# ANÁLISE NUMÉRICO-EXPERIMENTAL DE UM SISTEMA DE CONTROLE PASSIVO PARA REDUÇÃO DE VIBRAÇÕES EM ESTRUTURAS

Fabrício Cassaro Furtado de Azevedo<sup>\*</sup> Luiz Carlos Guilarducci Viduani<sup>\*\*</sup> Flávio de Souza Barbosa<sup>\*\*\*</sup> Patrícia Habib Hallak<sup>\*\*\*\*</sup>

#### **RESUMO**

Atualmente, com os avanços tecnológicos, têm-se projetado estruturas cada vez mais esbeltas. Muitas delas apresentam problemas de vibrações excessivas que devem ser controladas. Desta forma, este trabalho tem por objetivo avaliar o desempenho de um sistema mecânico de controle de vibrações constituído por um conjunto de massa-mola sintonizadas. Este sistema é acoplado a uma estrutura em escala reduzida, que simula o comportamento de estruturas altas e esbeltas. Para esta avaliação, foi realizado um estudo sobre a modelagem numérica de sistemas dinâmicos com controladores, além de ensaios experimentais. Os primeiros resultados mostram uma boa correlação entre os resultados numéricos e experimentais. Além disso, observou-se a eficiência do sistema de controle de vibração, ao comparar as respostas dinâmicas da estrutura com e sem este sistema.

Palavras-chave: Dinâmica estrutural. Controle passivo. Sistema massa-mola sintonizados.

## 1 Introdução

Os avanços tecnológicos na área da construção civil, no que tange os métodos computacionais voltados à otimização estrutural e o surgimento de novos materiais e técnicas construtivas, permitem que sejam projetadas e edificadas estruturas cada vez mais altas e esbeltas. Esta esbeltez pode ser entendida como função de fatores estéticos e econômicos que se quer atingir (PINHEIRO, 1997; ALMEIDA, 2005).

Como consequente resultado da maior esbeltez estrutural e dos carregamentos que atuam nas estruturas, observa-se que tem aumentado o número de casos de construções com problemas dinâmicos de vibrações excessivas (PINHEIRO,1997).

Pensando na redução das vibrações sofridas por estas estruturas é que se desenvolveram sistemas auxiliares de absorção de vibrações. Estes podem ser introduzidos diretamente nos componentes estruturais durante a construção, como elementos sanduíche visco-elásticos (BATTISTA, 2002), bem como sistemas aerodinâmicos (PINHEIRO, 1997), ou em forma de sistemas mecânicos

<sup>\*</sup> Graduando em Engenharia Civil – UFJF - Bolsista de Iniciação Científica (BIC-UFJF)

<sup>&</sup>quot; Graduando em Engenharia Civil – UFJF - Bolsista de Iniciação Científica (PIBIC-CNPq)

<sup>&</sup>quot; Professor orientador do Departamento de Mecânica Aplicada e Computacional - flavio.barbosa@ufjf.edu.br

Professora do Departamento de Mecânica Aplicada e Computacional - UFJF

acoplados a estrutura, como os do tipo massa-mola sintonizadas (MOUTINHO, 2004; PINHEIRO, 1997; BATTISTA, 2002) e os absorsores pendulares (PINHEIRO, 1997).

Os sistemas mecânicos acoplados, que serão o foco deste trabalho, podem ser classificados segundo dois tipos: passivos ou ativos. No caso de sistemas de controle passivos (SCP), sua atuação está condicionada às respostas do sistema principal que induzem forças inerciais, forças de amortecimento viscoso e forças elásticas. Estas se contrapõem à vibração da estrutura, objetivando o equilíbrio dinâmico, sem que haja introdução de força no sistema. Já os sistemas de controle ativo (SCA) contam com a introdução de força externa através de excitadores eletro-magnético-mecânicos ou hidráulicos, a fim de condicionar a posição da massa, para que as forças de equilíbrio geradas apresentem melhor desempenho em comparação aos sistemas de controle passivo.

