Suzana Leitão Russo (UFS) - suzana.ufs@hotmail.com Maria Emilia Camargo (UCS) - kamargo@terra.com.br



#### Resumo

Neste artigo, apresenta-se a aplicação do controle estatístico de qualidade (CEQ) da areia de fundição na Indústria FUNDIMISA, em Santo Ângelo (RS). Foi analisada a variável plasticidade da areia antes da elaboração dos moldes das peças de fundição, bem como verificada a sua relação com a não-conformidade desses moldes. Investigaram-se o desempenho e a adequação do uso tradicional dos métodos de CEQ em processos não- conformes, e mostrou-se o uso dos modelos de Função de Transferência como um complemento na aplicação de gráficos de controle. O resultado desta pesquisa virá contribuir ainda mais, com informações de grande importância, para a tomada de decisão de indústrias de fundição locais, pois é uma forma de se fazer monitoração contínua, possibilitando melhora no controle do sistema. **Palavras-chave:** CEQ, séries temporais, regressão Poisson e função de transferência.

## TRANSFER FUNCTION: A COMPLEMENTARY TECHNIQUE IN CONTROL CHART APPLICATION

#### Abstract

This paper shows the application of quality statistical control (QSC) for foundry sand at FUNDIMISA Industry in Santo Ângelo (RS). The variable sand plasticity was analyzed before elaboration of the foundry piece molds and its relation with the non conformity of these molds was verified. The performance and adaptation of the traditional use of the QSC methods in no-stationary processes were investigated and the use of Transfer Function models as a complement in control chart application was shown. The result of this research will further provide important information for the local industries' decision making process, since it represents continuous monitoring leading to improved control system.

Keywords: QSC, time series, Poisson regression and transfer function.

## 1. INTRODUÇÃO

A metodologia tradicional de controle estatístico de qualidade (CEQ) é baseada em uma suposição fundamental de que as observações são independentes e identicamente distribuídas (i.i.d), entretanto os dados nem sempre são independentes. Quando um processo segue um modelo adaptável, ou quando o processo é uma função determinística, os dados serão autocorrelacionados (ALWAN; ROBERTS, 1998).

Ao se encontrar dados autocorrelacionados numa monitoração do processo, é necessário, primeiro, decidir se é uma causa especial ou parte de uma causa comum de variabilidade. Se a autocorrelação provém de uma causa especial, uma tentativa deve ser tomada para eliminá-la, mas se provém de uma parte inerente da causa comum de variabilidade e não puder ser eliminado, então se deve explicar através dos gráficos de controle (MON-TGOMERY, 1997).

O procedimento para investigar os dados contínuos com autocorrelação é usar gráficos de controle nos resíduos das observações modeladas através de séries temporais (ALWAN; ROBERTS, 1998); ao se analisar os dados discretos com autocorrelação, a distribuição de Poisson é, muitas vezes, empregada. Muitos estudos temse preocupado em encontrar a regularidade dos dados, assumindo ser um processo Poisson, e freqüentemente estes são analisados através dos modelos de regressão de Poisson (BÖCKENHOLT, 1999).

O objetivo proposto neste artigo foi verificar o desempenho e a adequação do uso tradicional dos gráficos de controle num processo autocorrelacionado, bem como discutir o uso das metodologias de Séries Temporais para modelar variáveis contínuas correlacionadas e a utilização de modelos de Regressão de Poisson para modelar variáveis discretas correlacionadas. A função de transferência, aqui empregada nos resíduos obtidos pelos modelos, permite a verificação da causalidade da série plasticidade da areia (variável contínua) com relação ao molde quebrado (variável discreta).

O diferencial deste trabalho para a área científica é o uso da função de transferência que servirá para detectar relação entre duas variáveis num processo produtivo, e o diferencial no setor industrial é o fato de se tratar de uma forma de fazer a monitoração contínua em dois setores, possibilitando que a equipe de produção localize as possíveis causas de instabilidade no processo, podendo controlar a etapa seguinte, de maneira a conseguir o menor número possível de não-conformidade no resultado do processo. Foi utilizado o software Statistica para a modelagem dos dados, e os passos da metodologia são: testar a normalidade dos dados; verificar a autocorrelação dos dados; modelar os dados; aplicar a função de transferência; e aplicar as técnicas do controle estatístico de processos.

## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

## 2.1 Gráficos de controle

Segundo Woodall et al. (2004) e Montgomery (1997), para entender melhor a técnica do CEQ é necessário ter em mente que a qualidade de um produto fabricado por um processo esteja inevitavelmente sujeita à variação, e, quando essas variações são significantes em relação às especificações, corre-se o risco de se terem produtos não-conformes, isto é, que não atendem às especificações. A eliminação de causas especiais exige uma ação local, que pode ser tomada por pessoas próximas ao processo. Já as causas comuns exigem ações sobre o sistema de trabalho que somente podem ser tomadas pela administração, visto que o processo é em si consistente, mas, mesmo assim, incapaz de atender às especificações. Foi Walter. A. Shewhart que introduziu os gráficos de controle em 1924, com a intenção de eliminar variações, diferenciando-as entre as causas comuns e causas especiais. Ele fez sua primeira divulgação no livro intitulado Economic Control of Quality of the Manufactured Product em 1931.

Considere X uma estatística amostral que mede uma característica do processo usado para controlar as variáveis de interesse numa linha de produção. Suponha que a média populacional de X seja, e o desvio-padrão populacional seja. As seguintes equações são usadas para descrever os três parâmetros que caracterizam os gráficos de controle de Shewhart (MONTGOMERY, 1997)

$$LSC = \mu + k\sigma_{\bar{x}} \tag{1}$$

$$LC = \mu$$
 (2)

$$LIC = \mu - k\sigma_{\bar{x}}$$
(3)

em que LSC é o limite superior de controle, LC é a linha central ou a média do processo, LIC é o limite inferior de controle do processo e  $\mathbf{A}$  é a distância dos limites de controle até a linha central, que é expressa como um múlti-

plo do desvio-padrão  $\sigma$ . O valor de **A** mais usado é 3. Os gráficos de controle devem ser aplicados a dados que possuam distribuiçõa normal.

# 2.2. O modelo para as observações do processo

Como o estudo proposto é para a análise da seqüência de dados contínuos e depois dados discretos, é necessário, primeiro, analisar os dados contínuos, depois os dados discretos e, por último, verificar a causalidade entre eles.

#### Variáveis contínuas

Em geral, a teoria de séries temporais lida com séries contínuas estacionárias. O estudo dos processos estacionários pode ser feito no domínio da freqüência ou no domínio do tempo. O estudo do domínio no tempo atribui papel predominante às funções autocovariância e autocorrelação (BOX et al., 1994).

Se  $Z_k$  são as observações do processo no período k em que  $Z_k$  pode ser escrito como:

$$Z_{k} = \mu_{k} + a_{k} k = 1, 2, \dots$$
 (4)

em que  $\mu \mathbf{k}$  é a média no período  $\mathbf{k} e \mathbf{a}_{f} \mathbf{a}_{f}$ ... são componentes aleatórias normalmente independentes com média zero e variância  $\sigma_{a}^{2}$ . A média  $\mu \mathbf{k}$  varia como um modelo AR(1):

$$\mu_{k} = (1 - \phi)\xi + \phi \mu_{k-1} + \alpha_{k} \tag{5}$$

em que  $\phi$  é o parâmetro auto-regressivo,  $\xi$  é a média total do processo, e  $\alpha_1, \alpha_2, \dots$  são variáveis aleatórias normalmente independentes com variância  $\sigma_{\alpha}^2$ .

Considere  $\theta \le \phi < 1$ , porque esta posição da autocorrelação é muito mais comum do que as autocorrelações negativas. A correlação entre  $Z_{k-1}$  e  $Z_k$  é  $\rho = \phi \gamma$ , em que  $\gamma = \frac{\sigma_{\mu}^2}{\sigma_{\nu}^2}$  representa a proporção da variância do

processo. É estacionário se as raízes de  $\phi(B) = \theta$  caem fora do círculo unitário.

O processo é dito que está em controle, quando é estável com parâmetros  $\xi$ ,  $\phi$ ,  $\sigma_{\alpha}^2 \in \sigma_{a}^2$  constantes e com  $\xi = \xi_{\theta} \in \sigma_{Z}^2 = \sigma_{Z_{\theta}}^2$ . Se um ou mais parâmetros muda o valor, o processo é dito estar fora de controle.

Se os dados observados seguem os modelos (4) e (5), então podem ser modelados por um processo ARMA(1,1).

Os coeficientes de autocorrelação e autocorrelação parcial são significantes quando excedem o intervalo de confiança, estimado em dois desvios-padrão em um nível de significância de 95%. Usa-se a equação de Bar-

tlett (1946) para calcular os desvios-padrão ( $\sigma | \mathbf{r}_{\mathbf{k}} |$ ) para a autocorrelação  $\mathbf{r}_{\mathbf{k}} e$  ( $\sigma | C_{\mathbf{k}\mathbf{k}} |$ ) para a autocorrelação parcial  $C_{\mathbf{k}\mathbf{k}}$ , de vários lags da série estacionária de tamanho N:

$$\hat{\sigma}[I_{k}] = \sqrt{\frac{1}{N} \left( 1 + 2\sum_{j=1}^{k-1} I_{j}^{2} \right)}, \text{ função de autocorrela-}$$

ção e

$$\sigma[C_{M}] = \sqrt{\frac{1}{N}}$$
, função de autocorrelação parcial.

