

# Gráficos de controle com uma abordagem de séries temporais

Mayara Sayuri Ide (UFV)  
mayaraide@yahoo.com.br

José Ivo Ribeiro Junior (UFV)  
jivo@dpi.ufv.br

Livia Mara Souza  
livasouz@yahoo.com.br



## RESUMO

Os gráficos de controle  $\bar{X}$ , CUSUM e EWMA destacam-se como algumas das principais ferramentas do CEP. A confiabilidade de sua utilização está ligada ao atendimento das pressuposições de independência e normalidade dos dados. Se a primeira for violada, esses gráficos de controle podem gerar muitos alarmes falsos. Como os processos se tornam cada vez mais contínuos e com alto grau de automação, o estudo sobre métodos para o seu monitoramento torna-se essencial. O objetivo deste estudo foi avaliar o efeito da autocorrelação sobre a eficiência dos gráficos, bem como encontrar maneiras de minimizar ou eliminar tais efeitos. Os resultados indicaram que, quanto maior a autocorrelação presente nos dados, maior a quantidade de alarmes falsos, independentemente do comprimento da amplitude móvel utilizada para a estimativa do desvio-padrão. Outro prejuízo da aplicação dos gráficos de controle e EWMA sem nenhum tratamento para autocorrelação dos dados foi a diminuição do poder para os deltas iguais a 2 e 3. A utilização de modelos de série temporais em processos autocorrelacionados mostrou-se capaz de proporcionar alarmes falsos e verdadeiros dos gráficos de controle, CUSUM e EWMA, similares àqueles quando a pressuposição de independência dos dados é satisfeita.

**Palavras-chave:** Controle estatístico, qualidade e monitoramento.

## Control graphics with a temporal series approach

## ABSTRACT

The control charts, CUSUM and EWMA stand out as some of the main tools of SPC. The reliability on their utilization is related with the fulfillment of the presuppositions of normality and independence of the data. If the first one is violated, these control charts may generate too many false alarms. As the process are becoming even more continuous and with high automation level, the study about its monitoring becomes essential. The purpose of this study was evaluating the autocorrelation effect over the efficiency of the charts, as well find ways to minimize or eliminate these effects. The results demonstrated that as bigger is the autocorrelation in data, bigger is the amount of false alarms, independently of the moving width range used for the standard deviation estimate. Another loss due the application of the and EWMA control charts without any treatment for autocorrelated data was the power decrease to the deltas equal to two and three. The use of time series models in processes with autocorrelated data was shown capable to provide levels of true and false alarms similar of those when the presupposition of data independence is satisfied.

**Keywords:** Statistical process control, quality and monitoring.

## 1. Introdução

A melhoria da qualidade, segundo Montgomery (2004), é a redução de variabilidade nos produtos e processos. Essa é a grande meta do controle estatístico de processos (CEP), que nada mais é do que um conjunto de ferramentas estatísticas que auxilia a equipe técnica a conhecer e estabilizar o processo.

Entre todas as ferramentas que compõem o CEP, os gráficos de controle são os mais usualmente utilizados para o monitoramento da média e variabilidade inerentes às características de qualidade avaliadas em qualquer produto ou processo. Entretanto, raramente se alcançará uma variabilidade nula. Segundo Montgomery (1997), não existem na natureza dois exemplares exatamente iguais, de forma que haverá sempre alguma variabilidade, mesmo aonde, aparentemente, só exista identidade, como é o caso das linhas de produção nas indústrias. Essa variabilidade natural se deve ao somatório de várias pequenas causas inevitáveis, as quais se denominam causas aleatórias ou comuns. Assim, quando um processo está apenas sob a influência de causas aleatórias, diz-se que ele está sob controle estatístico. Caso contrário, haverá a presença de causas especiais ou de fatores que podem ser controlados pela equipe técnica.

Os gráficos de controle fazem, basicamente, a distinção dos tipos de causas (aleatórias ou especiais) que estão atuando no processo. Por isso, sua utilização no controle de qualidade é praticamente uma regra. Quando se deseja monitorar características de qualidade mensuráveis (variáveis), são empregados principalmente, os gráficos de controle  $\bar{x}$ , soma cumulativa (CUSUM) e média móvel exponencialmente ponderada (EWMA) para o monitoramento da média.

Para que esses gráficos possam exibir resultados confiáveis, os dados da característica de qualidade estudada ( $Y$ ) devem, no entanto, ser independentes entre si e seguir uma distribuição de probabilidades que seja pelo menos próxima da distribuição normal. O maior dos problemas reside quando a pressuposição de independência dos dados é violada. Na ausência da independência (presença de autocorrelação nos dados), ocorre aumento do alarme falso (erro  $\alpha$ ) decorrente da subestimação da variância aleatória de  $Y$ , pois esta não se comportará de forma aleatória em torno de uma média, já que os dados passaram a ser dependentes das observações anteriores. Dessa forma, a largura dos limites de controle fica estreita, uma vez que ela depende da variância aleatória de  $Y$ .

Outro fato importante é que, com a introdução de novas técnicas e formas de produção, os processos autocorrelacionados vêm-se tornando cada vez mais presentes nas unidades industriais. Dessa forma, é de extrema importância a busca por métodos que permitam o controle eficiente desses processos.

Neste trabalho, com o objetivo de compreender melhor o comportamento dos gráficos de controle na ausência de gráficos independentes, foi desenvolvida uma detalhada revisão de literatura, abordando-se assuntos relacionados à utilização de gráficos de controle na presença de dados autocorrelacionados. A seguir, simulou-se um conjunto de dados, aos quais foram incorporados diferentes níveis de autocorrelação. Esses dados foram utilizados no decorrer do estudo para verificar os efeitos da presença de autocorrelação sobre o desempenho dos gráficos de controle  $\bar{x}$ , CUSUM e EWMA, baseando-se nos valores das estimativas dos níveis de alarme falso ( $\alpha$ ) e poder ( $Pd$ ).

Na segunda parte do estudo, procurou-se verificar o efeito de duas diferentes abordagens: variação do comprimento da amplitude móvel ( $C_{AM}$ ) e séries temporais sobre os níveis de  $\alpha$  e  $Pd$  nos mesmos gráficos de controle.

Com base nas análises realizadas durante todo o estudo, promoveram-se análises que culminaram nos resultados a serem apresentados mais adiante neste estudo. Evidenciou-se, principalmente, o prejuízo na medida de eficiência do alarme falso na presença de dados com autocorrelação. Mostrou-se também que a abordagem de série temporal é eficiente para a construção de gráficos de controle para processos autocorrelacionados.

## 2. Objetivos

O principal objetivo deste estudo foi avaliar a eficiência apresentada pelos gráficos de controle  $\bar{x}$ , CUSUM e EWMA quando utilizados em processos autocorrelacionados, bem como avaliar métodos de controle para esse tipo de processos.

Mais especificamente, pretendeu-se:

- Salientar a importância do diagnóstico da autocorrelação e incorporá-la ao estudo de gráficos de controle.
- Verificar a estacionariedade ou não das séries de dados através do correlograma e do teste da raiz unitária.
- Estabelecer o modelo de série temporal mais adequado às séries de dados, com base nas funções de autocorrelação e autocorrelação parcial.

### 3. Revisão de literatura

#### 3.1. Processos autocorrelacionados

Quando as ferramentas estatísticas tradicionais do CEP surgiram, as empresas, em sua maioria, trabalhavam com dados independentes e processos com pouco ou nenhum grau de automatização. Não é o que ocorre atualmente quando grande número de empresas opera com processos contínuos e altamente automatizados, o que comumente gera autocorrelação nos dados, fazendo, então, que esta seja encontrada com frequência cada vez maior nos processos e, por isso, demandando atenção especial no que diz respeito à aplicação das ferramentas tradicionais do CEP.

A indústria química é um grande exemplo de processo que lida quase que exclusivamente com dados autocorrelacionados. Nesse caso, segundo Montgomery (2004), as medidas repetidas no tempo sobre o processo se apresentam, na maioria das vezes, autocorrelacionadas. Foi o advento da automatização que possibilitou amostragem muito mais frequente, permitindo identificar a presença de autocorrelação que antes não era detectada no processo. Esse fenômeno é devido ao fato de todos os processos de fabricação serem governados por elementos inerciais. A maior frequência das amostras implica menor intervalo entre elas, o qual se torna muito pequeno em relação a tais elementos, possibilitando, assim, a detecção de dados correlacionados entre si (MONTGOMERY, 2004).

A autocorrelação nada mais é que um mecanismo no processo, que faz que os dados não sejam independentes entre si ao longo do tempo. Em qualquer momento durante o processo, o valor de uma variável qualquer não será expresso somente por um valor aleatório. Segundo Souza e Camargo (2004), a autocorrelação é a medida de dependência de certa observação, tomada num instante de tempo  $t$  em relação àquela tomada num instante de tempo  $t-k$ , em que  $k$  é a defasagem (*lag*) considerada. Em outras palavras, a autocorrelação mede quanto o valor da amostragem de dada variável aleatória é capaz de influenciar o valor das amostras vizinhas.

