professores utilizam este espaço em atividades com seus alunos (CENTRO DE ESTUDOS SOBRE AS TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E DA COMUNICAÇÃO, 2016). Algo que pode ajudar a compreender este fenômeno é a desproporção entre a quantidade de alunos e a de computadores disponíveis nos laboratórios de informática, visto que, segundo dados do Portal Brasileiro de Dados Abertos[1], em média, há 32,4 alunos em uma turma Ensino Médio e, em 2014, apenas 37% das escolas tinham mais de 31 computadores em seus laboratórios de informática, conforme disponível no CETIC.

Se, por um lado, faltam computadores disponíveis nas escolas para os estudantes, eles não ficam isolados da tecnologia nas salas de aula, posto que, segundo TIC KIDS (2017), 91% dos adolescentes, em 2016, possuíam celulares para acesso à internet, sendo 80% destes por conexão Wi-Fi e os demais por planos de operadoras, enquanto a posse e o uso de computador nesta faixa etária caiu significativamente. Diante da percepção do aumento do uso dos celulares inteligentes entre os adolescentes e jovens e das dificuldades para utilização de computadores por eles na escola, Borba e Lacerda propõem que se dê acesso à internet da escola, de forma que cada aluno possa acessá-la através de seu celular, pois "um celular por aluno pode quebrar com a ideia de levarmos os alunos a algum lugar! Ao contrário, podemos ir onde eles estão: no celular inteligente!" (BORBA; LACERDA, 2015, p. 504).

A ideia de se incluir o celular do estudante na sala de aula é, do ponto de vista logístico, muito atrativa, pois não há custo para a escola na aquisição e na manutenção de equipamentos de tecnologia, como acontece com os laboratórios de informática, e isso por si só é um ponto positivo; mas não é o único e nem suficiente, já que há outros aspectos a serem analisados, dentre os quais aqui serão trazidos os pedagógicos. Nesse aspecto, é imprescindível a compreensão do celular enquanto um dispositivo móvel pessoal, visto que isso traz um cenário de aprendizagem totalmente diferente do laboratório de informática da escola, principalmente pelo fato de ele acompanhar o estudante em todos os lugares e instantes.

A discussão sobre o uso de dispositivos móveis em processos de ensino e aprendizagem já está presente em diversas pesquisas, as quais trazem o conceito de "aprendizagem móvel", "aprendizagem com mobilidade" ou *m-learning, mobile learning*. Para a UNESCO, a aprendizagem móvel "envolve o uso de tecnologias móveis, isoladamente ou em combinação com outras tecnologias de informação e comunicação, a fim de permitir aprendizagem a qualquer lugar" (UNESCO, 2013, p. 7). Mülbert e Pereira (2011) compreendem aprendizagem móvel como "o conceito que representa a aprendizagem entregue ou suportada por meio de dispositivos de mão tais como PDAs (*Personal Digital Assistant*), *smartphones*, *tablets* e outros pequenos dispositivos digitais que carregam ou manipulam informações" (MULBERT; PEREIRA, 2011, p. 2) e, embora tal percepção se restrinja a determinados equipamentos, ela exprime a ideia central, que é o ato de ensinar ou aprender fazendo uso de tecnologias portáteis em qualquer lugar, ratificando a definição apresentada anteriormente.

Embora já levantada por Borba e Lacerda (2015) a primordialidade de que o *smartphone* do aluno esteja conectado à internet, Moura (2009) discorre sobre a importância da inserção dessa tecnologia mesmo sem acesso à rede, apoiando-se na multiplicidade de utilidades nativas ou que podem ser instaladas nos dispositivos móveis para emprego na sala de aula. Diante disso, há duas frentes para se considerar para o uso dos dispositivos móveis: com ou sem acesso à internet. Se o uso é com acesso à rede durante a aula, teremos acesso ao material desejado, na maioria das vezes, inclusive possibilitando uma riqueza imensa na tarefa desenvolvida dada a multiplicidade de informações que podem adentrar a sala de aula. No entanto, se o uso for desconectado da internet, deve-se ter cuidado em escolher uma aplicação que esteja presente no celular dos alunos ou acordar para que eles a instalem até a aula em que for utilizada.

Compreendendo a complexidade de se estruturar uma tarefa que faça das tecnologias móveis desconectadas da internet na sala de aula, é levantada uma questão relevante: como escolher uma aplicação para uso com os alunos. Neste aspecto, Andrade, Araújo Júnior e Silveira inferem que "o aplicativo deve instigar as habilidades cognitivas de seus alunos e, acima de tudo, proporcionar situações para que possam utilizar seus novos conhecimentos para a solução de problemas" (ANDRADE; ARAÚJO JÚNIOR; SILVEIRA, 2015, p. 546), isto é, o aplicativo pode até auxiliar o estudante a encarar determinada situação, mas não pode se limitar a isso. Também é fundamental, segundo tais autores, atentar-se para os requisitos pedagógicos definidos para a situação em que o aplicativo será inserido além dos seguintes requisitos: usabilidade, interatividade, acessibilidade, flexibilidade, mobilidade, ubiquidade, colaboração, compartilhamento e reusabilidade.

Também se pode refletir sobre particularidades de tarefas com uso de dispositivos móveis. Uma delas é que, se por um lado é importante selecionar uma aplicação para ser utilizada com os alunos, é importante que a escolha feita pelo professor seja uma indicação, de modo que ele compartilhe com os estudantes a finalidade do uso do aplicativo, deixando que estes também possam procurar um aplicativo que julgam atendê-los melhor. Pois, ainda que entre março e abril de 2018, 92,9% dos *smartphones* e *tablets* no Brasil apresentem sistema Android (KANTAR, 2018), isso não evita que na sala de aula tenha algum estudante com um celular que não tenha este sistema operacional, o que pode explicar uma possível inexistência da aplicação escolhida para uso deste estudante. Sendo assim, o professor pode, por exemplo, dizer aos alunos que se pretende compreender a taxa real de juros de uma compra parcelada, avisá-los que encontrou um aplicativo que ajuda a pensar sobre o assunto, mas deixá-los livres para trazer à sala de aula outros que também ajudem na análise de tal situação.

Outra propriedade que a tarefa deve levar em consideração parte da portabilidade, que é uma das principais características destes dispositivos. Sendo assim, é coerente que a tarefa seja pensada para que os estudantes busquem informações em outros espaços, utilizando as inúmeras oportunidades dadas pelo celular: pesquisando na internet, fotografando, gravando áudios, elaborando vídeos, entre outras.

A colaboração pode vir a ocorrer com ou sem internet, pois é inerente dos seres humanos trabalhar de forma colaborativa; no entanto, a intensidade com que isso se dará é particular de cada grupo e arranjo social. Ao mencionar a independência da internet para a colaboração, entende-se que há outras formas de compartilhar as informações através dos celulares: uma delas é o compartilhamento via Bluetooth, por exemplo. Ou seja, embora a tarefa não objetive a colaboração entre seus envolvidos, ela pode acontecer, inclusive através do celular.

Com base na discussão aqui levantada, não basta liberar o celular em aulas de educação financeira, mas eles devem estar inseridos através de tarefas que, desde sua gênese, levam em consideração o uso das tecnologias móveis dentro e fora da sala de aula. Dentro da sala de aula, pois será o ambiente em que a tarefa será posta diante dos alunos; e fora dela porque o conhecimento discutido não tem validade limitada ao interior do muro da escola.

Considerações finais

A discussão aqui apresentada colocou em evidência que ainda há poucas pesquisas sobre a utilização das TICs em salas de aula em que se aborda a educação financeira escolar e, a partir disso, passou-se a refletir sobre a possibilidade de inserção das tecnologias móveis neste ambiente, fundamentados na proposta de educação financeira escolar de Silva e Powell (2013).

Não é interesse deste texto fechar as possibilidades de reflexões sobre a inserção das tecnologias móveis em um contexto de educação financeira escolar, mas sim abrir um espaço para que se debata tal temática e se avance da teoria para a prática, pois os celulares já estão na sala de aula, diferentemente dos computadores de mesa que, mesmo estando na escola, ficam nos laboratórios que, na maioria das vezes, não têm equipamentos em condições de uso na proporção um para um.

Também se deve levar em consideração que já existe uma série de pesquisas indicando diversas vantagens de se inserir as TICs nos processos de ensino e aprendizagem, em particular via uso de computadores (de mesa e/ou portáteis), mas que ainda assim não estão presentes no cotidiano dos alunos em atividades com seus professores em aula. O celular, por sua vez, embora já seja objeto de alguns estudos, ainda gera desconfiança tanto da escola quanto dos pais, dividindo opiniões sobre a eficácia de seu uso em sala de aula quando inserido na prática pedagógica do professor; isso é compreensível, pois Moura resumiu esta situação de uma forma ímpar: "Agora são os telemóveis, antes eram as calculadoras" (MOURA, 2009, p. 58).

Mobile tecnology in school financial education

Abstract

This paper presents a framework of discussions on Information and Communication Technologies in a context of School Financial Education, specifically on the use of mobile technologies, the smartphones. In order to obtain resource for reflection, we used the methodology of bibliographic review with analyzes in research data that indicate that technological devices are more used among young people for pedagogical purposes. As a result, we point out that there is already a series of researches indicating the advantages of inserting the technologies in the teaching and learning processes, but there are still few about the use of classroom technology in which School Financial Education is approached. Specifically on cell phone, its use in pedagogical practices still generates distrust, both of the school and of the students' parents.

Keywords: Mathematics education. School financial education. Information and communication technologies. Mobile devices in education.

Tecnologías móviles en la educación financiera escolar

Resumen

El presente artículo compone un marco de discusiones sobre las Tecnologías de la Información y la Comunicación en un contexto de Educación Financiera Escolar, específicamente sobre el uso de las tecnologías móviles, los smartphones o teléfonos inteligentes. Para obtener subsidios para la reflexión, utilizamos la metodología de revisión bibliográfica con análisis en datos de investigaciones que apuntan que los dispositivos tecnológicos son más utilizados entre los jóvenes para fines pedagógicos. Como resultado, señalamos que ya existe una serie de investigaciones indicando ventajas de insertar las tecnologías en los procesos de enseñanza y aprendizaje, pero todavía hay pocas sobre la utilización de las tecnologías en aulas en que se aborda la Educación Financiera Escolar. En concreto sobre el celular, su uso en prácticas pedagógicas todavía genera desconfianza, tanto de la escuela como de los padres de los alumnos.

Palabras clave: Educación matemática. Educación financiera escolar. Tecnologías de la información y la comunicación. Dispositivos móviles en la educación.

Notas

1 Disponível em: <http://dados.gov.br/dataset/media-de-alunos-por-turma-na-educacao-basica>

Referências

ANDRADE, M. V. M.; ARAUJO JÚNIOR, C. F.; SILVEIRA, I. F. Critérios de qualidade para aplicativos educacionais no contexto dos dispositivos móveis (m-learning). In: SANCHEZ, Jaime (Org.). *Nuevas Ideas en Informática Educativa*. 1. ed. Santiago: Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, 2015. v. 11. p. 544-549.

BORBA, M. C.; LACERDA, H. D. G. P*olíticas públicas e tecnologias digitais*: um celular por aluno. III Fórum de Discussão: Parâmetros Balizadores da Pesquisa em Educação Matemática no Brasil. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.17. n. .3. p. 490-507. 2015.

COORDENAÇÃO DE APERFEIÇOAMENTO DE PESSOAL DE NÍVEL SUPERIOR. *Catálogo de teses e dissertações*. Disponível em: < http://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#!/ >. Acesso em: 20 mai. 2018.

CENTRO DE ESTUDOS SOBRE AS TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E DA COMUNICAÇÃO. *Pesquisa sobre o uso das tecnologias de informação e comunicação nas escolas brasileiras*: TIC Educação 2015 [livro eletrônico]. Surveyonthe use of information and communication technologies in brazilian schools: ICT in education 2015/ Núcleo de Informação e Coordenação do Ponto BR. São Paulo: Comitê Gestor da Internet no Brasil, 2016.

CENTRO DE ESTUDOS SOBRE AS TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E DA COMUNICAÇÃO. P*esquisa sobre o uso das tecnologias de informação e comunicação nas escolas brasileiras*: TIC Educação 2016 [livro eletrônico]. Surveyonthe use of information and communication technologies in brazilian schools: ICT in education 2016/ Núcleo de Informação e Coordenação do Ponto BR, [editor]. São Paulo: Comitê Gestor da Internet no Brasil, 2017.

ESTRATÉGIA *Nacional de Educação Financeira*. 2017. Disponível em http://www.vidaedinheiro.gov.br. Acesso em: 10 mai. 2018.

KANTAR. *Android vs IOS*. Disponível em: <https://www.kantarworldpanel.com/global/smartphone-os-market-share/ >. Acesso em: 02 mai. 2018.

MINAS GERAIS. Lei 14.486, de 9 de dezembro de 2002. *Disciplina o uso de telefone celular em salas de aula, teatros, cinemas e igrejas*. Belo Horizonte, 2002. Disponível em: <https://www.almg.gov.br/consulte/legislacao/completa/completa.html?tipo=LEI&num=14486&ano=2002 >. Acesso em: 15 mai. 2017.

MOURA, A. *Geração móvel*: um ambiente de aprendizagem suportado por tecnologias móveis para a geração polegar. 2009. Disponível em: < http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/10056 >. Acesso em: 10 mai. 2018.

MULBERT, A. L.; PEREIRA, A. T. C. *Um panorama da pesquisa sobre aprendizagem móvel (m-learning)*. In: Simpósio ABCiber, 5, 2011, Florianópolis. Anais. Florianópolis: UFSC/UDESC, 2011. v. 1. p. 1-13.

MUNIZ JUNIOR, I. JURKIEWICZ, S. T*omada de decisão e trocas intertemporais: uma contribuição para a construção de ambientes de educação financeira escolar nas aulas de matemática*. Revista de Educação, Ciências e Matemática, v. 6, p. 76-99, 2016. Disponível em: < http://publicacoes.unigranrio.edu.br/index.php/recm/article/view/4071>. Acesso em: 10 mai. 2018.

SILVA, A. M.; POWELL, A. B. *Um programa de educação financeira para a matemática escolar da educação básica*. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 11, 2013. Anais. Curitiba: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2013.

TIC KIDS. *Pesquisa sobre o uso da internet por crianças e adolescentes no Brasil 2016. ICT Kids Online Brazil*: surveyon Internet use bychildren in Brazil 2016/Núcleo de Informação e Coordenação do Ponto BR. São Paulo: Comitê Gestor da Internet no Brasil, 2017. Disponível em: <http://cetic.br/media/docs/publicacoes/2/TIC_KIDS_ONLINE_2016_LivroEletronico.pdf>. Acesso em: 10 mai. 2018.

UNESCO. *Diretrizes de políticas para a aprendizagem móvel*. Disponível em: < http://unesdoc.unesco.org/images/0022/002277/227770por.pdf >. Acesso em: 08 mai. 2018.

Enviado em 30 de maio de 2018.

Aprovado em 26 de julho de 2018.

DINÂMICA GRUPAL EM AULAS DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS: CONSTRUINDO UMA PONTE DE PAPEL

Alex de Assis Lauria*

Leonardo José da Silva**

Resumo

O presente artigo teve como objetivo principal analisar a dinâmica grupal de alunos da EJA em uma sequência de atividades em aulas de Matemática. Os objetivos específicos foram: verificar como os alunos constroem estratégias de trabalho em grupo visando à confecção da maquete da ponte de papel em um cenário investigativo e como os alunos lidam com suas lembranças escolares. Sob a perspectiva da pesquisa participante como metodologia qualitativa, o professor pesquisador acompanhou, registrou e analisou as aulas de Matemática nos últimos anos do Ensino Fundamental II. As análises dos dados revelaram que o grupo observado avançou de um modelo de padrão divergente para o difuso, fato esse que aponta para a possibilidade de realização dessa modalidade de tarefas na EJA.

Palavras-chave: Trabalho em grupo. Educação de Jovens e Adultos. Educação Matemática.

Introdução

O presente artigo visa compartilhar nossa pesquisa, que se desenvolveu no Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora, cujo foco central foi analisar o modo como trabalhariam em grupos nas aulas de Matemática os alunos da EJA. Também foi objetivo da pesquisa investigar o possível resgate das "lembranças da escola" vividas por esses estudantes ao longo de suas trajetórias, mesmo que confusas e fugazes (FONSECA, 2001). A opção didática foi focada no trabalho em grupo, visto como interação entre sujeitos em busca de um objetivo comum. Nessa proposta, em grupos, os estudantes de uma turma da EJA dos anos finais do Ensino Fundamental foram desafiados a construir uma ponte de papel a partir de um projeto proposto pelo professor. Também foi desenvolvida uma sequência de tarefas vinculadas à construção da ponte, abordando temas ligados à Geometria, proporcionalidade, porcentagem e medidas. Nesse trabalho, os estudantes são convidados a ler manual, identificar e converter unidades de medida, construir retângulos e prismas a partir de sua forma planificada, fazer cálculos de porcentagem, entre outras habilidades. A seção seguinte apresenta uma perspectiva psicanalítica que

* Mestre em Educação Matemática – Universidade Federal de Juiz de Fora. Professor da Rede Estadual de Minas Gerais. E-mail: alexlauria@bol.com.br.

** Doutor em Educação para Ciência pela UNESP. Professor do Colégio de Aplicação João XXIII/UFJF e do PPG em Educação Matemática da UFJF. E-mail: leonardo.silva@ufjf.edu.br.

aborda o trabalho em grupo, cujas premissas auxiliaram os pesquisadores na busca da compreensão da dinâmica grupal dos alunos estudados.

1. A dinâmica grupal

O trabalho em grupo envolve, de modo geral, intensa negociação entre os participantes, em uma prática humana na qual processos psicológicos são desencadeados gerando tensões, conflitos e soluções para os mais variados problemas. Nesse sentido, o presente estudo traz, na perspectiva psicanalítica, as contribuições de Pichon-Riviére (PICHON-RIVIÉRE, 2012). De acordo com o referido autor, a dinâmica grupal, ou seja, a nossa relação com os outros é marcada pela assunção e adjudicação de papéis, que são atitudes tomadas consciente e inconscientemente em um contexto social. As tarefas a serem executadas são classificadas como explícitas ou implícitas. A primeira explica diretamente o objetivo do grupo, o trabalho a ser desenvolvido, enquanto a segunda se caracteriza pela manutenção e coesão do grupo e pela superação de obstáculos.

Para Pichon-Riviére (2012), cada elemento do grupo pode assumir, consciente ou inconscientemente, as seguintes características: o porta-voz (que pode ser líder ou bode expiatório) e o sabotador. O porta-voz é quando existe alguma necessidade de anunciar ou denunciar o que ocorre no grupo. Quando existe um dilema grupal, daí podem ocorrer e se desdobrar duas situações: uma delas é que, se o grupo entender o problema e cooperar com o porta-voz em prol da resolução do problema, este se torna líder. A outra situação é quando o grupo não reconhece o obstáculo e deixa o porta-voz de lado, então o mesmo será o bode expiatório. O sabotador é aquele que reconhece a dificuldade da tarefa e instiga todos a abandoná-la, ou seja, prejudica o andamento da busca da resolução de um problema.

Ainda, segundo Pichon-Riviére, um líder pode ser Democrático ou Progressista, Autocrático, Demagógico e *Laissez-faire*. O Democrático ou Progressista ajuda o grupo a resolver problemas, ou seja, faz com que os membros do grupo ajudem na resolução da tarefa. O Autocrático gosta de dar ordens, porém não se esforça juntamente com os membros do grupo. O líder Demagógico atua mantendo uma aparência democrática, na qual ele ouve os membros do grupo, porém na decisão final prevalecem as ideias dele. O *Laissez-faire* não assume o compromisso diante do grupo, deixando o problema ser discutido, e não chega a conclusão alguma.

Pode-se perceber a importância da comunicação entre os membros de um grupo que, de acordo com Pichon-Riviére (2012), pode assumir os seguintes modelos:

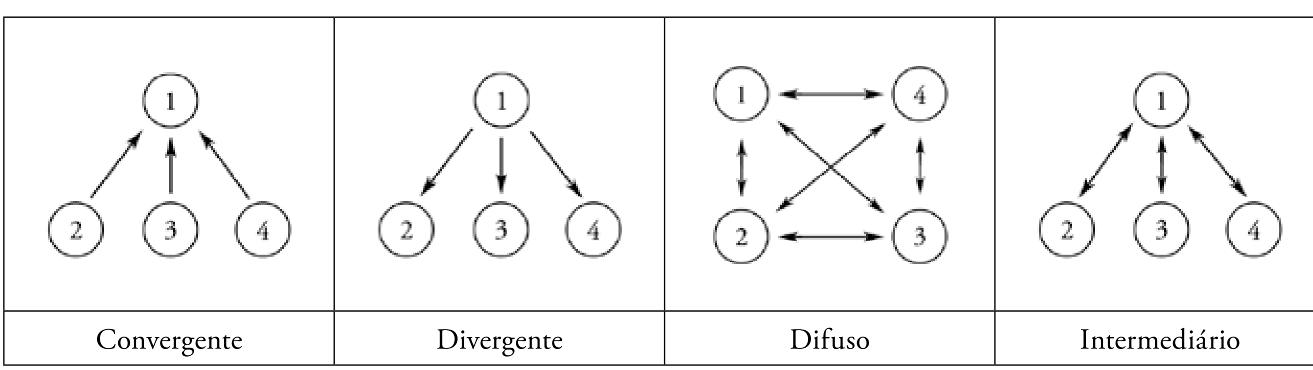


Figura 1 – Modelos de comunicação do processo grupal
Fonte: Pichon-Riviére (2012)

No sistema de comunicação convergente, a comunicação converge para um dos membros, podendo estabelecer um vínculo positivo, reconhecendo sua liderança, ou negativo, no qual esse membro é visto como um bode expiatório. No sistema de comunicação divergente, a comunicação parte de um em direção a todos, identificando-se duas possibilidades: assunção do papel de porta-voz ou líder. No primeiro, alguém denuncia um acontecer grupal, colocando-se em papel de destaque no grupo. No segundo, reconhece-se uma voz de comando, de um líder entre os membros do grupo. Entre a convergência e a divergência pode haver ainda um sistema de comunicação intermediário, marcado pelo diálogo entre um membro com os demais, porém, estes últimos não se comunicam entre si.

No âmbito das práticas pedagógicas grupais, Pichon-Riviére (2012) afirma que o professor deve abrir canais com os membros do grupo e, se ele conseguiu intervir positivamente, então a rede será difusa, ou seja, todos os membros do grupo interagem entre si promovendo a circularidade de papéis, permitindo, assim, a operatividade do grupo. Quando o grupo supera os conflitos, novas situações vão surgindo e mais obstáculos os alunos devem ultrapassar. Ainda segundo o referido autor, um grupo que funciona de acordo com uma dinâmica operativa é aquele que atende a objetivos e finalidades comuns, em que todos os membros trabalham como uma equipe centrada em torno de uma tarefa. Uma das leis básicas dos grupos operativos pode ser traduzida da seguinte forma: "à maior heterogeneidade dos membros do grupo e à maior homogeneidade da tarefa corresponde maior produtividade" (PICHON-RIVIÉRE, 2012, p. 36).

O professor pode favorecer a operatividade do grupo sem limitar a sua criatividade; contudo, não se pode negar o seu papel normativo, cujas intervenções são caracterizadas de duas formas: institucional e presencial. Na primeira forma, o papel atribuído ao professor pela escola se dá através das intervenções esperadas, como passar as tarefas, organizar os grupos, entre outros. Na segunda, a interferência presencial estimula a circularidade de papéis dos membros e também a comunicação entre eles, melhorando o desenvolvimento e a manutenção do grupo.

2. Uma perspectiva pedagógica

A tarefa didática a ser desenvolvida pelos participantes do grupo tem papel central e seu desenrolar é imprevisível, o que é uma característica do grupo operativo. Tendo um espaço para a tarefa, o grupo constrói a sua própria história, procurando assinalar as características e os problemas do grupo aplicando a dialética interna.

Sendo assim, do ponto de vista do professor que ensina Matemática na EJA, abordaremos as concepções pedagógicas que nortearam o planejamento e desenvolvimento das atividades didáticas utilizadas. Inicialmente, enfatizamos que nosso foco aponta para estudantes que, por diversas razões, ausentaram-se da escola por períodos variados, mas que certamente trazem reminiscências desse período em suas lembranças escolares. Fonseca (2001) reconhece a necessidade de se levar em conta, no trabalho com alunos da EJA, as experiências escolares anteriores desses estudantes, não apenas como mero esforço dos alunos em recordar fatos e conceitos matemáticos, mas também em atribuir significados a esses conhecimentos. Porém, pouca atenção é dada às lembranças escolares desse público, como salienta a referida autora:

> [...] No desenvolvimento dos processos de ensino-aprendizagem, temos sido, no mais das vezes, tímidos, quando não resistentes, ao lidar com essas lembranças. Se não as ignoramos, ou mesmo as reprimimos, em geral, limitamo-nos a interpretá-las como parte de uma estratégia empreendida, quase sempre com pouco sucesso, pelos alunos da EJA com a intenção de abreviar o processo de aprendizagem (FONSECA, 2001, p. 341).

Nesse sentido, no trabalho com alunos da EJA, o professor deve estar preparado para interpretar as enunciações de suas lembranças escolares, não apenas no nível informativo, como fragmentos de algumas regras e procedimentos que os alunos foram capazes de recordar, mas reconhecendo que, ao enunciar reminiscências da Matemática escolar, esse aluno ocupa uma posição de sujeito, e é isso que o põe intelectualmente mobilizado, contribuindo para a construção de significados dos conceitos matemáticos que estão sendo trabalhados.

Contudo, o modo como a Matemática é habitualmente trabalhada nas escolas pouco estimula o aprendizado dos estudantes. Para Alro & Skovsmose (2010), nesse ensino dito tradicional prevalece o paradigma do exercício, no qual o professor atua apenas informando fórmulas aos alunos e priorizando a memorização de regras e procedimentos, restando ao estudante uma posição passiva e obediente em que o erro deve ser evitado. Segundo os referidos autores, de modo diferente, o foco do professor deve estar em desafiar os alunos com questões instigadoras, deixando que assumam o processo de exploração e explicação, possibilitando um novo ambiente de aprendizagem. Nesse novo cenário, várias ideias são enfatizadas. A "vista privilegiada", por exemplo, é quando o professor ajuda os alunos no entendimento de um determinado conceito ou na execução de determinadas atividades. Ela é criada quando o professor prepara o terreno, podendo ajudar a lançar luzes sobre certas perspectivas ou abrir novas.