Em geral,  $\sigma |I_k|$  converge para o maior *lag* k, enquanto  $I_k$  se torna pequeno.

#### Variáveis discretas

Ao se analisarem variáveis discretas, a distribuição de Poisson é, muitas vezes, empregada. Segundo McCullagh e Nelder (2000), o modelo de regressão de Poisson é um tipo específico de modelos lineares generalizados (GLM), cujos parâmetros podem ser estimados usando-se o método da máxima verossimilhança, com a função de verossimilhança dada por:

$$L = \prod_{i=1}^{n} Pr(Z_i / \lambda_i) = \prod_{i=1}^{n} \frac{e^{-\lambda} \lambda_i^Z}{Z!}$$
(6)

e a função log-verossimilhança igual a:

$$\log L = \sum (Z_i \cdot \log(\lambda_i) - \lambda_i) - \sum \log(Z)$$

A função constante de  $\sum log(Z)!$ , dada por , pode ser omitida, pois não envolve  $\lambda$  (DOBSON, 2002; FERRARI, 2002).

A componente sistemática admite a existência de uma função de ligação  $\log(\lambda_i)$  entre as médias das observações e a estrutura linear do modelo dada por  $\log(\lambda_i)$ =  $\beta \chi_i^T$ . A função de ligação log relaciona o preditor linear  $\beta \chi_i^T$  ao valor esperado  $\lambda_i$  do vetor  $Z_i$ . O modelo Poisson com ligação log é, algumas vezes, chamado de modelo log-linear (TSO, 2005).

Transformando a função de ligação log, obtêm-se a seguinte expressão para a variável resposta:

$$\lambda = e^{\beta_{\ell} + \beta_{I} \mathbf{x}_{I} + \dots + \beta_{k} \mathbf{x}_{k}} \tag{7}$$

em que  $\beta \mathbf{x}_{i}^{T}$  é o preditor linear,  $\beta = (\beta_{1},...,\beta_{k})^{T'}$  é o vetor de parâmetros desconhecidos a serem estimados e  $\mathbf{x}_{i} = (\mathbf{x}_{i1},...,\mathbf{x}_{ik})^{T}$  representa os valores de  $\mathbf{k}$  variáveis explicativas (McCULLAGH; NELDER, 2000).

Conforme relatou Schafer (1997), o desvio  $G^2$  é a estatística do teste da razão de verossimilhança para comparar o ajuste do modelo  $\log \lambda_i = \beta x_i^T$ , com o modelo saturado. O modelo saturado ajusta uma média separada de cada  $Z_i$ , não fazendo menção de como são relatadas as co-variáveis. Outra medida para a verificação do melhor ajuste é o teste de Pearson, que compara a distribuição observada com a determinada pelo modelo. Os ajustes marginais do modelo de regressão Poisson podem ser determinados então, calculando-se os resíduos de Pearson:  $I_i = (Z_i - \lambda_i)/(\sqrt{\lambda_i})$ , e o teste de Pearson para o melhor ajuste  $\chi^2 = \sum_{k=1}^{N} I_i^2$  (WANG et al., 1996). Deve-se esperar que um modelo bem ajustado aos

Deve-se esperar que um modelo bem ajustado aos dados tenha um desvio próximo dos seus graus de liberdade. Se o desvio  $G^2$  ou o  $\chi^2$  excedem o valor dos seus graus de liberdade, diz-se que o modelo é inadequado, podendo tratar-se de um problema de superdispersão (WANG et al., 1996).

#### Uso dos modelos de função de transferência

O objetivo do modelo de função de transferência é encontrar a combinação linear entre duas ou mais séries, através de um modelo estocástico com o menor erro médio quadrático (AL-AWADHI, 2005).

De acordo com West et al. (2002), o modelo de função de transferência de Box e Jenkins (1976) descreve a qualidade da característica observada  $Z_t$  como uma função de três fontes de variabilidade:

$$Z_{t} = V(B)X_{t-b} + \frac{\overline{\sigma}_{s}(B)}{\delta_{r}(B)}I_{t} + \frac{\theta_{q}(B)}{\phi_{p}(B)}a_{t}$$
(8)

em que:

$$\overline{\omega}_{s}(B) = \overline{\omega}_{\theta} - \overline{\omega}_{I}B - \overline{\omega}_{2}B^{2} - \dots - \omega_{s}B^{s}$$
(9)

