É: Revista
Ética e
Filosofia Política

Número XVII – Volume I – agosto de 2014
www.ufjf.br/eticaefilosofia

BERKELEY E O CRITÉRIO DE INTELIGIBILIDADE NA ARITMÉTICA E NA ÁLGEBRA[1]

BERKELEY ET LE CRITÈRE D'INTELLIGIBILITÉ DANS L'ARITHMÉTIQUE ET L'ALGÈBRE

Alex Calazans[2]

Resumo: O objetivo desse artigo é estabelecer uma análise do objeto matemático, segundo Berkeley, presente especificamente na aritmética e na álgebra. Em especial, interessa compreender qual é o critério adotado por esse filósofo para avaliar a inteligibilidade de tais objetos. Para isso, será levado em consideração até que ponto o conceito de "ideia percebida", algo central para sua filosofia do *ser é ser percebido* (*esse est percipi*), deve ser um elemento constituinte do critério de inteligibilidade adotado em tais disciplinas matemáticas.

Palavras-chave: ideia; inteligibilidade; signo; aritmética; álgebra.

Résumé : Le but de cet article est d'établir une analyse de l'objet mathématique, selon Berkeley, présente précisément dans l'arithmétique et l'algèbre. Particulièrement, nous sommes intéressés à comprendre quel est le critère adopté par ce philosophe pour évaluer l'intelligibilité de ces objets. Pour ce lá, il sera prise en compte dans quelle mesure le concept «d'idée perçue», une chose central à sa philosophie de l'*être c'est être perçu* (*esse est percipi*), doit être un élément constitutif du critère d'intelligibilité adoptée dans ces disciplines mathématiques.

Mots-clés: idée; intelligibilité; signe; arithmétique; algèbre.

[1] Uma versão preliminar deste texto encontra-se em: Cf. Calazans, 2014.

[2] Doutor em filosofia (IFCH-Unicamp). Professor de filosofia da FAVI (Faculdade Vicentina – Curitiba-PR)

Introdução

Não é difícil encontrar entre historiadores da matemática uma divisão disciplinar da própria matemática.[3] Consolidada principalmente após o trabalho de Euclides, em seus *Elementos*, tal divisão comumente é compreendida a partir da bipartição que têm os objetos matemáticos a serem tratados como foco central. Tais objetos são as *quantidades matemáticas* das quais os estudos matemáticos partiriam. Nesse sentido, de um lado, localiza-se a *geometria* que tem como objeto de estudo as quantidades contínuas (ou extensas), tais como os segmentos, ângulos, polígonos e poliedros. E na outra mão encontra-se a *aritmética*, destinada ao estudo das quantidades discretas, isto é, as quantidades numéricas. Após isso, matemáticos de língua árabe teriam se concentrado na tarefa de elaborar uma "linguagem", comum aos dois âmbitos. Disso surgiria a *álgebra*.[4]

Independentemente do debate sobre a pertinência dos fundamentos desses historiadores a respeito de tal classificação das matemáticas, é possível dizer que, quando Berkeley realizou seus estudos sobre a matemática, a discussão de como dividi-la em seus vários ramos ainda estava presente. O surgimento da álgebra ainda representava um estímulo para essa discussão. Desse modo, além de Berkeley, é possível ser encontrado o tema da classificação da matemática na querela travada entre outros pensadores modernos tais como: Wallis, Hobbes e Barrow. Estava em disputa a utilização de *símbolos* nos raciocínios algébricos. Enquanto Wallis defendeu o simbolismo, considerando a aritmética como base para fundamentar a geometria e a álgebra, Hobbes por outro lado rejeitou tal concepção. Barrow, por sua vez, foi o personagem da discussão que assumiu a geometria como a fonte para o fundamento das ciências dos números.[5]

---

[3] Dentre eles, por exemplo, encontram-se: Jesseph, 1993, p.89; Berlioz, 2000, p 145; Panza, 2003, p. 35-36.

[4] Cf: Panza, 2005, p. 19.

