

Influência da restrição do índice de simetria nos modelos de redes vasculares¹

Influence of restriction of symmetry index on vascular network models

Felippe Rocha Lobo de Abreu²

Pedro de Paula Vargas³

Rafael Alves Bonfim de Queiroz⁴

DOI: <https://doi.org/10.34019/2179-3700.2018.v18.29873>

Resumo

Modelos de redes vasculares têm sido empregados como substrato geométrico em simulações hemodinâmicas. Neste trabalho, emprega-se o método *Constrained Constructive Optimization* (CCO) para construção destes modelos baseados em princípios de otimização, restrições e condições de contorno fisiológicas. Em particular, o método CCO possibilita considerar uma restrição associada ao índice de simetria em bifurcações. Este trabalho tem como objetivo investigar a influência da restrição do índice de simetria nas propriedades morfométricas dos modelos gerados pelo método CCO.

Palavras-chave: Rede vascular. Índice de simetria. Morfometria. Otimização.

Abstract

Vascular network models have been employed as geometric substrate in hemodynamic simulations. In this work, the *Constrained Constructive Optimization* (CCO) method is used to construct these models based on principles of optimization, constraints and physiological boundary conditions. In particular, the CCO method can consider a constraint associated with the symmetry index in bifurcations. This work aims to investigate the influence of restriction of symmetry index on the morphometric properties of the models generated by the CCO method.

Keywords: Vascular network. Symmetry index. Morphometry. Optimization.

1 INTRODUÇÃO

A representação adequada do arranjo de artérias é necessária para estudar o efeito dos leitos periféricos na hemodinâmica do sistema arterial humano. No entanto, não se têm dados anatômicos suficientes e a obtenção via reconstrução de imagens médicas

¹ Trabalho premiado no Seminário de Iniciação Científica da UFJF em 2015.

² PROBIC Júnior/FAPEMIG/UFJF

³ PROBIC Júnior/FAPEMIG/UFJF

⁴ Departamento de Ciência da Computação, Instituto de Ciências Exatas, UFJF. rafael.bonfim@ice.ufjf.br



da estrutura geométrica de redes vasculares periféricas é inviável. Por estes motivos, busca-se o emprego de métodos computacionais capazes de gerar estas redes *in silico*.

Em destaque, o método computacional chamado *Constrained Constructive Optimization* (CCO) permite gerar redes vasculares minimizando uma função custo e cujas bifurcações satisfazem uma lei de potência (ZAMIR; CHEE, 1987). Estes modelos de redes vasculares, que são ramificações binárias de vasos, crescem em domínios convexos bidimensionais (2D) adicionando sucessivamente segmentos terminais. Cada novo segmento terminal é conectado a um local ótimo (em algum sentido a ser definido) dentro da rede preexistente, e a nova bifurcação é otimizada (novamente seguindo algum critério definido) geometricamente. Após cada etapa de adição e otimização, os raios são ajustados para que a rede atenda às condições fisiológicas de contorno de pressão e fluxo. Assim, a otimização geométrica local é usada para induzir simultaneamente uma estrutura global otimizada.

O método CCO depende de uma função custo, restrições e condições de contorno fisiológicas. Em particular, uma restrição que controla assimetria das bifurcações no processo de crescimento dos modelos de árvores arteriais é proposta por Schreiner *et al.* (1997), que mostraram que esta restrição adicional ao método CCO afeta a estrutura global de modelos de árvores arteriais.

O presente trabalho tem por objetivo investigar a influência da restrição do índice de simetria nas propriedades morfométricas dos modelos gerados pelo método CCO. Diferentemente do trabalho de Schreiner *et al.* (1997), aqui não se utiliza um domínio suporte para construção dos modelos e emprega-se uma estratégia de otimização da função custo desenvolvida por Queiroz (2013).

