Principais obstáculos na resolução de problemas matemáticos[1]

Vera Lúcia de Alvarenga Ribeiro[*]

Abstract

This article approaches the resolution of mathematic problems and its importance to the process of teaching classes. This research wants to represent a worthy contribution to the improvement of Mathematics practice, aiming at solving some of the difficulties faced by the students.

1. Introdução

Em função da minha necessidade de descobrir qual era a dificuldade encontrada pelos alunos das 8ªs séries quando se deparavam com problemas matemáticos realizei, uma pesquisa bibliográfica, em 1996, que venho expor através deste artigo. Eu precisava descobrir se essa dificuldade, apresentada pelos alunos na hora de resolver problemas matemáticos, se relacionava, apenas, com o fato dos mesmos não saberem interpretar esses problemas, o que vinha ocasionando, na maioria desses alunos, uma grande aversão a problemas matemáticos, dificultando assim, a utilização do raciocínio lógico e do pensar matematicamente desses educandos.

* Professora do Colégio de Aplicação João XXIII/UFJF - Especialista em Psicopedagogia.

[1] Pesquisa bibliográfica realizada para o trabalho de monografia apresentado à Universidade Castelo Branco.

Considero esse fato de fundamental importância para a Educação, visto que o educando está sempre enfrentando situações desafiadoras, tanto na escola como no seu cotidiano, onde ele tem que pensar produtivamente.

A resolução de problemas tem sido, ao longo dos anos, um dos tópicos mais difíceis de serem trabalhados em sala de aula. É muito comum os alunos saberem efetuar todos os algoritmos e não conseguirem resolver um problema que envolva um ou mais desses algoritmos. Descobri que há muitos fatores que agravam essa dificuldade. Por isso, precisamos discutí-los e apresentar sugestões de como minimizá-los, tentando, desta forma, contribuir para a melhoria da prática educativa-matemática em sala de aula.

O artigo, aqui apresentado, aborda a importância da resolução de problemas matemáticos; seus objetivos; como se deve encaminhar a solução de um problema em sala de aula, de acordo com as etapas desenvolvidas por Polya (o *pai* da resolução de problemas); trata da forma adequada de propor problemas, tentando contornar fatores que dificultam a sua resolução; do papel do professor diante a resolução de problemas e do modo de envolver seus alunos. Ainda, destaca, logo após, a importância da compreensão da linguagem matemática no processo ensino-aprendizagem. E fala, também, sobre a importância da interação social e da autonomia na aprendizagem.

Ao realizar esta pesquisa descobri que a resolução de problemas é muito estudada e pesquisada pelos educadores matemáticos.

Vejamos o que dizem alguns educadores a respeito desse assunto:

LUIZ ROBERTO DANTE (1994) faz as seguintes definições:

a) O que é um problema?

É qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para solucioná-la.

b) O que é um problema matemático?

É qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para solucioná-la.

Segundo CONSTANTE KAMII (1991), baseado na orientação piagetiana, o desenvolvimento da capacidade natural da criança de pensar logicamente e realizar operações matemáticas é estimulado pela interação social ou, mais especificamente, pela atividade mental que se dá no intercâmbio social. O autor também refere-se à autonomia como objetivo da educação, visando desenvolver a capacidade de pensar critica e autonomamente das crianças.

Para CHARLES H. D'AUGUSTINE, resolver problemas é o processo de reorganizar conceitos e habilidades, aplicando-os a uma nova situação, atendendo a um objetivo. (1976: 17)

De acordo com um artigo da AMÉLIA MARIA NORONHA PESSOA DE QUEIROZ (1987:7), um dos obstáculos ao bom desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem é a falta de compreensão da linguagem matemática, pois a língua é o principal instrumento de ensino e aprendizagem em todas as matérias e em todas as atividades.

Não podemos deixar de comentar o título da tese de doutorado de Cantor (1867): **Em Matemática a arte de fazer perguntas vale mais do que a de resolver problemas**, uma vez que a resolução de problemas, em sala de aula, bem postos, naturalmente, exige do professor um perfeito conhecimento da arte de fazer perguntas.(PEREIRA 1987:25)

2. A linguagem e a aprendizagem matemática

A compreensão da linguagem matemática é considerada como uma das maiores dificuldades no processo ensino-aprendizagem.