[5] Uma interessante discussão sobre esse tema da classificação das disciplinas matemáticas, no período da modernidade, pode ser encontrada em: Mancosu, 1996. Esse texto busca não somente analisar, por exemplo, o embate entre Barrow e Wallis sobre a classificação (e hierarquia) das disciplinas matemáticas. Há a preocupação, por parte de Mancuso, de sustentar que esse embate fez parte de uma discussão que teria ocupado o pensamento matemático do século XVII, com um todo. Essa discussão ficou conhecida como *Quaestio de Certitudine Mathematicarum*. Dentre outros, um dos principais problemas tratados estava o da justificativa da certeza da matemática clássica, principalmente em termos do conceito de ciência demonstrativa como Aristóteles teria apresentado em seu texto *Segundos analíticos*. Quanto a Berkeley, não é difícil de dizer que ele, em um momento mais tardio, ao voltar a atenção para a classificação dessas disciplinas, está também participando dessa discussão. O próprio Mancuso (*ibidem*, p. 9 e 150-177) inclui Berkeley nisso. Por outro lado, Jesseph (1993, p. 9-21) contrasta a discussão de Berkeley, sobre a natureza abstrata dos objetos matemáticos, com esse cenário

Berkeley não ignorou esse debate. Sua inquietação manifesta-se já em suas primeiras anotações, presentes em seu texto de juventude *Comentários filosóficos*.[6] Ali e em vários outros textos seus, pode-se assumir a existência de uma tomada de posição por parte de Berkeley quanto a muitos aspectos dessas disciplinas matemáticas.

Todavia, a admissão de símbolos nos raciocínios matemáticos está carregada de inúmeras questões de difícil abordagem. Interessa abordar uma delas aqui. Em especial, interessa investigar qual é o critério de inteligibilidade a ser aplicado aos objetos da aritmética e da álgebra. A colocação dessa questão pode receber inicialmente duas justificativas. A primeira diz respeito ao fato de que, de um modo geral, na filosofia de Berkeley, o conhecimento está condicionado à percepção de ideias. Além disso, Berkeley adota a aritmética e a álgebra como disciplinas que possuem o *signo* como seus objetos imediatos. Tal atitude parece dispensar a percepção de ideias com um critério para avaliar a inteligibilidade de tais objetos. Então cabe investigar qual é critério que se aplica no caso dessas duas disciplinas.

Outra justificativa para se questionar sobre inteligibilidade encontra-se na interpretação que os comentadores fazem da filosofia berkeleyana da matemática. Eles têm a tendência de interpretar o pensamento de Berkeley quanto à matemática não como um bloco único. Por exemplo, Pycior argumenta que Berkeley reconheceu uma tripartite divisão da matemática:

> (1) geometria (a mais alta ciência matemática que foi baseada em percepções sensoriais), (2) a aritmética e a álgebra (ciências formais envolvendo raciocínio em meros sinais), e (3) análise [cálculo infinitesimal] (um método aplicado à geometria). (Pycior, 1987, 266).

Jesseph (1993, p. 113-114) também assume que haveria independência entre tais disciplinas, ou seja, a aritmética e a álgebra são disciplinas que se estruturam enquanto disciplina matemática sem depender daquilo que faz a geometria ser uma disciplina matemática. Porém,

---

gerado pela *Quaestio de Certitudine*. Assim, isso permite dizer que é a partir da discussão sobre a própria natureza dos objetos matemáticos que se formula um dos modos de participação de Berkeley nas questões que incomodaram o século XVII sobre a certeza das matemáticas.

[6] Todas as obras de Berkeley consideradas aqui se encontram em: Berkeley, 1979. Utilizarei as seguintes abreviaturas para me referir às suas obras: PC: *Philosophical Commentaries* (Comentários filosóficos) PHK: *A Treatise Concerning the Principles of Human Knowledge* (Tratado sobre os princípios do conhecimento humano); ALC: *Alciphron, or the minute philosopher* (Alciphron, ou o filósofo diminuto).

diferentemente de Pycior, ele considera que, para Berkeley, a geometria não está acima da aritmética e da álgebra do ponto de vista da cientificidade. Ora, como é possível avaliar a inteligibilidade dos objetos da aritmética e da álgebra sem usar o mesmo critério utilizado na geometria?

Ideia como objeto do conhecimento

Uma primeira tarefa a ser feita é investigar como Berkeley concebe, de um modo geral, em sua filosofia, o conceito de inteligibilidade. No entanto, para isso, entra em cena a necessidade de se fazer uma pequena discussão sobre o que é *ideia*. Uma das apresentações mais canônicas sobre tal conceito aparece quando Berkeley trata, no início de seu texto *Tratado sobre os princípios do conhecimento humano* (1710), do que é o objeto do conhecimento. Ali o filósofo britânico assume uma posição que mistura as concepções *empirista* e *idealista* quanto ao conhecimento das coisas.

