



Teoria psicogenética aplicada ao processo de alfabetização numérica

*José Eduardo Ferreira da Silva**

Resumo

O objetivo desse artigo é oferecer a professores e professoras sugestões, a partir da teoria psicogenética de Jean Piaget (1896 – 1980), para a organização de atividades didático-pedagógicas em que a criança, através da contagem, possa estabelecer considerações acerca dos aspectos cardinal e ordinal do número, bem como possa desenvolver estratégias de ação para a escrita dos algarismos hindu-arábicos.

1. Introdução

No que se refere aos problemas didáticos com os quais defrontam-se professores e professoras responsáveis pelo processo de ensino e aprendizagem da matemática, nos primeiros anos de escolarização de nossas crianças, vamos destacar os seguintes:

- necessidade de garantir os aspectos cardinal e ordinal nos primeiros números do sistema hindu-arábico;
- possibilitar à criança tomar consciência de que, além dos aspectos cardinal e ordinal, cada numeral contém em si as noções de agrupamento multiplicativo e posição.

* Professor de Matemática do C. A. João XXIII/ Vice-coordenador do NIPASE - Núcleo Interdisciplinar para a Produção e Avaliação de Softwares Educacionais - Colégio de Aplicação/UFJF Doutorando em Educação Matemática - Unesp/Rio Claro.

- e, finalmente, oferecer um ambiente favorável para a aquisição de esquemas de ação que auxiliem à criança na escrita dos algarismos.

Nessa perspectiva, o objetivo desse artigo é oferecer a professores e professoras sugestões, a partir da teoria psicogenética de Jean Piaget (1896 – 1980), para a organização de atividades que atendam aos problemas didáticos citados.

Trata-se de um trabalho, que viabilizou a implementação de um software – ao qual denominei Ghobar (SILVA, 1998) – cuja finalidade é o de ser um ambiente em que a criança, através da contagem, pode estabelecer considerações acerca dos aspectos cardinal e ordinal do número, bem como desenvolver estratégias de ação para a escrita dos algarismos hindu-arábicos. Em resumo, uma proposta que, ao procurar considerar efetivamente cardinal e ordinal como aspectos de um só todo, busca superar certa didática, dual da tradicional vigente, supostamente piagetiana, que permanece indefinidamente, por exemplo, nas atividades de classificação, seriação e ordenação, sem proporcionar situações em que essas ações se tornem periféricas para virem socorrer a necessidade operatória da contagem. (cf. BALDINO, 1992?).

2. A criança e o número

Para Piaget, o conhecimento resultaria de interações que se produzem a meio caminho entre o sujeito e o objeto, mas que, apesar de depender dos dois ao mesmo tempo, é decorrente de uma não diferenciação completa entre o subjetivo e o objetivo e, portanto, não de intercâmbios entre formas distintas. (cf. PIAGET, 1971, págs 13 e 14).

Desta forma, como não há, no início, nem sujeito – no sentido epistemológico do termo – nem objetos constituídos como tais aos olhos do sujeito e nem, tampouco, instrumentos invariantes de troca¹, Piaget, após estabelecer como elemento de troca inicial ou mediadora do conhecimento a ação realizada pelo sujeito, distingue a este respeito dois períodos sucessivos: o das ações sensório-motoras, que anterior a qualquer linguagem ou a toda conceituação representativa, é o período no decurso do qual o sujeito vai, pouco a pouco, construindo o seu universo até sentir-se exterior a si mesmo; e, finalmente, o período das ações completadas por estas novas propriedades.

Mas, se é nesta perspectiva que Piaget procura descrever a evolução mental da criança, não menos importante é o fato de que, para isso, ele, além de comparar o desenvolvimento psíquico ao crescimento orgânico (que orienta-se para o equilíbrio), também pressupõe que este desenvolvimento é orientado por duas

¹ Isto significa que Piaget não considera a hipótese de um sujeito, desde o início, munido de estruturas endógenas que ele imporia aos objetos. (Cf. Piaget, 1971 p. 13).

funções básicas ou invariantes. Estas funções são a função invariante da *organização*, que diz respeito ao aspecto interno do ciclo mental e a função invariante da *adaptação*, que, por ser responsável pelos intercâmbios entre o organismo e o meio exterior, caracteriza-se pelos processos invariantes de *assimilação* e *acomodação*.