No ensino fundamental, a Matemática geralmente é introduzida com a preocupação maior de aquisição de habilidades de cálculo, sem considerar que, simultaneamente, está sendo introduzido um novo conceito através de uma linguagem convencional, que não faz parte do coloquial da criança ou do adolescente. Tal fato torna difícil definir onde se encontrá a maior dificuldade: se na linguagem natural, se na linguagem convencional de que se utiliza o professor, se na adequação de novos conceitos à fase de desenvolvimento do aluno. Sendo assim, devem-se abordar todos os aspectos, buscando localizar os obstáculos ao bom desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem e procurar eliminá-los.

Os efeitos, na escola, das relações entre linguagem e classe social não se restringem à área do ensino da língua materna. Sendo a língua o principal instrumento de ensino e de aprendizagem, na escola, em todas as matérias e em todas as atividades, a compreensão dessas relações e de suas implicações para a comunicação pedagógica é imprescindível a todos os professores e, também, a todos os especialistas que atuam na instituição.

A Matemática se caracteriza pela utilização de uma linguagem específica que evolui constantemente, na medida em que se exige dela uma maior formalização para seu desenvolvimento.

A Matemática apresentada através da linguagem corrente utilizaria um tempo e uma escrita muito maior do que a da linguagem formal, ou seja,a do uso do simbolismo, o que poderia dificultar o desenvolvimento da Matemática. Um exemplo simples seria a operação de adição dos números naturais. Em linguagem corrente, ter-se-ia que dizer: *se a e b representam números naturais quaisquer, chama-se adição a operação que associa o par de números (a,b) à sua soma, o que corresponde a juntar b unidades às a unidades que se tinha. O resultado encontrado é o numero c.*

Na linguagem formal escreveríamos apenas:

$$a,b \in N,\ S: (a,b) \rightarrow c = a + b$$

Citaríamos, entre outros exemplos, a simplificação obtida com a escrita das equações, somatórias, derivadas, integrais, etc.

Observe-se que a construção lingüística matemática busca ser unívoca e veicular combinações de informações que se referem a sua própria estrutura, o que dificilmente seria realizável com a linguagem corrente. (QUEIROZ 1987)

A importância dada à linguagem é primordial, uma vez que *a ciência só pode se constituir num universo simbólico*.

O problema da compreensão pode ser reduzido a reconhecer que uma língua (definida por sua gramática e seu léxico) compreende uma seqüência de símbolos; extrair conteúdo informacional de um texto é traduzir, isto é, fazer corresponder um texto de uma língua a outra, mantendo o seu sentido. (***apud*** Queiroz 1987:9)

O ato da fala, para ser eficiente, exige o uso de um código comum por seus participantes. Talvez possa se situar, aí, um dos problemas dos estudantes com a linguagem matemática – o código é dominado apenas por um dos interlocutores, o professor, que não averigua se o outro interlocutor, o aluno, conhece o código para que possa dominá-lo.

O mesmo ocorre na resolução de problemas em Matemática, onde há necessidade de compreender o problema escrito em linguagem corrente, identificar os fatos conhecidos (*os dados*), os fatos desconhecidos (*as incógnitas*), para, através da escolha de um ponto de vista, encadear conceitos já adquiridos que se aplicam ao caso em estudo para chegar à solução.

Polya (***apud*** Queiroz 1987:15) descreve quatro etapas para a solução de um problema: primeiro, compreender o problema; depois ver como os itens são concentrados, ou seja, como a incógnita se liga aos dados, para planejar a possível solução; em terceiro lugar, executar o plano; finalmente, rever toda a solução e discuti-la.

Tal caracterização é importante para consideração de possíveis obstáculos ao desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem. B. Bettelheim e K. Zelan se dedicaram ao estudo deste problema em relação à alfabetização e verificaram ser mais fácil alfabetizar crianças que percebam que o texto a ser lido é uma experiência digna de valor, que entendam que estão *lendo alguma coisa que acrescente à minha vida*, e não uma leitura vazia de sentido a que devem atribuir o valor extrínseco de poder decodificar algumas palavras.

Cita-se também Sara Zinet (*apud* QUEIROZ 1987:17) que diz: "precisa ser deslocada a ênfase da leitura do aprender a ler para *a leitura com algum significado enquanto se aprende a ler*, senão deixa de ter sentido a sua decodificação."