Outra ideia importante é a "Perspectiva", sendo aquilo que o participante escolhe ver, ouvir e entender em uma conversação, na qual se manifesta através do uso de linguagem, naquilo que escolhe falar e não falar, e na forma como entendemos uns aos outros. Se os alunos não entendem, não aceitam as perspectivas dos demais ou não compartilham uma perspectiva, então a comunicação não acontece. Podemos perceber que, para o trabalho ser realizado com sucesso, os estudantes devem estar focados e entusiasmados para trocarem informações e entenderem a essência da tarefa abordada. No entanto, Alro e Skovsmose (2010) fazem um alerta para o conceito de absolutismo burocrático no fazer do professor, em que este estabelece o que é certo e o que é errado sem explicar critérios que orientem as decisões. O professor de Matemática, em uma sala absolutista, está impedido de mudar o fato de que os alunos devem fazer exercícios e utilizar as fórmulas prescritas.

Nesses termos, os referidos autores propõem como alternativa às aulas absolutistas burocráticas a "cooperação investigativa", que é uma forma de interação entre professores e alunos, na qual a troca de informações entre eles ocorre do seguinte modo: Estabelecer contato, Perceber, Reconhecer, Posicionar-se, Pensar alto, Reformular, Desafiar e Avaliar (ALRO; SKOVSMOSE, 2010).

Os autores também enfatizam a possibilidade de utilização de semirrealidades como referência possível do conceito matemático. Semirrealidade é um contexto no qual as tarefas matemáticas são baseadas em situações artificiais, mas próximas da realidade, e que podem contribuir para a construção de significados por parte dos estudantes.

Do ponto de vista da comunicação, a sala de aula de Matemática constitui um espaço de diferentes padrões de interação entre professores e alunos: o diálogo proporciona a aprendizagem. Assim, é proposto o Modelo de Cooperação Investigativa (Modelo CI), o qual "é constituído por atos de comunicação entre professor e alunos, que favorecem a aprendizagem peculiar" (ALRO; SKOVSMOSE, 2010, p. 69). O professor deve saber ouvir e perguntar, com o objetivo de entender as ideias dos alunos, sua perspectiva da situação de ensino, para orientá-los no processo de construção do conhecimento. Essa é uma característica básica no Modelo CI e que foi norteadora para o planejamento das atividades didáticas presente neste trabalho, cujos detalhamentos veremos a seguir.

3. Metodologia da pesquisa

Compreender o modo como alunos da EJA se envolvem em uma atividade grupal, na qual ocorrem complexas tramas interativas, exige esforços metodológicos que escapam ao modelo objetivo de investigação. Assim, a opção se deu pelo paradigma qualitativo de pesquisa nos termos em que enfatizam Bogdan e Biklen (1997). De acordo com esses autores, a pesquisa qualitativa possui cinco características principais: o pesquisador é a fonte dos dados da pesquisa; a investigação qualitativa é descritiva, na qual os dados são colhidos através de letras e imagens; os investigadores estão preocupados em analisar os dados de forma indutiva e não tiram conclusões antecipadas sobre determinado assunto e o significado é de importância vital na análise qualitativa.

Segundo Lüdke e André (1986), as pesquisas qualitativas podem assumir diversas formas, segundo as escolhas e os objetivos do pesquisador. Como no presente estudo o pesquisador é o próprio professor dos alunos-sujeitos, assumimos a pesquisa participante como norteadora do processo investigativo.

A coleta de dados foi realizada em dois dias distintos com aulas de aproximadamente 2h cada uma. A turma contava com cerca de quinze alunos frequentes, embora muitas faltas ocorram no dia a dia das aulas. Com os alunos divididos em grupos de cerca de quatro ou cinco componentes, cada aula contou com a exposição do professor utilizando *slides* com imagens de diversos tipos de pontes, além de um breve resgate histórico sobre sua utilização. A lousa foi paralelamente utilizada com o projetor para orientações acerca da atividade e também conteúdos matemáticos, tais como noções de Geometria Plana e Espacial, o sistema métrico decimal, entre outros.

Norteado pelo Modelo CI proposto por Alro e Skovsmose (2010), o professor pediu para os estudantes que a sala de aula fosse transformada em um escritório de engenharia, o qual recebera a encomenda de um projeto de construção de uma ponte treliçada, criando assim uma semirrealidade, visto que o cenário seria uma aproximação da realidade. A primeira tarefa dos "funcionários" do escritório seria construir a maquete dessa ponte, cujo projeto o professor entregou pronto. Os alunos então foram convidados pelo professor a refletir sobre várias questões, como a quantidade de papel-cartão que seria utilizada na confecção da ponte, atividade que envolve cálculo de áreas de superfície de figuras geométricas planas. Também foi discutido sobre o custo de compra desse papel, entre outras atividades de cunho matemático.

A construção da ponte de papel exigiu a confecção de diversas peças, a seguir (Quadro 1) detalhamos as barras de tração (fitas), que são retângulos de dimensões variadas.

PEÇAS	COMPRIMENTO	LARGURA	NÚMERO DE FITAS
F'B; B'F; D'G; G'D	7 cm	4 mm	4
B'D; BD'	11 cm	4 mm	2
AC; A'C'; CE; C'E'	11 cm	4 mm	4
F'B; B'F; D'G; G'D	8 cm	4 mm	4

Quadro 1 – barras de tração

Fonte: os autores

Também havia a necessidade de construção de diversas barras de compressão, cuja forma geométricaé a de um prisma reto de base quadrangular (Quadro 2).

PEÇAS	COMPRIMENTO	BASE	NÚMERO DE PEÇAS
AB; DE; BC; CD; A'B; D'E; B'C; C'D'	13 cm	1 cm x 1 cm	8
FF'; BB'; DD'; GG'; CC'	7 cm	6 mm x 6 mm	5
AA'; EE'	7 cm	25 mm x 10 mm	2
BD; B'D'	11 cm	10 mm x 10 mm	2
AB; DE; BC; CD; A'B; D'E; B'C; C'D'	13 cm	1 cm x 1 cm	8

Quadro 2 – barras de compressão
Fonte: os autores

Por fim, com as peças construídas, os alunos precisaram colá-las sobre a planificação do projeto da ponte treliçada (Figura 2), a fim de montá-la, chegando finalmente à maquete da ponte (Figura 3).

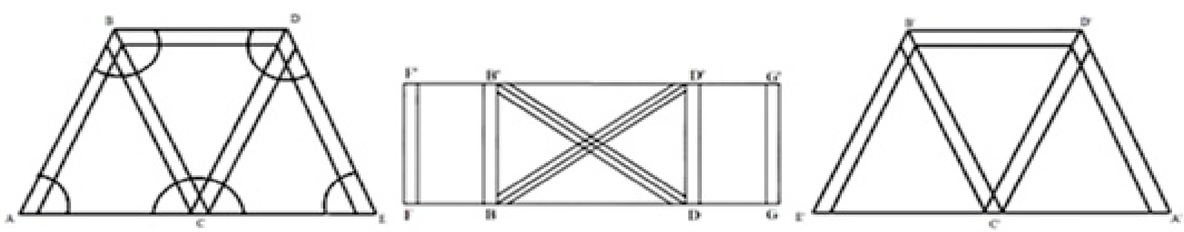


Figura 2 – Planta baixa da ponte treliçada
Fonte: Os autores

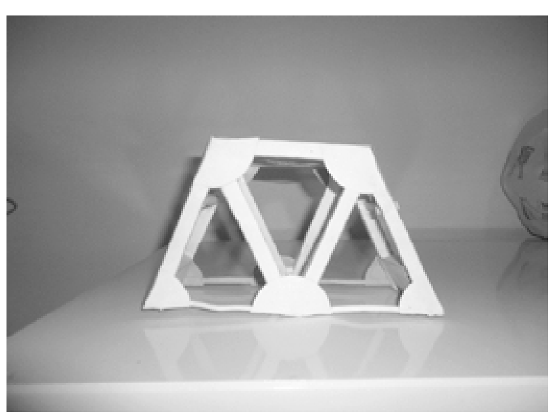


Figura 3 – Maquete da ponte de papel treliçada
Fonte: os autores

O desenvolvimento das aulas foi registrado em vídeo e o professor pesquisador se empenhou em anotar todas as suas observações acerca da aula, levando em conta a participação e os comentários dos estudantes. Na análise dos dados, o pesquisador se debruçou sobre todos os registros, confrontando-os com os referenciais teóricos já explicitados a fim de buscar aproximações sobre o modo como os estudantes se envolveram na atividade grupal de construção da ponte de papel, cujas análises são descritas a seguir.

4. Os resultados

Na semirrealidade criada pelo professor, simulando um escritório de engenharia, a primeira dificuldade encontrada foi com o atraso na chegada de alguns alunos, visto que a aula era a primeira do dia. Nas aulas da EJA, essa é uma queixa recorrente dos professores, pois a maioria dos alunos trabalha e os horários muitas vezes não são compatíveis. Assim, os grupos iam se modificando à medida que novos alunos chegavam para a aula, algo que exigiu do professor, e também dos alunos, constantes negociações para a integração de todos no desenvolvimento do trabalho grupal.

Nossas análises focaram o grupo 1 (foram formados quatro grupos), visto que estes tiveram uma formação mais estável ao longo da atividade, cujos componentes foram os alunos Fábio, Wallace, Vilson, Rosa e Vanderson[1], com idades variando de 18 a 40 anos. Wallace, apesar de ser participativo nas aulas, apresenta muitas dificuldades nas aulas de Matemática, enquanto Vilson é questionador, participativo e com bom rendimento. Fábio gosta muito de Matemática e também gosta de falar sobre suas experiências como mestre de obras, enquanto Vanderson[2] é mais retraído, porém estudioso e de bom rendimento em Matemática. A Rosa, que faltou no primeiro dia da atividade, é muito participativa e com ótimo rendimento em Matemática, embora falte muitas aulas.

No início do trabalho, cada grupo recebeu um "manual" com as dimensões de todas as peças a serem construídas e suas respectivas quantidades, conforme já visto nos Quadros 1 e 2. Em seguida, os alunos precisavam desenhar a planificação das peças para posteriormente recortar e montar as barras, tanto de tração como de compressão, ou seja, retângulos e prismas. A tarefa é prontamente aceita pelos alunos, que iniciam intenso processo comunicativo a fim de compreender o que deveria ser feito. A este fenômeno Alro e Skovsmose (2010) chamam "aproximação", ou seja, o processo pelo qual a perspectiva do aluno procura a do professor, especialmente em tarefas não rotineiras de sala de aula, ou seja, o aluno ainda não sabe o que o professor espera dele.

Assim, a aula segue com o aluno Fábio explicando para os demais como é feita a medição na régua e ajudando os outros membros a perceberem como medir os valores em centímetros e milímetros. Os demais alunos do grupo fazem os recortes dos retângulos sem questionar muito, ou seja, assumem uma posição pouco colaborativa, trabalhando isoladamente, mas em prol do grupo. Pode-se perceber, de acordo com Pichon-Riviére (2012), um possível processo comunicativo divergente, na medida em que um aluno detém a atenção dos demais assumindo momentaneamente o papel de líder das interações comunicativas.

A confecção das barras de compressão se mostrou mais demorada e complexa, exigindo a intervenção do professor em vários momentos, sobretudo no esclarecimento acerca de definições geométricas sobre os prismas e suas faces, do paralelismo entre suas bases, entre outros aspectos da referida forma geométrica. É interessante destacar que Fábio aparentemente não utiliza suas "lembranças da escola", mas sim sua experiência como pedreiro. Seus colegas de grupo, sim, esforçam-se para lembrar como funciona o sistema métrico decimal, seja de suas experiências escolares anteriores ou mesmo das suas vivências, em que a necessidade de medir está sempre presente.

Aos poucos, os demais participantes do grupo passaram a ser mais ativos e colaborativos. Vilson e Vanderson se tornaram mais engajados e ativos, fazendo perguntas, questionando alguns pontos do processo de construção e discutindo entre si e com os colegas estratégias de trabalho, pois queriam terminar a construção da ponte dentro do prazo combinado. O professor também teve papel bastante ativo, esclarecendo conceitos matemáticos e orientando a fazer a construção. Assim, percebe-se um compartilhamento de perspectivas entre alunos e professor na realização da tarefa, algo favorecedor dos processos de ensino e aprendizagem, na medida em que os estudantes tendem a se sentir condutores de sua própria aprendizagem (ALRO; SKOVSMOSE, 2010).

Do ponto de vista dos processos de comunicação grupal, o grupo 1 aparentemente avança para o modelo "difuso", no qual, segundo Pichon-Riviére (2012), há a circularidade de papéis e nenhum processo comunicativo é privilegiado. Para esse autor, a aprendizagem somente ocorre se as redes de comunicação forem constantemente reajustadas. A não alteração dos processos comunicativos por um longo tempo pode significar uma estereotipia do grupo, exigindo a intervenção do professor no sentido de perturbar as redes de comunicação com o objetivo de proporcionar a circularidade de papéis.

Não obstante o interesse em trabalhar em grupos colaborativos construindo uma maquete de ponte de papel, o desafio de ensinar Matemática levou o professor da turma a propor um roteiro de questões ligadas aos conteúdos Matemáticos versando sobre porcentagem, escalas e áreas de figuras planas. É importante destacar que o referido roteiro foi entregue aos alunos no segundo dia de atividades, quando eles estavam finalizando a construção da maquete.

A análise dos dados mostra a importância do professor como instigador dos diálogos, sobretudo quando a proposta didática ousa romper com o paradigma do exercício. A seguinte sequência dialógica entre professor e aluno sobre o estudo da porcentagem ilustra como ocorreu a aula. O objetivo era estimar o valor, em reais, que estava sendo gasto com papel-cartão para confecção da ponte de papel, caso a folha tenha sofrido um reajuste de 10%:

Professor: *"Pessoal, preste atenção, alguém sabe como calcula 10% de R$0,20 (vinte centavos), que é o preço do papel-cartão?"*
Wallace: *"Eu não sei, professor! Como que faz essa conta com vírgula?"*
Rosa[2] interveio na conversa: *"Eu sei professor! 10% de R$0,20, temos que calcular 10 dividido por 100 e o resultado multiplicar por 0,20. Com isso, temos quanto que está aumentando o valor do papel-cartão, no caso 2 centavos, ou R$0,02. Então, o papel-cartão vai custar R$0,22 (vinte e dois centavos)"*.

É possível observar um padrão comunicativo cujas informações têm direção difusa, pois os diálogos se iniciam a partir da pergunta do professor, passa pelo aluno Wallace para, em seguida, ter seu desfecho na aluna Rosa. O professor, que não assume o papel de autoridade que lhe é conferido pela instituição escolar, permite a circularidade de papéis, contribuindo assim para a operatividade do grupo.

Porém, é importante enfatizar que a aluna Rosa possui bom rendimento escolar e gosta muito de Matemática, embora tenha o hábito de faltar muito às aulas e seja falante. Ela ingressou no grupo 1 no segundo dia de atividade grupal justamente porque faltou na aula anterior.

A aula continua e a seguir tem-se outra sequência de diálogos, na qual se aborda o conceito de escala:

Professor: *"O que é escala?"*
Rosa prontamente responde: *"A escala é quando divide a distância do mapa sobre o tamanho real"*.
O **professor** respondeu: *"Exato, Rosa, e no caso em vez do mapa, temos a distância da maquete, certo?"*.
Rosa respondeu: *"Isso mesmo, professor"*.

O diálogo acima remete às “lembranças escolares” que a aluna Rosa obteve ao ser questionada sobre escalas, visto que ela abordou escala como uma razão entre duas medidas, exatamente como feito na Matemática escolar.

A atividade conjunta realizada pelo grupo 1 mostrou um processo comunicativo que partiu do modelo divergente para o difuso, sendo, portanto, de acordo com Pichon-Riviére (2012), um grupo aparentemente operativo. A circularidade de papéis entre os elementos do grupo revela possível atividade de cooperação, favorecedora de aprendizagem. A atividade prática de construção da ponte de papel claramente possibilitou a criação de vínculo entre os participantes do grupo, facilitando sua operatividade.

O roteiro elaborado pelo professor também trouxe outros problemas para serem resolvidos; em especial, destaca-se o cálculo da quantidade de papel-cartão que foi utilizado na construção da ponte, cuja resolução demanda estratégias de cálculo de áreas de regiões planas quadradas e retangulares (área total de prismas retos).

Considerações finais

No âmbito do presente texto, procuramos analisar o modo como um grupo de estudantes da Educação de Jovens e Adultos realiza um trabalho em grupo com o objetivo de construir uma ponte de papel focando o desenvolvimento de algumas habilidades matemáticas. Em linhas gerais, no grupo analisado, o professor procurou abordar a Matemática desvinculada da concepção dos pré-requisitos e também se afastando do paradigma do exercício, no qual se privilegia a memorização de regras e procedimentos e a resolução de tarefas. A decisão de ensinar Matemática em grupos na EJA está diretamente relacionada à realidade vivida por alunos que, de modo geral, possuem histórias escolares diversas. Nesses termos, ao agrupá-los, o professor previa um processo colaborativo de trabalho, com uns alunos suprindo possíveis fragilidades de outros, ressignificando suas lembranças escolares. Por outro lado, uma atividade de natureza prática e desafiadora certamente traria mais interesse e motivação para alunos que, em sua maioria, durante todo o dia trabalham e chegam muito cansados para as aulas. A realização deste estudo ampliou nossa visão acerca da sala de aula de Matemática, levando-nos a sugerir que atividades como esta devam ser inseridas nas escolas não apenas na EJA, mas também no ensino regular, a fim de contribuir para uma Educação Matemática mais significativa e menos focada na memorização de regras e procedimentos.

Group Dynamics in mathematics Classes in Youth and Adult Education: building a paper bridge

Abstract

The main objective of this article was to analyze the group dynamics of EJA (Youth and Adult education) students in a sequence of activities in Mathematics classes. The specific objectives were to verify how the students construct strategies of group work aiming to make the model of the paper bridge in an investigative scenario and how the students deal with their school memories. From the perspective of the participant research as a qualitative methodology, the research teacher followed, registered and analyzed the Mathematics classes in the last years of Secondary School. Data analysis revealed that the observed group moved from a divergent pattern model to the diffuse one, which points to the possibility of performing this task mode in the EJA.

Keywords: Group work. Youth and adult education. Mathematical Education.

Dinámica grupal en clases de Matemáticas en la Educación de Jóvenes y Adultos: construyendo un puente de papel

Resumen

El presente artículo tuvo como objetivo principal analizar la dinámica grupal de alumnos en la Educación de Jóvenes y Adultos (EJA) en una secuencia de actividades en las clases de Matemáticas. Los objetivos específicos fueron: verificar cómo los alumnos construyen estrategias de trabajo en grupo para la confección de la maqueta del puente de papel en un escenario investigativo y cómo los alumnos se relacionan con sus recuerdos escolares. En la perspectiva de la investigación participante como metodología cualitativa, el profesor investigador acompañó, registró y analizó, en un escenario de investigación, las clases de Matemáticas en los últimos años de la Enseñanza Fundamental II. El análisis de los datos reveló que el grupo observado avanzó de un modelo de patrón divergente para el difuso, hecho que apunta a la posibilidad de realización de esa modalidad de tareas en la EJA.

Palabras clave: Trabajo en grupo. Educación de jóvenes y adultos. Educación Matemática.

Notas

1 Nomes fictícios com o objetivo de preservar as identidades dos sujeitos da pesquisa.
2 No segundo dia, a aluna Rosa ingressou no grupo 1.

Referências

ALRO, H.; SKOVSMOSE, O. D*iálogo e aprendizagem em Educação Matemática*. Trad. Orlando de A. Figueiredo. São Paulo: Autêntica, 2010.

BOGDAN, R.C.; BIKLEN, S. *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Editora Porto, 1997.

BRASIL.Secretaria de Educação Fundamental. P*arâmetros curriculares nacionais*: Brasília, 1998.

FONSECA, Maria C. *Lembranças da matemática escolar: a constituição dos alunos da EJA como sujeitos da aprendizagem*. Educação e Pesquisa. São Paulo, v. 27, n. 2, p. 339 – 354, jul./dez. 2001.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M.E.D.A. *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU, 1986.

PICHON-RIVIÈRE, Enrique. *O processo grupal. 8. ed. São Paulo: Martins Fontes*, 2012. (Coleção Textos de Psicologia).

Enviado em 03 de junho de 2018.
Aprovado em 06 de agosto de 2018.

EDUCAÇÃO FINANCEIRA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UM OLHAR PARA A FORMAÇÃO DOCENTE

Anaelize dos Anjos Oliveira*
Cristiane Azevêdo dos Santos Pessoa**

Resumo

O presente artigo, tratando-se do recorte de um estudo maior, propõe-se a analisar o processo de formação continuada acerca da Educação Financeira (EF) ofertada aos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. O método consistiu em entrevistas semiestruturadas com duas professoras que participaram da formação. Os resultados evidenciam limitações no processo de formação continuada, baseando-se apenas na discussão de orçamentos e na apresentação de livros didáticos e paradidáticos de EF. A ênfase do trabalho girou em torno do ensino de conhecimentos econômico-financeiros com orientações sobre como obter, usar e poupar dinheiro. Ressaltamos a necessidade de ampliação das discussões referentes à EF no âmbito dos processos de formação de professores, não restringindo o processo a finanças pessoais, muito menos direcionando a prática docente ao ensino de como os alunos devem agir.

Palavras-chave: Educação Financeira. Formação docente. Ensino Fundamental.

Introdução

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017), atual documento de orientação curricular em nosso país, confere à Educação Financeira (EF) a condição de tema integrador para o ensino das diversas áreas do conhecimento. Assim, temáticas como a EF são contempladas em habilidades de todos os componentes curriculares, cabendo aos sistemas de ensino e às escolas, de acordo com suas possibilidades e especificidades, tratá-la de forma contextualizada.

Segundo a BNCC, a EF fornece subsídios para que a escola, diante do significativo alcance da informação por meio das novas tecnologias e do apelo desenfreado ao consumo, reflita sobre seu papel em relação à formação de crianças e adolescentes para enfrentar a realidade de uma sociedade em permanente transformação. Nesse contexto, ter conhecimentos que ajudem o estudante a lidar com as diferentes situações financeiras, a ponderar suas possibilidades de escolha em momentos de compras, a se tornar mais crítico diante do excesso de "facilidades" apresentadas pelas propagandas, demonstra, cada vez mais, a pertinência do desenvolvimento de práticas de ensino de EF.

* Mestre em Educação Matemática e Tecnológica pela Universidade Federal de Pernambuco - UFPE. E-mail: anaelizeoliveira89@gmail.com

** Doutora em Educação pela Universidade Federal de Pernambuco - UFPE. Professora adjunta do Departamento de Métodos e Técnicas de Ensino e da Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica – UFPE. E-mail: cristianepessoa74@gmail.com

Ainda segundo este documento, é direito de aprendizagem do estudante se constituir como indivíduo bem informado, com capacidade para desenvolver o diálogo, analisar posições contrárias, respeitar decisões coletivas para resolução de conflitos, ter consciência de seus direitos como cidadão e se posicionar criticamente em busca de sua defesa, inserindo-se, assim, como sujeito participante em seu contexto social e político.

Com o objetivo de desenvolver e implementar programas de EF no país, o governo brasileiro estabeleceu como política pública a Estratégia Nacional de Educação Financeira – ENEF (BRASIL, 2010). No Brasil, os programas promovidos pela ENEF para a inserção da EF nas escolas partem das recomendações da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). Assim, a Educação Financeira Escolar (EFE) defendida pela ENEF vem objetivando educar crianças e adolescentes para lidar com o uso do dinheiro de maneira consciente, de modo a desenvolver hábitos e comportamentos desejáveis.

Sobre as orientações para a inserção da EF na escola, Campos (2012) aponta que:

> É fundamental que orientações para a inserção da Educação Financeira na Educação Básica sejam analisadas com mais profundidade, buscando perceber quais são seus reais objetivos. Por trás de ações que aparentemente buscam contribuir para a formação financeira dos indivíduos podem existir interesses maiores, como a busca de alternativas para que os consumidores não atinjam a inadimplência, mas continuem atendendo aos apelos do consumo e permaneçam dentro de limites aceitáveis de endividamento (CAMPOS, 2012, p. 40).

Em consonância com Campos (2012), consideramos a proposição de políticas públicas que buscam promover a inserção da EF no ambiente escolar um aspecto muito positivo; no entanto, não podemos aceitar suas orientações sem nenhuma reflexão, tendo em vista a influência de diversos setores da sociedade (além da educação), como o setor financeiro, representado pelos bancos.

A discussão sobre a recente inserção da EF no ambiente escolar nos remete a um ponto muito importante nesse processo: a formação docente. Compreendemos que as novas demandas sociais, a necessidade de mudança de paradigma, o enfrentamento das dificuldades perante um novo conhecimento a ser ensinado geram barreiras e inseguranças de que a formação, seja ela inicial ou continuada, precisa dar conta, para que, assim, sejam oportunizadas, no âmbito da sala de aula, discussões pertinentes para a compreensão da temática pelos alunos. Diante disso, o presente estudo objetiva analisar o processo de formação continuada acerca da EF ofertada a professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

1. Formação docente e a EF: estudos anteriores

Neste tópico, serão apresentados estudos que tratam da formação do professor no que se refere à EF, de modo a perceber como estão sendo propiciadas as reflexões sobre a temática para o ensino em sala de aula.

Sá (2012) investigou a Matemática Financeira no contexto dos cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil em uma perspectiva de análise crítica e reflexiva. O pesquisador buscou questionar o papel de uma formação docente com currículo formal, com conteúdos e atividades distanciados da realidade para a construção de uma identidade docente. Para isso, o pesquisador utilizou como metodologia entrevista com docentes e coordenadores de seis instituições de Ensino Superior (públicas e privadas), análise dos projetos político-pedagógicos e das matrizes curriculares destas instituições, bem como análise de documentos relacionados à formação de professores de Matemática e de livros didáticos para o Ensino Médio.

O pesquisador discute a importância da Matemática Financeira para uma inserção do indivíduo de forma mais crítica na sociedade, apontando que o cidadão necessita da capacidade de leitura e interpretação de informações por meio de distintas formas de linguagem matemática. A inserção de conteúdos de Matemática Financeira, segundo o pesquisador, pode ampliar as possibilidades de contextualização, permitindo relacionar diversos conteúdos e temas (como a EF) presentes na Educação Básica desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Sá (2012) vem em defesa da formação docente em uma perspectiva da Educação Matemática Crítica, que busca trazer discussões acerca dos problemas transversais à escola – democracia, cidadania, trabalho e consumo, dentre outros, sobre as possibilidades que a Matemática Financeira oferece para ajudar na compreensão de questões atreladas a essas temáticas.

Em relação ao tema consumo, o pesquisador aponta que:

> Um professor pode discutir e analisar com seus alunos sobre propagandas enganosas, compras financiadas, cartões de crédito, endividamento, cheques especiais, procurando apontar vantagens e desvantagens para os consumidores sob a luz da Matemática subjacente a todas essas temáticas. Entretanto, para esse tipo de trabalho docente é necessário haver uma formação de professores adequada e que a Matemática Financeira, com características especiais, seja uma das disciplinas da matriz curricular (SÁ, 2012, p. 27).