#### 3.2. Séries temporais

Segundo Ehlers (2003), série temporal é uma coleção de observações feitas sequencialmente ao longo do tempo. A característica mais importante deste tipo de

dados é que as observações vizinhas são dependentes entre si. O interesse é analisar e modelar tal dependência. O método de séries temporais consiste basicamente em representar a correlação entre os dados estudados, obtendo-se, assim, um modelo ajustado que é utilizado para remover a autocorrelação do resíduo, tornando-os independentes para que possam, posteriormente, ser utilizados nos gráficos de controle.

Os modelos de séries temporais mais utilizados são: AR (autorregressivo), MA (média móvel), ARMA (autorregressivo de média móvel) e ARIMA (autorregressivo integrado de média móvel), sendo este último utilizado para séries temporais não estacionárias. O modelo mais adequado para representar os dados de um processo é escolhido com base na análise das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial, determinando-se o grau do polinômio. Nos gráficos de controle, resíduos gerados pelas séries com grandes valores absolutos indicam um processo fora de controle, que serão representados por pontos fora dos limites. Ao passo que resíduos com valores absolutos baixos indicam um processo sob controle, que serão representados por pontos dentro dos limites.

As séries temporais têm ainda a utilidade de descrever o comportamento dos dados, por revelar a existência de tendências, ciclos e variações sazonais, os quais podem representar padrões não aleatórios dentro do processo, e por isso podem revelar problemas de qualidade na linha de produção ou condições pertinentes ao processo. Isso porque a simples regra de pontos fora dos limites de controle estabelecidos algumas vezes se mostra incapaz de revelar deficiências do processo. Segundo Balestrassi (2000), a análise dos padrões não aleatórios é também de extrema importância no CEP. Assim, para verificar se essas tendências levarão ou não a problemas, deve-se observar se os pontos dos resíduos independentes se situarão ou não fora dos limites de controle.

Uma definição mais precisa sobre tendência é ainda indefinida. Balestrassi (2000) preferiu definir tendência como o contínuo movimento em uma direção, cujas principais causas podem ser: fadiga do operador, deterioração do equipamento ou, ainda, desgaste das ferramentas. Os ciclos (sazonalidade) são descritos por uma série de picos altos intercalados por uma série de picos baixos, com certa regularidade. As principais causas podem ser descritas por: rotatividade de operadores, mudanças sistemáticas no meio ambiente, flutuação de voltagem ou pressão ou alguma outra variação nos

equipamentos de produção. Também podem ocorrer mudanças abruptas na média do processo devido a causas como: alteração do “setup” do processo, mudança ou alteração de matéria-prima, mudança ou introdução de novos operadores e mudança nos métodos de inspeção (BALESTRASSI, 2000).

O primeiro passo para o estudo das séries temporais é quantificar o grau da autocorrelação e verificar a existência de padrões nas séries, como tendências e ciclos sazonais, através de representações gráficas como o diagrama de dispersão e o correlograma. O valor do coeficiente de correlação varia entre os valores de -1 e 1. Quanto mais próximo desses valores, mais correlacionados serão os valores  $Y_t$  e  $Y_{t-k}$ , que são os valores da característica  $Y$  estudada em dois instantes de tempo distintos,  $t$  e  $t-k$ , sendo  $k$  a distância (*lag*) entre as duas observações.

É importante dizer que a autocorrelação é influenciada pelo valor do *lag* que se deseja medir. Quando o *lag* é zero, há uma correlação perfeita, visto que se trata da variável correlacionada com ela mesma. Segundo Montgomery (2004), devem-se calcular os valores do coeficiente de correlação dos valores mais importantes de  $k$  ( $k \leq n/4$ ).

Além da função de autocorrelação (FAC), outra ferramenta que se mostra extremamente necessária para a identificação do modelo de série temporal que mais se encaixa ao processo estudado é a função de autocorrelação parcial. O coeficiente de autocorrelação parcial  $\phi_{kk}$  (FACP) mede a correlação entre observações que sejam  $k$  períodos afastados, depois de controladas as correlações nas defasagens intermediárias, pois grande proporção da correlação entre  $Y_t$  e  $Y_{t-k}$  pode ser devida às correlações das defasagens intermediárias  $Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-k}$ .

Após a quantificação do grau de autocorrelação, o próximo passo é verificar se o conjunto de dados em estudo representa uma série estacionária ou não estacionária. Processos não estacionários necessitam de diferenciações para se tornarem estacionários e se adequarem a algum dos modelos de séries temporais existentes.

A estacionariedade de uma série pode ser verificada através de testes de estacionariedade com base na função de autocorrelação e do teste da raiz unitária. Um processo é estacionário quando suas propriedades não são afetadas por uma mudança na origem do tempo, ou seja, todas as distribuições permanecem invariáveis em face de modificações da origem de tempo (RUSSO, 2002). Isso implica que a média, a variância e a covariância em diversas defasagens são constantes ao

longo do tempo. As características de  $Y(t+k)$ , para todo  $k$ , são as mesmas de  $Y(t)$ . Dizer que uma série é estacionária significa dizer que a série se desenvolve aleatoriamente no tempo ao redor de uma média constante, refletindo, de alguma forma, um equilíbrio estável (MORETTIN; TOLOI, 2006).

A estacionariedade é uma das suposições mais frequentes feitas acerca de uma série temporal, e a maior parte do material encontrado na teoria se refere às séries estacionárias. Séries não estacionárias não satisfazem as condições de média, variância e covariância constantes das séries estacionárias, independentemente do instante de tempo em que sejam medidas.

Outra ferramenta de extrema importância na avaliação da estacionariedade das séries é o correlograma, que é uma representação gráfica das autocorrelações, ou melhor, dos coeficientes de autocorrelações com diferentes *lags* de dado conjunto de dados. Segundo Montgomery (2004), se uma autocorrelação excede o limite de dois desvios-padrão para o parâmetro de autocorrelação  $\hat{\rho}_k$ , dada uma defasagem  $k$ , o parâmetro da autocorrelação correspondente é provavelmente diferente de zero.

O correlograma é útil não só para avaliação da estacionariedade ou não da série, mas também para auxiliar o ajuste do modelo de série temporal ao conjunto de dados, através da associação entre certos padrões apresentados pelo correlograma da série em estudo e determinadas características de um modelo de série temporal. O correlograma pode exibir alguns padrões característicos de séries não estacionárias. A não estacionariedade pode ficar bastante evidente quando, num correlograma, as autocorrelações decaírem muito lentamente (EHLERS, 2003).

A primeira conclusão sobre a estacionariedade ou não de uma série de dados pode ser feita a partir do correlograma. Se os valores de  $r_k$  se encontrarem dentro dos limites especificados de confiança, a hipótese  $\rho_k$  (parâmetro de autocorrelação) igual a zero é aceita. No entanto, se estiver fora dos limites do intervalo de confiança, a hipótese de que o verdadeiro  $\rho_k$  é zero é rejeitada (GUJARATI, 2000).

Além da utilização do correlograma, o teste da raiz unitária de Dickey-Fuller (DF) e o teste da raiz unitária aumentado de Dickey-Fuller (ADF) são alternativas melhores. O primeiro passo para realização desses testes é estimar o coeficiente da equação, seja  $\hat{\rho}_k$ , seja  $\phi_{kk}$ . A estatística utilizada nos testes é conhecida como estatística *tau* ( $\tau$ ), e o teste *tau* é conhecido na

literatura especializada como teste de Dickey–Fuller. A forma mais simples para o cálculo da estatística  $\tau$  é dividir o coeficiente  $\hat{\alpha}$  estimado por seu erro-padrão. O segundo passo é consultar as tabelas de Dickey-Fuller para verificar se a hipótese  $\alpha=0$  foi rejeitada. Se o valor calculado da estatística  $\tau$  for menor que os valores tabelados, então a hipótese  $\alpha=0$  não é rejeitada. Portanto, a série temporal é considerada estacionária (GUJARATI, 2000).

### 3.3. Box-Jenkins

Box-Jenkins é uma proposta metodológica utilizada para se verificar qual modelo de série temporal ARIMA (p,d,q) é o mais adequado para determinado conjunto de dados. O método consiste de três passos fundamentais:

**3.3.1) Identificação** – Esta etapa é executada com base nas funções de autocorrelação (FAC) e autocorrelação parcial (FACP). Para tanto, comparam-se a FAC e FACP do processo com os correlogramas exibidos por alguns modelos ARIMA, como AR (1), AR (2), MA (1), MA (2), ARMA (1,1), ARMA (2,2) e outros. É nesta etapa que se verifica a necessidade de realizar uma transformação sobre a série original, com o objetivo de estabilizar sua variância. Em caso positivo, tomam-se quantas diferenças forem necessárias para tornar a série estacionária. O modelo de série temporal é, então, ajustado de acordo com os padrões exibidos pela FAC e pela FACP, os quais são descritos na Tabela 1.