3. O papel do professor diante a resolução do problema

Não se aprende Matemática para resolver problemas e, sim, se aprende Matemática resolvendo problemas. Diante dessa perspectiva, qualquer situação que vise a favorecer o aprendizado deve constituir-se em situação-problema para o aluno a que se destina, ou seja, a proposta de tarefa feita pelo professor deve ser tão interessante que crie, na classe, um clima de pesquisa, de busca de solução para os problemas que emergirem da proposta. Nessa perspectiva, não existe *aula* de resolução de problemas e, sim, situações de ensino onde, a partir da pesquisa sobre problemas emergentes ou de propostas problematizadoras, é elaborado o conhecimento matemático, e essa elaboração suscita novos problemas.

Em primeiro lugar, cabe ao professor selecionar situações, antes da aula ou no decorrer da mesma, que suscitem perguntas passíveis de se transformarem em problemas. Ao propor o problema à classe, o professor deve estar preparado para aceitar os diferentes procedimentos dos alunos nas soluções encontradas, e que podem ser muito diferentes daquelas que ele julga as melhores.

Talvez o papel mais importante do professor seja o de garantir a constante discussão dos procedimentos que surgem, tanto nos pequenos grupos como na classe toda. Nessas discussões todos se enriquecem e emergem, espontaneamente ou provocados pelo professor, novos problemas que encaminham o aprofundamento do aprendizado.

A partir dessas considerações poder-se-ia dizer que é o grupo de alunos que dirige a programação das aulas de Matemática, pois os alunos terão a oportunidade de criar, inventar, propor problemas durante a aula e ,de acordo com o que surgir, é que será feita a programação da mesma. Sendo assim, o professor deverá estar preparado para saber enfrentar, junto com os alunos, as novas situações desafiadoras que aparecerão, o que exigirá muito mais do professor do que um simples plano de aula. Desse modo, cada aula será única, onde sua programação será elaborada pelos alunos daquela turma em especial.

4. Como propor problemas adequadamente

Dante (1994 : 46) elenca as características que um bom problema deve apresentar:

- ser desafiador para o aluno;
- ser real para o aluno;
- ser interessante para o aluno;
- não consistir na aplicação evidente e direta de uma ou mais operações;
- ter um nível adequado de dificuldade.

O professor deve contornar fatores que dificultam um problema, como a linguagem usada na redação do mesmo, que deve ser apropriada a cada série, e com o vocabulário o mais próximo possível da vivência do aluno; o tamanho e a estrutura das frases, que devem ser curtas e simples; o vocabulário matemático específico, pois a criança precisa de algum tempo e de ajuda para distinguir, na linguagem matemática, o significado de uma palavra de uso corrente; o "tamanho" e a complexidade dos números (problemas com *números pequenos* fazem com que o aluno focalize mais o problema em si e os processos de pensamento necessários para resolvê-los, e não simplesmente os cálculos); a ordem em que as informações (dados e condições) são apresentados; o número de condições a serem satisfeitas e sua complexidade; o número e a complexidade de operações e estratégias envolvidas.

5. Como encaminhar a solução de um problema em classe

Resolver problemas é uma tarefa bem mais difícil do que a de resolver equações ou algoritmos matemáticos, pois necessita de uma variedade de processos de pensamento que precisam ser cuidadosamente desenvolvidos pelo aluno com o apoio e o incentivo do professor (Dante 1994: 30).

Dante (1994) estabelece as seguintes etapas para encaminhar a solução de um problema em classe.

5.1. Compreendendo o problema

O professor deve começar fazendo algumas perguntas à classe para que os alunos possam compreender melhor o problema.

Os alunos devem ser encorajados a fazer perguntas ao professor e entre eles mesmos, quando estão trabalhando em pequenos grupos. Assim eles vão esclarecendo os pontos fundamentais e destacando as informações importantes do problema.

5.2. Estabelecendo um plano

O professor e a classe devem estabelecer um plano de ação. Esse diálogo com a classe é muito importante para *tirar* do aluno as estratégias de resolução do problema. Não é aconselhável que o professor apresente apenas a sua estratégia e resolva o problema através dela.