Como resultado das análises das disciplinas que constituem a maioria das matrizes para essas licenciaturas, Sá (2012) constata que nenhuma (ou quase nenhuma) das disciplinas obrigatórias, ou mesmo optativas, fornece melhores condições para o questionamento crítico da realidade e para o preparo político e democrático dos alunos/cidadãos do que a Matemática Financeira.

Sá (2012) ainda reflete que a simples existência de disciplinas que abordem a Matemática em um viés pedagógico e a inclusão da Matemática Financeira (em 30% dos cursos) é insuficiente para enriquecer a formação do professor de Matemática e faz uma crítica:

> Há necessidade de se rever quem são os formadores de professores de Matemática para atuarem na Escola Básica. Temos encontrado astrônomos, astrofísicos, engenheiros, físicos e economistas ministrando disciplinas da área de Educação Matemática para futuros professores da Escola Básica, sem terem, no entanto, frequentado, como docentes, alguma sala de aula desse nível de ensino (SÁ, 2012, p. 132).

Chiarello (2014) evidencia, em um processo de formação continuada, como professores da Educação Infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental compreendem a possibilidade de promover uma Educação Financeira Crítica em sua prática de ensino. A proposta de trabalho contou com 22 professores e foi organizada em encontros para estudos, debates, avaliação das atividades desenvolvidas, elaboração de novas atividades. A formação foi distribuída em três eixos: *Conhecendo o dinheiro, Usando o dinheiro* e *Gerando o dinheiro,* apresentando suporte teórico da Educação Matemática Crítica (EMC).

A pesquisadora argumenta que pensar na formação de professores remete a pensar em práticas coletivas, de rede; sobre isso, aponta que a ideia de rede nos desafia a pensar uma EF que tenha preocupações com a solidariedade e as noções de cidadania, sugerindo alguns temas para isso:

> A função do dinheiro; a percepção dos desejos x necessidades; a noção do caro x barato; o consumismo; a sustentabilidade; a ética nas relações; a responsabilidade social; a autonomia dos sujeitos para tomada de decisões; a justiça social etc. (CHIARELLO, 2014, p. 33-34).

Chiarello (2014) reflete que os educadores não precisam mapear receitas para que os alunos aprendam a se educar financeiramente, mas sim possibilitar entendimentos sobre suas relações com o dinheiro, bem como estimular a importância de traçar sonhos.

A pesquisadora aponta certa insegurança por parte dos professores quanto à preparação de novos ambientes de aprendizagens que fazem com que eles saiam do que ela denomina de *zona de conforto*. Ela então observa que "deslocar sua prática para um espaço dialógico de situações imprevisíveis, de questões e problemáticas que emergem dos estudantes, para os quais podem não ter respostas é um desafio, é um movimento para uma zona de risco" (CHIARELLO, 2014, p. 108).

Sobre o trabalho docente, Chiarello (2014), apoiada em Skovsmose (2000), aponta que possibilitar novos ambientes de aprendizagem para o aluno, por exemplo, os cenários para investigação[1], pode causar muitas incertezas ao professor. Em um cenário para investigação, o professor precisa estar preparado para enfrentar perguntas que podem não ser facilmente respondidas, não podendo prever quais questões podem aparecer. Contudo, destacamos que, para se pensar em uma Educação Financeira Crítica que possibilite ao aluno agir em seu processo de aprendizagem e ir construindo, nesta ação, uma consciência crítica e reflexiva, o movimento entre os diferentes ambientes se faz necessário.

Souza (2015) investigou uma proposta de formação continuada para professores da Educação Básica sobre a EF na escola como parte de se educar matematicamente os alunos deste nível de ensino. O curso de formação em nível de especialização *Lato Sensu*, teve como objetivo a formação de 17 professores para serem agentes na inserção da EF no ambiente escolar e no ensino de Matemática.

O curso teve a duração de dois semestres e contemplou disciplinas de 45h, como *Educação Financeira e sociedade do consumo, Ideias fundamentais da Educação Financeira Escolar, Educação Financeira e Matemática Financeira, Questões atuais, Seminário de Educação Matemática I,* entre outras. A dinâmica das formações partiu de discussões sobre as propostas de EF no currículo brasileiro e de outros países em tarefas de associação da EF com temas presentes no currículo, por exemplo.

Souza (2015), ao final de cada semestre, realizou entrevistas para avaliar a proposição do curso e assim poder construir, a partir das lacunas observadas, uma nova proposta. A pesquisadora elenca alguns pontos positivos do curso, segundo entrevistas com os professores cursistas: 1) a construção de planejamento financeiro e as discussões sobre o consumismo; 2) a diferenciação entre EF e Matemática Financeira; 3) a compreensão mais aprofundada de produtos financeiros.

Diante dos pontos apresentados, Souza (2015) vem propondo alguns avanços necessários para um novo curso de formação de professores acerca da EF, a saber:

> a) O curso pode se estruturar por disciplinas. Porém, elas não devem possuir dissociação entre si, isto é, cada assunto discutido em uma delas poderá ser completado ou ampliado nas outras disciplinas;
> b) As disciplinas devem tratar temas atuais e discutir temas financeiros e sociais do cotidiano dos professores;
> c) As disciplinas devem incentivar a produção de significados dos professores através de metodologias de ensino que envolvam a problematização, a resolução de problemas, a investigação e as discussões como formas de abordar os temas financeiros reais e cotidianos;
> d) O curso não deve se reduzir a discutir finanças pessoais – como muitos cursos analisados – mas deve ser mais abrangente em sua proposta, apresentando as dimensões familiares e sociais em seus temas de discussão [...] (SOUZA, 2015, p. 99).

Assim, o curso promoveu, em um primeiro momento, discussões com diversos temas da EF; no segundo momento, foram apresentadas as propostas de ensino de EF pelos pesquisadores da UFJF e início da preparação para monografia. No terceiro momento, os professores produziram as monografias com foco na EFE.

De um modo geral, neste tópico, foi percebida uma preocupação no que diz respeito à formação inicial e continuada dos professores em refletir de forma crítica sobre a EF no processo de ensino, embora a abordagem de temáticas como a EF em cursos de formação seja ainda muito reduzida.

2. Percurso metodológico

O presente estudo refere-se a um recorte de um estudo maior e tem como objetivo analisar o processo de formação continuada acerca da EF ofertada a professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Participaram deste estudo duas professoras, sendo uma do 4º ano e outra do 5º ano de uma escola da rede privada da cidade do Recife.

Foi realizada uma entrevista semiestruturada com cada participante com o objetivo de compreender como se deu o processo de formação continuada e sua contribuição para a prática docente[2]. Para isso, foi elaborado previamente um roteiro com perguntas que nortearam as entrevistas. O roteiro é apresentado no Quadro 1, a seguir.

Eixo 1: Formação e experiência docente	1. Qual a sua idade? 2. Qual a sua formação? 3. Há quanto tempo se formou? 4. Possui pós-graduação? De que tipo? Especialização, Mestrado ou Doutorado? Se sim, em qual área? 5. Atua em outra rede de ensino? Se sim, qual? 6. Há quanto tempo atua como professor? 7. Qual o ano escolar que leciona?
Eixo 2: Formação sobre Educação Financeira	1. Houve formação referente ao trabalho com a EF? Se sim, responda: 2. Período e duração; 3. Conteúdos trabalhados; 4. Disciplinas trabalhadas; 5. Temáticas trabalhadas; 6. Materiais utilizados. 7. Em que contribuiu para sua formação? 8. Houve aspectos positivos? Se sim, quais? 9. Houve aspectos negativos? Se sim, quais?

Quadro 1 – Roteiro de entrevista semiestruturada para as professoras
Fonte: Própria

A análise dos dados foi feita de forma qualitativa, descrevendo e analisando as respostas das participantes a partir das entrevistas e estabelecendo relações com o que vem sendo discutido em pesquisas sobre EF e formação docente.

3. Resultados e discussões

Neste tópico, será apresentado, discutido e analisado o processo de formação continuada sobre EF vivenciado pelas participantes. No Quadro 2, apresentamos algumas características gerais das participantes com relação à sua formação e atuação docente.

Código das participantes[3]	P1	P2
Idade	24 anos	33 anos
Formação	Pedagoga com especialização em Gestão Educacional em espaço escolar e não escolar.	Pedagoga com pós-graduação em Pedagogia Empresarial e Psicomotricidade Relacional.
Tempo de atuação na área de educação	8 anos	11 anos
Ano de ensino que leciona	4º ano	5º ano

Quadro 2 – Características gerais das professoras participantes
Fonte: Própria

Como pode ser observado no Quadro 2, as professoras participantes têm formação e especialização na área educacional e já possuem uma prática consolidada pelo tempo de atuação docente. Acreditamos ser pertinente conhecer alguns aspectos da trajetória profissional das participantes, pois pode nos ajudar a compreender possíveis posicionamentos diante da formação vivenciada.

A formação continuada sobre EF faz parte de um programa sobre educação financeira nas escolas, promovido por uma empresa privada, que consiste no fornecimento de livros didáticos e paradidáticos específicos de EF e formação acerca da temática.

O processo de formação teve início um mês antes do trabalho com os alunos e mais cinco meses como forma de aprofundar e acompanhar o trabalho, tendo a duração de seis meses organizados em encontros mensais.

Inicialmente foi realizado um levantamento dos gastos mensais empreendidos pelas professoras por meio da entrega de uma caderneta no mês que antecedeu a formação. Durante os encontros, as informações, cedidas pelos professores, de seus gastos mensais foram utilizadas com o intuito de promover reflexões partindo da realidade delas. Tomando esse dado como referência, questionamos se houve, durante a formação, algum direcionamento que apontasse práticas e/ou comportamentos desejáveis e indesejáveis frente às finanças. A participante P1 afirma que não foi traçado um perfil certo ou errado, mas apresentada a reflexão de que alguns hábitos geram consequências muitas vezes desagradáveis. Ela comenta:

> Não tem como traçar um perfil na EF, você é correto ou você é incorreto, porque não adianta acumular riquezas e viver frustrado, infeliz. Eu acho que vai mais da realização pessoal, se você compra uma roupa e vai colocar a cabeça no travesseiro e dormir bem, você não vai se importar. Quem sou eu para julgar? O importante é se sentir bem e não prejudicar ninguém. Acho que precisamos equilibrar o gastar e o economizar (P1).

A fala da P1 é bem pertinente, pois remete à compreensão de fatores que influenciam nossas práticas de consumo, como aspectos emocionais. Fatores estes que nos direcionam a consumir determinado produto pela sensação de bem-estar que ele nos fornece.

Segundo Gonçalves e Cescon (2013), a esperteza do *marketing* consiste em verificar com que necessidade física ou com que desejo psicológico convém sintonizar para provocar outros novos. Eles observam:

> As necessidades passam a dizer respeito mais aos valores do que aos objetos. A análise do processo pelo qual as qualidades simbólicas dos produtos têm frequentemente determinado a avaliação e a compra dos bens reforça a ideia de que nós, seres humanos, diante da carência afetiva, tristeza, solidão, tensão e estresse ou simples tédio, vamos às compras e, por intermédio de objetos e das marcas, consumimos dinamismo, elegância, poder, renovação de hábitos, virilidade, feminilidade, juventude, refinamento, segurança, naturalidade etc. (GONÇALVES; CESCON, 2013, p. 158).

Ainda sobre o questionamento acima, P1 também remete seu entendimento a questões de ética, na qual nossas escolhas precisam ser conscientes a ponto de não gerar nenhuma consequência negativa ao outro.

Para os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997, p. 25), "a reflexão ética traz à luz a discussão sobre a liberdade de escolha". Ainda segundo os PCN, a ética busca interrogar sobre a legitimidade de práticas e valores aplicados pela tradição e pelo costume, abrangendo tanto a crítica das relações entre os grupos, dos grupos nas instituições e frente a elas, quanto à dimensão das ações pessoais.

Sobre a ética relacionada ao consumo, Gonçalves e Cescon (2013) apontam que "a ação de consumir, como toda atividade humana consciente, é expressão da liberdade e, por isso mesmo, entra no âmbito da ética, no campo das ações que se escolhe e que têm de ser, portanto, implícita ou explicitamente justificadas" (GONÇALVES; CESCON, 2013, p. 160).

Os pesquisadores refletem que a ética do consumo ultrapassa a reflexão sobre as condutas honestas ou desonestas em um sistema de mercado, é muito mais que uma ética do consumidor.

> Trata de considerar um fenômeno, como o do consumo, que afeta todos os seres humanos, como um lugar privilegiado em que a economia se faz vida cotidiana e em que a vida cotidiana se economiza, com sua carga de motivações, crenças, identidades, juízos e ideais morais (GONÇALVES; CESCON, 2013, p. 163).

Na formação proposta, embora a EF tenha sido discutida em uma abordagem interdisciplinar, foi apresentado um material didático específico para o trabalho com a temática. O material didático que foi adotado pela escola para as aulas de EF, como já mencionado acima, consiste em livros didáticos e paradidáticos para o trabalho em cada ano de ensino (da Educação Infantil aos anos iniciais do Ensino Fundamental). As participantes explicitaram que, durante a apresentação do material, questionaram a organização dos livros paradidáticos, apontando o excesso de informações (texto escrito) nos livros do 1º ano, por exemplo, em comparação com o do 2º ano, que contém mais imagens. No entanto, dada a continuação da apresentação do material a ser utilizado, foi explicado que os livros possuíam uma continuidade a cada ano e não poderiam ser trocados, como foi a sugestão das professoras (o do 2º ano ser passado para o 1º ano e vice-versa). A compreensão deste fato é exposta pela participante P2.

> As histórias tinham um desfecho, mas no ano seguinte continuavam utilizando o que já havia sido contextualizado no ano anterior. Por exemplo, o livro paradidático de EF do 4º ano trabalha com empreendedorismo. Então, tinha questão de abrir uma empresa, como ser um empreendedor, pensar em um produto, em uma marca. Já no livro do 5º ano, entram algumas questões da Matemática Financeira que não é necessariamente a EF (porcentagem, número decimal, tem a ver com EF, mas é da Matemática Financeira). Nos problemas, apareciam conteúdos desta temática (vantagem, descontos, juros), apareciam no contexto, então para eles resolverem aqueles problemas de EF eles precisavam compreender a Matemática Financeira (P2).

Acreditamos ser bastante positiva a compreensão por parte da professora da relação entre EF e a Matemática Financeira (MF). Entendendo que a EF é uma temática relativamente recente, ainda existe por parte de um grande número de pessoas (professores e pesquisadores) a compreensão de EF e MF como sinônimos ou o trabalho com a MF afirmando ser EF. Teixeira (2015), em estudo que objetivou diagnosticar o letramento financeiro de 161 professores de Matemática que atuavam no Ensino Médio, aponta que 42% dos professores acreditavam que Matemática Financeira e Educação Financeira são sinônimos.

Ainda segundo a participante P2, apenas parte dos professores recebeu formação sobre EF; no entanto, todos trabalham a temática. A participante afirma que muitas professoras começaram a trabalhar na escola depois do período de formação. Acreditamos que não fazer parte do quadro de professores da escola no momento da formação não se configura como uma justificativa plausível, compreendendo a importância da formação continuada de uma temática nova para a prática pedagógica e para uma instituição realmente preocupada com o processo de ensino e aprendizagem.

Chiarello e Bernardi (2015) apontam que a formação continuada “representa um enfrentamento a desafios cotidianamente colocados à comunidade educacional em busca de melhor qualificação e profissionalização do professor” (CHIARELLO; BERNARDI, 2015, p. 35).

Em todo processo de formação inicial ou continuada, busca-se refletir sobre novos conceitos, práticas de ensino, recursos e estratégias que possam potencializar as aprendizagens e formas de avaliação.

> Quando se pensa em formação de professores, colocam-se em pauta lógicas que atravessam

> as práticas de professores, identificadas com a constituição da(s) identidade(s) e dos saberes docentes. De certa forma, há reconhecimento de que, para saber ensinar, não bastam experiência e conhecimentos específicos, mas se tornam necessários os saberes da experiência, os saberes produzidos no cotidiano docente, por meio de reflexão sobre a prática (SÁ, 2012, p. 27-28).

Na formação de EF vivenciada por P1 e P2, a reflexão sobre a temática foi introduzida partindo das finanças pessoais das participantes, como já mencionado. Sabendo disso, questionamos a importância de tal estratégia para a prática em sala de aula.

> Refletir sobre sua vida financeira foi importante para trazer reflexões para os alunos na sala de aula? (Pesquisadora)
> Com certeza, apesar de não citar muito sobre minha vida pessoal e financeira na aula, embora tenha 24 anos, me acho uma pessoa organizada financeiramente. Sou uma pessoa que não estou devendo, mal uso cartão de crédito, consigo usar dinheiro, comprar as coisas à vista e juntar meu dinheiro. Então, eu acho até interessante compartilhar isso com eles para poderem ver essa importância (P1).

A fala da P1 exprime seu entendimento sobre o que seria uma pessoa financeiramente educada. Uma pessoa sem dívidas, que não se rende às "facilidades" do cartão de crédito, que poupa. Podemos perceber que P1 é bastante consciente diante do uso do dinheiro, no entanto, compreendemos que a EF ultrapassa atitudes como poupar, não usar cartão ou não ter dívidas, pois ela não se limita às finanças pessoais. Não estamos dizendo que ter coerência nas ações de consumo não seja importante, no entanto, delimitar atitudes a parâmetros apenas observáveis seria engessar ou limitar o trabalho com a temática.

Durante o processo de formação não houve um trabalho voltado para conteúdos, mas para a discussão sobre o consumo (o que pode ser comprado), orçamento (como realizar e a importância de realizar), sobre poupar (o que é poupar e como se pode poupar). Embora tenham se discutido vários temas, a ideia do poupar se sobressaía. Com relação ao poupar, acreditamos ser pertinente tecer algumas observações partindo da fala das participantes, a seguir.

> Você concorda que no material didático de EF adotado é dado um foco muito grande para a questão do poupar? (Pesquisadora).
> Sim, esta é realmente a proposta do programa. Que essa criança tenha um uso consciente, mas que também perceba que podemos multiplicar esse dinheiro se a gente usar os recursos corretos (P1).
> É. Eles trabalham com três tipos de sonhos (de curto, médio e longo prazo). E aí você faria três cofres, cada um para um tipo de sonho. Para os meninos isso não funciona. Durante o ano letivo a gente realiza um sonho de médio e um de longo prazo de modo coletivo. Mas eles (formadores) queriam que cada aluno fizesse o seu, mas a gente viu que não tem como, imagina eu com uma turma de 26 alunos, com 26 cofres na sala (P2).

Diante da concordância das participantes sobre a perspectiva predominante do material adotado sobre o poupar, questionamos se elas acreditam ser essa uma forma adequada de se trabalhar a EF. Destacamos a fala de P2 a seguir.

> Hoje, eu já compreendo, talvez se não tivesse o livro eu trabalharia de outra maneira, mas como existe uma programação... Vejo que, a partir do momento que eles refletem sobre essa questão da poupança, eles refletem sobre todas as situações de consumo. Hoje eu já trabalho de um jeito mais leve, não coloco o livro como centro do meu trabalho, ele aparece, tem horas que a gente usa o livro, tem horas que a gente não usa (P2).

Ao fim das entrevistas, perguntamos como elas avaliavam a formação recebida e quais as contribuições desta para a sua prática pedagógica. Ambas afirmaram que a formação foi insuficiente para a construção de uma compreensão aprofundada sobre a temática, compreendendo ausência de uma base na formação inicial. Destacamos as falas das participantes no que concerne às contribuições da formação para a prática.

> O uso consciente. O bom seria que todas as pessoas conseguissem administrar o seu dinheiro de uma maneira que conseguissem se realizar. Acho que é o sonho de todo mundo, pagar as dívidas e também

> ter dinheiro para proporcionar lazer. Acho que temos que tentar equilibrar (P1).
> A reflexão mesmo, levar os profissionais a refletirem. Porque a gente só consegue passar algo de uma forma mais sólida quando a gente acredita naquilo, quando pelo menos a gente compreende (P2).

Como visto na fala das participantes e segundo Chiarello (2014), a formação continuada deve incentivar a apropriação de saberes pelos professores na busca de uma autonomia que leve a uma prática crítica e reflexiva.

A pesquisadora compreende que a formação continuada precisa ser um processo permanente, integrado ao cotidiano da sala de aula, que tenha como objetivo principal formar o cidadão crítico com condições de se posicionar de forma consistente diante das problemáticas sociais e que seja capaz de enfrentar desafios.

Portanto, mesmo que ainda não haja especificações legais para formações de professores sobre EF, como apontado por Silva (2016), aspectos inerentes a qualquer formação como reflexão sobre a prática, criticidade nos posicionamentos frente às demandas sociais, contextualização de conceitos a partir do cotidiano dos sujeitos, troca entre os pares, entre outros, já nos mostram um caminho possível de percorrer para a discussão e desenvolvimento da temática junto aos professores.

Considerações finais

Analisar o processo de formação continuada em EF vivenciado por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental foi o objetivo que direcionou o presente estudo a compreender como esse processo tem ocorrido e, consequentemente, influenciado a prática pedagógica das professoras participantes.

Em um primeiro momento, foram promovidas discussões a partir de orçamentos pessoais das participantes com o intuito de elucidar hábitos desejáveis/indesejáveis para o ensino de EF. Em outro momento, a formação contemplou a apresentação do material didático (livros didáticos e paradidáticos) específico de EF baseado na metodologia da empresa privada que vende o material e a formação. Assim, durante os encontros formativos, a ênfase do trabalho girou em torno dos pilares dessa metodologia, que defendem o diagnóstico sobre a situação financeira, explicitação de sonhos, orçamento e poupança, ou seja, o ensino de conhecimentos econômico-financeiros (sem um viés educacional) com orientações sobre como obter, usar e poupar dinheiro.

Os dados analisados indicam a necessidade de ampliação das discussões referentes à EF no âmbito dos processos de formação, tendo em vista sua recente inserção no ambiente escolar e as fragilidades apresentadas tanto na revisão da literatura quanto no processo de formação continuada discutido no presente estudo.

Compreendemos que um processo formativo acerca da EF não deve consistir em formar indivíduos para trabalhar no mercado financeiro, tampouco focar apenas em finanças pessoais. O ensino (e a formação) de EF não deve ser voltado para conhecimentos pragmáticos, no qual se tem um passo a passo para resolução de qualquer tipo de situação financeira (com as opções de certo ou errado). Educar financeiramente (ou formar financeiramente) não significa necessariamente tomar sempre a "melhor decisão", há variáveis que influenciam, como a situação financeira de cada sujeito, ou seja, o que seria a melhor escolha para o sujeito A pode não ser viável financeiramente para o sujeito B. Portanto, as escolhas se fundamentam, também, na realidade financeira na qual se encontra o sujeito. No entanto, ser educado financeiramente permite que o sujeito, dentre outras variáveis, frente às situações financeiras, possa refletir criticamente sobre as possibilidades de escolhas, pensando em alternativas e avaliando a melhor decisão para si sob alguma perspectiva.

O professor, ciente de seu papel, não vai sugerir ao aluno que é melhor poupar para comprar à vista ou, pelo contrário, que é mais importante satisfazer o desejo de consumo imediatamente. Este não é o seu papel na promoção da EF; ele deve, sim, ser um mediador, um favorecedor para a construção de uma cidadania crítica.

Financial Education in the early years of Elementary School: an insight into teacher education

Abstract

The following article, as a fragment of a broader study, aims to analyze the process of teacher education regarding Financial Education (FE) offered to teachers of the initial years of Elementary School. The method consisted in semi-structured interviews with two teachers who participated in the training. The results highlight restrictions in the process of continuous education, as it is based simply in the discussion of budgets and in the presentation of textbooks and books of FE. The emphasis of this article was focused on the teaching of financial-economical knowledge with orientations on how to obtain, use and save money. We highlight the importance of widening the discussions regarding FE in the range of processes of teacher education, not restricting the process to personal finances, much less directing the teaching practice to the teaching of how learners should behave.

Keywords: Financial Education. Teacher Education. Elementary School.

Educación financiera en los años iniciales de la Enseñanza Fundamental: una mirada para la formación docente

Resumen

El presente artículo, tratándose del recorte de un estudio mayor, propone analizar el proceso de formación continua de Educación Financiera (EF) ofrecida a los profesores de años iniciales de la Enseñanza Fundamental. El método consistió en entrevistas semiestructuradas con dos profesoras que participaron de la formación. Los resultados evidencian limitaciones en el proceso de formación continua, basándose solamente en discusión de presupuestos y en presentación de libros didácticos y paradidácticos de EF. El énfasis del trabajo giró alrededor de la enseñanza de conocimientos económico-financieros con orientaciones sobre cómo obtener, usar y ahorrar dinero. Resaltamos la necesidad de ampliación de discusiones en relación a EF en el ámbito de procesos de formación de profesores, no restringiendo el proceso a finanzas personales, mucho menos direccionando práctica docente a la enseñanza de cómo estudiantes deben actuar.

Palabras clave: Educación Financiera. Formación Docente. Enseñanza Fundamental.

Notas

1 Um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formularem questões e procurarem explicações (SKOVSMOSE, 2000, p. 06).

2 Pontuamos que a formação continuada foi realizada no início do ano letivo de 2016 e a coleta da pesquisa teve seu início no segundo semestre do mesmo ano, por isso, em algumas respostas das participantes durante a apresentação e análise dos resultados, há referências às práticas já desenvolvidas em sala sobre a temática.

3 Código utilizado para denominar as participantes ao longo do estudo.

Referências

BRASIL Ministério da Educação. *Parâmetros Curriculares Nacionais*. Matemática. 1º e 2º ciclos. 1997.

BRASIL: *Implementando a estratégia nacional de Educação Financeira*. 2010. Disponível em: <http://www.bcb.gov.br/pre/pef/port/Estrategia_Nacional_Educacao_Financeira_ENEF.pdf >. Acesso em: 24 ago. 2016.

BRASIL. *Proposta da Base Nacional Comum Curricular*. 2017. Disponível em: < http://basenacionalcomum.mec.gov.br > Acesso em: 24 jan. 2018.

CAMPOS, Marcelo Bergamini. *Educação financeira na matemática do ensino fundamental*: uma análise da produção de significados. 2012. 180 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2012.

CHIARELLO, Ana Paula Rohrbek. *Educação financeira crítica*: novos desafios na formação continuada de professores. 2014. 150 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Comunitária da Região do Chapecó, Chapecó/SC, 2014.

CHIARELLO, Ana Paula Rohrbek; BERNARDI, Luci dos Santos. *Educação financeira crítica*: novos desafios na formação continuada de professores. Boletim GEPEM, Rio de Janeiro, nº 66, p. 31-44, jan./jun. 2015. Disponível em: < https://docplayer.com.br/28589280-Educacao-financeira-critica-novos-desafios-na-formacao-continuada-de-professores.html > Acesso em: 20 fev. 2018.