**3.3.2) Estimativa** – É nesta etapa que os parâmetros do modelo identificado serão estimados. O método utilizado para tanto é o método dos mínimos quadrados. Os modelos MA requerem a utilização de métodos computacionais iterativos eficientes para que aconteça a minimização da soma de quadrados residuais.

Porém, nada garante que essa convergência para o mínimo global vá ocorrer, podendo ser necessárias muitas iterações para tal. Caso não haja essa convergência, pode ser que haja algum problema com as estimativas realizadas. Nesses casos, pode ser mais vantajoso ajustar modelos AR com mais parâmetros do que um modelo MA, por exemplo. Já os modelos ARMA exibem as mesmas dificuldades dos modelos MA (EHLERS, 2003)

**3.3.3) Verificação ou Diagnóstico** – Nesta etapa, verifica-se que se o modelo escolhido é realmente adequado para a série de dados em estudo. A análise dos resíduos é uma ferramenta muito utilizada para tal propósito. Um modelo bem ajustado apresentará resíduos distribuídos em torno de zero, com variância constante e não correlacionados. A presença de autocorrelação nos resíduos é um indicio de que uma ou mais características da série de dados não está bem descrita pelo modelo. A representação gráfica da série e de respectivos correlogramas é também um bom método de verificação. Por exemplo, autocorrelações residuais significativas nas defasagens 1 ou 2 são indicativos de que mais termos de médias móveis devem ser incluídos no modelo. No entanto, valores de  $r_k$  ligeiramente fora dos limites de confiança, em defasagens maiores, não são suficientes para rejeitar o modelo (EHLERS 2003).

### 3.4. Medidas de eficiência dos gráficos de controle

Após encontrar um modelo de série temporal que tenha um bom ajuste, aplica-se um dos gráficos de controle tradicionais (CUSUM e EWMA) aos resíduos gerados pelo modelo. A análise do desempenho desses gráficos é feita através da análise das medidas de eficiência erro alfa ( $\hat{\alpha}$ ), conhecido também como alarme falso, e pode (Pd) ser uma medida dependente do erro beta ( $\hat{\beta}$ ), também chamado de erro tipo II, sendo  $Pd = 1 - \hat{\beta}$

Tabela 1 - Modelos de séries temporais e respectivas FAC e FACP

Processo	FAC	FACP
Série aleatória	0	0
ARIMA (p,0,0) = AR (p)	Decai exponencialmente ou exibe padrão senoidal	$\rho_{kk} \neq 0$ , para $k \leq p$ e $\rho_{kk} = 0$ para $k > p$
ARIMA (0,0,q) = MA(q)	0, após o lag q	Decai exponencialmente ou exibe padrão senoidal
ARIMA(p,0,q) = ARMA (p, q)	Decaimento exponencial ou oscilatório após a defasagem q	Decai exponencialmente ou exibe padrão senoidal

-  $\hat{\alpha}$ . O erro alfa corresponde à probabilidade de ocorrência de alarme falso, isto é, a probabilidade do gráfico de controle acusar que o processo está fora de controle quando, na realidade, está sob controle. Já o erro beta é a probabilidade de alarme falso, que ocorre quando o gráfico acusa como processo sob controle um processo que está na verdade sob controle. Portanto, o  $P_d$  é a probabilidade de rejeitar a hipótese  $H_0$  quando esta é falsa (alarme verdadeiro), sendo dependente do número de desvios-padrão que se quer detectar como diferença significativa ( $\delta$ ).

A consequência de ordem prática associada ao erro (alarme falso) é intervir no processo na hora errada, quando este está isento de causas especiais, o que em si já acarreta custos de interrupção do processo e com a mão-de-obra e material utilizado, além do risco de desajustar um processo que estava ajustado. Já a consequência de ordem prática associada ao erro  $\beta$  (falta de detecção) é não intervir no processo em um momento no qual uma intervenção se faz necessária, pois ele está sob a influência de causas especiais (COSTA et al., 2004).

A especificação dos limites de controle é uma das decisões críticas que tem de ser feita no projeto de um gráfico de controle, pois afeta diretamente as medidas de eficiência. Pelo deslocamento dos limites de controle para mais longe da linha central, diminui-se o erro  $\alpha$ , ou seja, o risco de um ponto cair além dos limites de controle, indicando a condição de falta de controle quando nenhuma causa atribuída estiver presente. No entanto, o alargamento dos limites de controle aumentará também o risco  $\beta$ , isto é, o risco de um ponto cair entre os limites de controle, quando o processo estiver realmente fora de controle. Já se movendo os limites de controle para mais perto da linha central, o efeito oposto será obtido: o risco  $\alpha$  é aumentado, enquanto o risco  $\beta$  é diminuído (MONTGOMERY; RUNGER, 2003).

A frequência de amostragem para o monitoramento do processo também é outro fator que influi sobre as medidas de eficiência. Uma amostragem mais frequente produz repostas mais rápidas às variações observadas no processo, conduzindo a um maior número de amostras analisadas, o que pode levar a um maior número de alarmes falsos. O quadro torna-se ainda pior quando a inspeção é destrutiva, isto é, quando os itens a serem analisados precisam ser destruídos, podendo acarretar em altos gastos para a empresa.

Já uma amostragem menos frequente leva à menor número de amostras inspecionadas, podendo gerar menor número de alarmes falsos. O grande problema é o tempo

que se leva para detecção de uma adversidade no processo de produção, o que também pode acarretar em gastos consideráveis para a empresa, diminuindo sua produtividade e competitividade no mercado. Em casos de dados autocorrelacionados, uma amostragem menos frequente pode interromper a autocorrelação nos dados do processo. Embora pareça uma solução fácil, o tempo de detecção para uma variação real de um processo pode ser muito alto, segundo Montgomery (2004). Nesse sentido, essa metodologia não se mostra interessante para o controle de qualidade em um processo que gera dados autocorrelacionados.

## 4. Metodologia de pesquisa

### 4.1. Caracterização do local

O estudo em questão foi desenvolvido utilizando-se os recursos e instalações do Departamento de Informática (Setor de Estatística) da Universidade Federal de Viçosa. A estrutura presente no local permitiu a simulação dos dados necessários, bem como ofereceu todo o suporte necessário para a realização do estudo. Foram utilizados, principalmente, os softwares R, Minitab 14 e Microsoft Excel 2002 do Office XP.

### 4.2. Simulação dos dados

Para o estudo do efeito da autocorrelação dos dados sobre os gráficos de controle, CUSUM e EWMA, foram simuladas 1.000 amostras ( $n = 1$ ) independentes de uma característica de qualidade  $Y$ , com média  $\mu = 1.000$  e desvio-padrão  $\sigma = 100$ . Tal processo foi repetido por 20 vezes na tentativa de se reduzir a oscilação aleatória provocada pela simulação. Na simulação escolhida de autocorrelação igual a zero ( $\rho = 0$ ), foram incorporadas autocorrelações na defasagem 1 ( $r_1$ ) próximas de 0,2; 0,4; 0,5; 0,6; 0,8; e 1. Assim, foram obtidos sete conjuntos de 1.000 dados.

### 4.3. Comprimento da amplitude móvel

O desvio-padrão ( $\sigma$ ) foi estimado através do método da amplitude móvel ( $C_{AM}$ ), com comprimentos iguais a 2, 3, 4 e 5. Dessa forma, buscou-se verificar se aumento no comprimento da amplitude móvel ( $C_{AM}$ ) era capaz de reduzir ou eliminar o alarme falso produzido pela autocorrelação. O efeito da modificação no

comprimento da amplitude sobre o nível de alarmes falsos foi verificado através de regressões feitas a partir do número de alarmes falsos gerados por cada um dos comprimentos. Observou-se também o comportamento de cada um dos gráficos de controle ( $\bar{X}$ , CUSUM e EWMA) diante do aumento do comprimento da amplitude móvel. Mais uma vez a intenção foi verificar se o aumento do comprimento da amplitude móvel se mostrava como um tratamento adequado para reduzir ou, até mesmo, eliminar os alarmes falsos em algum dos gráficos de controle. Para tanto, realizaram-se análises de regressão dos alarmes falsos em função do  $C_{AMP}$  cujos coeficientes foram testados pelo teste t, a 5% de probabilidade.

#### 4.4. Alarmes falso e verdadeiro

O alarme falso ( $\hat{\alpha}$ ) foi estimado como mostrado pela equação 1, na qual NPFC = Número de pontos fora de controle:

$$\hat{\alpha} = \frac{NPFC}{1000} \quad (1)$$

Nesse caso, os gráficos de controle foram construídos com base nos dados simulados com delta igual a zero ( $\delta=0$ ), sendo a linha média igual a 1000 (LM = 1.000). Já o alarme verdadeiro foi estimado de acordo com a equação 2:

$$\hat{Pd} = \frac{NPFC}{1000} \quad (2)$$

Nesse caso, os gráficos de controle foram construídos com base nos dados simulados com os deltas iguais a 1, 2 e 3 ( $\delta = 1, 2$  e 3), sendo a linha média igual a 1.000 (LM = 1000).