Neste trabalho é estudado um sistema mecânico de controle passivo, o de massa-mola sintonizadas, através da criação de protótipos físicos destes e da sua modelagem computacional. Estes sistemas são acoplados a uma estrutura em escala reduzida, que simula o comportamento de estruturas altas e esbeltas, como arranha-céus ou torres de telecomunicações (PINHEIRO, 1997), com intuito de se obter a redução das vibrações.

Foram realizados estudos acerca da modelagem dos sistemas de amortecimento, dos carregamentos dinâmicos e da solução da equação diferencial de equilíbrio dinâmico. Na seção de resultados e discussões, foram avaliados os resultados obtidos numérica e experimentalmente para o protótipo. Foi feita ainda a comparação dos resultados obtidos experimentalmente para os sistemas com e sem controle, verificando a eficiência do sistema de redução de vibrações. Finalmente, são apresentadas as conclusões e algumas sugestões para aperfeiçoamento dos protótipos e para trabalhos futuros.

## 2 Dinâmica Estrutural

Segundo Barbosa (2006), existem duas diferenças básicas entre um problema estático e um dinâmico. A primeira refere-se ao fato de que o carregamento num problema dinâmico varia com o tempo. A segunda, e mais importante diferença, é o aparecimento das forças inerciais.

Visando então compreender o comportamento dinâmico estrutural, nos próximos itens são analisadas as equações diferenciais que regem o comportamento dinâmico dos sistemas abordados neste trabalho.

#### Equações Diferenciais de Equilíbrio Dinâmico para um Problema de Dois Graus de Liberdade Conectados em Série

Considerando o sistema estrutura-amortecedor como dois graus de liberdade conectados em série, como mostrado na Figura 1, tem-se a equação matricial de equilíbrio dinâmico expressa na equação 2.1

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{P} \qquad (2.1)$$

onde:

48

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix}$$
 é a matriz de massa do sistema, sendo  $M_1$  e  $M_2$  respectivamente as massas

associadas à estrutura e ao controlador passivo;

 $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_1 + C_2 & -C_2 \\ -C_2 & C_2 \end{bmatrix}$  é a matriz de amortecimento, sendo  $C_1$  e  $C_2$  respectivamente, os

coeficientes de amortecimento viscoso relativos à estrutura e ao amortecedor;

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_1 + K_2 & -K_2 \\ -K_2 & K_2 \end{bmatrix}$$
é a matriz de rigidez do sistema sendo  $K_1$  e  $K_2$ , respectivamente, a

rigidez relativa à estrutura e ao controlador;

$$\ddot{\mathbf{x}} = \begin{cases} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{cases} \qquad \dot{\mathbf{x}} = \begin{cases} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{cases} \qquad \mathbf{x} = \begin{cases} x_1 \\ x_2 \end{cases} \text{ são os vetores de aceleração, velocidade e deslocamentos}$$

respectivamente, sendo x1 e x2 os deslocamentos das massas  $M_1$  e  $M_2$ ;

 $\mathbf{P} = \begin{cases} P_1 \\ P_2 \end{cases}$ , o vetor de forças aplicadas, sendo  $p_1$  (não representado na Figura 1) e  $p_2$  as forças

aplicadas nos graus de liberdade 1 e 2, respectivamente.



Fig. 1: Modelo de um sistema dinâmico com 2 graus de liberdade.

#### Solução das Equações Diferenciais de Equilíbrio Dinâmico

Neste trabalho a integração numérica das equações diferenciais de equilíbrio dinâmico é feita através de um método explícito para o qual se exprimem as derivadas temporais dos deslocamentos por aproximações discretas obtidas via método das diferenças finitas.