A iniciativa de investigar o controle da assimetria das bifurcações durante a geração dos modelos de redes vasculares justifica-se pelo fato de que as artérias coronárias humanas apresentam funções de *transporte* e *subministro* do sangue de acordo com ZAMIR (1988), aspectos que estão intimamente relacionados com o grau de assimetria das bifurcações, que é o foco de investigação deste trabalho. *Segmentos de transporte* são aqueles que realizam o transporte sanguíneo para uma remota parte do tecido. Ao longo do seu percurso, eles podem somente proporcionar a perda de pouco fluxo através de ramos laterais pequenos e diminuem em raio de forma suave entre tais bifurcações (isto é, são bifurcações muito assimétricas). Por outro lado, *segmentos de subministro* bifurcam quase simetricamente (assim, severamente diminuem em raio) e

têm o papel de suprir de sangue as regiões do tecido.

Por fim, este trabalho está organizado da seguinte forma. Na Seção 2, apresenta-se a restrição de índice de simetria. Na Seção 3, realiza-se uma análise morfométrica dos modelos. Na Seção 4, as conclusões e os trabalhos futuros são delineados. Nas Seções 5 e 6, os agradecimentos e as referências bibliográficas são apresentados.

2 METODOLOGIA

O método CCO satisfaz lei de potência em bifurcação, restrições e condições de contorno para geração de redes vasculares conforme explicado abaixo.

Em cada bifurcação, os raios do segmento pai (r_i) e dos segmentos filhos (r_{esq}, r_{dir}) obedecem a lei de potência derivada da análise morfométrica de árvores coronárias reais (ZAMIR; CHEE, 1987), a qual é expressa por:

$$(r_i)^\gamma = (r_{esq})^\gamma + (r_{dir})^\gamma,$$

com um expoente γ constante durante a geração do modelo de rede vascular. Diferentes valores são adotados para o expoente γ na literatura. A mínima reflexão das ondas de pulso é alcançada com $\gamma = 2,55$ (ARTS *et al.*, 1979). Medidas em corrosão vascular de artérias coronárias humanas indicam que $\gamma = 3$ permite a tensão de cisalhamento uniforme por toda a rede (SMAJE *et al.*, 1980). Por fim, $\gamma = 3$ é uma condição necessária obtida da lei de Murray para o mínimo consumo de energia em um sistema hidrodinâmico composto de tubos sob as hipóteses aqui consideradas.

O grau de assimetria de uma bifurcação é expresso pelo *índice de simetria* dado por (SCHREINER *et al.*, 1997):

$$\varepsilon_{rad} = \frac{\min\{r_{esq}, r_{dir}\}}{\max\{r_{esq}, r_{dir}\}}, \varepsilon_{rad} \in (0,1].$$

Os operadores *min* e *max* retornam o menor e o maior raio dos segmentos filhos, respectivamente. A rede vascular é restrita a $\varepsilon_{rad} \geq \xi_{lim}$, no qual ξ_{lim} é um valor pré-definido e mantido constante ao longo da geração da rede. Bifurcações muito assimétricas são caracterizadas por índices de simetria próximos de zero, enquanto em bifurcações perfeitamente simétricas o índice de simetria resulta a unidade. O declínio do raio através de uma bifurcação é descrito pela taxa de ramificação definida como (ZAMIR, 1988):

$$\lambda_r = \frac{\max\{r_{esq}, r_{dir}\}}{r_i},$$

que está relacionada ao índice de simetria através da expressão:

$$(\lambda_r)^y = 1 - (\varepsilon_{rad})^y.$$

Percorrendo a rede seguindo o caminho principal (ou seja, seguindo sempre pelo segmento filho com maior raio ao longo de um caminho específico), é possível quantificar a diminuição do raio deste segmento em cada bifurcação através do cálculo da respectiva taxa de ramificação. Normalmente, valores diferentes desta taxa são encontrados, uma vez que a redução do raio do segmento principal depende do grau de assimetria da bifurcação. Se as taxas de ramificação λ_r fossem constantes e após atravessar n bifurcações ao longo de um caminho principal de um segmento, a redução relativa no raio poderia ser simplesmente dada por:

$$\frac{d_n}{d_0} = (\lambda_r)^n,$$

nos quais d_0 é o diâmetro do segmento raiz e d_n denota o diâmetro de um segmento no nível de bifurcação n .