"Todo ato inteligente pressupõe algum tipo de estrutura intelectual, algum tipo de organização dentro do qual ela ocorre." (FLAVELL, 1992, p. 46).

"(...) assimilando ... os objetos, a ação e o pensamento são compelidos a se acomodarem a estes, isto é, a se reajustarem por acasão de cada variação exterior. Pode-se se chamar 'adaptação' ao equilíbrio destas assimilações e acomodações." (PIAGET, 1986, p. 15)

Em linhas gerais, isto significa que, a todo momento, a ação é desequilibrada pelas transformações que aparecem no mundo- exterior ou interior – e que cada nova conduta do sujeito funciona, não só para restaurar o equilíbrio, como também possibilita a este mesmo sujeito um equilíbrio mais sólido que o equilíbrio do instante anterior a esta perturbação.

Porém, se, por um lado, é esta estrutura constante que garante a passagem de qualquer estado para o nível subsequente, por outro, Piaget aponta para a existência de um segundo tipo de estrutura que, apesar de opor-se à primeira, complementa o processo de equilibração. São as estruturas variáveis, ou seja, aquelas que definem as formas ou etapas sucessivas de equilíbrio.

"Em todos os níveis, a inteligência procura compreender, explicar, etc.; só que se as funções do interesse, da explicação, etc. são comuns a todos os estágios, isto é, 'invariáveis' como funções, não é menos verdade que "os interesses" (em oposição ao 'interesse') variam, consideravelmente, de um nível mental a outro, e que as explicações particulares (em oposição à função de explicar) assumem formas muito diferentes de acordo com o grau de desenvolvimento intelectual." (PIAGET, 1986, p. 12 - 13).

Porém, é da análise dessas formas ou etapas sucessivas de equilíbrio que Piaget, a partir dos resultados de suas observações e de seus experimentos com as crianças, verificou que, desde os comportamentos elementares do lactente até a adolescência, seis são os estágios ou períodos básicos que marcam o aparecimento dessas estruturas sucessivamente construídas.

"1º. O estágio dos reflexos, ou mecanismos hereditários, assim como também das primeiras tendências instintivas (nutrições) e das

primeiras emoções. 2º. O estágio dos primeiros hábitos motores e das primeiras percepções organizadas, como também dos primeiros sentimentos diferenciados. 3º. O estágio da inteligência sensomotora ou prática (anterior à linguagem), das regulações afetivas elementares e das primeiras fixações exteriores da afetividade. Estes três primeiros estágios constituem o período da lactância (até por volta de um ano e meio a dois anos, isto é, anterior ao desenvolvimento da linguagem e do pensamento). 4º. O estágio da inteligência intuitiva, dos sentimentos interindividuais espontâneos e das relações sociais de submissão ao adulto (de dois a sete anos, ou a segunda parte da 'primeira infância'). 5º. O estágio das operações intelectuais concretas (começo da lógica) e dos sentimentos morais e sociais de cooperação (de sete a onze-doze anos). 6º. O estágio das operações intelectuais abstratas, da formação da personalidade e da inserção afetiva e intelectual na sociedade dos adultos (adolescência).” (PIAGET, 1986, p. 13)

Todavia, como o foco de interesse deste trabalho é o conceito de número na criança, nossas considerações ficarão limitadas ao quarto e quinto estágios, posto que, à luz da teoria piagetiana, a aquisição do conceito de número pela criança é um indicativo que assinala o começo da lógica nesta mesma criança.