Assim sendo, para uma variável x(t), aproxima-se suas derivadas primeira e segunda com relação ao tempo para  $t = t_i$ , conforme equações 2.3 e 2.4, respectivamente:

$$\ddot{x}(t_{i}) = \frac{x(t_{i+1}) - 2x(t_{i}) + x(t_{i-1})}{\Delta t^{2}}$$

$$\dot{x}(t_{i}) = \frac{x(t_{i+1}) - x(t_{i-1})}{2\Delta t}$$
(2.3)
(2.3)
(2.3)

onde  $\Delta t$  é o intervalo de tempo entre o tempo  $t_i e t_{i+1}$ ,  $i \in Z^+$  (conjunto dos inteiros positivos), considerando-se uma discretização temporal igualmente espaçada.

Desenvolvendo as equações 2.1 e 2.2 para as derivadas temporais aproximadas pelas equações 2.3 e 2.4, pode-se chegar às equações 2.5 e 2.6, respectivamente. Nestas equações tem-se a forma expressa de valores variáveis de estado dos modelos calculados para um instante de tempo  $t = t_{i+1}$ , em função dos parâmetros dos modelos, do passo da discretização temporal ( $\Delta t$ ) e dos valores de estado para os instantes  $t = t_{i-1}$  e  $t = t_i$ .

$$\begin{aligned} x_{1}^{i+1} &= (8M_{2}M_{1}x_{1}^{i} - 4M_{2}M_{1}x_{1}^{i-1} - 4M_{2}\Delta t^{2}x_{1}^{i}K_{1} + 2\Delta tC_{2}x_{1}^{i-1}M_{2} + C_{2}\Delta t^{2}C_{1}x_{1}^{i-1} + \\ &+ 2\Delta tx_{1}^{i-1}C_{1}M_{2} + 4K_{2}x_{2}^{i}\Delta t^{2}M_{2} - 4x_{1}^{i}\Delta t^{2}K_{2}M_{2} + 4C_{2}\Delta tM_{1}x_{1}^{i} - 2C_{2}\Delta tM_{1}x_{1}^{i-1} - \\ &- 2C_{2}\Delta t^{3}x_{1}^{i}K_{1} + 4C_{2}\Delta tM_{2}x_{2}^{i} - 4C_{2}\Delta tM_{2}x_{2}^{i-1}) / (4M_{1}M_{2} + 2C_{2}\Delta tM_{2} + \Delta t^{2}C_{1}C_{2} + \\ &+ 2M_{1}C_{2}\Delta t + 2\Delta tC_{1}M_{2}) \end{aligned}$$

$$(2.5)$$

$$\begin{aligned} x_{2}^{i+1} &= (8M_{2}M_{1}x_{2}^{i} - 2\Delta t^{3}C_{1}x_{1}^{i}K_{2} + 4C_{2}\Delta tM_{1}x_{1}^{i} - 4C_{2}\Delta tM_{1}x_{1}^{i-1} - 2\Delta t^{3}C_{2}x_{1}^{i}K_{1} + \\ &+ 4x_{1}^{i}\Delta t^{2}K_{2}M_{1} + 4C_{2}\Delta tM_{2}x_{2}^{i} - 2C_{2}\Delta tM_{2}x_{2}^{i-1} - 2\Delta t^{3}C_{1}x_{2}^{i}K_{2} - 4M_{2}M_{1}x_{2}^{i-1} + 4\Delta tC_{1}M_{2}x_{2}^{i} - \\ &- 2\Delta tx_{2}^{i-1}C_{1}M_{2} - 4M_{1}\Delta t^{2}x_{2}^{i}K_{2} + C_{1}C_{2}\Delta t^{2}x_{2}^{i-1} + 2M_{1}C_{2}\Delta tx_{2}^{1-1}) / (4M_{1}M_{2} + 2C_{2}\Delta tM_{2} + \Delta t^{2}C_{1}C_{2} + \\ &+ 2M_{1}C_{2}\Delta t + 2\Delta tC_{1}M_{2}) \end{aligned}$$

$$(2.6)$$

Assim sendo, uma vez conhecida as condições iniciais do sistema (deslocamento inicial e velocidade inicial), é possível, através de um procedimento incremental, calcular os vetores que aproximam a forma discreta dos valores das funções que descrevem o comportamento dinâmico dos sistemas analisados.