$$\delta_{r}(\boldsymbol{B}) = \delta_{\theta} - \delta_{I}\boldsymbol{B} - \delta_{2}\boldsymbol{B}^{2} - \dots - \delta_{r}\boldsymbol{B}^{r}$$
(10)

$$\theta_q(\boldsymbol{B}) = \theta_{\boldsymbol{\theta}} - \theta_I \boldsymbol{B} - \theta_{\boldsymbol{z}} \boldsymbol{B}^{\boldsymbol{z}} - \dots - \theta_q \boldsymbol{B}^{\boldsymbol{q}}$$
(11)

$$\phi_{p}(\boldsymbol{B}) = \phi_{\theta} - \phi_{1}\boldsymbol{B} - \phi_{2}\boldsymbol{B}^{2} - \dots - \phi_{p}\boldsymbol{B}^{p}$$
(12)

O primeiro termo da equação 8,  $v(B)x_{f-b}$ , é dinâmico de entrada e representa uma função-impulso,  $v(B) = v_0 + v_1 B + v_2 B^2 + ...$  aplicada na entrada  $x_{f-b}$ , com uma defasagem de b períodos. Se existir uma relação dinâmica entre a entrada e a série temporal de saída, então se pode modelar os valores, resultando numa redução considerável da variância inexplicada.

O segundo termo,  $\frac{\overline{\sigma}(B)}{\delta(B)}I_{\ell}$ , é o termo da interven-

ção e identifica os períodos no tempo quando causas assinaláveis estão presentes no processo. O terceiro ter-

mo, 
$$\frac{\theta_q(B)}{\phi_p(B)}^{a_t}$$
, é o modelo geral ARMA, em que  $\phi(B)$ 

tem p coeficientes e  $\theta(B)$ , q coeficientes.

Uma vez obtido o modelo de função de transferência preliminar, calcula-se o ruído estimado da série  $a_t$  e identifica-se o modelo apropriado pela análise das funções de autocorrelação (FAC) e autocorrelação parcial (FACP) para a variável independente  $x_t$ , como também a variável dependente  $Z_t$ , em um esforço para especificar o *lag* polinômios v(B),  $\alpha(B)$ ,  $\phi(B)$ , e  $\theta(B)$ (BOX; JENKINS, 1976; AL-AWADHI, 2005).

#### Teste para causalidade

O conceito de causalidade é fundamental na construção de modelos de função de transferência. Poucos se questionam a respeito da verdadeira direção de causalidade entre as variáveis ao desenvolver um modelo. No entanto, ao colocar uma variável como função de outras, ditas independentes, esta se fazendo uma forte hipótese com relação à causalidade entre aquela e estas. Quando existem relações causais unidirecionais entre duas ou mais séries temporais, podem-se construir modelos de função de transferência que unem essas variáveis. Tais modelos entre duas variáveis X e Z só têm sentido se X causa Z . Além disso, é necessário que o inverso não ocorra, isto é, se Z também causa X, tem-se uma relação de "feedback", e os modelos de função de transferência não serão mais adequados.

O teste implícito na definição de Granger (1969) consiste em utilizar um modelo bivariado AR(M) de ordem M suficientemente grande para aproximar a representação vetorial  $AR(\infty)$ , que é:

$$X_{t} = \sum_{j=1}^{M} \pi_{IIj} X_{t-j} + \sum_{j=1}^{M} \pi_{I2j} Z_{t-j} + \alpha_{t}$$
(13)

$$Z_{t} = \sum_{j=1}^{M} \pi_{2Ij} X_{t-j} + \sum_{j=1}^{M} \pi_{22j} Z_{t-j} + \eta_{t}$$
(14)

Por exemplo, a hipótese nula de que Znão causa Xé equivalente à hipótese  $\pi_{12j} = \theta$  (j = 1,...,M) na regressão (13). Esta hipótese é testada usando-se o teste F.

Esse procedimento tem o defeito de que grande número de graus de liberdade (observações) é perdido ao se estimarem os parâmetros do modelo (13) ou (14), usado para aproximar a estrutura do correspondente modelo  $AR(\infty)$ . Uma alternativa é tentar obter um modelo parcimonioso da forma mista ARMA(p,q)vetorial. A hipótese nula Z não causa X pode ser testada através do teste da razão de verossimilhança da hipótese:

$$\phi_{12}(L) = \theta = \theta_{12}(L) \tag{15}$$

na representação ARMA vetorial

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{X}_{l} \\ \boldsymbol{Z}_{l} \end{bmatrix} - \sum_{j=1}^{p} \phi_{j} \begin{bmatrix} \boldsymbol{X}_{l-j} \\ \boldsymbol{Z}_{l} - j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{l} \\ \eta_{l} \end{bmatrix} - \sum_{j=1}^{q} \theta_{j} \begin{bmatrix} \alpha_{l} \\ \boldsymbol{n}_{l} \end{bmatrix}$$
(16)

que toma a forma LR: 
$$\eta \log \frac{\left| \sum_{r}^{A} \right|}{\left| \sum_{r}^{A} \right|}$$
 (17)

e é assintoticamente distribuída como uma  $\chi^2$  com p+q graus de liberdade. Em (17)  $\sum_{r}^{4}$  e  $\sum_{r}^{4}$  são as estimativas das matrizes de variância e covariância dos resíduos dos modelos completo (15) e restrito (16), respectivamente.