2.1. O número para Piaget

Segundo Piaget, para que uma pessoa possa, por enumeração, estabelecer o valor cardinal de uma determinada coleção – por exemplo, “Existem 13 objetos aqui.” – é necessário que ela considere os objetos desta coleção, simultaneamente, equivalentes e não-equivalentes. E isto porque se, por um lado, ao atribuir ao conjunto o seu valor cardinal, não consideramos a diferença entre os objetos; por outro, no processo de descoberta de seu valor cardinal, através da enumeração, é necessário mantê-los numa certa seqüência – não importando a ordem – para que um mesmo objeto não seja contado mais de uma vez. Portanto, as unidades numéricas possuem um status peculiar, pois são simultaneamente elementos de classe e elementos de relações assimétricas. Em certo sentido, eles são todos equivalentes, tal como acontece com elementos de uma classe; sob outro aspecto, são todos diferentes, tal como os termos de uma série assimétrica. Para contá-los, é preciso que sejam postos em série; uma vez contados, eles se tornam novamente indiscerníveis, apenas “13 objetos”. (cf. FLAVELL, 1992, p. 316).

Ora, mas como não existem ligações qualitativas que sejam, simultaneamente, classe e relação, não é difícil ver que para Piaget o número, em sua essência, somente se constitui por uma fusão ou síntese dessas duas entidades lógicas.

“Os números finitos são, portanto, simultaneamente cardinais e ordinais, e isso resulta da própria natureza do número, que é ser um sistema de classes e de relações assimétricas fundidas num mesmo operatório. Os cardinais, portanto, resultam de uma abstração da relação e essa abstração não altera a natureza de suas operações, pois todas as ordens possíveis que se possam atribuir a n termos vem a dar na mesma soma cardinal n . Os ordinais, por seu lado, resultam de um abstração da classe, abstração igualmente legítima, e, por esta mesma razão, o enésimo termo finito corresponderá sempre a um conjunto cardinal de n . Mas esta dupla abstração não impede em nada o número inteiro finito de permanecer uno e implicar a indissociável solidariedade das ordens.” (PIAGET & SZEMINSKA, 1975, p. 219)

2.2. A construção do número pela criança

Tendo estabelecido este pressuposto sobre a natureza do número, Piaget, a partir de seus experimentos, verificou que, para a criança compreender o que são os números e como eles se comportam, dois fatos devem ocorrer. Em primeiro lugar, é necessário que, nas relações elaboradas pela criança, se manifestem as propriedades da conservação e da transitividade (reversibilidade do pensamento); e, em segundo lugar, que duas sejam as etapas sucessivas de equilíbrio (fases) que a criança deve vencer até alcançar esta reversibilidade do pensamento. Para explicar isto, vamos nos remeter a um dos experimentos realizados por Piaget.

Nessa experiência, que focaliza o papel da correspondência termo a termo na ocorrência de equivalência cardinal, Piaget, após apresentar a um conjunto de crianças (entre 4 e 7 anos) uma fileira de objetos, pediu para que estas crianças, individualmente, pegassem o mesmo número de objetos de uma fileira próxima.

Desse experimento, Piaget obteve dois resultados diferentes. Enquanto as crianças mais novas contentavam-se em se aproximar da fileira modelo de maneira rudimentar (é feita uma fileira que tem o mesmo comprimento do modelo, porém de valor cardinal diverso), as demais crianças, utilizando-se, espontaneamente, do método da correspondência termo a termo, não apenas colocaram cada objeto diante dos objetos da fileira modelo, como também reproduziram, sem contar os elementos, o valor cardinal exato do conjunto.

Este, portanto, foi um dos indicativos, através do qual Piaget verificou a existência de uma primeira fase anterior à compreensão do número. Segundo ele, durante esta primeira fase, que permanece até por volta dos 5 anos, as crianças não compreendem o número porque suas avaliações das quantidades estão, exclusivamente, fundadas na percepção global. Piaget identifica este período como sendo o *primeiro nível pré-operatório*.

No que se refere às demais crianças, Piaget observou que – apesar de todas conseguirem reproduzir de modo exato a fileira modelo ao comprimir os

objetos de uma das fileiras e perguntar às crianças em qual delas havia mais objetos, os resultados obtidos não eram os mesmos para todas as crianças. Enquanto as crianças na faixa de 5 a 6 anos de idade insistiam em afirmar que na fileira comprimida existiam menos elementos do que na outra fileira, as crianças maiores não hesitavam em afirmar que as quantidades das duas fileiras permaneciam iguais.