#### 4.5. Gráficos de controle

Foram construídos os gráficos de controle  $\bar{X}$ , CUSUM e EWMA para todos os 96 conjuntos de 1.000 dados, resultantes da combinação das seis autocorrelações ( $r = 0,2; 0,4; 0,5; 0,6; 0,8; e 1$ ) com os quatro  $C_{AM}$  ( $C_{AM} = 2,3,4$  e 5) e com os quatro deltas ( $\delta = 0, 1, 2$  e 3). Para cada um dos gráficos, foram estimados os níveis de alarme falso e de poder.

Para a construção de cada um dos gráficos de controle são utilizadas constantes predeterminadas. Tais constantes, em geral, são estabelecidas pelo usuário do

gráfico. Neste estudo, utilizaram-se dois conjuntos diferentes de constantes para cada um dos gráficos, com o objetivo de verificar se o comportamento dos alarmes falso e verdadeiro em função da autocorrelação era semelhante ou não.

Para o gráfico  $\bar{X}$ , a constante é a  $k$  ( $n^\circ$  de desvios-padrão que se quer detectar como variação aleatória), e os valores utilizados foram  $k = 1,28$  e  $1,96$ . No gráfico CUSUM, as constantes são  $h^*$  (intervalo de decisão padronizado) e  $k^*$  (valor de referência padronizado) e os conjuntos de valores utilizados foram  $h^* = 4; k^* = 0,25$  e  $h^* = 4; e k^* = 0,5$ . Finalmente, no gráfico EWMA as constantes são  $k$  ( $n^\circ$  de desvios-padrão que se quer detectar como variação aleatória) e  $\lambda$  (peso da amostra), e os conjuntos de valores foram  $k = 1,28; \lambda = 0,75$  e  $k = 1,96$  e  $\lambda = 0,75$ . A construção de cada um dos gráficos foi feita segundo a descrição a seguir:

##### 4.5.1. Gráfico $\bar{X}$

O gráfico  $\bar{X}$  foi construído com base na constante  $k$  (cujos valores utilizados foram 1,28 e 1,96), sendo os valores de  $\mu$  (média) = 1.000,  $\sigma$  (desvio-padrão) = 100 e  $n = 1$ , através do conjunto da equação 3, apresentado a seguir:

$$\begin{aligned} LIC &= \mu - k \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ LC &= \mu \\ LSC &= \mu + k \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \end{aligned} \quad (3)$$

##### 4.5.2. Gráfico CUSUM

Na CUSUM tabular para  $\mu = 1$ , foram estabelecidas a  $S_H(i)$  (CUSUM unilateral superior) e a  $S_L(i)$  (CUSUM unilateral inferior), da amostra 1 até a amostra  $m$ . Essas CUSUMs, caso o valor-alvo  $\mu$  seja conhecido, são calculadas, respectivamente, através das expressões 4 e 5.

$$S_H(i) = \text{máximo} [0; Y_i - (\mu + K) + S_H(i-1)] \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (4)$$

$$S_L(i) = \text{máximo} [0; (\mu - K) - Y_i + S_L(i-1)] \quad (5)$$

Os valores iniciais para  $S_H(0)$  e  $S_L(0)$  são iguais a zero. Note que tanto  $S_H(i)$  quando  $S_L(i)$  acumulam os desvios do valor-alvo que são maiores do que  $K$ , sendo ambas as quantidades reajustadas para zero, caso se

tornem negativas. Se pelo menos um  $S_H(i)$  ou  $S_L(i)$  exceder o valor de  $H$ , então o processo será considerado como fora de controle. O valor  $H$  é chamado de intervalo de decisão. Desse modo, os limites do gráfico serão dados pelo conjunto da expressão 6.

$$LIC = -H$$

$$LC = 0 \quad (6)$$

$$LSC = +H$$

Os valores de  $H$  e  $K$  para  $\mu = 1$  são definidos, respectivamente, pelas expressões 7 e 8, nas quais  $h^* =$

valor padronizado de  $H$ ,  $k^* = \frac{\delta}{2}$  = valor padronizado de

$H$  e  $\delta$  = deslocamento do valor-alvo em número de desvios-padrão.

$$H = h^* \sigma \quad (7)$$

$$K = k^* \sigma \quad (8)$$

Por fim, deve-se notar que, ao contrário do gráfico de controle  $\bar{X}$  de Shewhart, as regras suplementares não podem ser seguramente aplicadas ao gráfico CUSUM, porque valores sucessivos de  $S_H(i)$  e  $S_L(i)$  não são independentes. De fato, a CUSUM pode ser pensada como uma média ponderada, em que os pesos são estocásticos ou aleatórios, e, dessa forma, todos os valores são altamente correlacionados.

#### 4.5.3. Gráfico EWMA

No caso do gráfico de controle EWMA para  $\mu = 1$ , são plotados os valores da estatística  $W_i$  (COSTA et al., 2004), que é calculada segundo a equação 9, na qual  $Y_i$  = valor da amostra  $i$ ,  $\lambda$  = peso da amostra  $i$  ( $0 < \lambda \leq 1$ ) e  $W_0 = \mu_0$  = valor-alvo = 1.000 (no caso deste estudo).

$$W_i = \lambda Y_i + (1 - \lambda) W_{i-1} \quad (9)$$

Já a variância da variável  $Y_i$  é calculada segundo a expressão 10, na qual = variância da variável  $Y$ :

$$\sigma_{W_i}^2 = \sigma^2 \left( \frac{\lambda}{2 - \lambda} \right) \left[ 1 - (1 - \lambda)^{2i} \right] \quad (10)$$

Assim, a linha central e os limite inferior e superior do gráfico EWMA, para cada amostra  $i$ , serão calculados segundo o conjunto da equação 11, como se segue:

$$LIC = \mu - k \sigma_{W_i}$$

$$LC = \mu$$

$$LSC = \mu + k \sigma_{W_i}$$

(11)

#### 4.6. Séries temporais

Para cada um dos sete conjuntos de 1000 dados representados pelas diferentes autocorrelações (0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; e 1), ajustou-se um modelo de série temporal de acordo com os padrões exibidos pelas funções de autocorrelação (FAC) e autocorrelação parcial (FACP), entre os quais: modelos autorregressivos AR(p), modelos de médias móveis MA(q) e modelos autorregressivos integrados de média móvel ARIMA (p,d,q). Após uma descrição do comportamento das funções FAC e FACP, exibidas para cada uma das séries de dados, foi feita a verificação da estacionariedade da série, através de análises visuais dos correlogramas e dos testes de estacionariedade. Buscando-se, assim, traçar um paralelo entre a estacionariedade da série e o fato de o processo estar ou não sobre controle.

Depois de definidos os modelos de séries temporais de cada um dos sete conjuntos de dados, efetuou-se a comparação das medidas de eficiência (alarmes falsos e poder) entre a abordagem que não utilizou nenhum tratamento para os dados correlacionados e aquelas que se utilizaram dos modelos de séries temporais. Para se obterem comparações mais objetivas a respeito dos efeitos da autocorrelação sobre as medias de eficiência, foram realizadas análises de regressão dos níveis de alarme falso e verdadeiro em função das autocorrelações. Os coeficientes foram testados através da realização do teste  $t$ , a 5% de probabilidade.

### 5. Resultados e discussão

#### 5.1. Comprimento da amplitude móvel

Quando foi aplicada a abordagem de variação do comprimento da amplitude móvel ( $C_{AM}$ ), percebeu-se que a incidência dos alarmes falso e verdadeiro não sofreu efeito ( $P > 0,05$ ) do  $C_{AM}$ , em cada uma das autocorrelações, com uma defasagem ( $r_i$ ) avaliada, sendo suas médias apresentadas na Tabela 2. Como não houve variação na incidência de alarmes falsos e verdadeiro, os valores apresentados na Tabela 2 são resultados médios dos alarmes falsos e verdadeiro exibidos pelas séries simuladas nos comprimentos de amplitude móvel iguais à 2, 3, 4 e 5. ( $C_{AM} = 2, 3, 4$  e 5).



Tabela 2 - Estimativas de alfa e Pd em função do CAM, em diferentes autocorrelações

r	$\hat{P}d$			
	$\hat{\alpha}$	$\Delta = 1$	$\delta = 2$	$\delta = 3$
0	0,05	0,17	0,52	0,85
0,2	0,08	0,20	0,51	0,83
0,4	0,12	0,23	0,50	0,82
0,5	0,14	0,24	0,50	0,81
0,6	0,19	0,27	0,51	0,78
0,8	0,28	0,34	0,52	0,72
0,99	0,86	0,90	0,94	0,96

Concluiu-se, portanto, que não há a necessidade de se preocupar com o  $C_{AM}$  durante a construção de um gráfico de controle, recomendando-se a utilização do  $C_{AM} = 2$ , devido à sua maior popularidade e facilidade de uso.