O teste de causalidade instantânea é obtido testando-se a matriz da variância dos resíduos, e  $\sum$  é diagonal.

## 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Juntamente com a equipe responsável pela gestão da qualidade dos ensaios de areia-base para fundição, foi feita a determinação das variáveis referentes aos elementos envolvidos e, considerado as medições que mais apresentam não-conformidade, que são: a plasticidade em L/Pol2 da areia (variável contínua); e o molde quebrado (número de não-conformes, variável discreta). Essas variáveis foram coletadas no período de março/ 2004 até outubro/2004 (dados diários).

Depois do teste de normalidade para verificar a distribuição dos dados, foi aplicada a análise de séries temporais na variável contínua e os modelos de regressão Poisson na discreta, e empregou-se a função de transferência para verificar a causalidade entre as variáveis.

# 3.1. Análise da série plasticidade da areia

Na Figura 1, mostra-se a série diária da plasticidade da areia em L/Pol2, em que se observa a existência de grande variabilidade. Os dados, aparentemente, não apresentam tendência sobre o tempo, o que se verificará mais tarde.



Figura 1 - Série diária - plasticidade da areia.

Foi feito o teste de Komorov-Smirnov, em que se verificou a normalidade dos dados. A Figura 2 ilustra o

histograma, a curva normal e o valor calculado para o teste de Kolgomorov-Smirnov, em que se encontra o  $d_{crítico} = 0,0876 > d_{calculado} = 0,07725$ , logo os dados seguem uma distribuição Normal.



Figura 2 - Histograma dos dados.

Ao verificar o comportamento do processo produtivo, vêem-se, pela Figura 3, os gráficos de controle  $\overline{A}$  e S dos dados originais e suas condições de controle.



Figura 3 - Gráfico  $\overline{A}$  e *S*dos dados originados observados.

Na Figura 3, o gráfico  $\overline{A}$  evidencia seis pontos que caíram fora dos limites de controle (amostra 1, amostra 9, amostra 14, amostra 16, amostra 21 e amostra 32), e o gráfico S ilustra dois pontos fora dos limites de controle (amostras 1 e amostra 16). Isso indica que pode

haver um problema no processo nesses pontos, do tipo uma alteração no valor médio e, ou, na variabilidade do processo.

Necessita-se fazer um estudo da autocorrelação dos dados, para depois ajustá-los novamente e verificar se o problema dos pontos fora dos limites era por causa da sistemática ou das causas comuns e não por causa de ocorrência de causas especiais.



Figura 4 - FAC para os dados observados.



Figura 5 - FACP dos dados observados.

Suzana Leitão Russo Maria Emilia Camargo

Através das Figuras 4 e 5, vê-se que os dados são autocorrelacionados, pois há vários *lags* fora dos limites de controle, confirmando a autocorrelação da série. Para o *lag* 1, obteve-se o valor 0,63 para o coeficiente de correlação, e o erro-padrão é de 0,063, tanto para a função de autocorrelação (FAC) quanto para a função de autocorrelação parcial (FACP).

A interpretação dos gráficos  $\overline{A}$  e da S para os dados originais pode ficar distorcida pela presença da autocorrelação nos dados, por isso é incorreto aplicar os gráficos de controle tradicionais a dados autocorrelacionados, pois pode provocar conclusões falsas. Logo, antes de usar os gráficos de controle, devem-se assegurar a estacionariedade e a independência de cada observação (CALLAO; RIUS, 2003).

Para encontrar um conjunto de dados independentes, normalmente distribuídos, Montgomery (1997) recomendou modelar a estrutura da série e desenvolver os gráficos de controle dos resíduos. Modelaram-se os dados através da metodologia de Box e Jenkins, o que assegurou a independência das observações.

Foram testados outros modelos menos parametrizados, mas o que apresentou melhor ajuste foi um AR(4), o critério de validação usado foi o MAPE (Erro Médio Porcentual Absoluto), que resultou 3,78%, e o MSE (Erro Médio Quadrático) foi igual a 0,4.