E foi procurando estabelecer a razão para estas diferentes reações das crianças que Piaget verificou a presença de uma fase que, apesar de subseqüente à primeira fase, é anterior à construção do número. Trata-se do *segundo nível pré-operatório*, que permanece até por volta dos 7 anos e se caracteriza por soluções intermediárias situadas entre a avaliação global e a quantificação propriamente dita. Em outras palavras, nesta fase, a operação da correspondência termo a termo, por estar restrita à intuição perceptiva, não é suficiente para garantir a equivalência durável, o que, por sua vez, impossibilita, no caso de ruptura da forma, a compreensão de que a diminuição do comprimento acarreta o aumento da densidade e vice-versa.

Assim, o que diferencia as crianças da segunda fase daquelas capazes de compreender que, uma vez estabelecida a correspondência entre duas coleções, se houver a ruptura da forma as diferenças se compensam (terceira fase), é que estas últimas prolongam a ação ao interiorizá-la, isto é, nestas crianças o pensamento é lógico.

(...) "o pensamento não mais se liga, então, aos estados particulares do objeto, mas limita-se a acompanhar as transformações sucessivas, segundo todos os seus desvios e seus retornos possíveis; e ele não mais procede de um ponto de vista particular do sujeito, mas coordena todos os pontos de vista distintos em um sistema de reciprocidades objetivas." (PIAGET, 1983, p. 145)

(...) "suas ligações internas ... já não consistem mais em relações elaboradas sucessivamente sem conexão com as precedentes.(...) Estas se manifestam então sob a forma de duas propriedades solidárias, de ora em diante gerais em todas as estruturas operatórias deste nível: a transitividade e as conservações." (PIAGET, 1971, p. 35)

Ora, como na perspectiva piagetiana o número é um sistema de classes e de relações assimétricas fundidas num mesmo todo operatório, não é difícil ver que, para Piaget, a criança somente estará apta a compreender o que os números são e como eles se comportam após atingir a terceira fase. Uma fase a qual Piaget denominou por *primeiro nível operatório-concreto*, e que se estabelece por volta dos sete anos de idade.

Contudo, esta mobilidade ou descentração do pensamento, que ocorre com o início da terceira fase, comporta limitações.

“As operações (...) são, pois, “operações concretas”, e não ainda formais: sempre ligadas à ação, [as crianças] as estruturam logicamente, inclusive as expressões que a acompanham, mas em nada implicam a possibilidade de elaborar um discurso lógico independente da ação.” (PIAGET, 1983, p. 148)

(...) a elaboração dos números naturais só se efetua segundo o que se poderia chamar de uma aritmetização progressiva cujas fases seriam mais ou menos caracterizadas pelos números 1 a 7; 8 a 15; 16 a 30 e assim por diante. Além dessas fronteiras cujo deslocamento é muito lento, os números não comportam ainda senão aspectos inclusivos (classes) ou seriais, antes que se conclua a síntese desses dois caracteres.” (PIAGET, 1971, p. 42)

Sendo assim, como em nossas escolas as séries iniciais do ensino fundamental (faixa etária de 7 a 8 anos) é o espaço reservado ao processo de ensino e aprendizagem do sistema de numeração hindu-arábico, isto significa que respeitar as possibilidades cognitivas destas crianças é condição *sine qua non* para que possamos estabelecer um ambiente acessível a uma aprendizagem significativa do sistema de numeração hindu-arábico.

3. O sistema de numeração hindu-arábico

No item anterior, vimos que, num primeiro plano, o número, em função de sua própria natureza – que, para Piaget, é ser um sistema de classes e relações assimétricas fundidas num mesmo todo operatório – ocorre no interior do sujeito. Portanto, para que o homem, em sua relação com o mundo exterior, possa utilizar-se de modo significativo do conceito de número, é preciso um segundo passo, ou seja, é necessário que um instrumento adequado se apresente.