Em um gráfico $\log(d_n/d_0)$ em função de n , relação aparece como uma linha reta (descendente), no qual a inclinação é dada por $\log(\lambda_r)$. Para árvores arteriais coronarianas reais (ZAMIR, 1988) e para modelos realísticos gerados via o método CCO, o valor médio de λ_r pode ser calculado por meio de uma regressão linear (SCHREINER *et al.*, 1997).

A ordem de Strahler de uma rede vascular é obtida como segue. De acordo com a terminologia de Strahler (1957), os segmentos terminais são atribuídos como ordem de Strahler 0. Se ambos os segmentos filhos de uma bifurcação têm ordens de Strahler diferentes, o segmento pai adquire a maior ordem Strahler entre os seus filhos. Se ambos os filhos têm ordem Strahler j , o segmento pai assume ordem de Strahler $j + 1$. O segmento raiz tem sempre a ordem de Strahler máxima que ocorre em uma rede.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Em Zamir (1988), artérias coronárias humanas foram analisadas de acordo com sua função de transporte e subministro do sangue. Esta característica está intimamente relacionada ao índice de simetria. Por sua vez, a taxa de ramificação está associada a este índice. Ainda em Zamir (1988), o comportamento da taxa de ramificação dos vasos

de artérias coronárias classificados segundo o seu papel de transporte e subministro de sangue.

Com o objetivo de comparar as medições experimentais sobre a taxa de ramificação (ZAMIR, 1988) foram gerados 5 modelos de redes vasculares dentro de um domínio circular adotando os seguintes dados (SCHREINER *et al.*, 1997): $\xi_{lim} \in \{0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4\}$; $N_{term} = 4000$; $p_{term} = 60mmHg$; $Q_{term} = 0,125 \frac{mL}{min}$; $p_{perf} = 100mmHg$; $\gamma = 3$. Nas gerações das redes vasculares foram utilizados idênticos pontos candidatos a posições distais dos segmentos terminais.

Na Figura 1 podem ser visualizadas as alterações estruturais dos modelos de redes vasculares devido à restrição do índice de simetria, onde o caminho principal de um segmento está colorido em azul. Neste trabalho, este vaso é denominado *segmento principal* e seu caminho é determinado escolhendo sempre o segmento filho com maior raio ao longo do percurso desde o segmento raiz até o segmento terminal. Observa-se na Figura 1 que praticamente não ocorre mudança espacial do segmento principal com a alteração do limite para assimetria ξ_{lim} . Nesta figura, observa-se que os segmentos encarregados de transportar sangue respondem a um padrão de simetria caracterizado pelo limite para assimetria $\xi_{lim} = 0$, enquanto os segmentos de menor calibre encarregados do subministro de sangue estão caracterizados por $\xi_{lim} = 0,4$.