Uma das maneiras de validar o modelo é através do gráfico dos resíduos (Figura 6). Os resíduos devem estar descorrelatados, se o modelo for corretamente identificado. As Figuras 6 e 7 evidenciam que a autocorrelação foi removida dos dados, e os dados definidos por  $a_i$  são independentes de observação para observação, em que se observa que todos os lags estão dentro dos limites de controle.

O coeficiente de autocorrelação dos dados originais era 0,631. Validou-se o modelo pelo cálculo da função de autocorrelação e autocorrelação parcial, em que os coeficientes não são significativamente diferentes de zero. O modelo encontrado com seus coeficientes e respectivos erros-padrão foi:

$$Z_{t} = \underbrace{24 + 0.686}_{(0.092)} \underbrace{Z_{t-1} - 0.059}_{(0.078)} \underbrace{Z_{t-2} - 0.013}_{(0.078)} \underbrace{Z_{t-3}}_{(0.078)} \\ - 0.052 \underbrace{Z_{t-4} + a_{t}}_{(0.065)}$$

O gráfico de controle dos resíduos é interpretado da mesma maneira que o gráfico dos valores observados. Já o gráfico da Figura 8 ilustra as condições de controle das observações reais, utilizando-se os resíduos do modelo *AR*(4), em que indica que os valores residuais estão todos dentro dos limites de controle da média, menos o primeiro dado.



Figura 6 - ACF dos dados modelados.



Figura 7 - PACF dos dados modelados.

O resultado do gráfico  $\overline{A}$  indica um ponto fora dos limites de controle (amostra 1), e o gráfico da S ilustra um ponto fora dos limites de controle (amostras 1).



Figura 8 - Gráficos da  $\overline{A}$  e da Sdos resíduos.

Ao comparar o gráfico de controle  $\overline{A}$  dos resíduos (Figura 8) com o de controle  $\overline{A}$  dos valores originais (Figura 3), nota-se que os pontos tinham um comportamento similar com seus vizinhos, e os pontos estavam distribuídos de maneira bem aleatória em volta da linha central ( $\overline{A}$ ); agora os pontos estão mais amortecidos em relação à linha central ( $\overline{A}$ ). Pode-se, então, concluir que a autocorrelação foi removida.

Quando os valores residuais foram usados, notaram-se claramente os pontos "reais" fora de controle. Esses pontos aparecem por ser somente temporários, e em seguida os dados se restabeleceram numa situação controlada. Isso pode ter ocorrido por uma disfunção no momento, tal como o aparecimento de bolhas, que irá acarretar alguma anomalia na fabricação dos moldes de areia. Uma vez desaparecido o problema, o sistema segue para o seu funcionamento nor-

### 3.2. Análise da sériemolde quebrado

mal. Logo, os pontos que estão fora dos limites é por causa da sistemática ou das causas comuns e não por causa de ocorrências de causas especiais.

Na Figura 9, mostra-se o número diário de moldes quebrados (não-conformidade) no mesmo período. Observa-se, nessa figura, que a série aparentemente apresenta ser estacionária na média, não apresentando uma tendência.

Ao verificar o comportamento do processo produtivo, vêem-se, pela Figura 10, o gráfico de controle *U*dos dados originais e suas condições de controle, em que vários valores caíram fora dos limites de controle, indicando que se pode ter um problema no processo desses pontos.



Figura 9 - Contagem diária dos dados.



Figura 10 - Gráfico U dos dados observados.

Foi aplicado o teste de Kolgomorov - Smirnov, para verificar se os dados podem ser estimados pela distribuição de Poisson. Obteve-se  $d_{crítico} = 0.0876$ :  $d_{calculado} = 0.1761$ ; logo os dados seguem uma distribuição de Poisson, e a média de não-conformidade é de 7,17, sendo o desviopadrão 6,06. Foi feito o ajustamento dos dados, e na Tabela 1 mostra-se a estimativa do modelo.

	Coef Erro-padrão (Ep)		Coef/Ep	p val	
t	1,98	0,024	82,5	0,000	

O algoritmo de Newton-Raphson converge em seis iterações.

A Tabela 2 contém informações sobre a avaliação do modelo através da utilização dos testes de Pearson e do desvio G<sup>2</sup>, indicando que o modelo não está adequado, pois os valores divididos pelos graus de liberdade excedem 1 (um) em mais de 10%, necessitando da verificação da superdispersão dos dados.

Após a análise da superdispersão, verifica-se, na Tabela 3, que o modelo de Poisson se encontra adequado, pois os valores divididos pelos graus de liberdade não excedem 1 (um) em mais de 10%. Na Tabela 4, mostram-se as estimativas do modelo ajustado.

$$Z_t = 100,42 - 0,003t + erro$$
  
(33,11) (0,0008)

Na Figura 11, mostram-se as condições de controle das observações.