Fruto de um desenvolvimento histórico lento e gradual, cuja origem está na Índia (por volta do séc. 3 a.C.), o instrumento através do qual o homem atual procura exercer, em sua relação cotidiana, o controle sobre a pluralidade concreta é o *sistema de numeração hindu-arábico*.

Portanto, como um sistema de numeração, enquanto ferramenta para externar o conceito de número, possui em si uma construção própria², as características, que acredito serem necessárias para que uma pessoa compreenda o sistema de numeração hindu-arábico, são as seguintes:

- seus signos, os algarismos, são: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 0;
- o primeiro signo, representante da unidade, é o 1;

² De fato, pois, como sabemos, o homem utiliza e já utilizou outros sistemas de numeração como, por exemplo, o egípcio, o grego e, entre outros, o romano, que, apesar de sua total inadequação às necessidades modernas, ainda hoje é usado.

- o subseqüente, signo 2, é determinado pela iteração do 1 com a unidade, isto é, $2 = 1 + 1$;
- o signo 3, subseqüente ao 2, é determinado pela iteração de 2 com a unidade, assim como $4 = 3 + 1$, $5 = 4 + 1$, $6 = 5 + 1$, $7 = 6 + 1$, $8 = 7 + 1$ e $9 = 8 + 1$;
- o signo 0 representa a ausência de unidades;
- para indicar as quantidades subseqüentes ao 9, arrumam-se os algarismos segundo as noções de agrupamento e categoria, os quais denominar-se-ão numerais. Isto significa que, uma vez que certa quantidade necessite de uma combinação de algarismos para a sua representação escrita, estes signos deverão ser dispostos na horizontal, sendo que, da direita para a esquerda, o subseqüente corresponde a dez vezes a unidade precedente, signos que, nesta ordem, são denominados: algarismo de primeira ordem, algarismo de segunda ordem, etc. Daí, a necessidade de inserção do algarismo 0.

4. Orientações para a organização de atividades didáticas

Feitas as devidas considerações sobre a construção do conceito de número pela criança e sobre o sistema de numeração hindu-arábico, a questão agora é procurar estabelecer orientações que possibilitem-nos gerar um ambiente que auxilie o processo de ensino e aprendizagem dos primeiros números deste sistema numérico.

Sendo assim, dentre as considerações pelas quais iremos fixar os principais problemas didáticos a serem enfrentados pela proposta, a primeira delas é a de que, se, por um lado, tem-se todo um contexto social que facilita sobremaneira a familiarização da criança pequena com o nome dos primeiros números do sistema hindu-arábico, por outro, há de se considerar que

(...) "poder-se-á ensinar a criança a contar, mas a experiência mostrou-nos que o emprego verbal dos nomes de números continua sem grande relação com as próprias operações numéricas, sendo que estas precedem às vezes a numeração falada ou lhe sucedem sem vínculo necessário." (PIAGET, 1983, p. 146) ³.

³ Não pouco raro é o fato de encontrarmos crianças ainda no decurso do segundo nível pré-operatório que, além de conseguir contar até 10 ou mais, respondem de chofre que, por exemplo, após o algarismo 6 vem o algarismo 7. Todavia, isto não significa que o conceito de número esteja presente nesta criança, pois existem esquemas de ação alternativos pelos quais ela pode fazer isto. A título de ilustração, um esquema de ação através do qual a criança pode, perfeitamente, identificar o algarismo que vem após o algarismo 6 é o esquema de que o leitor se utiliza para saber qual é a letra do alfabeto que vem após a letra F.

Isto significa, portanto, que o primeiro problema didático a ser enfrentado pela proposta é o de procurar garantir os aspectos cardinal e ordinal nos primeiros números do sistema hindu-arábico.

O segundo problema reside no fato de que, enquanto para as quantidades até nove o sistema hindu-arábico oferece, para cada uma delas, um signo diferente para representá-las (os algarismos), para as representações das quantidades superiores a 9 (os numerais), é necessário agrupar e organizar estas quantidades, antes que elas possam ser representadas por um arranjo destes mesmos algarismos. Portanto, o segundo problema didático a ser enfrentado é o de que nossa proposta didática deverá possibilitar à criança tomar consciência de que, além dos aspectos cardinal e ordinal, cada numeral contém em si as noções de agrupamento multiplicativo e posição.