Primeiramente, Berkeley concebe que *ideia* é aquilo que deve ser assumido como objeto do conhecimento. E haveria somente três possíveis origens para ela. Isto é, tudo o que é possível de ser conhecido diz respeito, somente, ao conteúdo fornecido por estas três maneiras.[7] A primeira é receber ideias impressas de forma atual nos sentidos (como: cor, cheiro, sabor, forma e vários sons). A segunda trata-se das ideias que sentimos a partir das paixões e operações do espírito (são excitações como amor, alegria, repugnância e tristeza, sentidas quando as sensações da primeira maneira atingem o espírito). A terceira, e última, origem para as ideias é aquela que ocorre com o auxílio da *memória* e da *imaginação* ao compor, dividir ou representar as ideais surgidas pelas outras maneiras. Desse modo, são somente esses três tipos de origem das ideias que Berkeley aceita, havendo entre elas, todavia, uma ordem para que as ideias atinjam o espírito, cujo ponto inicial são os sentidos. O que é importante focar aqui é que essa descrição é claramente uma *atitude empirista*. Sem as percepções empíricas iniciais não haverá qualquer outro tipo de ideia ou objeto para se conhecer.

---

[7] Cf. Berkeley, PHK, §1.

Por consequência, argumenta-se, nos *Princípios*, contra a possibilidade de existir um mundo independente do que seja percebido por algum dos três modos enunciados acima: "E que percebemos nós *além das nossas próprias ideias ou sensações*? E não repugna admitir que alguma, ou um conjunto delas, possa existir impercebido?" (Berkeley, PHK, §4). Ao apontar essa impossibilidade, Berkeley, necessariamente, reforça a interpretação de que *ideia* é o genuíno objeto do conhecimento, ou seja, mostra-se evidente no texto de Berkeley que, apesar de haver essas três fontes distintas da origem do objeto do conhecimento, tudo o que vem por meio delas são *necessariamente* ideias. Todo o conteúdo que pode ser conhecido (conteúdo cognitivo) depende das percepções ou das ideias adquiridas pelos três modos acima citados. Nada surge na mente sem que tenha uma relação com a percepção obtida por algum dos órgãos dos sentidos. O significado disso é que o conteúdo que está à disposição daquele que irá conhecer são nada mais do que *percepções ou manifestações mentais*. Desse modo, Berkeley não faz a separação entre a *representação mental* do mundo e o próprio mundo como algo independente da mente. Para ele, aquilo que se manifesta na mente enquanto ideia é a única realidade existente. Eis o significado de *idealista* aqui utilizado.[8]

O problema da *inteligibilidade* se manifesta imerso na discussão sobre o conceito de ideia. Berkeley concebe que a compreensão de alguma coisa deve ter respaldo em ser percebido enquanto ideia. Eis um exemplo de como ele usa o conceito de inteligível: "O que se tem dito da existência absoluta de coisas impensáveis sem alguma relação com o seu ser-percebidas parece perfeitamente *ininteligível* (*unintelligible*)" (Berkeley, PHK, §3). Como só ideias são percebidas, ser *inteligível* para a própria mente depende de um vínculo com a percepção de ideias. É a própria percepção da ideia que permitirá julgar se aquilo que é afirmado sobre ela é inteligível ou não. O que evita o vínculo com tal percepção torna-se incompreensível, ou melhor, *ininteligível*, para a mente. Adicionalmente, essa orientação está presente na doutrina contida na famosa expressão latina de Berkeley: *esse est percipi* (ser é ser percebido).[9] Isso indica que não se pode haver comprometimento com a compreensão ou inteligibilidade das coisas que se encontram fora do âmbito das coisas percebidas. Ainda que

---

[8] Torna-se manifesto que isso não significa dizer que Berkeley não seja antes de tudo *empirista*. Pois a fonte do conhecimento depende dos sentidos. O idealismo aqui deve ser utilizado para descrever a *natureza* do objeto do conhecimento (que é ideia), e não o modo como adquirimos ou justificamos o conhecimento. A respeito desse conceito de idealismo: Cf. AYERS, 2007, p. 15-16.