## 5.2. Séries temporais

### 5.2.1. Tipos

Entre todas as séries temporais estudadas, apenas a série com autocorrelação  $r_1 = 0,99$  mostrou-se como não estacionária ( $P > 0,05$ ), o que pode conduzir, neste caso, a um processo fora de controle. No entanto, as séries simuladas com as demais autocorrelações estudadas foram consideradas estacionárias ( $P < 0,05$ ), o que indicou um processo sob controle estatístico. Essa análise de estacionariedade da série é de extrema

importância quando se detecta a presença de autocorrelação no processo em estudo. Quanto maior o valor  $r_1$  da autocorrelação presente, maior a chance de a série de dados ser não estacionária.

É importante ressaltar, entretanto, que a não estacionariedade da série não indica necessariamente que o processo esteja fora de controle, pois em alguns casos a série não estacionária pode apresentar tendência estocástica, que não é determinada pelo tempo, dando-se apenas em função da autocorrelação nos dados. Em casos como este, é necessário se realizar uma análise complementar para verificar se a tendência é ou não estocástica, ou seja, se o processo está ou não sob o controle estatístico. No entanto, todas as demais séries de dados (estacionárias ou não estacionária estocástica), passíveis de serem estudadas pelo modelo ARIMA (p,d,q), poderão estar sob controle estatístico, caso a presença de autocorrelação não leve a uma mudança significativa da média. O principal efeito que foi causado pela autocorrelação foi a subestimativa do desvio-padrão, fazendo que possam não ser gerados resíduos independentes da série temporal, o que faz que o processo possa não ser interpretado corretamente.

Se o processo estiver sob o controle estatístico para a média, independentemente se ele é estacionário ou não estacionário estocástico, as estimativas de alarmes falsos nos gráficos de controle deverão ser próximas àquelas na presença de dados independentes. No entanto, se o processo estiver fora de controle para a média, o gráfico deve apresentar poderes semelhantes àqueles quando os dados forem ou não independentes.

A análise dos correlogramas apresentados nas Figuras 1 a 7, indicou os mesmos resultados apresentados pelo teste de Dickey-Fuller a respeito da estacionariedade ou não das séries.

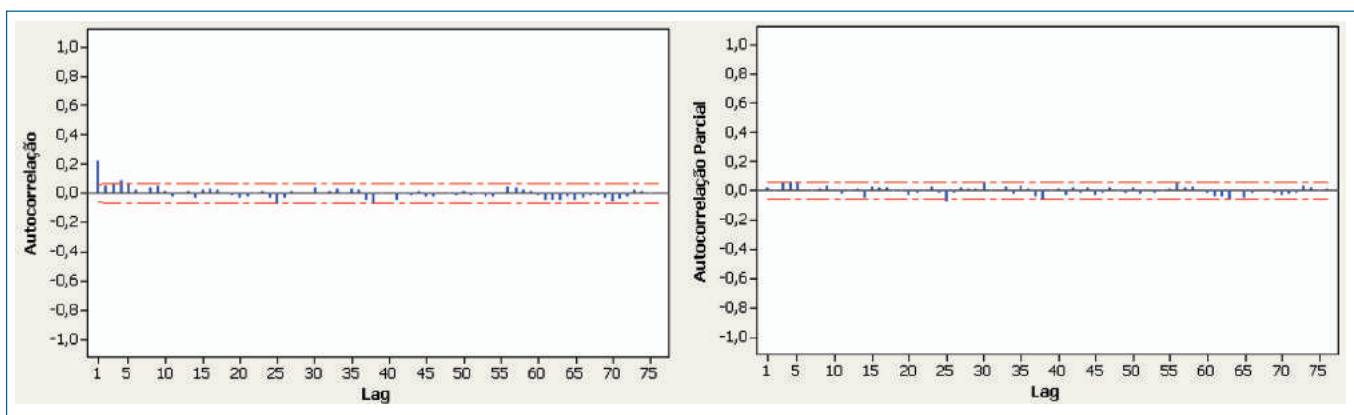


Figura 1 - Correlograma para  $r_1 = 0$ .

A análise visual indicou que as séries representadas pelas Figuras 2 a 6 ( $r_1 = 0,1; 0,4; 0,5; 0,6; e 0,8$ , respectivamente) são séries estacionárias, pois apresentaram correlação significativa no  $lag = 1$ , com oscilações de autocorrelações para os outros  $lags$ . O

correlograma para a série de dados com autocorrelação  $r_1 = 0,99$  comportou-se de forma diferente, iniciando-se com valores altos nos primeiros  $lags$ , decaindo gradualmente, porém exibindo correlações ainda fortes para os  $lags$  mais altos.

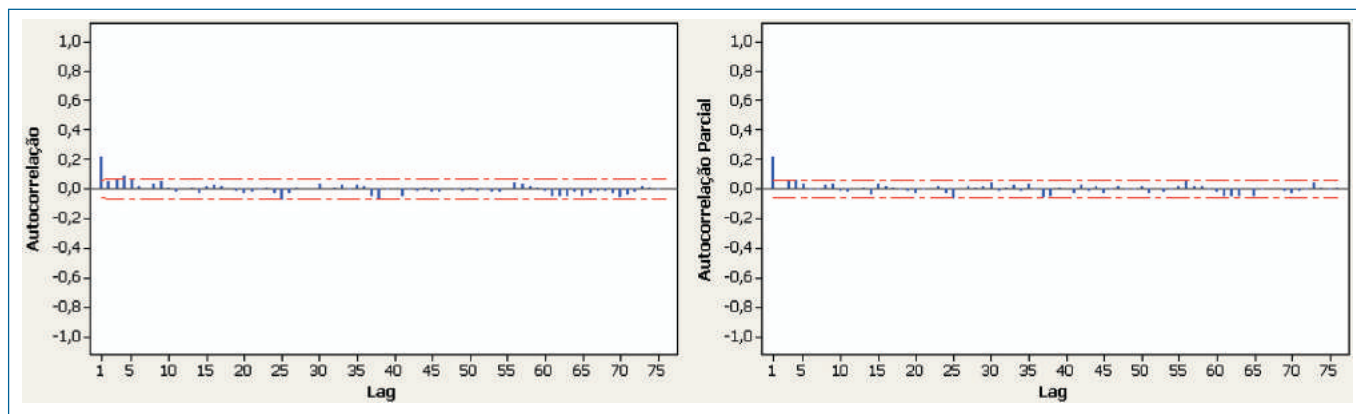


Figura 2 - Correlograma para  $r_1 = 0,2$ .

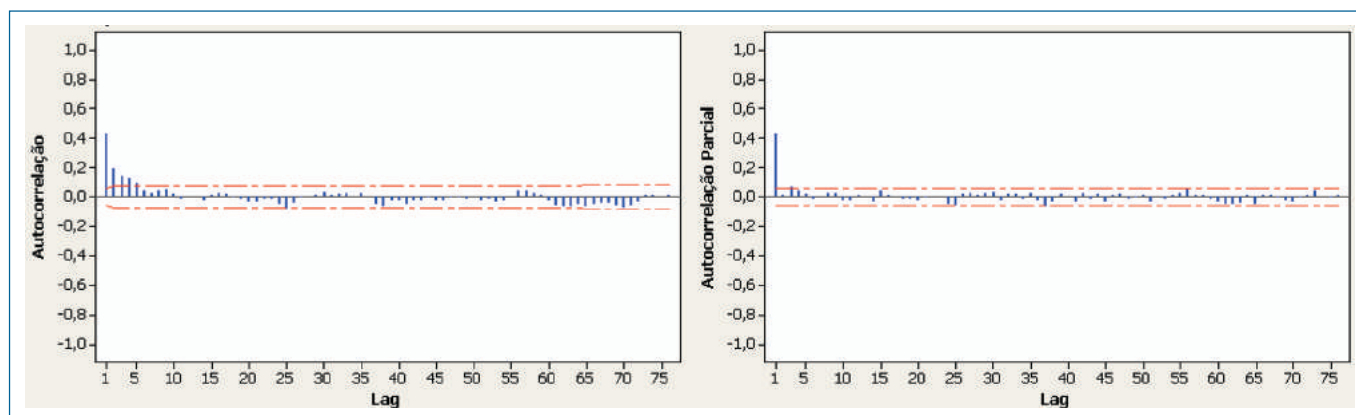


Figura 3 - Correlograma para  $r_1 = 0,4$ .