GONÇALVES, Marco; CESCON, Everaldo. *Ética e consumo*: o consumo como estratégia ético-política. Conjectura: Filos. Educ., Caxias do Sul, v. 18, n. 3, p. 155-165, set./dez. 2013.

SÁ, Ilídio Pereira. *A educação matemática crítica e a matemática financeira na formação de professores*. 2012. 152 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática)– Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2012.

SILVA, Amarildo. *Uma proposta de formação continuada de professores em Educação Financeira Escolar*. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 12, 2016, São Paulo. Anais São Paulo, 2016.

SOUZA, Andréa. *Design e desenvolvimento de um curso de formação continuada para professores em educação financeira escolar*. 2015. 196 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2015.

SKOVSMOSE, Ole. *Cenários para investigação*. BOLEMA: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000.

TEIXEIRA, James. *Um estudo diagnóstico sobre a percepção da relação entre educação financeira e matemática financeira*. 2015. 160 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

Enviado em 29 de maio de 2018.

Aprovado em 02 de julho de 2018.

SOBRE NÚMEROS IRRACIONAIS E POSSIBILIDADES PARA SEU ENSINO

Bárbara Cristina Dâmaso de Jesus*
Viviane Cristina Almada de Oliveira**

Resumo

Este artigo tem como objetivo discutir os números irracionais como objeto de ensino na Educação Básica. Iniciamos essa discussão trazendo ao leitor questões relacionadas à construção desse conjunto numérico ao longo dos tempos e partimos para elencar considerações sobre o ensino dos irracionais sob a perspectiva de documentos oficiais e de vários autores envolvidos com essa temática. Buscamos, na escrita do texto, apresentar propostas de abordagem desses números que visem à produção de significados para um número irracional como um processo infinito que pode ser aproximado por um processo finito, estabelecendo assim outras relações entre as tradicionais abordagens via negação dos números racionais e via representação decimal.

Palavras-chave: Educação Matemática. Números irracionais. Produção de significados. Infinito. Aproximação.

Introdução

Números irracionais "são aqueles que possuem reticências no final". Assim um aluno do 1º ano do Ensino Médio, no estudo dos conjuntos numéricos, referiu-se aos números irracionais em sala de aula. Essa afirmação indica o modo como um aluno nesse nível de ensino compreende esses números, o que nos sugere ser produtivo questionarmos sobre a abordagem dos números irracionais na Educação Básica.

Publicações na área de Educação Matemática apresentam discussões sobre algumas das dificuldades que alunos da Educação Básica geralmente têm na compreensão de ideias referentes aos irracionais. Distinguir um número racional e um número irracional passa, muitas vezes, pelo reconhecimento visual de certos padrões – podendo, esse procedimento, levar a classificações equivocadas desses números.

Santos (2007), em seu trabalho sobre o ensino de números reais na Educação Básica, apresenta alguns dos entraves à construção do conceito de número irracional. Destaca a identificação entre as representações decimais 3,1416... e π e também entre 2,7182... e e (número de Euler); a classificação de 3,1416... como sendo um número

* Graduada em licenciatura Matemática pela Universidade Federal de São João del-Rei (UFSJ). Professora da Rede Estadual de Ensino de MG. E-mail: barbara-cris1012@hotmail.com

** Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - UNESP (Campus Rio Claro). Professora do Departamento de Matemática e Estatística da Universidade Federal de São João del-Rei (UFSJ). E-mail: viviane@ufsj.edu.br

irracional; a confusão entre número e sua aproximação, atribuindo a ambos o mesmo significado; a definição de números irracionais como sendo somente aqueles representados com raízes; e o desconhecimento da existência de infinitos números irracionais.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática para os anos finais do Ensino Fundamental consideram de suma importância que o ensino de qualquer temática seja significativo para o aluno, apontando que

> [...] a aprendizagem em Matemática está ligada à compreensão, isto é, à atribuição e apreensão de significado; apreender o significado de um objeto ou acontecimento pressupõe identificar suas relações com outros objetos e acontecimentos. [...] O significado da Matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais áreas, entre ela e os Temas Transversais, entre ela e o cotidiano e das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos (BRASIL, 1998, p. 57).

Pensando nessas ideias, surgem algumas perguntas: Como podemos relacionar os números irracionais a outros objetos e acontecimentos? De que modo os números irracionais podem ser conectados a outras áreas, aos Temas Transversais, ao cotidiano e a outros temas matemáticos? Isso é possível?

Na sequência, apresentaremos algumas considerações acerca dos números irracionais, no que tange ao desenvolvimento histórico desses números, bem como ao ensino e à aprendizagem dessa temática no contexto escolar.

1. Sobre números irracionais: as ideias de irracionalidade e incomensurabilidade

A Matemática desenvolvida pelos egípcios e babilônicos se caracterizava por sua aplicabilidade prática, isto é, vinculava-se às suas necessidades práticas do dia a dia e não à organização estrutural de uma ciência. Nesta época, algumas aplicações práticas levaram estes povos a calcular aproximações para π. Segundo Santos (2003, p. 1), babilônios e egípcios já sabiam que o perímetro do círculo poderia ser obtido multiplicando o seu diâmetro por essa constante. No entanto, embora percebida a existência de uma relação entre o diâmetro e o comprimento da circunferência, o que viria a ser a irracionalidade deste número só seria estabelecido posteriormente.

Já na Antiguidade, os gregos encaravam a Matemática como uma ciência propriamente dita, sem se preocupar com suas aplicações, levando em conta problemas relacionados com processos infinitos, movimento e continuidade. A ideia de irracionalidade dos números irracionais nos remete aos Pitagóricos, durante o Período Helenístico (146 a.C. – 323 a.C.). Boyer descreve que, para os Pitagóricos, "a essência de tudo, na geometria como nas questões práticas e teóricas da vida do homem, pode ser explicada em termos de arithmos, ou das propriedades intrínsecas dos inteiros e suas razões" (BOYER, 2002, p. 50, grifo nosso). Tudo poderia ser medido a partir de uma unidade de medida. Assim, dois segmentos são comensuráveis quando "é possível expressar a medida de um deles utilizando o outro como unidade de medida" (MIGUEL, 2009, p. 219).

No entanto, não se sabe exatamente de qual circunstância teria surgido o problema da incomensurabilidade. Boyer (2002) supõe que tal fato pode ter ocorrido pela aplicação do Teorema de Pitágoras a um triângulo retângulo isósceles. Se considerarmos um quadrado de lado l e diagonal d e supusermos existir uma unidade u tal que tanto l quanto d sejam escritos como múltiplos inteiros de u, poderemos afirmar existir uma fração irredutível $\frac{m}{n}$ tal que $d = \frac{m}{n} . l$. Sabendo que d é a diagonal de um triângulo retângulo isósceles cujos catetos são l, deduz-se que n é um número simultaneamente par e ímpar. Tal absurdo é obtido ao considerarmos que o lado $l = m \cdot u$ e a diagonal $d = m \cdot u$ são comensuráveis, em outras palavras, estamos considerando que l e d têm uma unidade de medida comum. Logo, l e d são incomensuráveis.

O estranhamento no caso do número irracional $\sqrt{2}$ aconteceu na tentativa de se calcular a medida da diagonal do quadrado de lado com medida igual a 1, que recaía sobre o problema do triângulo retângulo isósceles. Sabia-se que a diagonal existia, pois era possível construí-la com régua e compasso; no entanto, não sabiam como definir e operar com esses novos números, havia lacunas na reta racional (EVES, 1997).

Há também grande possibilidade de a ideia de incomensurabilidade ter sido construída no processo de:

> [...] simples observação de que quando se traçam as cinco diagonais de um pentágono, elas formam um pentágono regular menor e as diagonais do segundo pentágono por sua vez formam um terceiro pentágono regular, que é ainda menor. Esse processo pode ser continuado indefinidamente, resultando em pentágonos tão pequenos quanto se queira e levando à conclusão de que a razão da diagonal para o lado num pentágono regular não é racional (BOYER, 2002, p.50).

Com esta situação, surge a necessidade de desenvolver uma teoria sobre razões envolvendo grandezas comensuráveis e incomensuráveis, uma vez que "o segmento já não podia mais ser considerado indivisível, mas infinitamente divisível" (BONGIOVANNI, 2005, p. 94).

Por outro lado, há autores que discordam deste drama na história dos irracionais. Grattan-Guinness, citado por Gonçalves e Possani, alega que

> Outra descoberta famosa atribuída aos pitagóricos é usualmente formulada assim: O número $\sqrt{2}$ é irracional; mas essa formulação é anacronística em vários modos. [...] a descoberta é tida como tendo provocado uma crise nos fundamentos da Matemática daquele tempo; mas comentadores como o próprio Aristóteles não a mencionam, e a ideia pode ser uma interpolação anistórica de alguns gregos posteriores, ou mesmo um mal-entendido. [...] Assim, longe de experimentar uma crise de fundamentos, os gregos antigos podem ter gozado uma época de grandes jornadas matemáticas (GONÇALVES; POSSANI, 2009, p.7).

Roque (2012) também apresenta outra visão referente à história dos irracionais. Para ela, a Matemática abstrata e a teoria dos números, desenvolvida pelos pitagóricos, relacionada com a geometria, estavam em dois planos distintos. Isto é,

> [...] "tudo é número" não significava "todas as grandezas são comensuráveis". A tese de que "tudo é número" não se traduz na crença de que todas as grandezas podem ser comparadas por meio de números, uma vez que o problema geométrico da comparação de grandezas parecia não fazer parte do pensamento pitagórico (ROQUE, 2012, p. 125).

De todo modo, é possível observar que não é possível se estabelecer uma explicação única acerca das origens da ideia de irracionalidade. Entretanto, compreender tais possibilidades pode nos auxiliar na proposição de abordagens para o tratamento dos números irracionais em qualquer nível de ensino.

A proposta de solução para o problema da incomensurabilidade veio com Eudoxo (408 a 355 a.C.). A solução se desenvolvia a partir do raciocínio geométrico e aritmético, com base no livro V (definição 6)[1] dos Elementos, de Euclides. Segundo Bongiovanni (2005), Eudoxo desenvolveu uma teoria que envolvia os conceitos de grandezas comensuráveis e incomensuráveis, porém não os relacionou com a reta numérica. Considerou os segmentos AD, DB, AE e EC tais que $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$. Nessa configuração poderiam acontecer dois casos: os segmentos serem comensuráveis ou incomensuráveis.

Os gregos não tomaram o ente definido por essas classes, ou seja, o número real α que é a medida de um segmento em relação a outro segmento.

Em 1872, a exposição moderna de números irracionais dada pelo alemão J.W.R. Dedekind (1831 – 1916) coincide com as formulações de Eudoxo. Segundo

Bongiovanni (2005), Dedekind se questionou sobre o que existiria na grandeza geométrica que a distinguia dos números racionais e foi buscar inspiração nas teorias das proporções de Eudoxo.

No decorrer de seus estudos, Dedekind observou que:

> 1) Existe [sic] mais pontos na linha reta do que números racionais;
> 2) Então, o conjunto dos números racionais não é adequado para aplicarmos aritmeticamente a continuidade da reta;
> 3) Logo, é absolutamente necessário criar novos números para que o domínio numérico seja tão completo quanto a reta, isto é, para que possua a mesma continuidade da reta (MIGUEL, 2009, p.233).

Com base nestas observações, o alemão Dedekind publicou em seu livro *Stetigkeit und di Irrationalzahlen* (Continuidade e Números Irracionais) a solução para o problema dos números irracionais através de operações que chamou de cortes. Mol (2013) descreve que, para Dedekind, o conceito de limite deveria ser desenvolvido através da aritmética apenas, sem usar a geometria como guia. Perguntava-se o que havia na grandeza geométrica contínua que a distinguia dos números racionais. Chegou à conclusão de que a essência da continuidade de um segmento de reta não se deve a uma propriedade de ligação mútua, mas a uma propriedade exatamente oposta: a natureza da divisão do segmento em duas partes por um ponto dado. Se os pontos de uma reta se dividem em duas classes tais que todos os pontos da primeira estão à esquerda de todos os pontos da segunda, então existe um, e um só, ponto que realiza essa divisão em duas classes, isto é, que separa a reta em duas partes.

Dedekind observou que os teoremas fundamentais sobre limites podem ser demonstrados sem recorrer à geometria. De fato, foi a geometria que iniciou o caminho para uma definição de continuidade, mas, no fim, esta foi excluída da definição aritmética formal do conceito. Deste modo, a noção de corte de Dedekind, no sistema de números racionais, ou uma construção equivalente dos números reais, tinha agora substituído a grandeza geométrica como espinha dorsal da análise.

O que se pode observar é que, desde a primeira problematização sobre a ideia de irracionalidade na Grécia antiga até a definição atual de Dedekind, decorreu um longo espaço de tempo. O fato de a gênese que cerca a ideia de irracionalidade ter se prolongado durante tanto tempo pode ser indício da dificuldade de compreensão dos números irracionais no contexto escolar, o que nos aponta como importante nossa reflexão acerca do ensino desses números.

2. Ensino de números irracionais: explorando e (re)construindo caminhos

O longo período histórico que transcorreu na constituição da ideia de irracionalidade é indício de dificuldades que pensadores e estudiosos tiveram na sua compreensão. Atualmente, no contexto escolar, essa dificuldade parece se repetir no entendimento dos números irracionais. Pommer (2011, p. 2) afirma que, no campo de ensino da Matemática, os irracionais ainda permanecem como um problema e seu ensino demanda mais pesquisas e esclarecimentos.

Esse mesmo autor nos diz que "o conhecimento matemático dos Números Irracionais, adquirido através do movimento histórico e sistematizado pela comunidade de matemáticos, sofreu uma transposição didática para ser ensinado em sala de aula" (p. 21). Uma das dificuldades destacadas por Pommer para a compreensão dos números irracionais é o modo como se realiza a transposição didática desse tema. Geralmente, o conjunto dos números reais é tratado como a união de dois conjuntos disjuntos: os números racionais e os números irracionais; em seguida, o conjunto dos números irracionais é apresentado como sendo formado pelos números reais não racionais. Estabelece-se, assim, um quadro de circularidade. E, neste sentido, Pommer compreende ser necessário se repensar o ensino dos números irracionais em nível escolar.

A construção do conhecimento acerca dos números irracionais está diretamente relacionada com o conjunto dos números racionais e com sua ampliação. Moreira e David (2010) nos dizem que "[...] a noção do que seja número vem sendo ampliada desde a ideia básica do que seja número natural [...]" e, desse modo, "[...] o conjunto dos reais se apresenta para a comunidade escolar como uma construção cujo sentido é o de superar determinadas limitações da noção anterior de número" (p. 80-81).

Outro problema recorrente no tratamento dos números irracionais é apontado por Bortolossi e Mózer. Esses autores consideram que um "erro frequente detectado entre os alunos é o de eles considerarem, por exemplo, que π é igual a 3,14 e que $\sqrt{3}$ é igual a 1,73" (BORTOLOSSI; MÓZER, 2016, p. 3). Geralmente, considerações como essas, muitas vezes sugeridas pelo livro didático ou pelo professor, afastam a ideia da definição de número irracional do aluno. Este não compreende que 1,73 é uma aproximação com duas casas decimais de $\sqrt{3}$ e que, operando com essa aproximação, por exemplo, o resultado que será obtido ao final da operação também será uma aproximação.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento de caráter normativo que define as chamadas aprendizagens essenciais que devem ocorrer na Educação Básica brasileira, foi instituída em dezembro de 2017 (BRASIL, 2017a); o prazo máximo para sua implementação pelas instituições de ensino, pela adequação de seus currículos à BNCC, é até o início do ano letivo de 2020. A BNCC apresenta como expectativa para os alunos dos anos finais do Ensino Fundamental que

> (...) resolvam problemas com números naturais, inteiros e racionais, envolvendo as operações fundamentais, com seus diferentes significados, e utilizando estratégias diversas, com compreensão dos processos neles envolvidos. Para que aprofundem a noção de número, é importante colocá-los diante de problemas, sobretudo os geométricos, nos quais os números racionais não são suficientes para resolvê-los, de modo que eles reconheçam a necessidade de outros números: os irracionais (BRASIL, 2017b, p. 267).

Dentro da unidade temática Números, uma das cinco da área de Matemática, são determinados alguns objetos de conhecimento (entendidos como conteúdos, conceitos e processos) que devem ser vistos no 9º ano do Ensino Fundamental; lá se encontram especificados: necessidade dos números reais para medir qualquer segmento de reta e números irracionais: reconhecimento e localização de alguns na reta numérica (BRASIL, 2017b, p. 314). As duas habilidades relacionadas a esses objetos de conhecimento são:

> (EF09M A01) Reconhecer que, uma vez fixada uma unidade de comprimento, existem segmentos de reta cujo comprimento não é expresso nem por número racional (como as medidas de diagonais de um polígono e alturas de um triângulo, quando se toma a medida de cada lado como unidade).
> (EF09M A02) Reconhecer um número irracional como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica, e estimar a localização de alguns deles na reta numérica (BRASIL, 2017b, p. 315).

Já o Conteúdo Básico Comum (CBC) de Matemática é o documento que, pelo menos até este ano, orienta a organização curricular no estado de Minas Gerais. A proposta curricular nele apresentada aponta conteúdos a serem tratados e habilidades que os alunos devem desenvolver a cada ano escolar, tanto para o Ensino Fundamental II quanto para o Ensino Médio.

No Ensino Fundamental II, a estruturação do CBC de Matemática se dá em quatro eixos temáticos (Números e Operações; Álgebra; Espaço e Forma; e Tratamentos de Dados) que possuem temas específicos da disciplina. Cada tema é dividido em tópicos, junto aos quais estão indicadas as respectivas habilidades a serem desenvolvidas pelos alunos por meio do seu estudo.

Para os anos finais do Ensino Fundamental, o CBC de Matemática apresenta, dentro do Eixo Temático I – Números e Operações e inserido no Tema 1 – Conjuntos Numéricos, o tópico C*onjunto dos números reais* como sendo complementar, e não como obrigatório. As habilidades referentes a esse tópico são:

- Reconhecer a necessidade da ampliação do conjunto dos números racionais através de situações contextualizadas e da resolução de problemas.
- Identificar números racionais com as dízimas periódicas.
- Identificar as dízimas não periódicas com os números irracionais.
- Usar geometria para construir alguns segmentos de comprimento irracional (MINAS GERAIS, 2007, p. 22).

Para o Ensino Médio, o CBC de Matemática é organizado em três eixos temáticos distintos daqueles dos anos finais do Ensino Fundamental. São eles: I) Números, Contagem e Análise de Dados; II) Funções Elementares e Modelagem; e III) Geometria e Medidas. No eixo temático I é descrito, associado ao tema *Números*, o tópico Conjunto dos números reais. A ele está vinculado o desenvolvimento de duas habilidades específicas, que são: "Reconhecer uma dízima não periódica como uma representação de um número irracional. [...] Utilizar números racionais para obter aproximações de números irracionais" (MINAS GERAIS, 2007, p. 44).

Conforme essa orientação de distribuição dos tópicos, o conjunto dos números irracionais não é abordado nos 6º e 7º anos do Ensino Fundamental. Contudo, salientamos que ainda no 7º ano já se pode trabalhar e discutir a ideia de infinito. Uma possibilidade bastante interessante, nessa direção, seria propor aos alunos realizarem divisões entre dois números naturais cujo resultado seja uma dízima periódica e observarem o comportamento do quociente durante o processo de divisão (BIANCHINI, 2011). Por exemplo, no processo de divisão de 11 por 7 (Figura 1), aparecerão, nesta ordem, os restos[2] 4, 5, 1, 3, 2, 6; na continuação da divisão, aparecerá novamente o resto 4 e, na sequência, novamente os restos 5, 1, 3, 2 e 6. Desse modo, ao se repetirem, sucessivamente, esses restos, o processo de divisão pode continuar acontecendo indefinidamente, o que leva ao surgimento no quociente do que chamamos de uma dízima periódica.

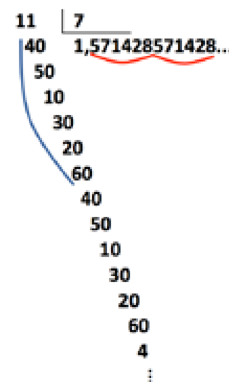


Figura 1 – Encontrando uma dízima periódica
Fonte: as autoras

Este tipo de proposição é uma oportunidade para os alunos compreenderem a definição de período de uma dízima periódica e trabalhem com a ideia de infinito dentro de um processo que não tem fim.

O primeiro contato dos alunos com os números irracionais se dá no 8º ano, conforme orientação do CBC, ou no 9º ano, de acordo com a BNCC. Esse momento é "[...] certamente, muito difícil. Os números irracionais não existem no mundo concreto, são abstrações matemáticas, só existem no mundo das ideias, para aceitá-los é preciso imaginar processos infinitos e proximidades que tendem a zero" (GARCIA; FRONZA; SOARES, 2005, p. 6).

Concordamos com Pommer (2012) quando diz que "é importante discutir a questão de aproximação no ensino básico, podendo constituir poderoso meio de abordar os números irracionais, além de permitir esclarecer as conexões com os números racionais" (POMMER, 2012, p. 39). Sendo assim, uma outra possibilidade de fazer essa discussão, dando início ao trabalho com os irracionais no 8º ano, estaria relacionada à compreensão do que é a raiz quadrada de um número, juntamente com o uso da calculadora. Nessa etapa, na qual os alunos já tiveram contato com o cálculo de raízes quadradas de quadrados perfeitos, pode ser introduzido o cálculo do valor aproximado de raízes quadradas de números que não são quadrados perfeitos.

Por exemplo, pode-se calcular o valor aproximado da raiz quadrada do número 23, convidando os alunos a observar o que acontece nesse processo. Como 23 está compreendido entre 16 e 25, podemos dizer que 16 < 23 < 25. Assim, a raiz quadrada de 23 estará compreendida entre $\sqrt{16}$ e $\sqrt{25}$, ou seja, $4 < \sqrt{23} < 5$. O uso da calculadora pode ser interessante a partir do momento em que tomarmos um valor m_1 compreendido entre 4 e 5 e encontramos seu quadrado, observando se é superior ou inferior a 23. Se inferior, estabelecem-se as desigualdades $m_1 < \sqrt{23} < 5$; se superior, estabelecem-se as desigualdades $4 < \sqrt{23} < m_1$. Se o valor de m_1 tomado for tal que $m_1 < \sqrt{23} < 5$, considera-se um novo valor m_2, compreendido entre m_1 e 5, calcula-se o quadrado de m_2; sendo ele inferior ou superior a 23, determinam-se, respectivamente, novas desigualdades: ou $m_2 < \sqrt{23} < 5$ ou $m_1 < \sqrt{23} < m_2$. Se o valor de m_1 tomado for tal que $4 < \sqrt{23} < m_1$, considera-se um novo valor m_2, compreendido entre 4 e m_1, calcula-se o quadrado de m_2; sendo ele inferior ou superior a 23, determinam-se, respectivamente, novas desigualdades: ou $m_2 < \sqrt{23} < m_1$ ou $4 < \sqrt{23} < m_2$. Dando sequência a esse procedimento, encontramos números que se aproximam cada vez mais de $\sqrt{23}$.

Essa proposta de abordagem, além de permitir uma discussão sobre aproximação, é uma oportunidade para o professor retomar com seus alunos questões relacionadas a números decimais vistas em anos escolares anteriores e, principalmente, para abordar a noção de infinito. Juntas, as noções de infinito e de aproximação são importantes para preparar os alunos para o trabalho com os números irracionais.

A dificuldade com esses números inicia-se na sua introdução. Geralmente, os números irracionais são apresentados aos alunos como os números não racionais, números que não podem ser escritos como a razão de dois números inteiros, ou então como os números com infinitas casas decimais não periódicas. Moreira e David (2010) chamam a atenção para esse fato argumentando que:

> Ora, se o universo numérico dos alunos ainda é o conjunto dos racionais, nenhuma dessas duas caracterizações tem qualquer significado. Quanto não se sabe o que significa uma forma decimal infinita e não periódica também não se sabe o que é um número irracional e vice-versa. Do mesmo modo, se a ideia escolar de número está associada, na sua acepção mais ampla, apenas a uma razão de inteiros, os irracionais não são números já que não são razão de inteiros. [...] No final, define-se o conjunto dos números reais como a união dos racionais com os irracionais. Fecha-se, assim, um ciclo de inconsistências, e não se esclarece o sentido de se conceber os irracionais como números ou o significado que possa vir a ter essa nova espécie de número (MOREIRA; DAVID, 2010, p. 82).

Retomando o quadro de circularidade na definição do conjunto dos números reais, Garcia, Fronza e Soares acreditam que apresentar os irracionais, alegando não serem eles números racionais, pode deixar dúvidas sobre a existência dos irracionais. Indicam ainda que "não se faz relação entre as questões geométricas que originaram a criação dos irracionais com este conteúdo. Inverte-se a ordem, colocando-se a Geometria depois dos Irracionais" (GARCIA; FRONZA; SOARES, 2005, p. 16).

Geralmente, as abordagens de representações de números na reta real se limitam apenas aos conjuntos dos inteiros e dos racionais, reforçando uma visão equivocada de que a reta numérica é formada apenas por esses últimos números. Abordar a representação dos números irracionais na reta numérica por construções geométricas (Figura 2) – o que é importante para a compreensão desse conjunto numérico e também dos números reais – exige do professor enfatizar junto aos alunos que muitas dessas representações se constituem em uma localização aproximada. Entretanto, no caso de números que são a medida das diagonais de um retângulo, esse comprimento é tão preciso e tão exato quanto os comprimentos dos lados do quadrilátero (MOREIRA; FERREIRA, 2012).

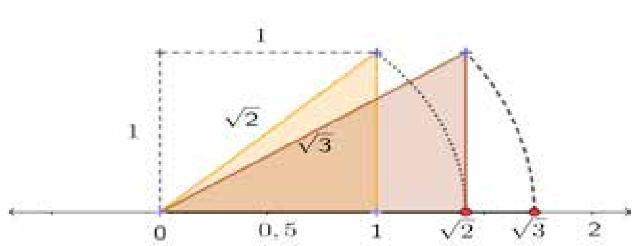


Figura 2 – Representação dos números irracionais
Fonte: as autoras

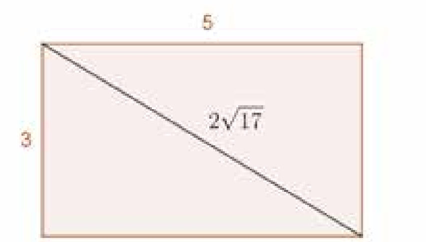


Figura 3 – Retângulo cuja diagonal é irracional $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$ na reta numérica
Fonte: as autoras

Para tanto, um encaminhamento possível em sala de aula seria, por exemplo, propor aos alunos a construção de retângulos (Figura 3) – dadas as medidas racionais de seus lados – nos quais as medidas dos segmentos das diagonais obtidas sejam números irracionais. Em situações como essa, entendemos valer a pena explorar com os alunos tanto o processo algébrico envolvido no cálculo da medida da diagonal do retângulo quanto, especificamente, utilizando-se uma régua graduada e considerando-se a unidade de medida tomada para a construção dos lados do retângulo, a medição dessa diagonal. Muitas vezes, a possibilidade de se tomar uma medida – que é aproximada – da diagonal do retângulo, representando-a com um número decimal, pode causar um estranhamento (LINS, 2004) com relação ao fato de, algebricamente, a medida obtida ser um número irracional. Criar em sala de aula um momento de discussão que relacione as medidas obtidas algébrica e manualmente pode ser profícuo para que seja problematizada essa relação entre número irracional e sua aproximação racional.