5.3. Executando o plano

Os planos traçados na etapa anterior são agora executados pelos alunos. Se um determinado plano não funcionar, procura-se outro discutido anteriormente. É preciso lembrar que os planos não são infalíveis.

Após a execução de todos os planos, o professor pode discutir com a classe qual é a execução mais compreensível, qual é a mais curta, etc., dando ênfase, aqui, à habilidade do aluno em executar o plano, e não aos cálculos em si.

5.4. Fazendo o retrospecto ou verificação

Para completar o processo, os alunos devem discutir a respeito da resposta encontrada, fazendo um retrospecto ou verificação de toda a resolução, justificando o que e como se fez.

6. A importância da autonomia e da interação social na aprendizagem

Na escola, as crianças são, em geral, desencorajadas a pensar autonomamente. Na opinião das crianças, Matemática se resume em responder às perguntas da professora que já tem as respostas uma vez que é ela quem faz as perguntas e põe certo ou errado. Por isso, nas aulas dessa disciplina, verdade e razão são confundidas com autoridade do adulto. Deduções sobre "verdade" que deveriam ter sido feitas pela criança, já vêm feitas pela cabeça da professora. Da mesma forma, julgamento sobre "razão" devem emanar de dentro das crianças e não da autoridade da professora. (Kamii: 1992)

Desde as primeiras séries, os alunos aprendem a não confiar na própria maneira de pensar; é comum as crianças apagarem suas respostas corretas quando lhes é perguntado como as conseguiram. As crianças que não são incentivadas a pensar autonomamente formarão menos conhecimento do que aquelas que são mentalmente ativas e confiantes.

Um dos métodos para se tentar realizar um método ensino-aprendizagem mais eficiente é evitar corrigir a criança e incentivá-la a discutir sua resposta (certa ou errada) com as outras crianças. As crianças freqüentemente se corrigem quando tentam explicar seus raciocínios às outras. A criança que tenta explicar o seu raciocínio para outra tem que sair de si para se fazer entender tentando coordenar seu ponto de vista com o de outra pessoa, ela mesma entende seu próprio erro.

Piaget (1947) afirmou que a interação social é indispensável para que a criança desenvolva uma lógica. A obrigação de não se contradizer, de pensar logicamente, de fazer afirmações verdadeiras e de usar palavras de forma comumente (culturalmente) entendida, nasce da interação social. Piaget diz que: *A criança procura evitar contradizer-se em presença de outras pessoas.* O desejo de *fazer sentido* e de trocar pontos de vista com outras pessoas é o que auxilia no desenvolvimento do pensamento lógico da criança (*apud* Kamii 1992:51).

O ambiente social e a situação que o professor cria são cruciais no desenvolvimento do conhecimento lógico-matemático. Uma vez que este conhecimento é construído pela criança, através da abstração reflexiva, é importante que o ambiente social incentive a criança a usá-la. Segundo Piaget, todas as pessoas de inteligência normal, podem aprender matemática. Se matemática é tão difícil para muitas crianças, é porque ela é imposta a elas, sem qualquer consideração pela forma em que aprendem ou pensam (Kamii 1992 :. 63).

Isolar as crianças para despejar conhecimentos, sistematicamente, em suas cabeças, não é aconselhável. No domínio lógico-matemático, a confrontação de pontos de vista serve para aumentar a capacidade de raciocinar das crianças a um nível sempre mais e mais elevado. A interação com os colegas deve ser, pois, maximizada. (Kamii: 1992)

O aluno só aprende a pensar por si próprio se tiver oportunidade de explicar o seu raciocínio em sala de aula ao professor e aos colegas. Os professores que afirmam não terem tempo para isso devem repensar a sua atitude, pois só negociando soluções é que se aprende a respeitar sentimentos e idéias de outras pessoas. Esse respeito não só é importante no que se refere a conflitos morais, mas, sobretudo, à situação de aprendizagem cognitiva, onde as crianças devem mobilizar a sua inteligência e a totalidade dos seus conhecimentos quando têm que tomar uma posição e confrontá-la com outras opiniões.

7. Conclusão

Podemos considerar como uma das maiores dificuldades do processo ensino-aprendizagem a interpretação, ou seja, a compreensão do problema (o momento em que o aluno tem que transformar a linguagem corrente, utilizada no enunciado do problema, para a linguagem matemática), pois esta é a etapa fundamental para o desenvolvimento de todo o processo; é o ponto de partida. Se o aluno não souber interpretar bem, não saberá nem o que está sendo pedido no enunciado do problema. Então, como poderá prosseguir?