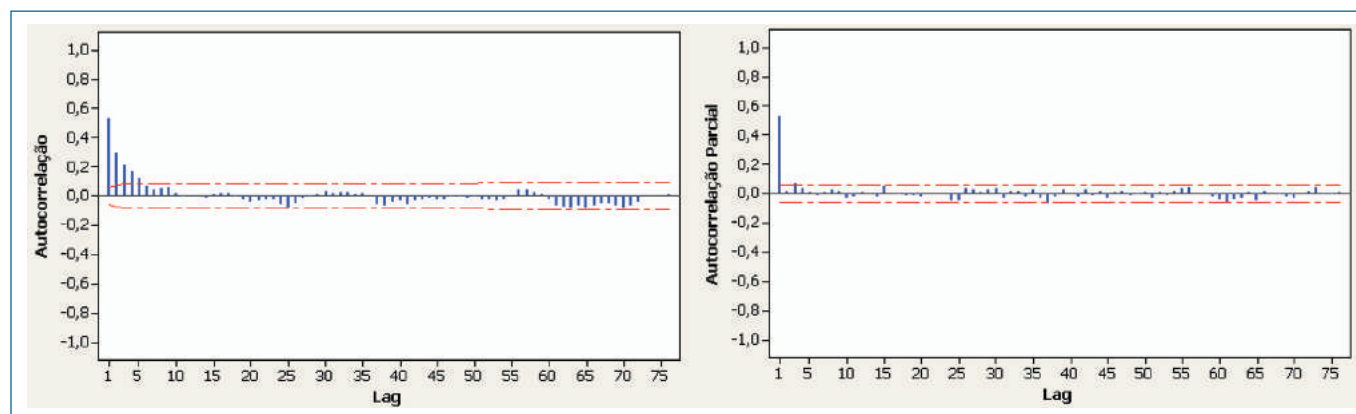


Figura 4 - Correlograma para  $r_1 = 0,5$ .

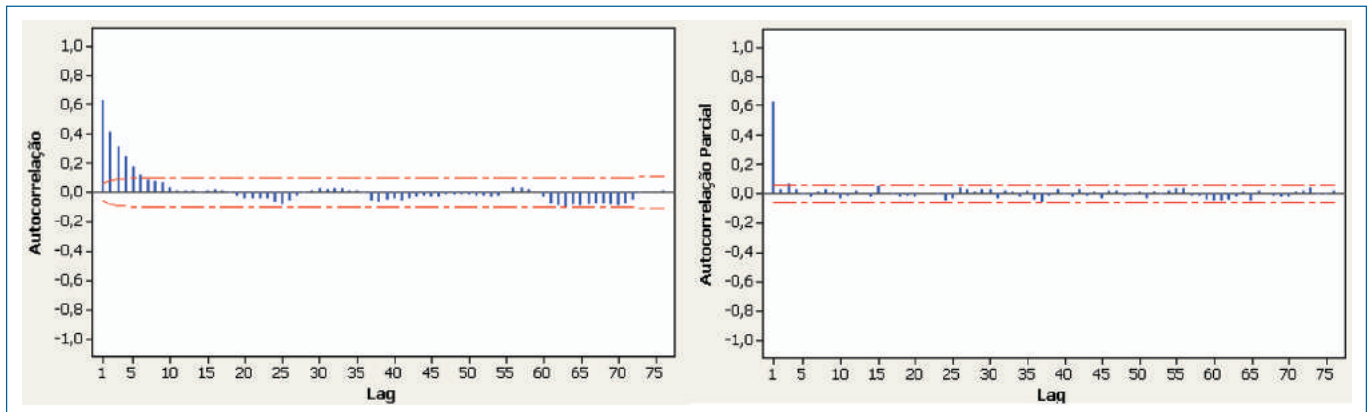


Figura 5 - Correlograma para  $r_1 = 0,6$ .

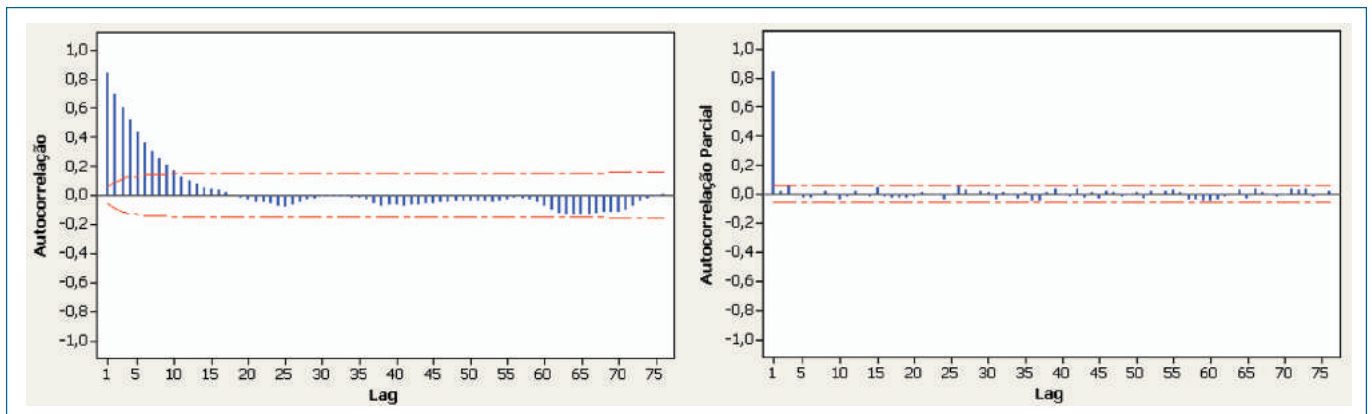


Figura 6 - Correlograma para  $r_1 = 0,8$ .

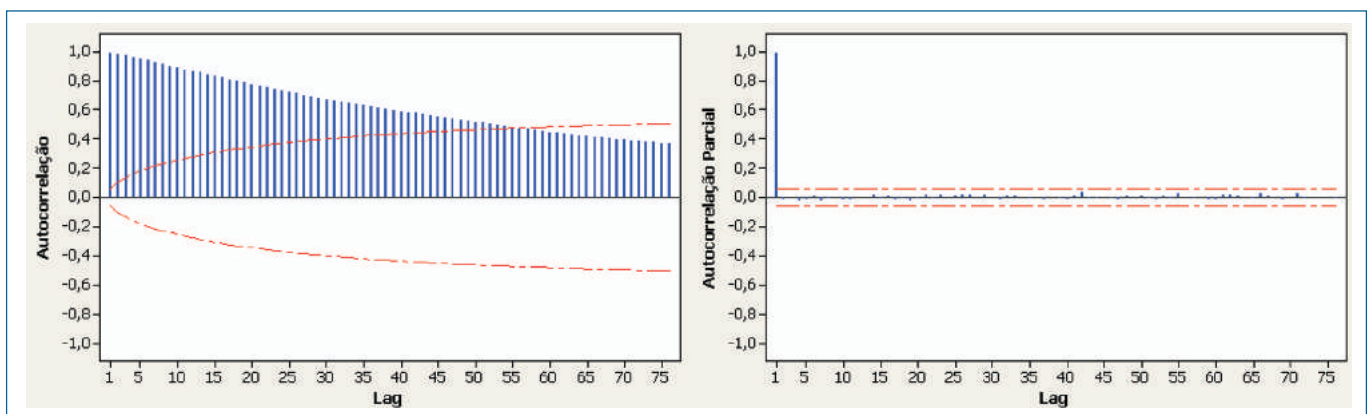


Figura 7 - Correlograma para  $r_1 = 0,99$ .

### 5.2.2. Modelos

Através da utilização da metodologia Box-Jenkins, em que os correlogramas e correlogramas parciais exercem papéis fundamentais, obtiveram-se os modelos de séries temporais descritos na Tabela 3.

### 5.2.3. Gráficos de controle

A construção dos gráficos de controle necessários para estudo foi feita através da utilização dos resíduos independentes gerados através dos modelos de séries temporais ajustados. Nesses casos, resíduos altos, em valores absolutos, indicam processos fora de controle,

Tabela 3 - Modelos de séries temporais ajustados para cada valor de autocorrelação r1

r1	Modelo	Equação Ajustada
0,2	ARIMA(1,0,0) = AR (1)	$\hat{Y}_t = 753,896 + 0,2461Y_{t-1}$
0,4	ARIMA(1,0,0) = AR (1)	$\hat{Y}_t = 650,842 + 0,3489Y_{t-1}$
0,5	ARIMA(3,0,0) = AR (3)	$\hat{Y}_t = 312,679 + 0,558Y_{t-1} + 0,0611Y_{t-9} - 0,068Y_{t-53}$
0,6	ARIMA(4,0,0) = AR (4)	$\hat{Y}_t = 397,346 + 0,559Y_{t-1} + 0,0177Y_{t-7} + 0,056Y_{t-9} - 0,031Y_{t-28}$
0,8	ARIMA(2,0,0) = AR (2)	$\hat{Y}_t = 305,496 + 0,626Y_{t-1} + 0,063Y_{t-9}$
0,99	ARIMA(1,1,0)	$\hat{Y}_t = -0,188 + 0,115Y_{t-1}$

que serão representados por pontos plotados além dos limites de controle dos gráficos. Entretanto, resíduos com valores próximos de zero poderão indicar um processo sobre controle, que serão representados por pontos dentro dos limites de controle.

### 5.2.3.1. Gráfico de $\bar{X}$ Shewhart

O alarme falso aumentou linearmente ( $P < 0,05$ ) em função do aumento da autocorrelação r1 até r1 = 0,8. Acima deste valor ocorre aumento bastante pronunciado do alarme falso, chegando a atingir 92% para r1 = 0,99. No entanto, o alarme não aumentou ( $P > 0,05$ ) em função de r1, quando o gráfico foi construído utilizando-se a abordagem de séries temporais. A Tabela 4 mostra as estimativas dos alarmes falsos em função de r1 para o gráfico  $\bar{X}$ .