No tratamento das operações que envolvem radicais – adição, subtração, multiplicação, divisão, que acontece a partir dos anos finais do Ensino Fundamental –, nota-se determinada preocupação com os cálculos, muitas vezes deixando de lado a compreensão dos números racionais e irracionais com os quais se opera. A partir da introdução dos números irracionais, Pommer (2012) nos indica que, frequentemente, os livros didáticos restringem sua abordagem "[...] ao cálculo aproximado e a [sic] representação geométrica, não destacando a problemática do significado relativo ao conceito de aproximação, nem colocam em evidência a questão conceitual da incomensurabilidade" (POMMER, 2012, p. 117).

Um dos números irracionais estudados por alunos em vários momentos da Educação Básica, cujo tratamento segue esse caminho, é o número π. Em pesquisa realizada por Bortoletto, sobre as abordagens do ensino do número π, esse autor nos diz que

> [...] a maioria dos professores que introduzem π na 5ª série não o definem como "número irracional"

> e sim como “número resultante de uma razão” e quanto aos professores que ensinam π a partir da 7ª série, a maioria o define como “número irracional” (BORTOLETTO, 2008, p.59).

Esta maneira de conduzir o estudo do π – primeiramente como número resultante da razão entre o comprimento da circunferência e seu raio e, depois, como um número irracional – pode induzir o aluno a considerar que o π pode ser escrito como a razão de dois números inteiros. Enfatizamos aqui a pertinência de que, neste contexto de tratamento dos números irracionais, sejam discutidas operações envolvendo tais números, de modo a criar oportunidades para que o aluno compreenda que, se a razão de dois números resulta em um número irracional, como é o caso do π, é porque pelo menos um desses números é irracional.

Outra ocasião em que, na Educação Básica, os estudantes se deparam com o número π é no estudo da Trigonometria. O trabalho que frequentemente se exige dos alunos, muitas vezes mecânico, de conversão de medidas de ângulos dadas em radianos para graus pode sugestionar ao aluno considerar π como sendo 180°, já que um ângulo de π radianos equivale a um ângulo de 180°. Dessa maneira, pode-se assim estabelecer para o número p uma compreensão que se contrapõe à definição de um número irracional. Acreditamos que, se não discutido em sala de aula o processo de conversão entre essas unidades de medidas, o qual passa pela definição da unidade de medida radiano e pela consideração do comprimento da circunferência como sendo 2πR (onde R é o raio da circunferência), considerar o número π como 180° é algo bastante possível de ocorrer.

Considerações finais

Ao longo da história, verifica-se a existência de diversos relatos sobre o desenvolvimento da ideia de irracionalidade, desde o “choque” dos pitagóricos com números que não podiam ser mensurados até a noção de cortes de Dedekind. Com base nessas histórias, é possível perceber a dificuldade da humanidade em produzir e, ao mesmo tempo, compreender as ideias envolvidas com os números irracionais.

De certo modo, similarmente à(s) história(s) desses números, no ensino dos números irracionais também é possível identificar dificuldades no entendimento e na compreensão das suas ideias por alunos da Educação Básica. Alguns autores acreditam que esta dificuldade está relacionada com o modo com que se realiza a transposição didática do tema. Esta dificuldade na transposição já pode ser identificada na definição dos conjuntos numéricos. Por isso a necessidade de se repensar o ensino dos números irracionais no âmbito escolar.

No repensar esse ensino, percebemos o desenvolvimento das ideias de aproximação e de infinito como fundamentais para que o aluno compreenda os conceitos e as operações relacionados à irracionalidade. Essas ideias podem ser (re)tratadas e (re)discutidas antes mesmo da introdução formal do conteúdo números irracionais e, acreditamos, (re)tratadas e (re)discutidas em outros momentos e contextos posteriores à tal introdução.

Perspectivas distintas enriquecem abordagens dos números irracionais que podem ser promovidas. (Re)criar situações próximas às que podem ter se sucedido historicamente e para ela produzir significados (LINS, 1999; 2004) nos parece uma abordagem possível e didaticamente interessante. Outros elementos importantes, nem sempre considerados nas discussões sobre números irracionais, são recursos como a régua graduada e a calculadora como auxiliares no desenvolvimento das ideias de infinito e aproximação.

Nesta perspectiva, é crucial a criticidade do professor de Matemática ao utilizar o livro didático que adotar, de modo que possa complementar e alterar as propostas nele oferecidas, buscando promover situações que favoreçam a aprendizagem do aluno no que se refere aos números irracionais.

O que observamos, a partir das considerações feitas acerca dos números irracionais, é que seu ensino envolve ideias que, para serem compreendidas, demandam do professor de Matemática implementar em sala de aulas práticas educativas que se configurem como oportunidades para os alunos discuti-las, problematizá-las e estranhá-las. Mais uma vez, destacamos dentre elas as ideias de infinito e de aproximação. Sendo criadas tais oportunidades, acreditamos que, ao final da Educação Básica, seja possível que adolescentes e jovens produzam significados para números irracionais na direção apontada por Pommer, de que "[...] tais expressões [dos números irracionais] representam um processo infinito, que pode ser aproximado por um processo finito, expressando assim resultados da operação de aproximação, na concepção de que esta pode ser melhorada o quanto se deseje ou se necessite" (POMMER, 2012, p. 164).

On irrational numbers and possibilities for their teaching

Abstract

This article aims to discuss the Irrational Numbers as an object of instruction in Basic Education. We begin this discussion by bringing to the reader questions related to the construction of this numerical set over time and then we list considerations about the teaching on irrational numbers from the perspective of official documents and various authors involved with this theme. We propose to present proposals to approach these numbers that aim at the production of meanings for an irrational number as an infinite process that can be approximated by a finite process, thus establishing other relations between the traditional approaches through the denial of rational numbers and via decimal representation.

Keywords: Mathematics Education. Irrational Numbers. Meanings production. Infinite. Approximation.

Sobre números irracionales y posibilidades para su enseñanza

Resumen

Este artículo tiene como objetivo discutir los Números Irracionales como objeto de enseñanza en la Educación Básica. Hemos empezado esta discusión trayendo al lector las cuestiones relacionadas con la construcción de este conjunto numérico a lo largo de los siglos y comenzando con consideraciones acerca de la enseñanza de los irracionales bajo la perspectiva de los documentos oficiales y varios autores involucrados con este tema. Buscamos en la escritura del texto presentar propuestas de abordaje de esos números que apunten a la producción de significados para un número irracional como un proceso infinito que puede ser aproximado por un proceso finito, estableciendo así otras relaciones entre los tradicionales enfoques mediante la negación de los números racionales y mediante representación decimal.

Palabras clave: Educación Matemática. Números Irracionales. Producción de significados. El infinito. Aproximación.

Notas

1 Diz-se que quatro grandezas estão na mesma razão, a primeira para a segunda e a terceira para quarta, se, quando equimúltiplos quaisquer são tomados da primeira e da terceira e equimúltiplos quaisquer, da segunda e da quarta, os primeiros equimúltiplos são ambos maiores que, ou ambos iguais a, ou ambos menores que, os últimos equimúltiplos considerados em ordem correspondentes (BONGIOVANNI, 2005, p. 96).

2 Importante ressaltar que, no processo de divisão, no caso de uma divisão por um número k, natural não nulo, haverá, no máximo, (k-1) restos distintos.

Referências

BIANCHINI, E. *Matemática Bianchini*. 7. ed. São Paulo: Editora Moderna. 2011.

BONGIOVANNI, V. As duas maiores contribuições de Eudoxo Cnido: a teoria das proporções e o método de exaustão. *UNIÓN – Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. n.2, p.91-110. jun. 2005.

BORTOLETTO, A. R. S. *Reflexões relativas às definições do número π (pi) e à presença da sua história em livros didáticos de matemática do ensino fundamental*. 2008. p. 139. Dissertação (Programa de Pós-graduação em Educação). Faculdade de Ciências Humanas da Universidade Metodista de Piracicaba, 2008.

BORTOLOSSI, H. J.; MÓZER, G. S. Para que servem os Números Irracionais? Indo além das fórmulas de perímetros, áreas e volumes. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 12, 2016, São Paulo. *Anais*. 2016.

BOYER, C. B. *História da matemática*. Editora Edgar Blücher. 2. ed. São Paulo. 2002

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. P*arâmetros Curriculares Nacionais*: Matemática. Brasília, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Resolução nº 2, de 22 de dezembro de 2017a. Disponível em < http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/04/RESOLUCAOCNE_CP222DEDEZEMBRODE2017.pdf. > Acesso em: 06 mar. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2017b.

EVES, H. *Introdução à história da matemática*. 2. ed. Campinas, SP: Unicamp,1997.

GARCIA, V. C. FRONZA, J. SORES, D.S. *Ensino dos números irracionais e reais no ensino fundamental*: coleção cadernos para professores. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2005. v.1

GONÇALVES C. H. B., POSSANI C. Revisitando a descoberta dos incomensuráveis na Grécia Antiga. *Matemática Universitária*, v.47, p.16-24. 2009.

LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a educação matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). *Pesquisa em educação matemática*: concepções e perspectivas. Rio Claro: Editora Unesp, 1999. p. 75-94.

LINS, R. C. Matemática, monstros, significados e educação matemática. In: LINS, R. C. *Educação Matemática*: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p.92-120.

MIGUEL, A... [et al.]. *História da matemática em atividades didáticas*. 2. ed. rev. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

MINAS GERAIS. *Conteúdos Básicos Comuns – CBC – Matemática – Ensino Fundamental e Médio*: proposta curricular. Secretaria do Estado da Educação. Belo Horizonte, MG, 2007.

MOL, Rogério Santos. *Introdução à história da matemática*. Belo Horizonte. Universidade Federal de Minas Gerais – CAED. 2013. Disponível em: < http://www.mat.ufmg.br/ead/acervo/livros/introducao_a_historia_da_matematica.pdf.> Acesso em: 20 fev. 2018.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. *A formação matemática do professor*: licenciatura e prática docente escolar. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010. 120 p. (Coleção Tendências em Educação Matemática, 11).

MOREIRA, P. C.; FERREIRA, M. C. C. O que é número real? Os números reais na formação do professor da Educação Básica. In: Cury, H. N.; Vianna, C. R. (Orgs.). *Formação do professor de matemática*: reflexões e propostas. Santa Cruz do Sul: Editora IPR, 2012. p. 49-94.

POMMER, W. M. *Números irracionais no ensino fundamental*: uma análise em livros didáticos. Encontro Paraense de Educação Matemática. Belém, PA. 2011. Disponível em: < http://stoa.usp.br/wmpommer/files/3812/20209/CO+2011+EPANEM+Livro+Did%C3%A1tico.pdf >. Acesso em: 15 abr. 2017.

POMMER, W. M. *A construção de significados dos números irracionais no ensino básico*: uma proposta de abordagem envolvendo os eixos constituintes dos Números Reais. 2012. p. 235. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

ROQUE, T. *História da matemática*: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SANTOS, J. C. *Números reais*: um desafio na Educação Básica. 2007. Disponível em: < http://www.meusiteantigo.uff.br/wmrezende/uploads/Monografia_Real.pdf >. Acesso em: 21 nov. 2017.

SANTOS, J. C. S. O. Uma breve história de π. *Gazeta de Matemática*, n. 145, p.43-48, jul. 2003. Disponível em: < http://gazeta.spm.pt/getArtigo?gid=80 >. Acesso em: 11 abr. 2017.

Enviado em 30 de maio de 2018.
Aprovado em 13 de julho de 2018.

POSSIBILIDADES DA ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA EM UM GRUPO DE TRABALHO COM PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Darlysson Wesley da Silva*
João Ricardo Viola dos Santos**

Resumo

O objetivo deste artigo é investigar possibilidades da análise da produção escrita em um grupo de trabalho com professores de Matemática, tomando como principais referências teórico-metodológicas o modelo dos campos semânticos (LINS, 2012) e a Análise da Produção Escrita (BURIASCO, 2004). Por meio de uma abordagem de pesquisa qualitativa, produzimos nossos dados a partir de gravações de oito encontros com professores que ensinam Matemática. Com intenções de discutir as demandas da prática docente, pudemos destacar algumas considerações na direção de que um grupo de trabalho com professores que ensinam Matemática pode oferecer condições para que estes construam diversificadas estratégias didático-pedagógicas personalizadas aos seus alunos e aos contextos político e social a partir de situações das suas experiências.

Palavras-chave: Demandas da prática docente. Desenvolvimento profissional de professores. Produções de significados. Modelo dos campos semânticos.

Introdução

Se, por um lado, na pesquisa em Educação Matemática, existem vários trabalhos que investigam aspectos relacionados ao ensino e à aprendizagem de alunos por meio de seus registros escritos (BURIASCO, 2004; VIOLA DOS SANTOS; BURIASCO; CIANI, 2008; OLIVEIRA; PALIS, 2012), por outro, temos ainda poucos trabalhos que investigam possibilidades da análise da produção escrita na formação continuada de professores de Matemática. Com isso, podemos produzir alguns questionamentos sobre essas possibilidades: que interações são produzidas quando professores analisam produções escritas em grupos de trabalhos? Quais estratégias didático-pedagógicas podem ser discutidas nesses espaços? Quais são as contribuições da análise da produção escrita para formação continuada de professores de Matemática?

Nesse ensejo, o objetivo deste artigo é investigar possibilidades da análise da produção escrita em um grupo de trabalho com professores de Matemática. Produzimos nossos dados a partir de gravações (áudio e vídeo) de oito

* Mestre em Educação Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS). Professor da Faculdade Maurício de Nassau - Aracaju (SE). E-mail: darlyssonwesley@hotmail.com

** Doutor em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP). Professor do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (Mestrado e Doutorado) do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS). E-mail: joao.santos@ufms.br

encontros de um grupo de trabalho com professores de Matemática. Nossa intenção no grupo de trabalho era discutir demandas da prática profissional dos professores por meio de produções escritas em matemática.

Este estudo faz parte de um projeto maior intitulado Análise da Produção Escrita como Oportunidade para o Desenvolvimento Profissional de Professores que Ensinam Matemática[1]. O objetivo principal deste projeto foi investigar potencialidades da análise da produção escrita como oportunidade para o desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática. Dentre suas metas, as principais eram: apresentar subsídios para reestruturações nos cursos de Licenciatura em Matemática; trilhar caminhos para formação continuada de professores; contribuir para sistematizações a respeito dos conhecimentos adequados, necessários e específicos dos professores que ensinam Matemática.

1. Modelo dos campos semânticos

Nossa principal referência teórico-metodológica é o modelo dos campos semânticos (MCS) (LINS, 1999; 2001; 2012). A partir de algumas de suas noções, produzimos nossas leituras de nossos dados e apresentamos uma discussão no âmbito da formação continuada de professores de Matemática.

Ao escrevermos a respeito dessa teorização, explicitamos nossa forma particular de lê-la e apresentá-la (constituí-la e sermos constituídos). Com isso, formulamos nosso entendimento baseando nos pressupostos do autor (mais especificamente, nos pressupostos de "um" autor), buscando relações com nossas constituições, nosso modo de falar do MCS. Assim, apresentamos (nos constituímos em) algumas noções que nos ajudaram a realizar nossas análises.

Para Lins (2012, p. 12), "conhecimento consiste em uma crença-afirmação (o sujeito enuncia algo que acredita) junto com uma justificação (aquilo que o sujeito entende como lhe autoriza a dizer o que diz)". Ao observarmos essa noção, poderíamos pensar em estruturar uma fórmula do tipo: *Conhecimento = Crença-afirmação + Justificação.* Mesmo sabendo que conjecturar esse tipo de definição não seria uma boa escolha, tomemos como elementos-chave as parcelas do 2º membro da igualdade.

A palavra composta *crença-afirmação* nos remete às coerências, legitimidades de alguém que enuncia sobre algo que acredita. Para Lins (2012, p. 14), essa "palavra, em seu uso na teoria, concentra-se em fazer o outro acreditar em algo em que você traz como legítimo". O termo coerência se comporta intrinsecamente dentro da palavra crença-afirmação, pelo fato de haver certa "regra oculta" que define seu entendimento. Uma vez que dizemos que crer é sinônimo de acreditar, nós, seres humanos, não acreditamos em coisas que não tenham alguma coerência para nosso mundo. Não nos satisfazemos em aceitar ou afirmar algo que, para nós, não tenha algum sentido. Com isso, o centro dessa discussão é que antecipamos a legitimidade de nossa crença-afirmação. Lins (2012) completa afirmando que

> [...] nenhum conhecimento vem ao mundo ingenuamente. Aquele que o *produz*, o que *enuncia*, já fala em uma direção (o interlocutor) na qual o que ele diz, e com a justificação que tem, *pode ser dito*. [...] Não existe conhecimento implícito nem conhecimento "em ação" [...] Existe, no entanto, conhecimento terceira-pessoa: quando digo "fulano sabe que", ao observá-lo fazer algo (consertar uma bicicleta, por exemplo), sou eu o sujeito do conhecimento, quem o enuncia, o produz, e este conhecimento é sobre um outro (LINS, 2012, p. 13).

Diante disso, a justificação – elemento que completa a nossa "igualdade" – caracteriza-se da seguinte maneira:

> Não é justificativa. Não é explicação para o que digo. Não é algum tipo de conexão lógica com coisas sabidas. É apenas o que o sujeito do conhecimento

(aquele que o produz, o enuncia) acredita que o autoriza a dizer o que diz (LINS, 2012, p. 21).

Ao observarmos a citação acima, temos uma ideia do que seria conhecimento, ao mesmo tempo em que se evidencia a noção de justificação não como justificativa ou tentativa de explicar e convencer alguém a respeito do que se fala. Justificação é o que garante, para o sujeito do conhecimento, a propriedade de enunciar determinada crença-afirmação. Deste modo, para nós, baseados no MCS, um conhecimento é uma crença-afirmação junto com uma justificação. Em nossos encontros no grupo de trabalho, esta foi uma leitura que fizemos: como os professores produzem crença-afirmações junto com justificações ao analisarem produções escritas de alunos.

Outras duas noções que nos norteiam no MCS são: significado e objeto. "Significado de um objeto é aquilo que efetivamente se diz a respeito de um objeto, no interior de uma atividade. O objeto é aquilo para que se produz significado" (LINS, 2012, p.28). No MCS não se tem objeto sem antes ter uma produção de significado. Contudo, não se deve julgar o objeto como menos importante pelo fato de depender diretamente do significado. Lins (2012, p.29) apresenta a sua importância diretamente quando afirma: "nós constituímos objetos (instituímos, criamos, inventamos, reinventamos...) produzindo significados. São objetos que estruturam nossa cognição (que é, portanto, situada, no sentido técnico do termo)".

Outro destaque da relação entre significado e objeto é que o significado de um objeto é sempre "local". Um exemplo abordado por Lins (2012) para explicar essa afirmação se apresenta na frase: "O mundo é fragmentado". Dependendo do contexto no qual esteja essa frase, a palavra "fragmentado" pode se constituir tanto como verbo quanto como adjetivo.

Partindo dessa ideia, da relação entre significado e objeto, temos a noção de interlocutor, o que se faz primordial para os processos de produção de significados. O interlocutor é uma *direção* na qual se fala. Quando falo na direção de um interlocutor é porque acredito que este interlocutor diria o que estou dizendo e aceitaria/adotaria a justificação que me autoriza a dizer o que estou dizendo. Segundo Lins (2012, p. 19), "[...] quem fala não espera que um interlocutor responda, mas a mera existência do interlocutor (a impossibilidade da solidão) instaura a dialogia. [...] O interlocutor é um ser cognitivo[2], não um ser biológico".

Uma última noção do MCS que apresentamos neste artigo é a leitura plausível, que, segundo Lins (1999, p. 93), caracteriza-se como toda "tentativa de se entender um autor, passando pelo esforço de olhar o mundo com os olhos do autor, de usar os termos que ele usa de uma forma que torne o todo de seu texto plausível".

Ler plausivelmente o outro acontece na direção de tentar produzir com o outro, lendo como esse outro opera, quais palavras utiliza, de que modo procede em uma determinada situação. Não se trata de mostrar o que o outro não fez ou mesmo o que ele deveria ter feito. A leitura plausível é sempre tentativa, em um movimento de se produzir ao lermos o outro.

Em nossos encontros no grupo de trabalho, tentamos ler plausivelmente os processos de produção de significados dos professores ao analisarem produções escritas. Lemos os processos dos professores produzirem significados e constituírem objetos em uma direção. Como eles operam? O que produzem ao analisarem produções escritas?

2. Análise da produção escrita

Uma simples correção de uma atividade em sala de aula de Matemática é, para o professor, um momento de tomar decisões frente ao modo como seu aluno lida com os enunciados. Essa atitude tão frequente em sala de aula, muitas vezes realizadas com poucas discussões, pode ser um elemento-chave para mudanças e transformações nas práticas profissionais de professores de Matemática. É possível transformar simples correções de professores em movimentos interessantes de análises, nas quais possam oferecer informações relevantes tanto para os professores quanto para os alunos. Buriasco (2004) afirma que

> Os registros que os alunos fazem ao resolver as questões dão valiosas informações sobre o modo como compreenderam e registraram suas ideias a respeito da situação apresentada. Tais informações fornecem rico material para o professor incorporar ao seu repertório no planejamento das aulas e para orientar suas escolhas didáticas, servindo como referência para conversar sobre Matemática com o aluno (BURIASCO, 2004, p.5).

Essa autora apresenta a ideia de que a análise da produção escrita é uma estratégia para conhecer modos como alunos e professores lidam com tarefas matemáticas, as estratégias que elaboram, os procedimentos que utilizam e as respostas que apresentam. Além disso, Buriasco (2004) considera um panorama de possibilidades e pontos que podem ser tomados como base da produção escrita:

> Se o aluno tenta responder o item; Se registra os dados da questão; Qual o tipo de notação utiliza; Quais são as características da notação; Se escolhe um procedimento que resolve corretamente a questão e utiliza padrão escolar; Não utiliza padrão escolar; Desenvolve corretamente o procedimento; Não desenvolve corretamente o procedimento; Desenvolve corretamente mas parcialmente o procedimento; Não desenvolve o procedimento; Escreve a resposta; Não escreve a resposta; Escolhe um procedimento que não resolve corretamente a questão; utiliza padrão escolar; Não utiliza padrão escolar; Desenvolve corretamente o procedimento; Não desenvolve corretamente o procedimento; Desenvolve corretamente, mas parcialmente o procedimento; Não desenvolve o procedimento; Escreve a resposta; Não escreve a resposta (BURIASCO, 2004, p.6).

Analisar produções escritas em Matemática é uma estratégia para professores de Matemática conhecerem detalhes que envolvem os processos de produções de significados de alunos. Mesmo que essas produções nos apresentem apenas o fim de um processo, pelo registro escrito, as possibilidades de produção de leituras de caminhos, travessias e atalhos construídos pelos alunos em suas resoluções são de muita relevância para o trabalho pedagógico dos professores.

D'Ambrosio (2013) apresenta uma pesquisa fundamentada nos pressupostos construtivistas, concomitantemente ligada a possibilidades de estabelecer e construir fundamentações teóricas para o desenvolvimento da formação dos professores a partir de produções de alunos. Nesse trabalho, a autora define seus professores como professores-pesquisadores, pois, ao assumir os aspectos defendidos pelas teorias construtivistas, esses indivíduos adotaram uma posição de analistas hermenêuticos para criação de modelos para atividades futuras a partir da Matemática dos alunos e por meio de suas produções escritas. Os professores-pesquisadores colocaram-se em movimentos de buscar possibilidades para seus trabalhos em sala de aula a partir da própria demanda que os alunos apresentavam em suas produções escritas. Para D'Ambrosio, esse trabalho se tornou pertinente, uma vez que

> entende-se que os professores têm acesso ao pensamento do aluno e à sua voz tanto por meio de articulações orais quanto de sua produção escrita. A atitude hermenêutica, ao ler a produção escrita do aluno, é um ato de "ouvir" a voz deste, pois escrever é uma forma de comunicar ideias (D'AMBROSIO, 2013, p.251).

Ao apresentar algumas conclusões, essa autora afirma que o trabalho do professor-pesquisador, quando assume o papel de dar voz ao aluno, proporciona uma união de elementos que instigam para possibilidades e desenvolvimentos de modelos da Matemática com seus alunos a partir da análise de suas produções escritas. Esses modelos auxiliam tanto na sustentação do seu trabalho em sala de aula quanto na geração de possibilidades de novas relações para a Matemática e o ensino.

Ciani (2012) propõe duas propostas de intervenção como subsídio operacional para a constituição de oportunidade de aprendizagem por meio da análise da produção escrita. No que se refere ao uso da análise da produção escrita, a autora nos mostra que ela pode proporcionar ao professor uma saída da cultura e dualidade do certo/errado, assim como também um êxodo da exclusão e competição, para uma cultura da multiplicidade das maneiras de lidar com o conhecimento, que por sua vez está diretamente relacionado à solidariedade e à cooperação. Segundo a autora

> além de se apresentar como uma estratégia para implementação da avaliação como prática de investigação, a análise da produção escrita mostra-se como um caminho para conhecer múltiplos aspectos da atividade Matemática dos alunos e também como uma possibilidade para capacitar os professores e reorientar a sua prática pedagógica (CIANI, 2012, p.43).

Com isso, uma das principais relevâncias do trabalho da autora é a de buscar conhecer sua complexidade e heterogeneidade a partir da análise da produção escrita dos alunos, respeitando as vivências e idiossincrasias de cada indivíduo.

O trabalho de Pires (2013) teve por objetivo descrever e analisar uma pesquisa com prova por fases, realizada com nove professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal de Londrina – PR. De forma geral, a autora buscou analisar produções escritas dos professores tomando como base para investigação a ideia de reinvenção guiada[3] no âmbito da Educação Matemática Realística.

No desenvolvimento do seu trabalho, a autora utiliza as questões da prova em fase como ponto de partida para o processo de reinvenção, proporcionando um processo em que a pesquisadora/formadora participasse como guia e mediadora das situações a partir de perguntas e considerações a respeito das produções escritas dos participantes.