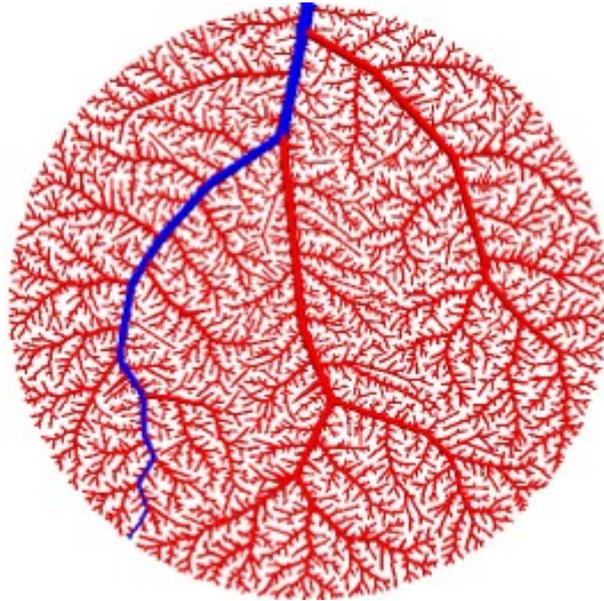
Para cada rede vascular, a taxa média de ramificação λ_r ao longo do segmento principal foi calculada a partir da inclinação da curva obtida por regressão linear da relação $\log(d_n/d_0)$ em função do nível de bifurcação n . Os valores de λ_r são dados na Tabela 1, onde σ é uma medida de variância dos dados utilizada como critério para a qualidade do ajuste (SCHREINER *et al.*, 1997) e OS denota a ordem de Strahler que é uma medida numérica da complexidade de ramificação da rede vascular.

Na Tabela 1 pode ser visto que os modelos de redes vasculares com limite de assimetria $\xi_{lim} = 0$ mostram o mais lento declínio no raio, ou seja, $\lambda_r = 0,9841$. Isto significa que em média, o segmento filho com maior raio de uma bifurcação diminui para 98,41% do raio do pai nas redes vasculares. De acordo com o dado experimental (ZAMIR, 1988), em que os vasos com $\lambda_r > 0,96$ são classificados como de transporte, este segmento principal do modelo de rede vascular gerado com $\xi_{lim} = 0$ pertence ao tipo de segmento de transporte de sangue. Dessa tabela, fica também claro que se a assimetria da bifurcação é cada vez mais limitada, os raios ao longo do caminho principal diminuem

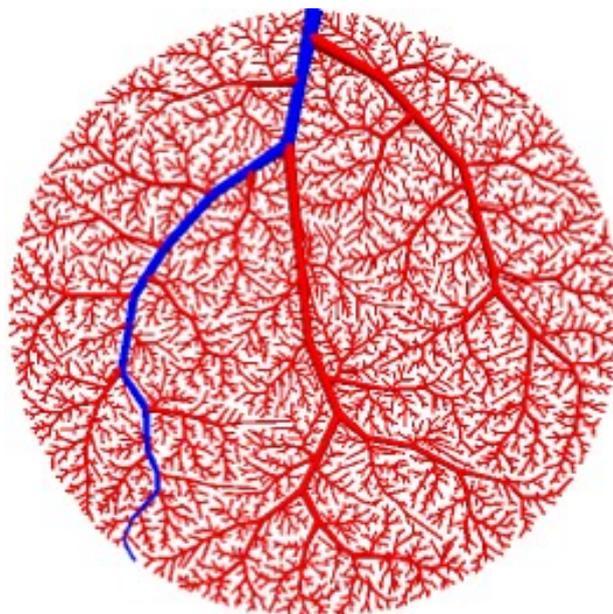
mais rapidamente. Por exemplo, quando temos $\xi_{lim} = 0,4$, a taxa de bifurcação torna-se $\lambda_r = 0,9287$. Portanto, classifica este segmento principal como sendo um segmento de subministro de sangue em termos dos dados experimentais (ZAMIR, 1988).

Figura 1 – Mudanças estruturais dos modelos de rede vascular devido à restrição na assimetria das bifurcações.

(a) $\xi_{lim} = 0$



(b) $\xi_{lim} = 0,4$



Fonte: elaboração própria.

Tabela 1 – Resultados obtidos utilizando diferentes limites de assimetria da bifurcação ξ_{lim} para construção dos modelos de redes vasculares.