Finalmente, a terceira exigência é a de que as atividades deverão oferecer também um ambiente favorável para a aquisição de esquemas de ação que auxiliem à criança na escrita dos algarismos. E isto porque, se, por um lado as séries iniciais do ensino fundamental são o espaço reservado para o processo de ensino e aprendizagem dos primeiros números do sistema hindu-arábico, por outro, é neste mesmo período que se procede à construção do sistema de linguagem escrita.

Portanto, evidenciados os problemas didáticos a serem enfrentados, o ponto de partida para o estabelecimento de uma proposta pedagógica é o pressuposto de que, por estarem associados a um mesmo numeral esquemas diferenciados – além dos aspectos cardinal e ordinal, cada numeral contém em si as noções de agrupamento multiplicativo e posição –, este processo pressupõe a necessidade de pelo menos duas classes ou grupos distintos de atividades: o primeiro grupo, cujos objetivos são os de propiciar um ambiente que possibilite à criança estabelecer um vínculo de associação entre os algarismos e seus aspectos cardinal e ordinal, bem como a aquisição de esquemas de ação que auxiliem na escrita destes algarismos; e o segundo grupo, em que as atividades deverão possibilitar que a criança utilize-se efetivamente dos agrupamentos multiplicativos. Em outras palavras, a referência para a uma proposta didática é a de que o sistema de numeração hindu-arábico se constitui pela fusão dos subsistemas que ele engloba ou, simplesmente, se constitui por um processo de assimilações recíprocas.

"Podemos considerar como uma assimilação recíproca às relações entre um sistema total, caracterizado por suas leis próprias de composição, e os subsistemas que ele engloba em sua diferenciação, porque sua integração num todo é uma assimilação a uma estrutura comum e as diferenciações comportam assimilações segundo condições particulares mais dedutíveis a partir de variações possíveis do todo." (PIAGET, 1976, p. 13)

Mas, tendo em vista que, se as assimilações recíprocas não forem acompanhadas de acomodações igualmente recíprocas, ocorrerá fusão deformante

e, por conseguinte, falta de coordenação entre os sistemas (cf. PIAGET, 1976, p. 14); logo, a questão que se coloca é a seguinte: como assegurar a integração entre esses dois grupos de atividades que, no início, evidenciam esquemas de ação independentes, sem desconsiderar que, aos 7-8 anos, não obstante a criança conservar uma dimensão do objeto ante alterações em outras dimensões, as operações cognitivas da criança são “operações concretas” e não operações sobre proposições ou enunciados?

Como, à luz do modelo teórico adotado, o problema em questão é procurar assegurar que, na integração dos dois grupos de atividades, ocorra uma equilibrção majorante das estruturas cognitivas (equilibrção com melhoramento obtido), a solução parece ser acrescentar ao processo uma terceira classe ou grupo de atividades, em que as ações das crianças deverão ter como referência o conceito de adição.

Quanto as razões para a inserção deste terceiro grupo de atividades, a primeira delas é que o conceito de adição, por nos permitir situar a criança sobre as diversas composições aditivas de um mesmo algarismo, permite-nos, por conseguinte, estabelecer considerações sobre os agrupamentos. De fato, pois a possibilidade de equidistribuição em algumas dessas composições aditivas não é outra coisa senão representar o algarismo por agrupamentos múltiplos (por exemplo: $6 = 2 + 2 + 2 = 3 \times 2$). Portanto, num primeiro plano, a função desta terceira classe de atividades é possibilitar o alargamento em extensão dos outros dois grupos de atividades, para promover a interação entre eles.