Segundo Pires (2013), sua reinvenção guiada, utilizando estratégias da análise da produção escrita, pôde proporcionar aos participantes (professores de Matemática) a saída de uma posição de meras receptoras de uma Matemática pronta e acabada para uma posição de professores que desempenham um papel de agente do processo de desenvolvimento e do processo de aprendizagem. Em meio aos relatos e materiais colhidos em sua pesquisa, Pires (2013) afirma que

> A prova em fase pode provocar mudanças na maneira que os professores interpretam e analisam a produção escrita dos alunos. Esta proposta, trabalhar com provas em fase, requer muito mais do que olhar apenas a resposta do aluno. Realizar uma prova em fases exige a elaboração de perguntas que guiem o aluno no processo de ensino e aprendizagem. A tarefa de elaborar as perguntas é uma tarefa que exige reflexão e estudo (PIRES, 2013, p.97).

Essa autora ainda argumenta que todo esse processo de prova em fases, reinvenção guiada e perspectiva da análise da produção escrita podem proporcionar caminhos para capacitação de docentes, o que não se identifica como uma "reciclagem", mas sim como uma abertura de um leque de possibilidades para a prática docente.

Diante dessas considerações, neste trabalho, tomamos a análise da produção escrita como uma estratégia para o trabalho com professores de Matemática em um grupo de trabalho. Uma estratégia que não se limita a procedimentos pré-instituídos, mas que se moldam e tomam formas nos processos, nas discussões e nas interações de professores com registros escritos de alunos, de outros professores ou mesmo deles.

3. Estratégia metodológica

Neste trabalho, realizamos uma pesquisa qualitativa, de acordo com a natureza de nossos dados e os objetivos do trabalho. Segundo Garnica (2004), uma pesquisa qualitativa tem as seguintes características:

> (a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma análise a priori, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões se dá não como resultado, mas em uma trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re) configuradas; e (e) a impossibilidade de se estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas (GARNICA, 2004, p.86).

Produzimos nossos dados em áudio e vídeo durante oito encontros do nosso grupo de trabalho, no período de setembro a dezembro de 2013. Cada encontro tinha a duração aproximada de quatro horas, ocorrendo nas quartas-feiras, no período da tarde.

Utilizamos gravadores de áudio e vídeo para produzir nossos dados. Os gravadores de áudio ficaram posicionados em pontos estratégicos, focando as discussões pontuais e individuais nos grupos menores. Utilizamos duas câmeras, uma posicionada para gravar as discussões gerais, tendo o campo visual de todos os participantes, e outra voltada para o quadro-negro, focada nas discussões do grande grupo, no qual, em alguns momentos, os professores explicitavam algumas discussões.

Nesses oito encontros, foram discutidas possibilidades, dificuldades e potencialidades de como a análise da produção escrita pode contribuir para o desenvolvimento profissional de professores de Matemática. Ao longo dos oito encontros, oito professores de Matemática de rede pública e particular participaram do grupo de trabalho. Em nossas análises, utilizamos nomes fictícios.

As atividades foram elaboradas com a intenção de serem disparadores de discussões das demandas profissionais dos professores. Tínhamos um roteiro predeterminado para os oito encontros que poderia ser totalmente modificado ao longo do processo. A dinâmica de trabalho do grupo era construída em momentos de discussões em pequenos grupos, com dois ou três membros, e no grande grupo, com todos os membros, iniciando sempre os encontros com discussões em pequenos grupos e terminando no grande grupo.

Um grupo de trabalho[4] constitui-se como um espaço de formações. Formações dos professores da Educação Básica, professores em formação em nível de graduação e pós-graduação, bem como para professores universitários. Não se trata de um curso, nem mesmo de um grupo no qual pesquisadores, mestrandos e doutorandos aplicam suas pesquisas (quase sempre estando de fora do processo). Trata-se de um grupo que pode “dar certo”, “funcionar” ou não. Um grupo de trabalho nunca é e está sempre sendo.

4. Traços de diálogos e discussões no grupo de trabalho

Apresentamos duas situações em que professores dialogam em análises que envolveram produções escritas. São elas: a) Quando eu paro e penso no que fiz e não nos erros e dificuldades dos meus alunos; b) Mas ainda vejo alguns problemas na questão, pois eu não esperava tantas resoluções diferentes dos meus alunos. Dado o escopo do artigo, esses diálogos apenas ilustram algumas análises de produções escritas que os professores realizaram nos encontros do grupo de trabalho.

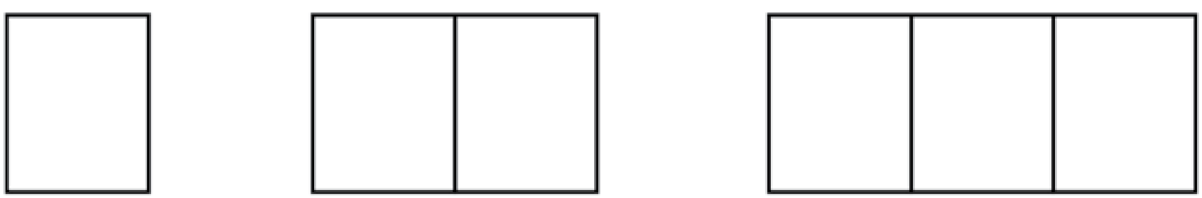
Nossa intenção é criar um fluxo dialógico e evidenciar, com isso, a dinâmica das interações no grupo de trabalho. Os diálogos foram produzidos a partir de nossas leituras plausíveis de áudio e vídeo que gravamos dos encontros do grupo de trabalho, em que nossa intenção é deixá-los em uma plasticidade próxima às dinâmicas e interações no grupo de trabalho.

Quando eu paro e penso no que fiz e não nos erros e dificuldades de meus alunos

Em uma situação de discussão entre professores, tivemos os seguintes diálogos realizados pela professora Ane, com 19 anos de profissão, que trabalhava com crianças do Ensino Fundamental II, com o professor Marcos, com 14 anos de profissão, estudante de Pós-graduação, e o professor Paulo, 7 anos de profissão, professor universitário. Ane inicia a conversa contando de seu processo para elaborar e implementar uma atividade com seus alunos, uma das atividades realizadas pelos professores no grupo de trabalho.

Ane: Na verdade foi assim! Eu e outro professor da nossa escola, achamos um livro na biblioteca, começamos a olhar este livro e percebemos uma situação bem parecida com uma situação que já havíamos trabalhado. Então, resolvemos montar esta questão:

Observe a seguinte sucessão de figuras, construída com palitos:



A sequência prossegue acrescentando um retângulo em cada passo. De acordo com a figura, responda às seguintes perguntas:

a) Calcular a quantidade de palitos necessários para construir a figura que ocuparia a sexta posição da sequência.

b) Calcular a quantidade de palitos necessária para construir a centésima figura da sequência.

c) Achar a fórmula que expressa a quantidade de palitos na posição N.

d) É possível que, em alguma posição da sequência, a figura contenha 154 palitos?

e) Achar a fórmula que expressa a quantidade de palitos na posição de 1 até N.

f) Se eu tiver 1.550 palitos e montar a maior figura possível usando esse princípio de formação, sobrará algum palito?

Ane: Depois que aplicamos, nós percebemos que os itens "E e F", eram muito difíceis para os alunos da nossa escola.
Paulo: Então, vocês elaboraram essa questão a partir de um livro?
Ane: É, nós elaboramos a partir das ideias que o livro apresentava. Mesmo porque nós montamos esse ano uma atividade para trabalhar com os palitos. Como a experiência de palitos foi uma atividade que eles já vivenciaram antes, eu achava que eles teriam mais facilidade com essa.
Marcos: Eu acho que o problema pode ser esse, é que esse tipo de exercício pode ser novo para eles, pois os mesmos não estão muito habituados com esse trabalho. Eles meio que tem que sair do "0" (zero) e se virar por conta própria, ou seja, não é um simples efetue ou calcule a conta.
Ane: Então, na verdade, nós entramos com uma proposta nova.
Marcos: É, eu sei, mas eu acho que precisa de um tempo para adaptação dessa proposta nova. E não se deve assustar caso a coisa der

errado, porque imagine assim, você passou sete anos fazendo a mesma proposta e do nada você muda, do mesmo jeito que você vai precisar de um tempo para se adaptar, o aluno também vai precisar.
Ane: Acho que concordo. Quando nós elaboramos, ficamos tão empolgados, maravilhados, só que no desenvolver das atividades é que percebemos que alguns problemas podem existir e emergir. Então, foi daí que comecei a pensar se realmente eu fiz uma questão legal para meus alunos.
Paulo: E como foi o processo de elaboração dessa atividade? Conte-nos mais.
Ane: Então! Na verdade, eu já estava assim, quase me estressando, me descabelando, porque eu falava para o outro professor: "Eu quero fazer uma nova situação". Ele ficava meio assustado, até porque eu já pesquisava em várias fontes, blogs, essas coisas e não achava nada. E, ainda, o livro didático era sempre calcule e resolva. Daí nós estávamos estudando o livro de álgebra e encontramos uma situação igualzinha à do palito. Então nós fizemos as adaptações dessas atividades dos palitos que nós encontramos no livro, que é só de práticas.
Paulo: Ela já estava desse jeito "a, b, c, d, e" ou vocês inseriram na questão?
Ane: Não, nós inserimos sim.
Paulo: Em quais alternativas vocês inseriram?
Ane: Por exemplo, ela só vinha falando assim: "Calcule a quantidade necessária para construir a 6ª, a 7ª e a 8ª". Aí eu falei, não, vamos trabalhar com uma e criar outras.
Paulo: Mas teve algum motivo para você só colocar uma ao invés de pedir a 6ª, a 7ª e a 8ª? Vocês pensaram assim?
Ane: Não, não pensamos.
Marcos: Bom, eu acho que a ideia é que, depois que ele acha a primeira, a 7ª e 8ª são bastante simples.
Ane: É porque depois é só acrescentar.
Marcos: É isso mesmo, e como é 6ª e 7ª ele pode fazer sem calcular.
Ane: Então, exatamente, nós pensávamos que eles poderiam fazer tudo em forma de desenho.
Paulo: Vocês acham que eles iriam acrescentar?
Ane: É, foi isso que eu imaginei.
Marcos: É, eu achei interessante vocês colocarem a 100ª porque aí foge do desenho. Opa! Aí já aperta um pouco. Achei legal isso aí.
Paulo: Então a relação para que o enunciado tenha 6ª, 7ª e 8ª é justamente para ele ter a ideia de generalização?
Ane: Então, foi exatamente isso que depois nós ficamos pensando se realmente era isso que deveríamos ter colocado. Porque poderia ser que, se deixássemos eles sozinhos, os mesmos poderiam ter observado que era só acrescentar três palitos.
Paulo: Você acha esse tipo de atividade, essa discussão da temática sempre acontece na aula de vocês ou vocês propuseram uma coisa que os alunos não estão acostumados a fazer?
Ane: Ah professor, depende muito, sabe por quê? Porque assim, eu faço... o outro professor também faz... mas outros colegas não fazem.
Paulo: Entendi. Então na sua aula, isso é uma atividade comum. Eles estão acostumados a trabalhar com atividades como essa?
Ane: Então, esse ano nós começamos! Por isso eles ainda não têm costume com essa abordagem. É como o professor Marcos falou, essa é uma ideia de retorno a longo prazo. Na verdade, seria trabalhar já desde o 6º, 7º, pois quando eles chegassem no 8º já estariam um pouco mais maduros com esse tipo de abordagem.
Marcos: Aí sim será comum, mas o comum que o Paulo que dizer não é no sentido de se trabalhar todo dia, mas sim de fazer abordagens em alguns momentos.

Ao nos depararmos com as falas dos professores, percebemos primeiramente o interesse e empenho da professora Ane em elaborar aquela questão. Vemos que ela realmente se apresenta de maneira aberta para o desenvolvimento de atividades, do ponto de vista dela, diferenciadas para seus alunos.

O espaço de discussão do grupo de trabalho para a professora Ane fica evidenciado nesse diálogo. Ter à disposição professores para conversarem sobre suas propostas, angústias e implementações é uma característica destacável desse espaço de formação, não muito comum nos espaços escolares.

Observamos, em seu processo de produção de significado, o fato de Ane perceber que seus alunos tiveram muitas dificuldades neste problema, mesmo ela tendo já abordado atividades semelhantes com palitos. Isso causou uma preocupação em relação ao seu processo de elaboração das atividades. Diante disso, um ponto que achamos interessante foi sua atitude de repensar, refletir a respeito do problema que elaborou junto com seu amigo e não colocar a culpa pelas dificuldades em seus alunos.

Outro ponto que contribuiu também para que a professora Ane pensasse sobre a proposta foi a fala do professor Marcos em relação a uma "paciência histórica" do professor. Para o professor Marcos, realizar implementações de novas propostas requer um pouco de reflexão e amadurecimento da proposta por parte do docente. Na sua forma de pensar, o professor Marcos fala de uma característica que os professores em sala de aula poderiam refletir: a "paciência", sendo que ela não se apresenta por esperar que as coisas aconteçam, mas sim uma paciência relacionada ao trabalho dedicado e contínuo que o professor deve ter com seu aluno ao realizar tais abordagens.

Percebemos que, ao falar com a professora Ane, o professor Marcos destaca também que essas práticas não são dificuldades apenas dos alunos, mas também dos professores e de sua formação docente. Para Marcos, as relações docentes sempre devem estar atreladas ao tempo e espaço, e que, para alcançar determinado objetivo, é necessário que os professores tenham uma determinada "dose de paciência", uma ponderação relacionada à situação que esteja sendo vivenciada.

Ao longo dessas e outras discussões, problematizamos a escrita do enunciado desta atividade, em específico a escrita de N (maiúsculo) palitos. Nossas análises, neste ponto, são específicas para discorrer sobre a importância de analisar produções escritas, neste caso, a de um professor sobre sua própria elaboração de atividades, com outros professores em um grupo de trabalho. O que nos chamou atenção foi o olhar de Ane para o seu próprio trabalho, seu cuidado com cada item do problema elaborado (que depois foi transformado), saindo de uma perspectiva global, em "pegar" problemas em livros para aplicar com os alunos, para uma perspectiva particular, em que discute cada parte do enunciado do problema, levando em consideração os processos de produção de significados de seus alunos.

Mas eu ainda vejo alguns problemas na questão, pois não esperava tantas resoluções diferentes dos meus alunos

Duas semanas se passaram desde o primeiro encontro. Neste, agora, os professores trariam para nossa discussão um problema que eles implementaram e utilizaram com seus alunos. Trata-se da questão do carteiro[5]:

Um carteiro entregou 100 telegramas em 5 dias. A cada dia, a partir do primeiro, entregou 7 telegramas a mais que no dia anterior. Quantos telegramas entregou em cada dia?

Paulo: Bom, pessoal, boa tarde a todos. Como havíamos combinado no último encontro, vocês trabalhariam com seus alunos aquela questão do carteiro. A partir disso, focaríamos as discussões das produções escritas de seus alunos diante do problema proposto por nós.
Sérgio: A gente fez uma categorização aqui, até porque achamos melhor assim para poder focar a discussão da atividade. Com isso, a gente pode fazer um desenvolvimento em cima das categorias que elaboramos. A gente quer fazer assim porque nas categorias dá pra abranger diversas considerações. Mas cada grupo define a sua categoria, não queremos que todos sigam igual ao da gente. Então fizemos uma divisão em três: a) os que se aproximaram da interpretação padrão do exercício; b) o que saiu totalmente fora; e c) alguns que julgamos medianos.

Os professores se organizaram em pequenos grupos e discutiram sobre as produções de seus alunos. Logo, as discussões foram realizadas no grupo como um todo.

Ruan: Bom, o primeiro raciocínio que eu tive quando vi o enunciado foi que o total de telegramas era 100 e isso era fechado. Contudo, vendo os exemplos de resoluções apresentados por alguns de meus alunos e depois de algumas discussões em grupo e uma análise da questão, percebi que esse enunciado não é tão objetivo assim. Ele é subjetivo e aberto, então oferece margem a diversos raciocínios. Tentando interpretar algumas resoluções que meus alunos fizeram, tive a ideia de que o total de cartas nos cinco dias era 100. E isso era fechado pra mim. Outra ideia que tive foi a relação dos "7 a mais a partir do primeiro dia". Então vendo algumas hipóteses, temos que o aluno poderia pensar 100 no primeiro dia, então no segundo dia aumentou mais 7, indo assim para 107, e no enunciado não diz que o total tinha que manter o total anterior. Então, um aluno meu fez uma resolução que se relacionava com isso, ou seja, abria margem para pensar diferentes totais de cartas entregues ao longo dos cinco dias. Outra resolução foi a questão da média. Então, o aluno pegou o 100 e dividiu em 5 dias, o que resultou

em 20 por dia. No primeiro dia partiu desses 20, consequentemente no segundo dia foi pra 27, 34 no terceiro, 41 no quarto dia e 48 no quinto dia. Esse daqui foi outro raciocínio.
Paulo: E eles argumentavam bastante em cima disso?
Ruan: Exatamente! Pelo fato de o enunciado da questão não ser específico em relação à quantidade de telegramas e à quantidade de dias, então eles argumentaram: "Mas qual que é o correto?" Daí eu falei: "O correto é aquilo que você conseguir ver." Então eles se desenvolveram de acordo com o raciocínio de cada um.
Carlos: Depois você deu a devolutiva pra eles?
Ruan: Não! Eu só disse o seguinte: "O correto é aquilo que você enxergar." E cada um desenvolveu, até porque eu não queria dar tendência ao resultado pra ninguém. Então, isso gerou uma discussão entre eles. Era perceptível a relação de disputa entre os alunos para saber quem estava certo. Porém, cada um teve um argumento que, a meu ver, dentro da lógica deles, não estava errado.
Paulo: Só para ressaltar, essa questão foi revisada por uma banca examinadora e selecionada em meio a tantas outras para uma aplicação em uma prova de avaliação em massa, ou seja, ela teve um crivo criterioso para que ela fosse escolhida.
Ruan: Hum...! Mas ainda vejo alguns problemas, pois eu não esperava tantas resoluções diferentes dos meus alunos, e que por sinal muitas me surpreenderam.

Esse diálogo entre professores no grupo de trabalho explicita uma questão de suma importância na prática profissional dos professores: desconfiança dos problemas, exercícios em livros, apostilas etc. Em nossa leitura, o processo de produção de significados do professor Ruan foi de que, pelas diferentes respostas de seus alunos, ele se colocou em um movimento de questionar o enunciado do problema. Vale ressaltar que, no encontro anterior, Ruan resolveu o problema, discutiu com outros professores e nenhuma dessas discussões foi produzida por ele.

Um fato que nos chamou atenção foi a resposta que Ruan apresentou para um de seus alunos quando este perguntou "*Mas qual é o correto?" e ele respondeu:* "*O correto é aquilo que você enxergar*". Isso nos chamou atenção, pois uma das discussões realizadas no grupo era tentarmos, sempre que possível, sair da dicotomia acerto e erro, na intenção de colocar os alunos a elaborarem conjeturas, modos de interpretação, outras lógicas nas resoluções dos problemas. Como é possível interagir com os alunos quando fugimos dos discursos: *"Ah, aqui você está errado. Tá tudo certo, meus parabéns"*. Ruan não apenas permitiu como também incentivou que seus alunos pudessem resolver o problema do modo como eles o aceitariam como correto. Os alunos de Ruan produziram crenças-afirmações e justificações em direções diferentes da que o próprio Ruan teria produzido para o problema do carteiro.

Essas situações e os diálogos entre os professores no grupo de trabalho explicitam, mesmo que em parte, algumas possibilidades da análise da produção na formação continuada de professores. Ao longo dos oito encontros, notamos outros modos de produzir significados em relação aos modos dos professores lerem seus alunos. Ao final dos encontros, eles falavam de maneira mais particular e singular de seus alunos; por exemplo, a fala do professor Carlos: *"o aluno que se relaciona com o professor, que tem sua relação com o conteúdo e está inserido em um determinado contexto social"*.

Durante os encontros, notamos que os professores construíram alguns pressupostos pedagógicos da importância de fazer com que seus alunos falem a respeito de seus modos de produzir significados. Também construíram atitudes de ler esses alunos pelo que eles falam e fazem, tentando propor outros olhares, outras resoluções. Acreditamos que essas construções foram impulsionadas pelas análises de produções escritas, visto que, pela permanência do registro escrito, os professores puderam falar, pensar, escutar um colega, discordar ou concordar, sair do encontro, ir para sua sala de aula e fazer com que todas aquelas discussões pudessem ser colocadas em cheque ou mesmo comprovadas pelas suas vivências, voltar para o grupo e compartilhar com colegas implementações, dificuldades, angústias, possibilidades...

Considerações finais

Ao vermos nossos movimentos analíticos, notamos que a análise da produção escrita não era o foco principal das discussões, mas em todo o momento seus processos disparavam questionamentos, soluções, indagações, surpresas, aflições. O trabalho com análise da produção escrita na formação, a serviço de professores de Matemática, mostra-se como uma possibilidade não só apenas de formação de professores, mas também de discussões sobre Educação Matemática. Ao longo dos encontros, várias discussões políticas, econômicas e culturais apareceram, os papéis e efeitos das avaliações externas, a exclusão que é feita na escola pelas correções das provas, a falta de tempo para o professor atender com cuidado e em detalhes os processos de produção de significados dos alunos.

Outro ponto que está ligado diretamente ao movimento da análise da produção escrita é o modelo dos campos semânticos, outro pano de fundo deste trabalho. No grupo de trabalho, nossa intenção não era detalhar suas noções. Entretanto, ao utilizarmos algumas noções, principalmente a leitura plausível, como uma estratégia para os professores lerem as produções escritas, notamos alguns movimentos dos professores com noções dessa teorização. Como Lins (2012) afirma, o MCS oferece "um quadro de referência para que se possa produzir leituras suficientemente finas de processos de produção de significados (p. 18)". Em nosso trabalho, ele nos serviu tanto para produção e análise dos dados quanto para a construção de atitudes políticas e pedagógicas de nossas atitudes como pesquisadores em formação, bem como professores também em formação que participaram de um grupo de trabalho.

No grupo de trabalho, nossas intenções e atitudes foram na direção de tentar entender o que acontecia conosco por meio de discussões que tomavam como fio condutor a análise de produções escritas em Matemática. Deste modo, notamos que algumas características puderam ser delineadas em relação ao grupo de trabalho com professores que analisam produções escritas, tais como: estar junto com os professores (não apenas ser um professor formador, mas sim um professor); criar relações de confiança (pois estar junto é criar laços de amizade e confiança); promover discussões abertas (pois discutir não é apenas falar sobre o que queremos, mas sim deixar que o outro fale dos seus anseios, aflições, felicidades, conquistas). Acreditamos que estar junto, ter confiança e abertura de discussões podem se tornar algumas características da noção de grupo de trabalho.

De maneira sucinta, algumas possibilidades da análise da produção escrita em um grupo de trabalho com professores de Matemática são na direção de oferecer condições para eles construírem estratégias didático-pedagógicas mais personalizadas aos seus alunos e aos contextos políticos e sociais nos quais eles estão inseridos; elaborar atividades levando em consideração os modos de seus alunos produzirem significados (isso inclui possibilidades e dificuldades); leituras mais finas do que acontece em sala de aula, em específico aos modos como os alunos produzem significados de suas falas. A professora Ane, por exemplo, em uma discussão em um de nossos encontros, questiona-se: *"Será que eles entenderam a mesma coisa que eu entendi disso que falei?"*.

A análise de produções escritas implementada em grupos de trabalho configura-se como uma estratégia para formação continuada de professores de Matemática, na qual o olhar para o outro, em suas singularidades, em tentativas de leituras plausíveis de seus processos de produção de significado, sem buscar a falta, ou mesmo aquilo que ele deveria falar. Lemos o outro e nos produzimos com ele por meio de suas produções escritas.

Possibilities of the analysis of written production in a working group with Mathematics teachers

Abstract

The purpose of this article is to investigate possibilities of the Analysis of Written Production in a working group with mathematics teachers taking as main theoretical-methodological references the Semantic Fields Model (Lins, 2012) and Written Production Analysis (Buriasco, 2004). Through a qualitative research approach, we produced our data from recordings of eight encounters with teachers who teach mathematics. With intentions to discuss the demands of teaching practice we could highlight some considerations in the direction that a working group with teachers who teach mathematics can offer conditions for them to build diverse didactic-pedagogical strategies customized to their students and to the political and social contexts from their experiences.

Keywords: Demands of the teaching practice. Professional development of teachers. Productions of meanings. Model of semantic fields.

Posibilidades del análisis de la producción escrita en un grupo de trabajo con profesores de matemáticas

Resumen

El objetivo de este artículo es investigar posibilidades del análisis de la producción escrita en un grupo de trabajo con profesores de matemáticas tomando como principales referencias teórico-metodológicas el modelo de los campos semánticos (Lins, 2012) y el análisis de la producción escrita (Buriasco, 2004). Por medio de un enfoque de investigación cualitativa, producimos nuestros datos a partir de grabaciones de ocho encuentros con profesores que enseñan matemáticas. Con intenciones de discutir las demandas de la práctica docente pudimos destacar algunas consideraciones en la dirección de que un grupo de trabajo con profesores que enseñan matemáticas puede ofrecer condiciones para que éstos construyan diversificadas estrategias didáctico-pedagógicas personalizadas a sus alumnos y a los contextos político y social a partir de situaciones de sus experiencias.

Palabras clave: Demandas de la práctica docente. Desarrollo profesional de profesores. Producciones de significados. Modelo de los campos semánticos.

Notas

1 Projeto aprovado no Edital Universal CNPq 2012.

2 "Ser Cognitivo" é uma direção que se caracteriza por manifestações de pertinência, ou seja, constituído por culturas, práticas sociais. Diferentemente do ser biológico, que tem como sua manifestação de sobrevivência a alimentação e reprodução, o ser cognitivo sobrevive a partir das legitimidades das produções de significados.

3 O princípio da reinvenção guiada leva em conta que o conhecimento não deve ser transmitido pelo professor, mas sim elaborado pelo aluno. O processo de reinvenção exige que os alunos se envolvam com situações realísticas, com a intenção de matematizá-las, em um processo semelhante ao vivenciado pelo matemático profissional (PIRES, 2013, p. 24).

4 Essa é uma noção ainda em construção. Os trabalhos do grupo de Pesquisa e Desenvolvimento Formação, Avaliação e Educação Matemática (FAEM), em diálogo com noções do MCS, estão na direção de delinear algumas demarcações para essa noção. Para mais informações, acessar: www.faem.com.br

5 Esse problema é amplamente discutido nos trabalhos do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática e Avaliação (GEPEMA) com foco em analisar produções escritas de alunos. Nossa intenção em nosso grupo de trabalho foi analisar as análises dos professores em relação à análise da produção escrita de seus alunos. Para mais informações dos trabalhos do GEPEMA, consultar: http://www.uel.br/grupo-estudo/gepema/

Referências

BURIASCO, Regina Luzia Corio. de. Análise da produção escrita: a busca do conhecimento escondido. In: ROMANOVSKI, J. P.; MARTINS, P. L. O.; JUNQUEIRA, S. R. A. (Org.). *Conhecimento local e conhecimento universal*: a aula, as aulas nas ciências naturais e exatas, aulas nas letras e artes. Curitiba. Champagnat, 2004. p. 243-251.