[9] Cf. Berkeley, PHK, §3.

o *esse est percipi* se manifeste como um princípio para avaliar os objetos do ponto de vista ontológico (via ontológica), ele também surge como um princípio para estabelecer a avaliação da inteligibilidade a respeito do objeto do conhecimento: o que se afirma sobre tal objeto é inteligível para a mente, na medida, em que há o vínculo com uma ideia percebida. Essa é a base para a construção de uma argumentação contra várias teses filosóficas de seu tempo como é o caso do materialismo, aquela doutrina que assume a existência de um mundo material independente das percepções mentais.[10]

A questão que se levanta após identificar a relação existente entre inteligibilidade e percepção de ideias é se tal critério vale inevitavelmente também para a aritmética e para álgebra. Isso não parece ser o caso, pois já nos *Comentários filosóficos* Berkeley manifesta uma interpretação de um modo a livrar tais disciplinas do comprometimento com a percepção de ideias:

> Remova os *signos* da aritmética e da álgebra, e pergunto: o que permanece? [itálico meu] (Berkeley, PC, §767).
> Estas são ciências *puramente verbais* e completamente inúteis, a não ser para a prática nas sociedades dos homens. Não há nenhum conhecimento especulativo nelas, nenhuma comparação de ideias. [ênfase minha] (*Ibidem*, §768).

Está manifesto que Berkeley usa termos que evocam o tema do simbolismo na matemática. Enquanto que, de um lado, aparece a palavra "signos", de outro, menciona-se a aritmética e a álgebra como sendo ciências "puramente verbais". Nesse contexto, destaca-se o questionamento feito na entrada 767. Embora não pareça de imediato, pode-se dizer que a entrada 768 fornece elementos para sugerir uma resposta à pergunta de Berkeley: já que não há "nenhuma comparação de ideias", ao se retirar os signos dessas matemáticas, o que sobraria é "nada". Só é possível afirmar que a aritmética e álgebra são "puramente verbais" caso os signos não estejam necessariamente relacionados a ideias.

Essas afirmações dos *Comentários filosóficos*, apesar de ilustrarem parte de como a aritmética e a álgebra devem ser interpretadas, não fornecem o porquê de elas serem "puramente verbais". Mas onde repousa a justificativa de tal interpretação? Uma resposta parece passar pela própria natureza dos objetos dessas duas disciplinas matemáticas. Desse

[10] Berkeley, ainda nos *Princípios*, parágrafo 6, novamente se apoia na noção de inteligibilidade para criticar a interpretação que assume a matéria como algo independente da mente. Nesse parágrafo, ele também critica a doutrina das ideias abstratas como sendo a causa desse erro.

modo, a reflexão sobre a inteligibilidade deve ser conduzida tendo como ponto de partida a elucidação da natureza desses objetos matemáticos. Assim, como estratégia, cabe agora compreender como o número (objeto da aritmética) vem a ser simplesmente um signo e, além disso, faz-se necessário saber como a álgebra compartilha do mesmo tipo de reflexão quanto aos seus objetos do conhecimento.

Objeto da aritmética: o que são números

Os *Comentários filosóficos* são um texto que Berkeley produziu em sua juventude sem a finalidade de publicá-lo. Ali ele somente anotou questões, conceitos ou pequenos comentários para serem desenvolvidos futuramente em outros textos. É por isso que o texto não apresenta uma organização interna com o intento de fornecer uma sequência contínua entre as várias anotações. Muitas delas contêm uma ligação somente quando analisadas a partir de seu conteúdo interno. Na entrada 759, Berkeley faz menção à natureza linguística dos números: "Duas coroas (*crowns*) são chamadas (*called*) dez xelins (*shillings*), daí pode surgir a natureza dos números" (Berkeley, PC, §759). Está claro que a atenção de Berkeley volta-se para o problema da denominação, algo que é pertinente para o próprio esclarecimento das outras entradas 767 e 768, acima citadas. A acepção assumida agora é sobre a possibilidade de nomear certa quantidade de dinheiro de duas maneiras distintas: de coroa ou de xelim. Todavia, a novidade é a relação existente entre o problema da nomeação e a natureza dos números. Compreender o que permite chamar "duas coroas" por "dez xelins" forneceria, ao mesmo tempo, a possibilidade de saber o que é o número. Nesse sentido, se o objeto da aritmética são os números, ao evocar um problema especificamente linguístico para as reflexões a respeito desse objeto, só parece confirmar que Berkeley deu grande importância ao caráter verbal dessa disciplina. São as próprias palavras de Berkeley, na entrada 766, que confirmam:

> "Nos problemas *aritméticos* os homens não buscam nenhuma ideia de *número*. Eles somente buscam uma *denominação*. Isso é tudo o que pode ser útil a eles" [ênfase minha] (Berkeley, PC, §766).