Por exemplo, para um sistema que parte do repouso e com deslocamento inicial igual a zero, tem-se para o conjunto de equações 2.5.

$$x_1(0) = 0; x_1(\Delta t) = 0$$
 (2.7)  
 $x_2(0) = 0; x_2(\Delta t) = 0$  (2.8)

Substituindo as equações 2.7 e 2.8 nas equações 2.5 pode-se calcular  $x_1(2\Delta t)$  e  $x_2(2\Delta t)$ , que por suas vezes, possibilitam o calculo de  $x_1(3\Delta t)$  e  $x_2(3\Delta t)$  e assim sucessivamente.

## 3 Descrição do Sistema de Controle Passivo (SCP) com Massa-Mola Sintonizadas

A Figura 2 mostra, de forma esquemática, uma estrutura real, um protótipo que visa simular seu comportamento dinâmico e um modelo com 2 graus de liberdade, onde o grau de liberdade  $x_1$  está associado ao deslocamento horizontal no topo da estrutura e o grau de liberdade  $x_2$  está associado ao SCP acoplado.



Fig. 2: Modelo proposto para estruturas do tipo torre esbelta.

#### Descrição do Protótipo

O protótipo analisado é mostrado na Figura 3. A haste C possui seção transversal de 30 mm x 40 mm e comprimento de 0,85 cm. Estas dimensões garantem que as vibrações aconteçam, predominantemente, através da flexão em torno do eixo de menor momento de inércia a uma freqüência aproximada de 1 Hz. Na Figura 3 tem-se ainda as dimensões da protótipo.



(a) Maquete eletrônica da estrutura
 (b) Partes constituintes do protótipo e dimensões
 Fig. 3: Vista em perspectiva do protótipo e dimensões

#### Determinação dos Parâmetros do Modelo Numérico da Estrutura

A determinação dos parâmetros da estrutura adotou-se os seguintes procedimentos:

Massa  $M_1$ : foi considerada como a soma da massa da chapa metálica do topo da haste com 70% da massa da haste (BATTISTA, 2002). Assim sendo, obtem-se  $M_1$ =2 kg.

Rigidez  $K_1$ : através de um ensaio em vibrações livres da haste com a chapa, obteve-se a freqüência natural do sistema  $\omega_1 = 6,89rad / s$ . Sabendo-se que, para  $M_1$  já conhecida, obteve-se. Os resultados deste ensaio de vibração livre são mostrados na Figura 4.



Fig. 4: Vibrações livres para um sistema não amortecido

Coeficiente de amortecimento  $C_1$ : através do ensaio de vibrações livres, aplicando a equação 3.1 é possível determinar o coeficiente de amortecimento  $\xi_1 = 3\%$ . Sabendo-se que  $C_1 = 2\xi_1\omega_1M_1$ , tem-se  $C_1=0,83$  Ns/m.

$$\xi = \frac{1}{2\pi} \times \ln\left(\frac{x_p}{x_q}\right) \qquad (3.1)$$

onde:  $x_p e x_q$  são valores consecutivos de máximos locais no gráfico da Figura 4 respectivamente;

#### Determinação dos Parâmetros do Amortecedor

Massa  $M_2$ : definida com 10% da massa  $M_1$ . Esta recomendação consta em Battista(2002).

Rigidez  $K_2$ : adotou-se  $K_2$ = 58 N/m. Este valor foi obtido de ensaios em laboratorio da mola utilizada. Coeficiente de amortecimento  $C_2$ : Para um ensaio de vibrações livres com deslocamento inicial imposto para o sistema massa-mola amortecedor relativo ao controlador passivo desacoplado da estrutura e aplicando e equação 3.1 obteve-se  $\xi_2$ = 6%, o que fornece  $C_2$ = 0,41 Ns/m.