BURIASCO, Regina Luzia Corio. de. *Análise da produção escrita como oportunidade para o desenvolvimento profissional de professor que ensinam matemática*. Proposta ao CNPq. Edital Universal – MCTI/CNPq Nº 14/2012. Londrina: GEPEMA, 2012.

CIANI, Andréia Büttner. *O realístico em questões não-rotineiras de matemática*. 2011. 166 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) –Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

D'AMBROSIO, Beatriz Silva. *O professor-pesquisador diante da produção escrita dos alunos*. Revista de Educação, Campinas, v. 18, n.3, p. 249-258, set./dez. 2013.

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. História oral e educação matemática. In: BORBA, M. C; ARAUJO, J. L. (Org.) *Pesquisa qualitativa em educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

LINS, R. C. Por que discutir Teoria do Conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). *Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas*. Rio Claro: Editora UNESP, 1999. p. 75-94.

LINS, R. C. Characterizing the mathematics of the mathematics teacher from the point of view of meaning production. In: International Congress on Mathematical Education, 10, Copenhagen, 2004. Copenhagen. *Proceedings*… Plenary and Regular Lectures, 2006. p.1-16.

LINS, R. C. O Modelo dos campos semânticos: estabelecimento e notas de teorizações. In: ANGELO, Claudia Laus [et al.] *Modelo dos campo semânticos e educação matemática*: 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012.

OLIVEIRA, Ana Teresa de; PALIS, Gilda de La Roque. O potencial das atividades centradas em produções de alunos na formação de professores de matemática. *Relime*, v. 14, n.3, p. 335-359, 2011.

PIRES, Magna Natalia Marin. *Oportunidade para aprender: uma prática da reinvenção guiada na prova em fases*. 2013. 122 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) –Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

VIOLA DOS SANTOS, João Ricardo. *O que alunos da escola básica mostram saber por meio de sua produção escrita em matemática*. 2007. 115 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) –Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.

VIOLA DOS SANTOS, João Ricardo; BURIASCO, Regina Luzia Corio; CIANI, Andréia Büttner. A avaliação como prática de investigação e análise da produção escrita em matemática. *Revista de Educação*, Campinas, v.25, p.35-45, 2008.

VIOLA DOS SANTOS, João Ricardo. *Legitimidades possíveis para a formação matemática de professores de matemática* (ou: assim falara Zaratustras: uma tese para todos e para ninguém). 2012. 360 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2012.

WESLEY DA SILVA, Darlysson. *Conhecimentos de professores que ensinam matemática em um grupo de trabalho que analisa produções escritas em matemática*. 2015. 164 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) –Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2015.

Enviado em 02 de junho de 2018.

Aprovado em 12 de agosto de 2018.

UMA POSSIBILIDADE DE DISCUSSÕES FILOSÓFICAS E MATEMÁTICAS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA*

Rejane Siqueira Julio*

José Claudinei Ferreira**

Resumo

Este artigo se apresenta como uma possibilidade de pensar disciplinas, sejam elas de conteúdo matemático ou até mesmo de conteúdo educacional, em que discussões matemáticas e filosóficas estejam presentes na busca de ampliação dos repertórios matemático, cultural e educacional na formação de professores. Para isso, abordamos e discutimos o caso da definição do círculo e suas possíveis representações, bem como estranhamentos – entendidos como uma situação na qual uma pessoa se vê em uma posição em que não consegue dar conta de ou aceitar algo – que podem ser causados nesse processo. Esses estranhamentos podem contribuir, por sua vez, para a ampliação desses repertórios, e potencializar essas discussões na formação de professores.

Palavras-chave: Estranhamento. Matemática. Filosofia da Educação Matemática. Formação de professores de Matemática. Educação Matemática.

Introdução

O estudo que apresentamos neste artigo surgiu de conversas realizadas entre os autores na época em que coordenavam um curso de Licenciatura em Matemática e estavam vivenciando o processo de alteração do projeto pedagógico deste curso, em conjunto com outros professores. Na época, os autores entenderam que as discussões sobre a alteração do projeto pedagógico se baseavam em retirar disciplinas e colocar outras no lugar, de acordo com as crenças ou experiências dos professores deste curso sobre o que achavam interessante ou importante em termos de conteúdos matemáticos, e até mesmo educacionais, para a formação de professores de Matemática. A partir de um momento, de retirada e inserção de disciplinas, as discussões se direcionaram para o que consideramos importante que o futuro professor de Matemática vivencie, quem são nossos alunos e o que podemos fazer para que eles permaneçam no curso e tenham uma formação que consideramos adequada.

Foi a partir disso que nós, autores deste artigo, baseados em nossas práticas profissionais de pesquisa e docência, voltamo-nos para a posição de que não bastava criar ou eliminar disciplinas, mas que as disciplinas poderiam trazer discussões que não focassem exclusivamente no conteúdo matemático, e sim em uma ampliação

* Doutora em Educação pela Unicamp, docente do Instituto de Ciências Exatas e do Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade Federal de Alfenas. E-mail: rejane.julio@unifal-mg.edu.br

** Doutor em Ciências Matemáticas pelo Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo, docente do Instituto de Ciências Exatas e do Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada à Biometria da Universidade Federal de Alfenas. E-mail: jose.ferreira@unifal-mg.edu.br

de repertório matemático, educacional e cultural que envolve também uma ampliação de formas de ver a Matemática e a docência, concordando com Lins (2005), que defende que um professor

> [...] precisa saber *mais*, e não *menos* Matemática, mas sempre esclarecendo que este *mais* não se refere a mais conteúdo, e sim a um *entendimento*, uma *lucidez* maior, e isto inclui, necessariamente, a compreensão de que *mesmo dentro* da *Matemática do matemático* [tal como discutida em Lins (2004b)] produzimos significados diferentes para o que parece ser a mesma coisa (LINS, 2005, p. 122, comentário nosso).

Deste modo, nosso estudo se caracterizou por buscar possibilidades ou situações que permitam potencializar discussões sobre formação de professores de Matemática na direção de uma ampliação nos modos de produzir significado (LINS, 2004b) para Matemática e docência, em outros termos, uma ampliação nos modos do que se pode e efetivamente se fala de/sobre Matemática e docência.

Neste processo, nós nos deparamos com um trecho do livro *As Formas de Platão*, escrito por Lawrence (2012), que foi ao encontro de nossas discussões. Neste trecho, o autor insere uma figura similar à Figura 1 abaixo e afirma: “Veja a ilustração: isto é um círculo? Espero que você diga que não” (LAWRENCE, 2012, p. 152).

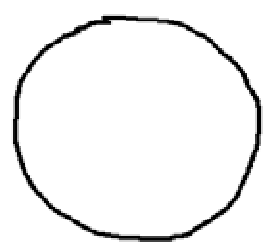


Figura 1 – Esta figura é um círculo?
Fonte: dos autores

As falas de Lawrence (2012) nos levaram a desenvolver a seguinte discussão: Por que a Figura 1 não é um círculo? Talvez alguém diga que não é um círculo, concordando com o autor, porque a figura parece não satisfazer a definição: seja A um ponto do plano e r um número real positivo; o círculo de centro A e raio r é o conjunto dos pontos B do plano tais que a distância de A até B é igual a r (BARBOSA, 2006). Outras respostas podem ser dadas, uma delas é que a Figura 1 é diferente daquelas que usualmente são colocadas em livros didáticos de Matemática, como a Figura 2.

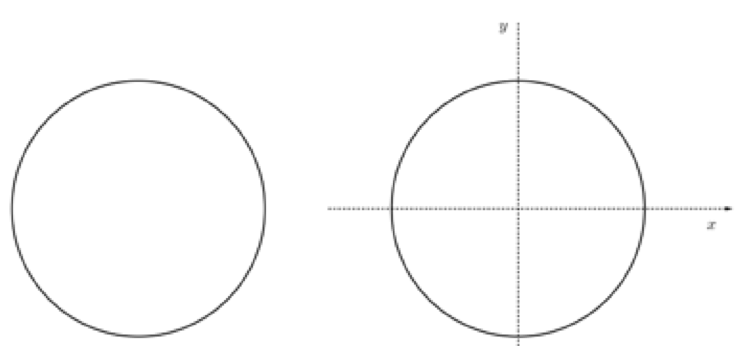


Figura 2 – Representação do círculo
Fonte: dos autores

Quando os professores do Ensino Superior definem, em disciplinas de Geometria Euclidiana Plana (GEP), o círculo de centro *A* e de raio *r*, tal como Barbosa (2006), é usual que eles façam um desenho do círculo para ilustrar a definição. Ao fazerem isso, muitos dizem que o que eles estão fazendo, na verdade, não é um círculo, é uma representação dele, porque a representação ou o traçado da circunferência já foge da definição e da unidimensionalidade da linha, pois o traçado dela possui uma área.

Essa fala do professor pode ser abordada, talvez sem esse professor pensar nisso, do ponto de vista de uma visão filosófica platônica de Matemática, na qual os objetos matemáticos não são reais, "sua existência é um fato objetivo, totalmente independente de nosso conhecimento sobre eles. [...]. Existem fora do espaço e do tempo da experiência física. São imutáveis – não foram criados e não mudarão ou desaparecerão" (DAVIS; HERSH, 1985, p. 359).

Isso gera um estranhamento (LINS, 2004a; OLIVEIRA, 2011) em muitos estudantes, o que pode ser visto como uma situação na qual uma pessoa se vê em uma posição em que não consegue dar conta de ou aceitar algo. Em outros termos, o estranhamento pode ser visto, também, como uma situação em que existe "[...] de um lado aquele para quem uma coisa é natural – ainda que estranha – e de outro aquele para quem aquilo [que é dito pelo primeiro] não pode ser dito" (LINS, 2004a, p. 116, comentário nosso). Tal situação ocorre porque talvez eles nunca tenham pensado que os círculos que desenhavam e utilizavam para resolver exercícios de Matemática na escola não poderiam ser círculos, somente representações mentais deles, algo bem diferente, também, do que se passa na vida cotidiana, pois se uma pessoa quer comprar uma mesa de madeira circular, lá está um círculo feito por um marceneiro e esse círculo é real para essa pessoa.

Se essa situação já causa um estranhamento nos estudantes, o que dizer, então, da resposta de que talvez a Figura 1 seja a representação de um círculo tal como definido por Barbosa (2006)? Ou, então, que a definição de círculo apresentada permita que ele tenha a representação gráfica dada por um quadrado ou por outras figuras/formas?

Esses questionamentos possuem uma relação com o que pensamos que seja uma contribuição para a ampliação de repertório matemático, pois, por meio dos estranhamentos que eles podem causar, essa é uma oportunidade para a realização de discussões matemáticas e filosóficas que favoreça isso.

Assim como a Matemática oferece uma oportunidade de vivenciarmos diferentes produções de significados para suas noções, ela também "oferece uma oportunidade única de viver o estranhamento peculiar ao encontro com noções que contrariam em tudo o senso comum cotidiano" (LINS, 2005, p.122). O mesmo acontece com a Filosofia da Educação Matemática, que nos permite entrar em contato com diferentes modos de produção de significados para Matemática, Educação, Educação Matemática, sujeito e conhecimento, por exemplo, e possui como uma de suas preocupações as ações de um professor e análises delas (BICUDO, 2018).

Desta forma, neste artigo, fazemos uma discussão sobre os estranhamentos mencionados de forma a sugerir que as próprias disciplinas de um curso de Licenciatura em Matemática, como as de GEP e de Espaços Métricos (EM), dentre outras, podem ser uma ótima oportunidade para discutir Matemática e modos de ver/lidar com a Matemática na docência e na formação de professores sem que necessariamente se tenha que criar disciplinas específicas de Filosofia da Educação (ou da Matemática ou da Educação Matemática) ou disciplinas de conteúdo matemático. Para isso, fazemos uma abordagem matemática sobre possíveis formas do círculo, relacionando-a às filosofias platônica e wittgensteiniana de Matemática.

1. As formas do círculo

Somente a definição do círculo não garante que sempre vamos ter uma representação dele como na Figura 2, tal como os estudantes estão habituados a ver na Educação Básica e Superior. Isso ocorre devido ao modo como medimos o raio do círculo ou, de forma mais geral, como medimos distâncias.

Na GEP, a existência de medidas de segmentos, como é o caso do raio do círculo, é feita de forma axiomática, como vemos em Barbosa (2006). Uma forma usual de calcular esse raio pode ser pela fórmula que relaciona o comprimento de uma circunferência com seu diâmetro multiplicado por π. Quando são dados os pontos *A* e *B* do círculo, conforme a definição de Barbosa (2006), um modo de medir a distância entre eles é usar uma régua, o que pode apresentar dificuldades para medição exata de segmentos, como a diagonal de um quadrado. Ainda que isso ocorra, ela é um instrumento de medida, mas não é o único modo que temos para realizar medidas.

Na Geometria Analítica (GA), dados os mesmos dois pontos *A* e *B* do plano, vistos em um sistema de coordenadas ortogonais, podemos usar o Teorema de Pitágoras para calcular a distância entre eles, como veremos adiante, e esse também não é o único modo de medir. Se considerarmos o contexto da disciplina de EM, outros modos de medir distâncias, que estão de acordo com os axiomas de medição da GEP, podem ser feitos respeitando a seguinte definição de métrica ou distância, baseada em Lima (2003): uma métrica em um conjunto não vazio *M* é uma função $d{:}M \times M \to R$, que associa a cada par ordenado de elementos $x, y \in M$ um número real $d(x, y)$, chamado de distância de x a y, de modo que sejam satisfeitas as seguintes condições para quaisquer $x, y \in M$: 1) $d(x, x)=0$, a distância de um ponto a ele mesmo é zero; 2) Se $x \neq y$ então $d(x, y)>0$, a distância entre dois pontos distintos é positiva; 3) $d(x, y)=d(y, x)$, a distância de um ponto até outro é a mesma do outro ponto até este um; 4) $d(x, z) \leq d(x, y)+d(y, z)$ (desigualdade triangular), se me desviar do caminho usado para medir a distância entre dois pontos e passar por um terceiro ponto, esta nova distância não será menor.

A definição de métrica é importante para o conceito de espaço métrico, dada pelo par (*M, d*), sendo *M* um conjunto não vazio e *d* uma métrica em *M*. De acordo com Lima (2003), "os elementos de um espaço métrico podem ser de natureza bastante arbitrária: números, pontos, vetores, matrizes, funções, conjuntos etc." (LIMA, 2003, p. 1).

O plano da GEP possui uma estrutura de espaço métrico quando o enxergamos como um sistema de coordenadas ortogonais da GA. Ele pode ser chamado de espaço euclidiano e escrito como $R^2=R \times R$, cujos elementos desse espaço, chamados de pontos, são da forma $A=(x_1, y_1)$. Se escolhermos dois pontos $A=(x_1, y_1)$ e $B=(x_2, y_2)$, podemos calcular a distância entre eles utilizando o Teorema de Pitágoras, escrito como: $d(A, B)^2=(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2$. Com isso e a definição de círculo, temos o círculo da GEP como representamos na Figura 2.

Por outro lado, com o mesmo plano e sistema de coordenadas da GA, podemos definir a métrica $d_1(A, B)=|x_1-x_2|+|y_1-y_2$, que, em termos atuais, pode ser chamada métrica do táxi (ou da soma). Agora, com a definição de círculo, a representação física da figura mudará para um quadrado, conforme a Figura 3.

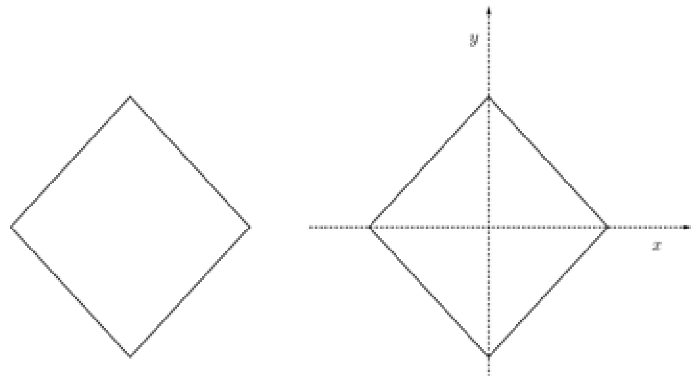


Figura 3 – Representação do quadrado
Fonte: dos autores

Exemplificando formalmente a construção da Figura 3, escolhemos o raio $r=1$ e o centro do círculo $O=(0,0)$. Podemos encontrar os pontos $B=(x_2,y_2)$ que satisfaçam $d_1(O, B)=|0-x_2|+|0-y_2|=1$. Analisando a expressão de d_1 em quatro situações, por exemplo, se $x_2<0$ e $y_2<0$, *temos* $-x_2-y_2=1$, vemos que cada uma delas forma um segmento de reta no plano cartesiano que define os quatro lados do quadrado.

De uma forma mais ampla, essas métricas são casos particulares de uma métrica conhecida por norma *p*, com pesos positivos *b* e *c*, para algum número real $p\geq 1$, dada por: $d(A, B)^p=b(x_1 - x_2)^p+c(y_1-y_2)^p$, com $A=(x_1, y_1)$ e $B=(x_2, y_2)$ pontos do plano. Existe ainda uma norma *p*, com pesos positivos *b* e *c*, para p infinito, dado por $d(A,B)=max(b|x_1 - x_2|, c|y_1 - y_2|)$. É importante destacar que esses pesos têm sentido físico, por exemplo, considerando a norma 1 ou do táxi, os pesos *b* e *c* podem representar a inclinação em um quarteirão de uma cidade, o que certamente influi no gasto de combustível, no esforço do motor de veículos e no custo do trajeto. Para $p=2$ e $c=b=1$, temos o círculo da Figura 2, para $p=1$ e $c=b=1$, o da Figura 3. Para outros valores de *p, c* e *b* teremos outros círculos, como na Figura 4, abaixo, em que na primeira $p=4$ e $c=b=1$, a segunda com $p=18$ e $c=b=1$, a terceira $p=18$, $b=10000$ e $c=1$ tem a forma de um celular, a quarta com $p=2$, $c=1$ e $b=2$ tem a forma de uma elipse.

Figura 4 – Diferentes representações de círculo
Fonte: dos autores

Apresentamos mais dois exemplos de círculos, em um contexto bastante semelhante ao do plano, considerando uma superfície hiperbólica representada em um sistema com três coordenadas cartesianas da forma *$(x,y, x^2 - y^2)$*. Nesse contexto, podemos ainda obter figuras mais estranhas que satisfazem à definição de círculo. Esse é o caso da Figura 5, que apresenta dois círculos obtidos nessa superfície hiperbólica através da métrica induzida por uma norma no plano *xy*, ou seja, a distância entre dois pontos da superfície usa apenas as coordenadas *x* e *y*. Usamos as normas 1 e 2, com pesos *b=c=1*.

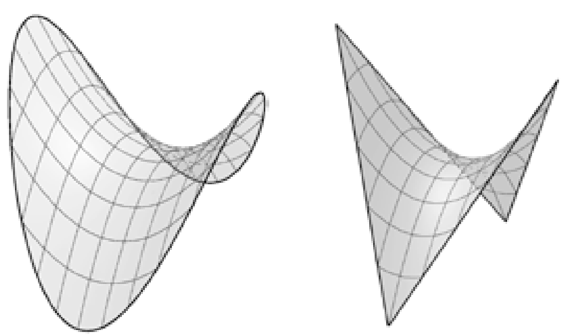


Figura 5 – Círculos obtidos sobre a superfície hiperbólica
Fonte: dos autores

Voltando à Figura 1, que gerou toda essa discussão, ainda hoje não sabemos se podemos chamá-la de círculo, porque não encontramos uma métrica que atenda à definição de círculo e que possua a representação dada. Com o que parece ser uma mesma definição, podemos ter várias figuras diferentes representadas, o que pode nos levar a questionar se há algum problema com a definição de círculo. Para nós, a resposta é não. Na GEP, a definição de círculo é dada de modo que a medida do raio está em conformidade com os axiomas de medição de segmentos. No entanto, esse não é o único modo de medir distâncias; uma vez que ele muda, podemos ter representações gráficas diferentes de círculo. Assim como o modo de medir distância não é único, o espaço euclidiano plano também não é o único espaço métrico que existe na Matemática. Outras disciplinas, como Álgebra Linear e Cálculo Numérico, lidam com a noção de norma/métrica e oferecem uma oportunidade de os professores e futuros professores de Matemática ampliarem seus repertórios matemáticos e discutirem noções que podem causar estranhamentos. No entanto, nem sempre é feita uma discussão da relação dessas disciplinas com a GEP ou com a GA, como a que iniciamos neste artigo. Isso faz com que os estudantes ou os professores percebam essa disciplina apenas como mais uma disciplina de conteúdo matemático a ser enfrentada e que não tem relação direta com a prática docente.

As discussões matemáticas que fizemos podem, de início, causar estranhamentos aos professores e futuros professores, devido ao modo como eles estavam acostumados a lidar com a definição e a representação de círculo sem, necessariamente, dar um destaque tão grande para o modo de medir distância. Mas esse estranhamento também está relacionado com um modo de ver e falar sobre a Matemática, principalmente com os futuros professores de Matemática, como abordaremos na próxima seção.

2. Círculo e filosofias da Educação Matemática

O primeiro estranhamento causado pela definição do círculo e pela representação dele por uma figura, que não é o círculo verdadeiro para alguns professores, marca uma visão exclusivista de Matemática que pode, de certa forma, ser explicada na filosofia platônica. Ela separa o mundo em sensível e inteligível, sendo o primeiro o mundo que vivemos e o segundo o mundo no qual as coisas existem verdadeiramente e que devemos almejar. Nesta filosofia, a Matemática – no caso a geometria e a ciência de calcular – contribui para a ligação entre esses mundos, por ser o conhecimento do que existe sempre e não do que se gera ou se destrói ou do que tenha corpos visíveis ou palpáveis, como vemos no diálogo de Sócrates com Glauco em Platão (2001).

Sendo a Matemática uma forma de fazer a ligação entre os mundos inteligível e sensível, a sua compreensão, assim como a compreensão do mundo inteligível, dá-se por meio de quatro modos: nome, definição, imagem e conhecimento (ou ciência).

Exemplificando com o caso do círculo, o objeto, cujo nome é "círculo", possui a definição que colocamos e uma imagem dada pela representação do círculo por meio de construções (Figura 2). Essas construções podem ser apagadas ou destruídas, o que não acontece com o círculo verdadeiro, pois ele é o que existe sempre. Nome, definição e imagem são os três primeiros modos (ou graus) de conhecimento.

> O conhecimento, quarto modo, não é nem o círculo real (o próprio círculo em si mesmo), nem são os três modos de conhecimento [...], mas a compreensão que nossa alma tem da ligação entre eles – o quarto modo é o que se passa em nossa mente quando o nome, a definição e a imagem são produzidos. [...] O quarto modo é o conhecimento do conhecer, isto é, o sabermos que temos três modos de conhecer e sabermos que o objeto alcançado por esses três modos não se confunde com o objeto real (isto é, o círculo em si, a essência do círculo, pois o verdadeiro círculo está além das palavras e dos traços) (CHAUÍ, 2002, p.245-246).

Só se chega ao conhecimento verdadeiro do objeto por uma espécie de "fricção" entre os quatro primeiros modos, o que

> [...] produz uma espécie de faísca, uma luz que nos faz ver a pura ideia da coisa. Ou seja, passando de um a outro, indo e voltando de um a outro dos quatro modos, subitamente, como em um lampejo, nossa alma vê diretamente o objeto real, tem dele uma visão intelectual, tem o que, mais tarde, Platão chamará de intuição, um contato direto e instantâneo com a essência pura ou ideia pura da coisa procurada (CHAUÍ, 2002, p.247).

Os modos de conhecer ou a "exposição da teoria do conhecimento [de Platão] é, ao mesmo tempo, a exposição da separação e diferença entre o sensível e o inteligível" (CHAUÍ, 2002, p. 249), cuja ligação deles se dá por uma passagem aos graus de conhecimento.

Nesse processo de conhecimento, é a alma que rememora ou descobre o que existe no mundo inteligível, pois conhecer é lembrar (Teoria da Reminiscência), ou seja, "a alma aprendeu, antes da encarnação, tudo aquilo de que ela, novamente, adquirirá o conhecimento, de sorte que investigar e aprender é reativar um saber total que se encontra latente na razão" (CHAUÍ, 2002, p.266).

Um exemplo de rememoração se dá no diálogo de Sócrates com um escravo de Mênon (PLATÃO, 2010), no qual Sócrates o leva a rememorar, por meio de perguntas e respostas, a solução do problema de encontrar o lado de um quadrado cuja área é o dobro da área de um dado quadrado.

A filosofia de Platão assumiu, no decorrer do tempo, algumas alterações. Silva (2007) afirma que há várias versões do platonismo na Filosofia da Matemática, dentre elas o racionalismo e o estruturalismo, por compartilharem algumas ideias originais de Platão, que são, de certo modo, as filosofias realistas (ontológicas – que acreditam que os objetos matemáticos não são objetos deste mundo – ou epistemológicas – que acreditam ser a verdade matemática independente da ação do sujeito).

Nessas versões de platonismo, tem-se, com base em Silva (2007), que a Matemática é uma ciência objetiva, que investiga realidades objetivas e busca verdades por meio de descobertas e não criação, o que nos remete à Teoria da Reminiscência de Platão; é uma ciência *a priori*, ou seja, independe da experiência, em que um caso exemplar é a discussão feita sobre o círculo; é verdadeira na medida em que corresponde à realidade matemática como ela é, de fato, e seus enunciados têm um valor de verdade (verdadeiro ou falso), ainda que desconhecido, determinado de uma vez por todas; sempre soluciona seus problemas e, se ainda existem problemas em aberto na Matemática, é porque não há desenvolvimento matemático suficiente para solucioná-los, já que as respostas em si estão determinadas.

Na nossa leitura, nesta filosofia, o estranhamento das diferentes imagens geradas para o círculo de acordo com a definição apresentada por Barbosa (2006) não passa de uma confusão que fazemos aqui no mundo sensível por ainda não conhecermos e sabermos lidar com os descobrimentos de mais Matemática, como é o caso de podermos medir distâncias de diferentes modos.