Investigações têm revelado que o sistema não estava ajustado, e foi refeito o gráfico de controle utilizando-se os resíduos encontrados pelo modelo de regressão Poisson para corrigir o problema. O problema estava em várias observações, às quais, depois de modeladas pela regressão Poisson, foram verificadas dentro dos limites de controle. Segundo Wardell et al. (1994), isso é, inteiramente possível em gráficos de controle tradicionais, os pontos estão fora dos limites por causa da sistemática ou das causas comuns e não por causa de ocorrência de causas especiais.

Tabela 2 - Critérios de avaliação do modelo

Critérios	GL – Graus de liberdade	Valores	Valores /GL
Escala da "Deviance" ( $G^{2}$ )	243	1548,10	6,37
Escala de Pearson ( $\chi^2$ )	243	1294,78	4,92
Verossimilhança		-1123,18	

Tabela 3 -	Critérios	de	avaliação	do	modelo	ajustado
			5			J

Critérios	GL – Graus de Liberdade	Valores	Valores /GL
Escala da "Deviance" ( $G^2$ )	243	243	1
Escala de Pearson ( $\chi^2$ )	243	187,75	0,87
Verossimilhança		-2584,22	

Tabela 4 - Estimativa do modelo ajustado

	Coef	Erro-padrão (Ep)	Coef/Ep	p val
Constante	100,42	33,11	3,0329	0,000
Т	0,003	0,0008	3,75	0,000

Na Figura 11, mostram-se as condições de controle das observações.

Investigações têm revelado que o sistema não estava ajustado, e foi refeito o gráfico de controle utilizando-se os resíduos encontrados pelo modelo de regressão Poisson para corrigir o problema. O problema estava em várias observações, às quais, depois de modeladas pela regressão Poisson, foram verificadas dentro dos limites de controle. Segundo Wardell et al. (1994), isso é, inteiramente possível em gráficos de controle tradicionais, os pontos estão fora dos limites por causa da sistemática ou das causas comuns e não por causa de ocorrência de causas especiais.

## 3.3. Ajuste final

Nesta etapa, pretendem-se unir as duas etapas anteriores, de maneira a conseguir detectar o número possível de não-conformidade no resultado do processo e detectar a causalidade da variável plasticidade na confecção dos moldes de areia. Para isso, aplicou-se o teste de causalidade de Granger, e ajustou-se um modelo via função de transferência, utilizando como variáveis de entrada os resíduos obtidos através da regressão de Poisson e dos modelos Box e Jenkins.

A função de correlação cruzada da série residual obtida dos dois modelos mostrou correlação significante unidirecional instantânea ou nível de significância de 5% para o lag 1, no valor de 0,30.

Através da Tabela 5, observa-se que a variável plasticidade da areia é uma variável explicativa da variável-molde quebrado.

O modelo encontrado foi

$$Z = 0.81 + 0.30Z_{t-1} - 0.28Z_{t-2} - 0.52X_{t}$$

$$(0.031) 0.062 - 0.055 - 0.242$$

Na Figura 12, apresentam-se as condições de controle do processo produtivo das observações modeladas com os dados dos resíduos da função de transferência. Observa-se, depois da modelagem dos dados via função de transferência, duas observações encontram-se fora dos limites de controle, a amostra 1 e a amostra 22.



Figura 11 - Gráfico  $\overline{X} \in \mathbb{R}$ dos dados transformados.

Tabela 5 -	Critérios de	avaliação	do modelo

Fator	Lag	Coef.	Erro-padrão	Tcal
Média		0,81	0,031	26,44
Auto-regressivo	1	0,30	0,062	4,83
Auto-regressivo	2	-0,28	-0,055	5,08
Plasticidade	<u>0</u>	-0,52	-0,242	-2,15



Figura 12 - Gráficos da  $\overline{A}$  e da Sdos dados obtidos com os resíduos da função de transferência.

O período de ocorrência da série moldes quebrados leva de um a sete dias para a sua confecção, de acordo com a demanda da fábrica, e salienta-se que a amostra de números 1 e 16 da série plasticidade estava fora dos limites de controle. Isso pode significar que até sete dias após essa análise alguma anormalidade na confecção dos moldes pode ocorrer, devido à anormalidade na análise da areia de fundição.