Aqui se apresenta explicitamente a articulação entre *aritmética* e *denominação*. Além disso, o que Berkeley chama de "ideia de número" entra como um dos elementos centrais da discussão, mesmo que seja para negá-la como objeto dos problemas aritméticos. Mas qual a diferença entre conceber o número enquanto "ideia" ou enquanto "denominação"? Além de responder isso, é indispensável saber por que Berkeley aceita um e não o outro.

Já foi dito que o texto dos *Comentários filosóficos* trata de anotações que o jovem Berkeley realizou para futuras investigações. Um exemplo é o seu *Tratado sobre os princípios do conhecimento humano* (1710), onde novamente tematiza-se a aritmética, relacionando a outros grandes temas filosóficos. Conceituar o que é o *número* entra como uma de suas principais tarefas. Pode-se afirmar que essa discussão acontece a partir de duas teses: (t.1) concepção materialista de número; e (t.2) concepção abstrata de número.[11] Para compreendê-las, é conveniente esclarecer que Berkeley considera Locke como sendo um dos principais adversários quanto ao conceito de número.

Concepção materialista de número

Quanto à primeira tese, o que está em questão é uma divisão adotada entre qualidades primárias e secundárias. Tal divisão se compromete com uma concepção materialista, isto é, de que existe fora da mente uma a substância material não pensante.[12] Assumindo isso, enquanto as qualidades primárias residem na matéria, as qualidades secundárias seriam qualidades presentes somente na mente, ainda que suas origens sejam a própria matéria.[13] As palavras de Locke, presentes em seu *An essay concerning human understanding* (1690), defendem essa interpretação:

> *Primeiro*, o volume, a figura, o número, a situação e o movimento ou o repouso de suas partes sólidas. Essas [qualidades] estão neles [nos corpos], se percebamos ou não; e quando [os corpos] tem um tamanho que possamos percebê-los, temos por meio delas uma ideia da coisa com é em si mesma, como acontece com as coisas artificiais. Chamo essas [qualidades] de qualidades primárias.
> *Segundo*, o poder que, em razão de suas qualidades primárias insensíveis, está em qualquer corpo para operar conforme uma maneira peculiar sobre qualquer um de nossos sentidos, e, por isso, produzir em nós as diferentes ideias de diversas cores, sons, odores, sabores, etc. Essas [qualidades] são usualmente chamadas se qualidades sensíveis. (Locke, *Essay*, II, vii, §23).

---

[11] Vários comentadores discutem o conceito de número na filosofia de Berkeley. No entanto, nenhum tem tematizado tal conceito a partir da divisão feita aqui. Robles, por exemplo, mesmo se referindo ao problema do materialismo e do abstracionismo acerca da discussão sobre o que é o número, utiliza o termo *descritivismo* para tratar de tal assunto. Sua tese é que Berkeley tem uma posição antidescritivista de número, isto é, o número não pretende dar uma descrição do que é o mundo. Cf. Robles, 1993, p. 102-109.

[12] Cf. Berkeley, PHK, §9.

[13] Cf. Berkeley, PHK, §10.

Algumas linhas a diante, Locke ainda afirma:

> As primeiras dessas qualidades [as qualidades primárias], como tem sido dito, penso que podem ser chamadas de qualidades reais, originais ou primárias, porque elas estão nas coisas mesmas, sejam elas percebidas ou não. E é sobre suas diferentes modificações que depende as qualidades secundárias. (*Ibidem*).

Destaca-se, nas palavras de Locke, a classificação do número como uma qualidade dos corpos, independentemente dos sentidos, isto é, como sendo qualidade primária. A tese expressa em (t.1), portanto, resulta em conceber a matéria como fonte para a mente daquilo que ela concebe como número. Em outros termos, esse conteúdo mental nada mais seria do que a *ideia* de número. Nesse sentido, a mente é submissa, pois recebe da matéria aquilo que ela assume como número. Porém, tal concepção materialista de número é imediatamente rejeitada por Berkeley:

> Que o número é inteiramente uma *criação da mente*, ainda que as demais qualidades sejam admitidas existir fora dela, será evidente a qualquer um que considere que uma mesma coisa pode comportar uma diferente denominação numérica, conforme a mente a contemple de diferentes aspectos. Assim, a mesma extensão pode ser um, três ou trinta e seis, segundo a mente a considere com referência a uma jarda, a um pé ou a uma polegada. [ênfase minha] (Berkeley, PHK, §12).