### **4 Resultados**

De posse dos parâmetros do modelo computacional e de resultados experimentais, obteve-se os resultados apresentados nesta seção.

Na Figura 5 tem-se a comparação entre os resultados numéricos e experimentais para o sistema não controlado. Observa-se uma boa correlação das respostas, o que mostra que o modelo numérico representa satisfatoriamente o comportamento da estrutura sem o sistema de controle.



Fig. 5: Comparação entre resultados numéricos e experimentais para a estrutura não controlada

Na Figura 6 apresenta-se uma comparação entre os resultados experimentais e numéricos para a estrutura controlada. Nota-se que, apesar de uma pequena defasagem no sinal, o modelo numérico adotado representa o comportamento da estrutura controloda, principalmente quando observados o decaimento das curvas em deslocamento ao longo do tempo.



Fig. 6: Comparação entre os resultados experimentais e numéricos para estrutura controlada

A eficiência do sistema de controle de vibrações pode ser observada na Figura 7, onde é feita uma comparação entre as resposta experimentais controlada e não controlada da estrutura. Houve uma redução significativa das vibrações experimentadas para o sistema controlado, para um intervalo de 20 segundos de análise. Observa-se que após 13 segundos, a amplitude reduziu de 15 cm à 2,5 cm e o sistema massa-mola sintonizadas para de atuar, devido principalmente a ação de forças de atrito entre a massa e a base, que impedem a movimentação adequada do sistema.



## 5 Conclusões

Este trabalho teve por objetivo avaliar o desempenho de um sistema mecânico passivo de controle de vibrações Para isto, desenvolveu-se um modelo numérico, com base nos conceitos de dinâmica estrutural, e realizou-se ensaios experimentais.

Observa-se que, com base nos resultados apresentados na seção 4:

- Da comparação entre resultados numéricos e experimentais, que o modelo numérico foi capaz de reproduzir o comportamento da estrutura, com e sem o sistema de controle de vibrações;

- Que o sistema de controle por ora avaliado mostrou-se eficiente, pois foi capaz de promover uma redução acentuada nas vibrações do protótipo.

Numerical and experimental analysis of a passive control system to reduce vibrations in structures

## ABSTRACT

Nowadays, with technological advances, slender structures are designed more frequently. Most of them present excessive vibration problems which must be controlled. By this way, this paper intends to evaluate the performance of tuned mass-spring system, which is a mechanical vibration control device. This system was linked to a reduced scale structure, which represents the behavior of tall and a slender tower. For this evaluation, a study about the numerical modeling of controlled systems has been performed in addition with experimental tests. Results show a good correlation between numerical and experimental results. Furthermore, the efficiency of the control vibration system was observed by comparing the dynamics response of the prototype with and without this system.

Keywords: Structural dynamics. Passive control. Tuned mass-spring system.

## Referências

ALMEIDA, S. F. Análise dinâmica experimental da rigidez de elementos de concreto submetidos à danificação progressiva até a ruptura. 2005. Dissertação (Mestrado)-Universidade Federal de São Carlos, 2005.

BARBOSA, F. S. Análise experimental em dinâmica das estruturas, UFJF, 28 de abril de 2006. (Apostila)

BATTISTA, R. C. Múltiplos atenuadores dinâmicos sincronizados para controle das oscilações induzidas pelo vento na Ponte Rio-Niterói. Rio de Janeiro: Instituto COPPE/UFRJ, 2002.

MOUTINHO, C. Análise experimental da eficiência de TMDS para a atenuação da resposta sísmica de estruturas de edifícios. In: CONGRESSO NACIONAL DE SISMOLOGIA E ENGENHARIA SISMICA, 6., 2004: Guimaraes, Anais...Local: FEUP, 2004. p. 621-630.

PINHEIRO, M. A. S. Absorsor pendular não-linear para redução de vibrações em torres esbeltas. 1997. Dissertação (Mestrado)-Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1997.