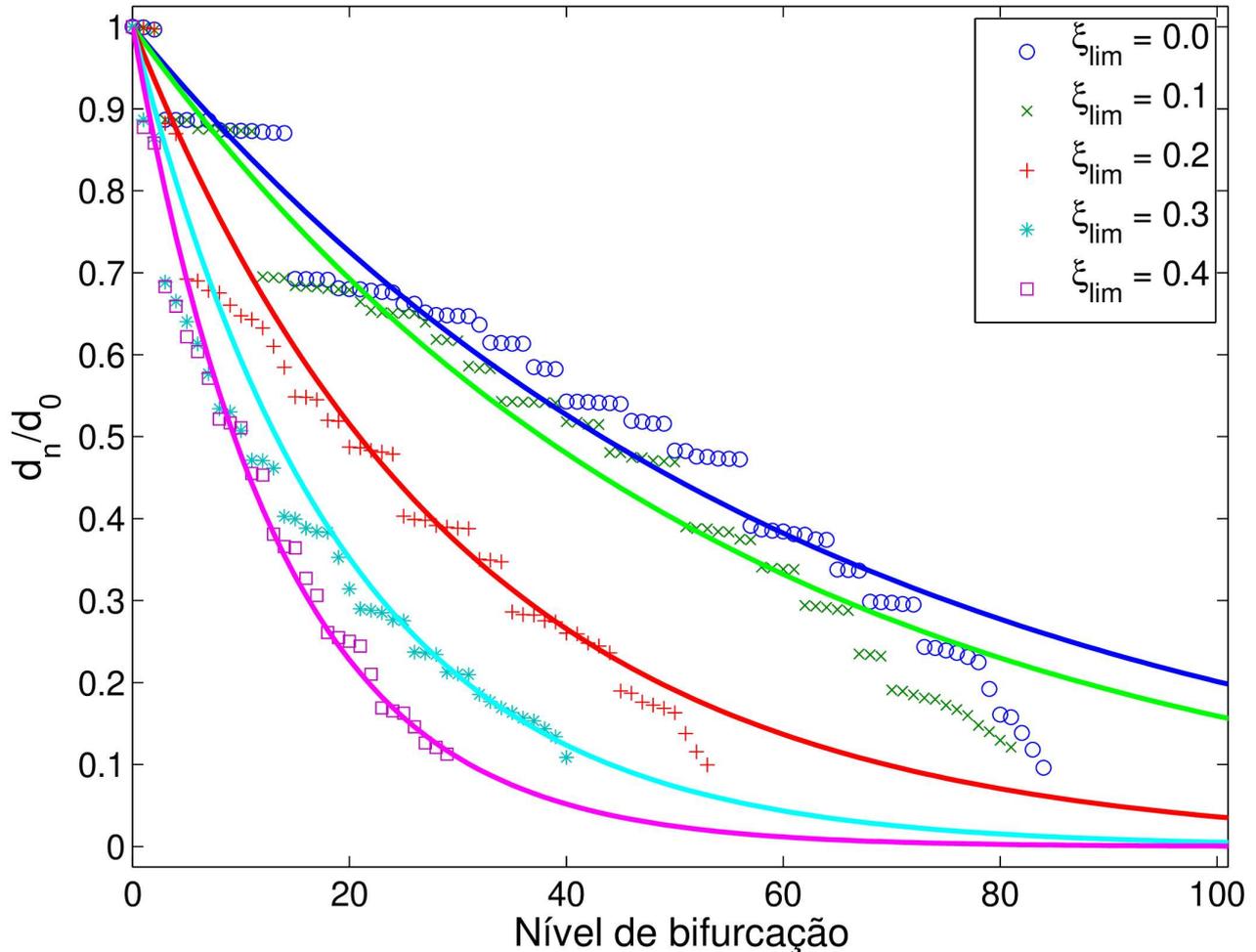
ξ_{lim}	λ_r	σ	n_{max}	OS	$V[mm^3]$
0,0	0,984	0,994	93	6	847,483
0,1	0,982	0,996	91	6	849,082
0,2	0,967	0,962	57	6	859,848
0,3	0,949	0,976	40	6	871,747
0,4	0,929	0,987	33	7	893,129

Fonte: elaboração própria.