Cada novo modo de medir distância, mantendo-a constante, proporciona-nos diferentes representações de figuras geométricas que podemos chamar de círculo em um abuso de linguagem, porque o círculo sai de cena e o que permanece é a definição de um objeto condicionada à definição e à escolha de uma métrica. Isso significa que cada objeto representado possui propriedades que o caracteriza e o enquadra em uma definição que não se altera, como é o caso do quadrilátero representado, cujos lados são iguais e seus ângulos são de noventa graus, enquadrando-se na definição de quadrado. Além disso, a representação dos diferentes círculos é algo que fazemos no mundo sensível como uma forma de ilustração. Por mais que exista a representação de círculo, tal como na Figura 1, ou então as diferentes representações que exibimos, elas são versões do mundo inteligível, sendo que nele pode existir uma que atenda a todas as representações que esboçamos e que sequer conseguimos imaginar.

A partir do momento que uma pessoa estuda EM ou GEP com as discussões que fizemos sob a ótica da filosofia platônica, acreditamos que essa pessoa descobrirá mais Matemática que está relacionada com seus conhecimentos anteriores e que não alteram suas essências.

Um encaminhamento diferente para o estranhamento das diferentes formas do círculo pode ser visto na filosofia de Ludwig Wittgenstein. Nela, “[...] é evidente que a Matemática, em certo sentido, é uma doutrina [...]” (WITTGENSTEIN, 2009, XI, p.292), mas ela “[...] é, também, um *fazer*” (Ibid.), uma ação humana que a coloca em movimento no mundo.

O matemático é um inventor, e não um descobridor, ele “inventa sempre novas formas de representação, umas estimuladas por necessidades práticas; outras, por necessidades estéticas, e várias outras ainda” (WITTGENSTEIN, 2009, I, §167, p.75). “O matemático produz essências” (WITTGENSTEIN, 1978, I, §32, p.29) e, por fazer isso, produz novos estranhamentos em relação às essências anteriormente produzidas, bem como a impossibilidade de se produzir uma essência pura que dê conta de todas as outras já produzidas ou que podem ser produzidas.

A Matemática não fica restrita ao fazer de matemáticos, mas a fazeres baseados em práticas sociais tais como “aquelas realizadas [...] pelos professores de Matemática, pelas diferentes comunidades constituídas com base em vínculos profissionais, bem como pelas pessoas em geral em suas atividades cotidianas” (MIGUEL; VILELA, 2008, p.112).

Para Miguel (2014), na perspectiva da Matemática como um fazer, no mundo de uma granja, em que as práticas devem ser realizadas em conformidades com regras, inclusive a divisão de ovos de galinhas em cartelas,

> [...] faria sentido (mesmo que, em tal mundo, a palavra “Matemática” não seja usada nesse sentido) falar-se em práticas matemáticas como o conjunto de jogos de linguagem [que serão abordados adiante] normativamente orientados – isto é, orientados por propósitos inequívocos – que nele são realizados. [...] Assim, nesse mundo, os trabalhadores que encenam práticas normativamente orientadas quer, por regras definidas pela legislação, quer por outras de naturezas diversas, estariam envolvidos em atividade matemática, ainda que nenhum conteúdo “tipicamente matemático” (escolar ou científico-acadêmico) pudesse ser visibilizado ou percebido

> nessas encenações corporais (MIGUEL, 2014, p.23, comentário nosso).

Essa fala de Miguel muda o modo de ver a Matemática. O foco deixa de ser a Matemática vista como um corpo cumulativo proposicional de conhecimentos ou conteúdos universais consensualmente considerados como matemáticos por uma determinada comunidade de especialistas e passa a ser um conjunto ilimitadamente aberto de práticas ou ações humanas, realizadas (ou que poderão vir a sê-lo) em quaisquer campos de atividade humana, que sejam orientadas por propósitos sociais normativos – isto é, que precisam ser vistos como inequívocos – para que tais propósitos possam ser atingidos.

A definição de círculo na GEP e nos EM, na perspectiva wittgensteiniana, desempenha papéis diferentes: no primeiro caso, ela é uma proposição normativa, e daí qualquer menção a círculos decorrerá da definição dada por Barbosa (2006); no segundo caso, a definição opera como uma proposição descritiva de uma métrica, cuja representação gráfica pode ser um quadrado.

Gottschalk (2007) afirma que o filósofo Ludwig Wittgenstein faz uma distinção entre proposições empíricas e gramaticais, considerando que as primeiras têm uma função descritiva (descrever objetos empíricos, ideais ou mentais) e as segundas um papel normativo, ou seja, dizem o que é ser algo, que são as condições para qualquer descrição do mundo empírico. Essa distinção não é rígida, porque uma mesma proposição pode ter diferentes funções e depende do contexto de enunciação.

> O que é importante ressaltar nesta distinção que Wittgenstein faz em relação aos diferentes usos possíveis de uma mesma proposição, é que a função exercida se mostra no próprio *uso* da proposição. São as circunstâncias que esclarecem o tipo de função que estarão exercendo (GOTTSCHALK, 2007, p.117).

As diferenças de usos de proposições se mostrarão em jogos de linguagens, sendo eles a totalidade formada pela linguagem e atividades a ela entrelaçada (WITTGENSTEIN, 2009, §7). A base de um jogo de linguagem é o nosso agir (WITTGENSTEIN, 2012, §204) situado no tempo e no espaço e não em um mundo ideal, existente independentemente das ações humanas. Tanto é que não faz sentido falar em essência de um jogo de linguagem. Nem Wittgenstein (2009) se preocupou em definir precisamente noções como a de jogos de linguagem, ele exemplificou alguns: ordenar e agir segundo as ordens, descrever um objeto pela aparência ou pelas suas medidas, relatar um acontecimento, pedir, rezar, agradecer etc. Isso significa que também não faz sentido falar em essências das palavras, por exemplo, em essência da palavra matemática ou círculo. Neste sentido, o que é círculo passa a ser visto como usamos a palavra círculo nas atividades que exercemos.

Nesta perspectiva, as discussões sobre o círculo, sua representação e sobre o círculo quadrado ou outras formas do círculo vão em direção diferente da filosofia platônica e suas versões, pois cada uso de círculo inventa um novo uso da palavra "círculo" em um novo jogo de linguagem orientado por um novo propósito normativo, podendo assumir função descritiva ou normativa. O círculo deixa de ser visto como único, verdadeiro e infalível (um conceito dogmático) advindo da intuição considerada como um contato direto e instantâneo com sua essência.

Sobre o círculo quadrado ou as diferentes formas de círculo, não é uma confusão falar desses modos. Há jogos de linguagem nos quais podemos falar isso e entendê-los, por haver uma gramática que vai dizer que espécie de objeto uma coisa é (WITTGENSTEIN, 2009, §373), isto é, a partir da definição e da escolha de uma métrica, uma figura poderá ser representada fisicamente, como é o caso do círculo da Figura 2.

A partir do momento que um professor compara os jogos de linguagem, como é o caso do círculo na GEP e nos EM, "descrevendo um como variação do outro; descrevendo-os e colocando em relevo as diferenças e analogias" (WITTGENSTEIN, 1978, II, §49, p.112), os alunos podem entender melhor a situação do círculo e suas diferentes representações.

As filosofias abordadas – que não são as únicas – nos permitem lidar de modos distintos com a situação do círculo e suas possíveis representações. Elas são, no nosso ponto de vista, exemplares no sentido de gerar estranhamentos e fomentar discussões sobre diferentes modos de produção de significado para Matemática, círculo e outras noções, ainda que um professor ou futuro professor se sinta influenciado por uma delas na sua docência.

Considerações finais

Neste artigo, apresentamos uma discussão Matemática e filosófica para abordar estranhamentos causados pela definição de círculo e suas possíveis representações, como uma possibilidade de pensar a formação de professores de Matemática em disciplinas de conteúdo matemático, mas não ficando restrito a elas.

Um modo filosófico, platônico, está relacionado à essência das coisas. Nele, falar em diferentes formas do círculo é uma confusão, pois, no espaço euclidiano, R^2 diferentes modos de medir distância, mantendo-a constante, gera diferentes figuras que estão em conformidade com a definição de círculo, mas que possuem seus próprios e imutáveis nomes, definições, imagens e conhecimentos. A confusão se dá no mundo sensível, onde as pessoas ainda não têm o conhecimento verdadeiro da Matemática.

Na filosofia wittgensteiniana, o foco está no uso das palavras e proposições. Falamos de círculo quadrado, por exemplo, porque com um modo de medir distância podemos ter um quadrado que atende à definição de círculo. A cada uso diferente da palavra círculo e de uma métrica, novos jogos de linguagem são jogados e cumprem diferentes papéis.

Ao apresentar duas filosofias diferentes, pode ocorrer o questionamento de qual defendemos ou acreditamos. Os autores deste artigo têm visões filosóficas diferentes e isso não nos impediu de trabalharmos juntos e enriquecermos nosso repertório filosófico e matemático.

Em relação às discussões matemáticas, acreditamos que as disciplinas caracterizadas por serem de conteúdo matemático, como o caso de disciplinas de GEP ou de EM, podem trazer as discussões que fazemos neste artigo, dentre outras, utilizando, inclusive, recursos tecnológicos – como o GeoGebra, que usamos na produção das imagens apresentadas –, e podem contribuir para uma ampliação de repertório matemático e educacional tal como abordado por Lins (2005).

Para finalizar, consideramos, baseados em Lins (2005), Oliveira (2011) e Viola dos Santos e Lins (2016), que o estranhamento é algo com o que nos deparamos em nossas vidas de professores, não somente nas discussões Matemáticas e filosóficas, mas também no encontro com alunos e seus diferentes pontos de vista. A vivência de estranhamentos na formação docente pode nos ajudar a encarar os que ocorrem em sala de aula na perspectiva de nos abrirmos para novas possibilidades de comunicação e de produção de conhecimentos.

A possibility of philosophical and mathematical discussions in the Mathematics teachers training

Abstract

In this paper, we present a possibility to think about mathematical and philosophical discussions in disciplines of mathematics, or even educational content in order to increase mathematical, cultural and educational repertories in the mathematics teachers training. For this, we discuss the case of circle's definition and its possible representations, as well as strangeness – understood as a situation in which a person finds himself in a position that cannot be handled or accepted – that can be caused in this process. This strangeness can contribute to the enlargement of repertories and foster mathematics and philosophical discussions in teacher training.

Keywords: Strangeness. Mathematics. Philosophy of Mathematics Education. Teacher training in Mathematics. Mathematical Education

Una posibilidad de discusiones filosóficas y matemáticas en la formación de profesores de matemáticas

Resumen

Este artículo se presenta como una posibilidad de pensar disciplinas, sean ellas de contenido matemático o de contenido educativo, en que discusiones matemáticas y filosóficas estén presentes en la búsqueda de ampliación de los repertorios matemáticos, culturales y educativos en la formación de profesores de matemáticas. Para ello, abordamos y discutimos el caso de la definición del círculo y sus posibles representaciones, así como extrañamientos – entendidos como una situación en la que una persona se ve en posición que no puede dar cuenta o aceptar algo – que pueden ser causados en ese proceso. Estos extrañamientos pueden contribuir, a su vez, a la ampliación de repertorios matemáticos, entre otros, y potenciar esas discusiones en la formación de profesores.

Palabras clave: Extrañamiento. Matemáticas. Filosofía de la Educación Matemática. Formación de profesores de Matemáticas. Educación Matemática.

Referências

BARBOSA, J. L. M. *Geometria euclidiana plana*. 10 ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006.

BICUDO, M. A. V. Filosofia da educação matemática: sua importância na formação de professores de matemática. In: SILVA, R. S. R. da (Org.). P*rocessos formativos em educação matemática*: perspectivas filosóficas e pragmáticas. Porto Alegre: Fi, 2018.

CHAUÍ, M. *Introdução à história da filosofia*: dos pré-socráticos a Aristóteles. 2. ed. São Paulo: Companhia das Letras, 2002. v.1.

DAVIS, P. J. e HERSH, R. *A experiência matemática*. 2. ed. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1985.

GOTTSCHALK, C. M. C. Três concepções de significado na matemática: Bloor, Granger e Wittgenstein. In: MORENO, A. R. (org.). *Wittgenstein*: aspectos paradigmáticos. Campinas, Coleção CLE, v. 49, p. 95-133. 2007.

JULIO, R. S.; FERREIRA, J. C. O círculo quadrado como possibilidade de discutir matemática e filosofia da matemática. In: *Congresso Internacional de Ensino de Matemática*, 7, 2017, Canoas-RS. Canoas, RS, 2017.

LAWRENCE, M. *Filosofia de botequim*: 48 questões filosóficas para acompanhar sua cerveja. São Paulo: Alaúde Editorial, 2012.

LIMA, E. L. *Espaços métricos*. 3. ed. Rio de Janeiro: Associação Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, 2003.

LINS, R. C. Monstros, Matemática e Significados. In: BICUDO, M. A. V. e BORBA, M. C. (Orgs.). *Educação matemática*: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004a, p. 92- 120.

LINS, R. C. Characterising the mathematics of the teacher from the point of view of meaning production. In: *International Congress on Mathematical Education*, Copenhagen, 2004b.

LINS, R. C. A Formação Pedagógica em Disciplinas de Conteúdo Matemático nas Licenciaturas em Matemática. *Revista de Educação* PUC-Campinas. Campinas, n.18, p.117-123, 2005.

MIGUEL, A. Is the mathematics education a problem for the school or is the school a problem for the mathematics education? *International Journal for Research in Mathematics Education*. v. 4, n.2, p.5-35. 2014.

MIGUEL, A.; VILELA, D. S. Práticas Escolares de Mobilização de Cultura Matemática. *Caderno CEDES*, Campinas, v.28, n.74, p.97-120. 2008.

OLIVEIRA. V. C. A. *Uma leitura sobre formação continuada de professores de matemática fundamentada em uma categoria da vida cotidiana*. 2011. 207 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas/ Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho": Rio Claro, 2011.

PLATÃO. *A república*. 9. ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2001.

PLATÃO. *Mênon*. 6. ed. Rio de Janeiro: São Paulo: Editora PUC-Rio, Editora Loyola-Editora, 2010.

VIOLA DOS SANTOS, J. R.; LINS, R. C. Uma discussão a respeito da(s) matemática(s) na formação inicial de professores de matemática. *Educação matemática pesquisa*. São Paulo, v.18, n.1, p. 351-372. 2016.

SILVA, J. J. da. *Filosofias da matemática*. São Paulo: Editora UNESP, 2007.

WITTGENSTEIN, L. *Observaciones sobre los fundamentos de la matemática*. Espanha: Alianza Editorial, 1978.

WITTGENSTEIN, L. *Investigações filosóficas*. 6. ed. Petrópolis: Editora Vozes, 2009.

WITTGENSTEIN, L. *Movimentos do pensamento*: diários de 1930-1932/1936-1937. São Paulo: Martins Fontes, 2012.

Enviado em 11 de junho de 2018.
Aprovado em 31 de julho de 2018.

Normas de Publicação

A *Revista Instrumento:* Revista de Estudo e Pesquisa em Educação é uma publicação do Colégio de Aplicação João XXIII, da Universidade Federal de Juiz de Fora, Brasil, e tem como objetivo central a divulgação de artigos, resenhas e relatos ligados à Educação, abarcando cinco áreas principais: Ciências Humanas, Ciências Naturais, Educação Física, Matemática, Letras e Artes.

A Revista Instrumento recebe trabalhos inéditos (artigos, resenhas e relatos de experiência) em **fluxo contínuo** na temática da Educação e suas sub-áreas de conhecimento, e publica, também, um **volume especial**, monotemático. As colaborações para este volume serão analisadas pela Comissão Editorial e devem ser submetidas por um(a) pesquisador(a) doutor(a) responsável pela organização do número proposto. Deverão encaminhar um resumo da proposta do volume temático, contendo a justificativa e a relevância, observando-se o limite de 8 a 10 artigos, originais, de autores nacionais e internacionais (mínimo de 1), com os respectivos vínculos institucionais e resumo dos artigos. Os autores devem, preferencialmente, ser de instituições diferentes e a proposta deve contemplar visões teórico metodológicas diversificadas. Poderão incluir uma resenha ou depoimento. Se após o fechamento das edições houver artigos excedentes, eles ficarão arquivados para os números seguintes. Os autores são avisados sobre o volume, número e ano em que os trabalhos serão publicados.

Os trabalhos encaminhados para publicação devem ser **inéditos**, em meios impressos ou eletrônicos, não sendo permitida a sua apresentação simultânea para avaliação em outro periódico. A revista receberá para publicação artigos redigidos em português, espanhol, inglês. Os artigos em inglês e espanhol devem ser submetidos já revisados em seu idioma de origem e, após a sua aprovação, os artigos em inglês serão traduzidos para o português e revistos pelos autores. Os artigos em espanhol serão publicados no idioma de origem. Na publicação eletrônica, os textos estrangeiros, com exceção do espanhol, serão disponibilizados também em seus idiomas de origem.

Normas para submissão de Colaborações

Categorias de artigos – *Revista Instrumento* publica textos de pesquisa, ensaio, relatos de experiências e resenhas de livros, filmes e outros produtos culturais de interesse para o campo educacional.

Envio dos originais para: revista.instrumento@ufjf.edu.br

O processo de avaliação - Os originais serão submetidos à apreciação prévia da Comissão Editorial, que encaminhará aos pareceristas (no mínimo 02) aqueles que considerar adequados aos critérios editoriais da revista. Cabe aos pareceristas recomendar a aceitação, recusa ou reformulação dos trabalhos. No caso de reformulação, os textos deverão retornar aos pareceristas para avaliação final.

Com o sistema duplo-cego (*blind review*), os nomes dos pareceristas permanecerão em sigilo, omitindo-se também perante estes os nomes dos autores.

A política editorial da revista define as seguintes categorias para avaliação dos textos: conteúdo, forma, originalidade, relevância, atualidade e adequação ao escopo editorial.

A Comissão Editorial se reserva no direito de decidir, mesmo depois de divulgadas as chamadas de artigos, quanto à publicação de volumes especiais ou temáticos, sem prévio aviso aos autores.

Cada autor receberá dois (02) exemplares da revista em que teve seu trabalho publicado; assim, no caso de trabalho com dois autores, serão enviados quatro (04) exemplares.

Apresentação formal dos originais - Os originais deverão ser redigidos na ortografia oficial e digitados em processador de texto *Word for Windows*, em fonte Times New Roman, tamanho 12, espaço 1,5, em folha formato A4, sem numeração de páginas; margens superior e esquerda (3 cm) e inferior e direita (2 cm); número de páginas apropriado à categoria em que o trabalho se insere:

- <u>artigo científico</u>: de 10 a 15 páginas;

- <u>resenha</u>: de 3 a 5 páginas;

- <u>relatos de experiência</u>: de 7 a 10 páginas.

Recomenda-se aos autores que submetam o texto à revisão ortográfica e gramatical antes de apresentá-lo. Observar que, no corpo do texto, não deve haver identificação autoral. Estas orientações devem ser rigorosamente seguidas pelos autores e sua inobservância poderá implicar a não aceitação do texto pela Comissão Editorial.

No preparo do original, deverá ser observada a seguinte estrutura:

Elementos pré-textuais:

a) Título e subtítulo: na primeira linha, centralizados, negrito. Fonte: Times New Roman, corpo 12, somente primeira letra em maiúscula em ambos; se houver alguma nota de rodapé já no título, inserir com ASTERISCO (e não número);

b) O nome do autor: duas linhas abaixo do título, alinhado à direita, em maiúsculas somente as iniciais dos nomes; inserir ASTERISCO (e não número) para introduzir, no rodapé, dados dos autores (titulação, vínculo e e-mail);

c) Resumo e palavras-chave: o resumo não deve ultrapassar 800 caracteres (considerando espaços) e as palavras-chave, que identificam o conteúdo do artigo, devem ser de no máximo cinco (05). Para a redação e estilo do resumo, observar as orientações da NBR-6023, da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT). O resumo, o título e as palavras-chave devem ser apresentados também em inglês e espanhol. O Resumo deve vir três linhas abaixo do nome do autor. Colocar a palavra Resumo em caixa baixa, corpo 12, em negrito, sem dois pontos e sem espaço para o corpo do texto. Redigir o texto em parágrafo único, espaço simples, justificado. As palavras-chave virão uma linha abaixo do resumo. Colocar o termo Palavras-chave, em caixa baixa, primeira letra em maiúscula, negrito, com dois pontos. Fonte: Times New Roman, corpo 12. Cada palavra-chave terá a primeira letra maiúscula e o restante em caixa baixa, separada das demais por ponto final.

Elementos textuais:

a) Títulos e subtítulos de seções: sem adentramento (maiúsculas para iniciais) em negrito numerados em arábico. Usar o sistema "número seguido de ponto final". Exemplo: 1. A língua culta. Introdução, conclusão ou considerações finais, referências e elementos pós-textuais não são numerados.

b) Citações: no corpo do texto, serão de até 03 linhas, entre aspas duplas. Fonte: Times New Roman corpo 12. Quando maiores do que 03 linhas, devem ser destacadas fora do corpo do texto. Fonte: Times New Roman corpo 10, em espaço simples, com recuo de 4 cm à esquerda.

c) Notas explicativas: se necessárias, devem ser colocadas depois do término do artigo (logo após o resumo e palavras-chave de língua estrangeira) e antes das Referências e devem ser numeradas sequencialmente, sobrescritas, com algarismos arábicos, no decorrer do texto. Fonte: Times New Roman, corpo 11. Alinhamento justificado, mantendo espaço simples dentro da nota e entre as notas.

d) Elementos ilustrativos: tabelas, figuras, fotos, etc. devem ser inseridas no texto, logo após serem citadas, contendo a devida explicação na parte inferior da mesma, numeradas sequencialmente.

Elementos pós-textuais: (colocados logo após o término do artigo).

a) Título e subtítulo em língua estrangeira: em negrito, centralizado, fonte Times New Roman, corpo 12, somente primeira letra em maiúscula em ambos.

b) Resumo em língua estrangeira (espanhol e inglês): seguir normas do resumo na língua do artigo.

c) Palavras-chave em língua estrangeira (espanhol e inglês): seguir normas de palavras-chave na língua do artigo.

d) Referências: Devem obedecer a NBR-6023/2002, da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), sendo ordenadas alfabeticamente pelo sobrenome do primeiro autor. Nas referências bibliográficas de até três autores, todos poderão ser citados, separados por ponto e vírgula. Nas referências com mais de três autores, citar somente o primeiro autor, seguido da expressão et al. A exatidão das referências constantes na listagem e a correta citação de seus dados no texto são de responsabilidade do(s) autor(es) dos trabalhos;

e) Data: ao final, incluir DATA de envio no seguinte formato, alinhado à direita:
Enviado em 06 de julho de 2005

Relatos de experiência: Seguir normas de artigo, com número de páginas apropriado à categoria em que o trabalho se insere (de 7 a 10 páginas).

Resenhas: Seguir normas de formatação de artigo (fonte, espaçamento, margens, com número de páginas apropriado à categoria em que o trabalho se insere – de 3 a 5 páginas).
Observação para resenha: na primeira linha, em vez de título, incluir a citação bibliográfica do livro.

ALGUNS EXEMPLOS DE REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

Livros (um autor)
FRIGOTTO, Gaudêncio. *Educação e a crise do capitalismo real*. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2000.

Livros (dois autores)
CATANI, Afrânio Mendes.; OLIVEIRA, João Ferreira. *Educação Superior no Brasil:* reestruturação e metamorfose das universidades públicas. Petrópolis: Vozes, 2002.

Capítulos de livros
ENGUITA, Mariano Fernández. O discurso da qualidade e a qualidade do discurso. In: GENTILI, Pablo.; SILVA, Tomaz Tadeu da. (Org.). *Neoliberalismo, qualidade total e educação.* 2.ed. Petrópolis: Vozes, 1995. p. 93-110

Artigos de periódicos (com mais de três autores)
PODSAKOFF, Philip et al. Transformational leader behaviors and their effects on followers' trust in leader, satisfaction, and organizational citizenship behaviors. *Leadership Quarterly*, Greenwich, Conn., v. 1, n. 2, p. 107-142, 1990.

Teses
GIRARDELLO, Gilka. *Televisão e imaginação infantil*: histórias da Costa da Lagoa. 1998. 220 f. Tese (Doutorado em Ciências da Comunicação) - Escola de Comunicação e Artes. Universidade de São Paulo, São Paulo, 1998.

Artigo de periódico (formato eletrônico)
SOUZA, Sandra Zákia Lian.; OLIVEIRA, Romualdo Portela. Políticas de avaliação da educação e quase-mercado no Brasil. *Educação & Sociedade*, Campinas, v. 24, n. 84, p. 873-895, out. 2003. Disponível em: <http://www.scielo.com.br>. Acesso em: 12 mai. 2012.

Livro em formato eletrônico

CENTRO LATINO AMERICANO DE ADMINISTRAÇÃO PARA O DESENVOLVIMENTO (CLAD). *Uma nova gestão pública para a América Latina*. 1998. Disponível em: <http://www.bresserwesite.org.br>. Acesso em: 15 jul. 2008.

Artigo assinado (jornal)

DIMENSTEIN, Gilberto. Escola da vida. *Folha de S. Paulo*, São Paulo, 14 jul. 2002. Folha Campinas, p. 2.

Artigo não-assinado (*jornal*)

FUNGOS e chuva ameaçam livros históricos. *Folha de S. Paulo*, São Paulo, 5 jul. 2002. Cotidiano, p. 6.

Decretos, leis

BRASIL. Lei n. 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. *Diário Oficial da União*, Brasília, DF, 23 dez. 1996.

Constituição federal

BRASIL. Constituição (1988). *Constituição da República Federativa do Brasil.* Brasilia, DF: Senado Federal, 1988.

Relatório oficial

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ. Relatório 1999. Curitiba, 1979. (mimeogr.).

Gravação de vídeo

VILLA-LOBOS: o índio de casaca. Rio de Janeiro: Manchete Vídeo, 1987. 1 videocassete (120 min.): VHS, son., color.

Trabalho publicado em Anais de Congresso

PARO, Vitor Henrique. Administração escolar e qualidade do ensino: o que os pais ou responsáveis têm a ver com isso? In: SIMPOSIO BRASILEIRO DE POLITICA E ADMINISTRAÇÃO DA EDUCAÇÃO, 18., 1997, Porto Alegre. *Anais...* Porto Alegre, EDIPUCRS, 1997. p. 303-314.

AUGUSTO, Maria Helena. Recompensa ou punição**:** a regulação educativa em MG e a cobrança de resultados. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL REDE ESTRADO, 7., 2010, Lima, Peru; SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE POLÍTICAS EDUCATIVAS EM LATINOAMÉRICA, 2., 2010, Lima, Peru. **Anais...** Lima, Peru: UCH – CLACSO, 2010. CD ROM.

A revista não se obriga a devolver os originais das colaborações enviadas e informa que o conteúdo dos textos publicados é de inteira responsabilidade de seus autores, não refletindo necessariamente a opinião da Comissão Editorial.

Os trabalhos serão disponibilizados integralmente também em formato eletrônico, no *site* www.ufjf.br/instrumento.

Informações Gráficas

Formato: 21 x 28 cm
Mancha gráfica: 17,5 x 22 cm
Tipologia: Adobe Garamond Pro – English111 Vivace BT