A utilização da abordagem de séries temporais permitiu que os níveis de alarme falso para quando r = 0

se manifestassem na presença de quaisquer autocorrelações, quando os dados originais são substituídos pelos resíduos gerados pelas séries temporais.

Outro fato interessante a respeito dos alarmes falsos ocorrido durante a construção dos gráficos, quando não foram utilizados os modelos de séries temporais, foi a grande sensibilidade que estes apresentaram a ocorrência dos alarmes falsos nas séries não estacionárias. Observou-se que na série de dados com autocorrelação r1 = 0,99 (a única considerada não estacionária) houve explosão na ocorrência de alarmes falsos, passando de um nível de 0,54 na autocorrelação r1 = 0,88 para 0,92 quando r1 = 0,99 (com k = 1,28) e de 0,34 com r1 = 0,8 para 0,88 quando r1 = 0,99 (com k = 1,96). Observou-se, portanto, aumento linear dos alarmes falsos nas séries estacionárias, bem como uma explosão na taxa de alarmes falsos quando a série é identificada como não estacionária.

Tabela 4 - Estimativas dos alarmes falsos em função de r1 para o gráfico

Alarme Falso			
	Equação de Regressão para $0 \leq r_1 < 0,8$	R <sup>2</sup> (%)	$\bar{\alpha}$ para r1 = 0,99
k=1,28	Y	$\hat{\alpha} = 0,38 + 0,19 * r_1$	93,58
	ARIMA (p,d,q)	$\bar{\alpha} = 0,21$	*
k=1,96	Y	$\hat{\alpha} = -0,02 + 0,77 * r_1$	98,76
	ARIMA (p,d,q)	$\bar{\alpha} = 0,05$	*

\* Significativos pelo teste t ( $P < 0,05$ ).

A outra medida de eficiência utilizada neste estudo foi o poder dos gráficos para os diferentes valores de deltas utilizados, cujos resultados são apresentados na Tabela 5.

Quanto ao poder, a utilização da abordagem de séries temporais permitiu, mais uma vez, que os níveis de Pd quando r1 = 0 se manifestassem para quaisquer autocorrelações, ou seja, o aumento da autocorrelação deixou de ter influência sobre o Pd ( $P > 0,05$ ).

Tabela 5 - Estimativas de Pd em função de r1 para o gráfico

$\Delta = 1$				
	Equação de Regressão para $0 \leq r_1 \leq 0,8$	R <sup>2</sup> (%)	$\bar{P}d$ para $r_1 = 0,99$	
k=1,28	Y	$\hat{P}d = 0,38 + 0,21 * r$	91,55	0,94
	ARIMA (p,d,q)	$\bar{P}d = 0,38$	*	0,40
k=1,96	Y	$\hat{P}d = 0,16 + 0,26 * r$	93,49	0,91
	ARIMA (p,d,q)	$\bar{P}d = 0,17$	*	0,17
$\Delta = 2$				
	Equação de Regressão para $0 \leq r_1 \leq 0,8$	R <sup>2</sup> (%)	$\bar{P}d$ para $r_1 = 0,99$	
k=1,28	Y	$\hat{P}d = 0,76 - 0,09 * r$	95,1	0,92
	ARIMA (p,d,q)	$\bar{P}d = 0,77$	*	0,80
k=1,96	Y	$\hat{P}d = 0,51 + 0,02 * r$	22,9	0,94
	ARIMA (p,d,q)	$\bar{P}d = 0,52$	*	0,54
$\delta = 3$				
	Equação de Regressão para $0 \leq r_1 \leq 0,8$	R <sup>2</sup> (%)	$\bar{P}d$ para $r_1 = 0,99$	
k=1,28	Y	$\hat{P}d = 0,96 - 0,17 * r$	97,75	0,91
	ARIMA (p,d,q)	$\bar{P}d = 0,77$	*	0,97
k=1,96	Y	$\hat{P}d = 0,86 - 0,18 * r$	93,29	0,96
	ARIMA (p,d,q)	$\bar{P}d = 0,85$	*	0,87

\* Significativos pelo teste t (P < 0,05).

O comportamento esperado dos gráficos de controle de Shewhart era de que o aumento da autocorrelação aumentasse o Pd, visto que a autocorrelação provoca o estreitamento dos limites de controle, aumentando, assim, a possibilidade de o gráfico exibir pontos fora de controle. No entanto, esse comportamento foi exibido apenas pelo poder para  $\delta = 1$ , sendo contrário na presença de deltas iguais a 2 e 3. Concluiu-se que essas estimativas estão incorretas e devem ser corrigidas com base nos resíduos independentes gerados pelas séries temporais.

### 5.2.3.2. Gráfico EWMA

O comportamento exibido pelos gráficos de controle EWMA foi muito parecido com aquele exibido pelos gráficos  $\bar{X}$  de Shewhart até mesmo no que diz respeito às medidas de eficiência e alarmes falso e verdadeiro. O alarme falso aumentou linearmente (P < 0,05) em função da autocorrelação até  $r_1 = 0,8$ . Acima desse valor, ocorreu aumento bastante pronunciado, chegando a atingir 94% para  $r_1 = 0,99$ . Entretanto, o

alarme falso não aumentou (P > 0,05) em função de  $r_1$ , quando o gráfico de controle EWMA foi construído sob a abordagem de séries temporais.

A Tabela 6 mostra as estimativas dos alarmes falsos em função de r1 para o gráfico EWMA.

Assim como no caso dos gráficos de controle  $\bar{X}$ , os modelos de série temporais se mostraram capazes de fazer que os gráficos de controle EWMA apresentassem o nível de alarme falso para quando  $r_1 = 0$  se manifestasse para quaisquer outras correlações, quando os dados originais das séries de dados foram substituídos pelos resíduos gerados por estas através das séries temporais.

Outra similaridade apresentada entre os gráficos de controle  $\bar{X}$  e EWMA foi em relação aos alarmes falsos, e a grande sensibilidade à ocorrência deles nas séries não estacionárias, quando não foram utilizados os modelos de séries temporais. Observa-se que na série de dados com autocorrelação de  $r_1 = 0,99$  (única considerada não estacionária) houve explosão na quantidade de alarmes falsos apresentada, passando de 0,60 quando  $r_1 = 0,8$  para 0,94 na autocorrelação de 0,99

Tabela 6 - Estimativas dos alarmes falsos em função de  $r_1$  para o gráfico EWMA

Alarme Falso				
	Equação de Regressão para $0 \leq r_1 \leq 0,8$		$R^2$ (%)	$\bar{\alpha}$ para $r_1 = 0,99$
k=1,28	Y	$\hat{\alpha} = 0,20 + 0,46 * r$	97,76	0,94
	ARIMA (p,d,q)	$\bar{\alpha} = 0,20$	*	0,18
k=1,96	Y	$\hat{\alpha} = 0,03 + 0,44 * r$	95,82	0,91
	ARIMA (p,d,q)	$\bar{\alpha} = 0,05$	*	0,03

\* Significativos pelo teste t ( $P < 0,05$ ).

( $k = 1,28$ ) e de 0,42 quando  $r_1 = 0,8$  para 0,90, quando  $r_1 = 0,99$  ( $k = 1,96$ ).

Quanto ao poder, o gráfico de controle EWMA também apresentou comportamento semelhante ao gráfico  $\bar{X}$  de Shewhart. A utilização da abordagem de series temporais, mais uma vez, permitiu que o nível de Pd quando  $r = 0$  se manifestasse para quaisquer autocorrelações, ou seja, o aumento da autocorrelação deixou de ter influência sobre os níveis de Pd ( $P > 0,05$ ),

como mostrado na Tabela 7.

Outro fator em comum entre os gráficos de controle EWMA e  $\bar{X}$  é o aumento do Pd para  $\delta = 1$  e um comportamento inverso dos deltas iguais a 2 e 3. A conclusão mais uma vez é que essas estimativas estão incorretas e devem ser corrigidas com base nos resíduos independentes gerados pelas séries temporais.

Tabela 7 - Estimativas de Pd em função de  $r_1$  para o gráfico EWMA

$\delta = 1$				
	Equação de Regressão para $0 \leq r_1 \leq 0,8$		$R^2$ (%)	$\bar{P}d$ para $r_1 = 0,99$
k=1,28	Y	$\hat{P}d = 0,49 + 0,16 * r$	95,91	0,96
	ARIMA (p,d,q)	$\bar{P}d = 0,51$	*	0,54
k=1,96	Y	$\hat{P}d = 0,23 + 0,27 * r$	95,82	0,94
	ARIMA (p,d,q)	$\bar{P}d = 0,24$	*	0,26
$\delta = 2$				
	Equação de Regressão para $0 \leq r_1 \leq 0,8$		$R^2$ (%)	$\bar{P}d$ para $r_1 = 0,99$
k=1,28	Y	$\hat{P}d = 0,90 - 0,18 * r$	98,50	0,91
	ARIMA (p,d,q)	$\bar{P}d = 0,96$	*	0,93
k=1,96	Y	$\hat{P}d = 0,73 - 0,14 * r$	91,90	0,95
	ARIMA (p,d,q)	$\bar{P}d = 0,74$	*	0,77
$\delta = 3$				
	Equação de Regressão para $0 \leq r_1 \leq 0,8$		$R^2$ (%)	$\bar{P}d$ para $r_1 = 0,99$
k=1,28	Y	$\hat{P}d = 1,00 - 0,15 * r$	95,59	0,98
	ARIMA (p,d,q)	$\bar{P}d = 0,98$	*	1,00
k=1,96	Y	$\hat{P}d = 0,99 - 0,24 * r$	98,96	0,97
	ARIMA (p,d,q)	$\bar{P}d = 0,97$	*	0,98

\* Significativos pelo teste t ( $P < 0,05$ ).