Da Tabela 1, percebe-se também que a ordem de Strahler (OS) praticamente não é alterada variando o limite de assimetria ξ_{lim} . No entanto, aumentando a assimetria da bifurcação implica na diminuição do valor máximo do nível de bifurcação atingido por um segmento terminal (n_{max}) e no aumento do volume intravascular da rede vascular (V).

A relação entre a razão de diâmetros d_n/d_0 e o nível de bifurcação n ao longo do segmento principal de cada modelo de rede vascular é mostrada na Figura 2. Nesta figura, as curvas analíticas $y(n) = (\lambda_r)^n$ resultantes para cada modelo também são apresentadas, onde o valor λ_r é dado na Tabela 1. Os resultados obtidos estão em razoável concordância com estas curvas analíticas. Além disso, estes resultados são consistentes com aqueles apresentados em (SCHREINER *et al.*, 2006) e com as curvas experimentais de (ZAMIR, 1988).

Figura 2 – Taxas de ramificação em função do nível de bifurcação obtidas com os modelos de árvore gerados utilizando diferentes limites para assimetria.



Fonte: elaboração própria.

4 CONCLUSÕES

A geração de modelos de redes vasculares controlando a assimetria das bifurcações afeta as propriedades morfométricas destes modelos, tais como: nível de bifurcação, volume intravascular, ordem de Strahler e taxa de ramificação.

Este trabalho visa contribuir na área de *Modelagem computacional de sistemas complexos artificiais, naturais e socioculturais e da interação homem natureza*. Os modelos de redes vasculares propostos neste trabalho estão no estado da arte na área de Matemática Aplicada e formam parte dos objetivos do Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia em Medicina Assistida por Computação Científica (INCT-MACC).

Como trabalho futuro, pretende-se investigar a resposta hemodinâmica dos modelos vasculares gerados com diferentes valores do limite de assimetria (ξ_{lim}).

5 AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro das agências de fomento CAPES, CNPq e FAPEMIG durante a realização deste projeto.

REFERÊNCIAS

ARTS, J. T.; KRUGER, R. T. I.; LAMBREGTS, J. A. C.; GERVEN, W.; RENEMAN, R. S. Propagation velocity and reflection of pressure waves in the canine coronary artery. **American Journal of Physiology**, v. 237, p. H469-H474, 1979.

QUEIROZ, R.A.B. **Construção automática de modelos de árvores circulatórias e suas aplicações em hemodinâmica computacional**. 2013. 196 f. Tese (Doutorado em Modelagem Computacional) – Laboratório Nacional de Computação Científica, Petrópolis-RJ.

SCHREINER, W.; BUXBAUM, P.F. Computer-optimization of vascular trees. **IEEE Transactions on Biomedical Engineering**, v. 40, p. 482-491, 1993.

SCHREINER, W.; NEUMANN, F.; NEUMANN, M.; KARCH, R.; END, A.; ROEDLER, S.M. Limited bifurcation asymmetry in coronary arterial tree models generated by constrained constructive optimization. **The Journal of General Physiology**, v. 109, p. 129-140, 1997.

SCHREINER, W.; KARCH, R.; NEUMANN, M.; NEUMANN, F.; SZAWLOWSKI, P.; ROEDLER, S. Optimized arterial trees supplying hollow organs. **Medical Engineering & Physics**, v. 28, p. 416-429, 2006.

SMAJE, L. A.; FRASER, P. A., CLOUGH, G. The distensibility of single capillaries and vessels in the cat mesentery. **Microvascular Research**, v. 20, p. 358-370, 1980.

STRAHLER, A. N. Quantitative analysis of watershed geomorphology. **Transactions-American Geophysical Union**, v. 38, p. 913-920, 1957.

ZAMIR, M. Distributing and delivering vessels of the human heart. **Journal of General Physiology**, v. 91, p. 725-735, 1988.

ZAMIR, M.; CHEE, H. Segment analysis of human coronary arteries. **Blood Vessels**, v. 24, p. 76-84, 1987.