A segunda e última razão para a inserção deste terceiro grupo de atividades ao processo é porque as composições aditivas possibilitam, também, desencadear na criança a necessidade de construir os numerais (por exemplo: solicitar à criança um representante para a composição aditiva $4 + 9$). Em outras palavras, a segunda razão para a inserção desta terceira classe de atividades é que, através das composições aditivas, torna-se possível estabelecer lacunas para a integração dos outros dois grupos de atividades numa mesma totalidade.

“(...) a lacuna se torna uma perturbação quando se trata da ausência de um objeto ou das condições de uma situação necessárias para concluir uma ação, ou ainda da carência de um conhecimento que seria indispensável para resolver um problema. A lacuna enquanto perturbação é, pois, sempre relativa a um esquema de assimilação já ativado, e o tipo de regulação que lhe corresponde comporta então um feedback positivo, um prolongamento da atividade assimiladora deste esquema. (PIAGET, 1976, p. 25)

Finalmente, quanto às atividades didáticas, isto é, o ambiente através do qual deverá ocorrer a assimilação dos objetos aos esquemas de ação da criança, a orientação básica é de que elas devem “(...) instituir campos de desequilíbrio de concepções espontâneas, de experimentação de concepções provisórias e de

ajuste de concepções próprias (que virão a se tornar espontâneas em novos domínios) de modo que os alunos vivam as soluções de situações-problema como teoremas em ação." (BALDINO, 1996).

Referências Bibliográficas

- BALDINO, R. R. *Ensino Remedial em Recuperação Paralela*. Zetetiké. Faculdade de Educação, Unicamp. Ano 3: n. 3, p. 73-95. Março de 1995.
- BALDINO, R. R. *On the epistemology of intergers*. Recherches en Didactique des Mathématiques. Aceito para Publicação. (1996)
- BATTRO, A. M. *Dicionário terminológico de Jean Piaget*. São Paulo: Pioneira, 1978. p. 49.
- FLAVELL, J. H. *A psicologia do desenvolvimento de Jean Piaget*. São Paulo: Pioneira, 1992. 479 p.
- IFRAH, G. *Os Números: a história de uma grande invenção*. Rio de Janeiro: Globo, 1991, 367p.
- KARPINSKI, L. C. *The history of arithmetic*. Chicago: Mcnally & Company, 1925, 199p.
- LEITE, L. B. *Piaget e a educação: exame crítico das propostas pedagógicas fundamentadas na teoria psicogenética*. Educação e realidade (Construindo o construtivismo). Porto Alegre 19(1): 79-88, jun/jul. 1994.
- MACEDO, L. *Ensaio Construtivistas*. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1994. 170 p.
- MENNINGER, K. *Number words and number symbols: A cultural history of numbers*. Cambridge. The M.I.T. Press, 1970, 480 p.
- PIAGET, J. *O raciocínio na criança*. Rio de Janeiro: Record, 1967. 241 p. Original Francês.
- _____. *O estruturalismo*. São Paulo: Saber Atual. 1970. 117 p. Original Francês.
- _____. *A epistemologia genética*. Petrópolis: Vozes, 1971. 108 p. Original Francês.
- _____. Las estructuras matemáticas y las estructuras operatorias da la inteligencia. In: PIAGET, at all. *La enseñanza de las matematicas*. Madrid: Aguilar, 1971. Cap. I, p. 3-28. Original Francês.
- _____. *A Equilíbrio das Estruturas Cognitivas - Problema central do desenvolvimento*. Rio de Janeiro, Zahar, 1976. Cap. I, p. 11-44. Original Francês.
- _____. *Ensaio de lógica operatória*. São Paulo: Edusp, 1976. Parte I, p. 31-195. Original Francês.
- _____. *Psicologia da Inteligência*. 3. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1983, 178p. Original Francês.
- _____. *Seis estudos de psicologia*. 2. ed. Rio de Janeiro: Forense, 1986. Parte I, p. 11-61. Original Francês.

_____. *A linguagem e o pensamento da criança*. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1993. p. 37-124. Original Francês.

_____. *O juízo moral na criança*. São Paulo: Summus, 1994. 302 p.

PIAGET, J. & SZEMINSKA, A. *A gênese do número na criança*. 3. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1975, 331 p. Original Francês.