Constatamos, nesses estudos, que existem outros obstáculos e que a interpretação não é a principal responsável por todas as dificuldades. Se o professor tiver um bom conhecimento da arte de fazer perguntas e souber propor problemas adequadamente, conseguirá fazer com que os alunos compreendam bem o problema.

A dificuldade apresentada, bem como várias não mencionadas aqui, outras só existem porque, de um modo geral, as perplexidades, os erros e as irrelevâncias dos alunos são considerados prejudiciais, pois a focalização está na obtenção de respostas certas no menor tempo possível, o que corresponde basicamente, a *cumprir o programa*. Não há tempo para que os alunos compreendam o que se passa. Tudo isso reprime a fantasia, a iniciativa e a espontaneidade do aluno. O contraste entre o prazer e o estudo é enfatizado, ficando a aula, obrigatoriamente, para estudar.

Portanto, essa pesquisa nos faz concluir que as dificuldades encontradas pelos alunos diante a resolução de problemas matemáticos dependem, primordialmente, da metodologia utilizada pelo professor na sala de aula.

Os professores interessados em que seus alunos aprendam a resolver problemas, ou seja, aprendam Matemática de uma maneira mais consciente e consistente, devem incentivá-los para a aventura de formular e resolver problemas a que se apeguem naturalmente, de preferência aproveitando os conhecimentos adquiridos fora da escola. Deve-se, assim, criar um ambiente sócio-afetivo e intelectual propício para tal, dando aos alunos oportunidades de trocarem idéias entre si e com o professor, expondo dessa forma os seus pontos de vista. O professor deve ser apenas o orientador do processo. Desse modo, as aulas de Matemática se tornarão mais prazerosas e irão desencadear no aluno um comportamento de pesquisa, tornando-o muito mais ativo e participativo.

Através desse método, o aluno mostrará as suas potencialidades, desenvolverá nele iniciativa, espírito explorador, criatividade e independência, o que acarretará na implementação do seu raciocínio lógico, do seu modo de pensar matemático, da sua capacidade de pensar crítica e autonomamente. Estaremos, assim, formando cidadãos independentes e críticos, que possam pensar por si mesmos.

Esse estudo contribuiu em muito para minha vivência profissional. Hoje em dia, posso verificar que a dificuldade dos meus alunos diante a resolução de problemas matemáticos diminuiu bastante, pois, sendo a metodologia do professor essencial, eu me transformo no instrumento facilitador do processo ensino-aprendizagem. Espero que essa experiência de encorajar as crianças no estudo da Matemática, ajudando-as na busca de uma compreensão maior e melhor do mundo em que vivem, possa ser vivenciada também por outros educadores.

8. Referências Bibliográficas

AUGUSTINE, Charles H. D'. *Métodos modernos para o ensino da Matemática*; tradução de Maria Lúcia F. E. Peres. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1976.

CARRAHER, David William; CARRAHER, Terezinha Nunes e SCHLIEMANN, Analúcia D. *Na vida dez, na escola zero*. São Paulo: Cortez, 1988.

CARVALHO, Dione Lucchesi de. *Metodologia do ensino de Matemática*. São Paulo: Cortez, 1994.

DANTE, Luiz R. *Didática da resolução de problemas de Matemática*. São Paulo: Ed. Ática, 1994.

KAMII, Constante e DECLARK, Georgia. *Reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget*. Campinas, SP: Papirus, 1992.

PEREIRA, Radiwal Alves. *Resolução de problemas*. *In*: Boletim GEPEM. Rio de Janeiro: Apoio financeiro do Subprograma de educação para ciência; PADCT-CAPES, nº 21, 1987.

QUEIROZ, Amélia Mª N. P. de. *A Matemática e a Linguagem*. *In*: Boletim GEPEM. Rio de Janeiro: Apoio financeiro do Subprograma de educação para ciência; PADCT-CAPES, nº 21, 1987.

SCHLIEMANN, Analúcia D. *et al*. *Estudos em Psicologia da Educação Matemática*. Recife: Ed. Universitária da UFPE, 1993.