### 5.2.3.3. Gráfico CUSUM

O alarme falso nos gráficos CUSUM aumentou linearmente ( $P < 0,05$ ) em função do aumento da autocorrelação até  $r_1 = 0,99$ . Diferentemente do gráfico  $\bar{X}$ , o gráfico CUSUM não apresentou um aumento pronunciado para  $r_1 = 0,99$ . A utilização da abordagem de série temporal permitiu que os níveis de alarme falso quando  $r_1 = 0$  se manifestassem na presença de quaisquer autocorrelações, quando os dados originais foram substituídos pelos resíduos gerados pelas séries temporais (Tabela 8).

Diferentemente dos gráficos de EWMA, a não estacionariedade da série com autocorrelação  $r_1 = 0,99$  pareceu não influenciar as taxas de alarmes falsos e poder. Não houve nenhum crescimento ou decréscimo abrupto da taxa de alarmes falsos para a série com  $r_1 = 0,99$ .

A respeito do poder, os gráficos de controle CUSUM exibiram altos poderes para quaisquer deltas e autocorrelações, quando não foi utilizada a abordagem de séries temporais (Tabela 9). O maior poder do gráfico de controle CUSUM em relação ao gráfico de controle esperado, uma vez que os gráficos CUSUM foram desenvolvidos com o intuito de serem mais sensíveis a pequenas variações.

Tabela 8 - Estimativas dos alarmes falsos em função de  $r_1$  para o gráfico CUSUM

Alarme Falso			
	Equação de Regressão para $0 \leq r_1 \leq 0,99$		$R^2$ (%)
$k^*=0,25$ e $h^*=4$	Y	$\hat{\alpha} = 0,18 + 0,80 * r$	98,84
	ARIMA (p,d,q)	$\bar{\alpha} = 0,17$	*
$k^*=0,25$ e $h^*=4$	Y	$\hat{\alpha} = -0,07 + 0,95 * r$	98,76
	ARIMA (p,d,q)	$\bar{\alpha} = 0,0043$	*

\* Significativos pelo teste t ( $P < 0,05$ ).

Tabela 9 - Estimativas de Pd em função de  $r_1$  para o gráfico CUSUM

$\delta = 1$			
	Equação de Regressão para $0 \leq r_1 \leq 0,99$		$R^2$ (%)
$k^*=0,25$ e $h^*=4$	Y	$\hat{Pd} = 0,18 + 0,80 * r$	98,84
	ARIMA (p,d,q)	$\bar{Pd} = 0,17$	*
$k^*=0,25$ e $h^*=4$	Y	$\hat{Pd} = 0,07 + 0,95 * r$	98,76
	ARIMA (p,d,q)	$\bar{Pd} = 0,0043$	*
$\delta = 2$			
	Equação de Regressão para $0 \leq r_1 \leq 0,99$		$R^2$ (%)
$k^*=0,25$ e $h^*=4$	Y	$\bar{Pd} = 1,00$	*
	ARIMA (p,d,q)	$\bar{Pd} = 1,00$	*
$k^*=0,25$ e $h^*=4$	Y	$\bar{Pd} = 1,00$	*
	ARIMA (p,d,q)	$\bar{Pd} = 1,00$	*
$\delta = 3$			
	Equação de Regressão para $0 \leq r_1 \leq 0,99$		$R^2$ (%)
$k^*=0,25$ e $h^*=4$	Y	$\bar{Pd} = 1,00$	*
	ARIMA (p,d,q)	$\bar{Pd} = 1,00$	*
$k^*=0,25$ e $h^*=4$	Y	$\bar{Pd} = 1,00$	*
	ARIMA (p,d,q)	$\bar{Pd} = 1,00$	*

\* Significativos pelo teste t ( $P < 0,05$ ).

O comportamento esperado dos gráficos de controle era de que o aumento da autocorrelação aumentasse o poder dos gráficos, visto que a autocorrelação provoca o estreitamento dos limites de controle, aumentando, assim, a possibilidade de o gráfico exibir pontos além dos de controle. No entanto, tal comportamento não pode ser observado, pois para dados independentes ( $r_1 = 0$ ) e com  $\delta = 3$  o gráfico CUSUM já exibiu um poder de 1. Dessa forma, para limites mais estreitos, decorrentes do aumento da autocorrelação e da diminuição dos deltas, o poder exibido também foi igual a 1.

Diferentemente dos gráficos  $\bar{X}$  e EWMA, não se pôde perceber prejuízo no Pd para os deltas iguais a 2 e 3. Mas essas estimativas estão incorretas, uma vez que a construção dos gráficos não respeita o pressuposto de independência, as quais devem ser corrigidas com base nos resíduos independentes gerados pelas séries temporais.

Por fim, observou-se que a utilização da abordagem de séries temporais nos gráficos mostrou-se bastante satisfatória em dados autocorrelacionados em termos dos níveis de alarmes falsos e poder. A grande vantagem identificada foi à capacidade dos modelos de séries temporais em manter a mesma taxa de alarmes falsos exibida para os dados independentes dos dados autocorrelacionados, sem afetar as medidas de eficiência.

## 6. Conclusões

Conclui-se, através dos resultados, que a variação do comprimento da amplitude móvel não influencia os resultados apresentados pelos gráficos de controle, no que se refere às incidências dos alarmes falsos e verdadeiros. Portanto, sugere-se a adoção do CAM = 2 durante a elaboração dos gráficos de controle, em função de sua facilidade de uso.

Os resultados apresentados neste trabalho permitem, ainda, concluir que a medida de eficiência mais afetada pela presença de autocorrelação nos dados é o alarme falso, uma vez que as simulações realizadas indicaram que a taxa de alarme falso aumentou linearmente com o aumento da autocorrelação. Já o poder do gráfico mostrou comportamento instável na presença de autocorrelação, ora aumentando, ora diminuindo.

Finalmente, conclui-se que a utilização dos resíduos independentes gerados pelos modelos de séries temporais, para a construção dos gráficos de controle, permitem que

eles apresentem estimativas mais próximas dos valores reais para os níveis de alarmes falsos e verdadeiros.

## 7. Sugestão para trabalhos futuros

Para trabalhos futuros, sugere-se avaliar com maior profundidade a relação entre a estacionariedade de uma série e um processo ser considerado sob controle. Outro ponto a ser estudado com maior profundidade são as causas que levam a um comportamento instável da medida de eficiência do alarme verdadeiro na presença de autocorrelação nos dados e, a partir daí, buscar métodos diferentes a séries temporais para controle de processos autocorrelacionados.

## Referências

- COSTA, A.F.B.; EPPRECHT, E.K.; CARPINETTI, L.C.R. **Controle estatístico de qualidade**. São Paulo: Atlas, 2004.
- MONTGOMERY, D.C. **Introdução ao controle estatístico da qualidade**. Tradução por Ana Maria Lima de Farias e Vera Regina Lima de Farias e Flores. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2004.
- MONTGOMERY, D.C.; RUNGER, G.C. **Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros**. Tradução por Verônica Calado. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003.
- RUSSO, S.L.; SAMOYL, R.W.; CAMARGO, M. Controle estatístico de processos: soluções de um estudo de caso usando procedimentos estatísticos. In: SIMPEP, 11., 2004, Bauru. **Anais...** Bauru, SP, Brasil 08 a 10 de novembro de 2004.
- MORETTIN, P.A.; TOLOI C.M.C. **Análise de séries temporais**. 2. ed. São Paulo: Editora Edgard Blucher, 2006.
- GUJARATI, D.N. **Econometria básica**. 3. ed. São Paulo: Editora Makron Books, 2000. 2.846 p.
- EHLERS, R.S. **Análise de séries temporais**. 1. ed. Curitiba: Departamento de Estatística Universidade Federal do Paraná, 2000. 86 p.
- BALESTRASSI, P.P. **Identificação de padrões em gráficos de controle estatístico de processos, em tempo real, utilizando séries temporais e redes neurais**. Santa Catarina; 2000. 217 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2000.
- SOUZA, R.C.; CAMARGO, M.E. **Análise e previsão de séries temporais: os modelos ARIMA**. Rio de Janeiro: Gráfica e Editora Regional, 2004.

**Recebido em 24/09/2007**

**Publicado em 02/10/2009**