## 4. CONCLUSÃO

Neste trabalho, evidenciou-se que, quando a autocorrelação está presente nos dados, o desempenho dos gráficos de controle pode ter efeitos significativos, e os dados não podem ser aplicados sem antes serem ajustados. Ou seja, o uso de gráficos de controle é inapropria-

do para a monitoração de dados com autocorrelação, porque muitas situações falsas são detectadas. A técnica proposta indicou que ambos os modelos (Box e Jenkins e modelos de regressão Poisson) são importantes na captura da autocorrelação; ambos os modelos ajustam as observações muito bem e podem ser usados com aceitável exatidão. Ao estudar a autocorrelação dos dados, gerou-se uma nova perspectiva de aprendizagem sobre o processo produtivo, através das informações contidas na estrutura de autocorrelação dos modelos Box e Jenkins e dos modelos de regressão de Poisson, os quais eram ignorados pelo modelo clássico de monitoramento. A função de transferência empregada posteriormente nos resíduos obtidos permitiu a confirmação da causalidade da plasticidade da areia com relação ao molde quebrado. A inovação do uso de função de transferência em gráficos de controle residual permite identificar, com antecedência, os problemas que um setor/processo possui e venham a interferir em outro setor/processo da produção. Isso acarreta num crescimento de informações para a correta tomada de decisão, sendo importante para corrigir a tempo esse problema, evitando-se, assim, retrabalho e prejuízos. A utilização dessa ferramenta acarretou na minimização de custos obtida, devido ao caráter preventivo da análise eficaz dos gráficos de controle.

## 5. REFERÊNCIAS

AL-AWADHI, S. A. Change in regime and transfer function models of global solar radiation in Kuwait **Environmental Modelling and Software**,v. 20, p. 1167-1174, 2005.

ALWAN, L.C.; ROBERT, H. V. Time series modeling for statistical process control. **Journal of Business and Economic Statistics,** v. 6, p. 86-95, 1998.

BARTLETT, M. S. On the theoretical specification of sampling proprieties of autocorrelated time series. **Journal Royal Stat. Soc.**, 1946.

BÖCKENHOLT, U. Mixed INAR(1) poisson regression models: analyzing heterogeneity and serial dependencies in longitudinal count data. **Journal of Econometrics**, v. 89, p.317-338, 1999.

BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M. **Times series analysis**: forecasting and control. San Francisco: Holden-Day, 1976.

BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M.; REINSEL, G. C. **Times series analysis:** forecasting and control. 3. ed. San Francisco: Holden-Day, 1994.

CALLAO, M. P.; RIUS, A. Time series: a complementary technique to control charts for monitoring analytical systems. **Chemometrics and intelligent laboratory systems**, v. 66, p. 76-79, 2003.

DOBSON, A. J. **An introduction to generalized linear models.** 2. ed. [S.l.]: CHAPMAN & HALL CRC Press, 2002. p. 225.

FERRARI, S. L. P.; DAVID, J.S. E.; ANDRÉ, P. A.; PEREIRA, L.A. A. **Use of overdispersed regression models in analyzing the association between air pollution and human health**. [S.1.]: RTMAE-2002-10, IME-USP, 2002. (Relatório Técnico).

GRANGER, C. W. Investigating causal relationships by econometric models and cross-spectral methods. **Econometrica**, v. 37, p. 424-438, 1969.

McCULLAGH, P.; NELDER, J. A. **Generalized linear models.** Third edition. New York: Chapman and Hall/CRC, 2000.

MONTGOMERY. D. C. **Introduction to statistical quality**. 3. ed. USA: John Wiley e Sons, 1997. v. 2.

MURTEIRA, B. J. F.; MULLER, D. A.; TURMKMAN, K. F. **Análises de sucessões cronológicas.** Portugal: Ed Mc-Grall Hill, 1993.

PINDYCK, R. S.; RUBINFELD, D. Econometric models and economic forecasts. 2. ed. Singapore: McGraw-Hill Book Co., 1981.

SCHAFER, J. L. **Analysis of incomplete multivariate data.** London: Chapman & Hall, 1997.

SHEWHART, W.A. Economic control of quality of the manufactured product. New York: Van Nostrand, 1931.

TSO, T. Robust poisson regression. In: Journal of statistical planning and inference. Elsevier: Article in Press, 2005. p. 1-14.

WANG, P.; PUTERMAN, M. L.; COCKBURN, I.; LE, N. Mixed poisson regression models with covariate dependent rates. **Biometrics**, v. 52, p. 381-400, 1996.

WARDELL, D. G.; MOSKOWITZ, H.; PLANTE, R. D. Run-length distributions of special-cause control charts for correlated processes. **Technometrics**, v. 36, n..1, p. 3-17, 1994.

WEST, D.; DELLANA, S.; JARRETTI, J. Transfer function modeling of process with dynamic inputs. **Journal of Quality Technology**, v. 34, n. 3, p. 315-327, jul. 2002.

WOODDALL, H. W.; SPITZNER, D. J.; MONTGOMERY, D. C.; GUPTA, S. Using control charts to monitor process and product quality profiles. **Journal of Quality Technology**, v. 36, n. 3, p. 309-320, jul. 2004.