O que é central no argumento é a possibilidade de estabelecer as várias denominações de unidade de medida, ou seja, o número não é constante, absoluto. Um valor numérico pode ser estabelecido a partir de vários outros tipos de unidades numéricas. Assim, *1 jarda* é ao mesmo tempo *3 pé*s e *36 polegadas*. Esse é exatamente o mesmo problema identificado na entrada 759, dos *Comentários filosóficos*. Ao invés de dinheiro (seja *coroa*, seja *xelim*), agora explicitamente Berkeley, nos *Princípios*, utiliza denominações numéricas. É possível dizer que Berkeley manifesta a mesma interpretação nos dois textos. O número deve ser uma criação da mente, pois, se existe a possibilidade de variar o que deve ser considerado como unidade e, por sua vez, variando a própria denominação numérica, então isso significa que o número é resultado de uma ação da própria mente. Ela não é passiva, ela não recebe de fora a ideia de número. Pelo contrário, ela tem liberdade para determinar a unidade a ser considerada para construir aquilo que será considerado como número.[14] Há, portanto, a presença de uma *arbitrariedade*, por parte da mente, para determinar o que é o número. Isso vai contra a interpretação materialista de número. Caso o número fosse uma *ideia* que teve origem na matéria, não existiria a possibilidade de variação e, da mesma maneira, de estabelecer as múltiplas denominações numéricas. Assim, a fonte do que é o número só pode repousar na própria mente. É isso que está dito, na continuação do parágrafo 12, dos *Princípios*, quando Berkeley concebe o número como algo relativo:

> O número é tão visivelmente *relativo*, e *dependente* do entendimento humano, que é estranho pensar como alguém lhe daria uma existência absoluta sem a mente. Nós dizemos: um livro, uma página, uma linha. Todas essas são igualmente unidades, embora algumas contenham várias outras. E em cada instância está claro que a unidade relata alguma particular combinação de ideias arbitrariamente juntadas pela mente. [ênfase minha] (*Ibidem*).

Portanto, a concepção materialista de número implica a impossibilidade da mente ser ativa, de ter a liberdade para indicar como quiser a unidade de medida a ser utilizada. É a mente que "arbitra", ou seja, ela que *sempre* decide o que se usará como unidade para estabelecer as medidas. Nesse sentido a unidade depende de uma ação da mente.

A rejeição de Berkeley de que o número seja uma qualidade primária (como sendo algo existente fora da mente) impede de imediato que as denominações numéricas contenham uma dependência de algo que extrapola o domínio mental. Porém, a pergunta que cabe agora é a seguinte: recusar a tese materialista de número (t.1) leva à recusa da tese abstrata de número (t.2)? Essa é uma questão facilmente respondida caso se assuma a seguinte interpretação: a concepção materialista é a fonte da concepção abstrata. Isso significa que a concepção abstrata seria somente uma maneira de descrever como a mente recebe e trata o que está fora dela. Nessa interpretação haveria uma dependência completa da mente com o que é externo. Assim, como a tese (t.1) é rejeitada, então a tese (t.2) deveria também ser rejeitada.

Contudo, a situação parece ser um pouco mais complicada. Pois, caso existisse essa correlação direta entre (t.1) e (t.2), não haveria a necessidade de assumir aqui a própria

---

[14] Vale acrescentar ainda outra afirmação de Berkeley, dos *Comentários filosóficos*, para se observar a semelhança de tese dos dois textos: "O número não se encontra em nenhuma coisa exterior à mente, porque é a mente, ao considerar as coisas como uma, que forma ideias complexas delas. É a mente que as combina em uma e que, por considerar suas ideias de outra maneira, pode fazer uma vintena (*score*) do que em um momento era apenas um" (Berkeley, PC, §104).

divisão entre as duas teses. Em outras palavras, (t.2) seria *parte-dependente* de (t.1). De tal modo, bastaria rejeitar somente essa última tese. Mas o que se vê no texto de Berkeley é uma tentativa de ir muito além. Há ali a preocupação em recusar uma concepção *intelectual* errônea de número: aquela que aceita a existência de algo interno à mente associado às denominações numéricas e que permitiria compreender a natureza do número. Isso estaria associado à concepção de "ideia abstrata de número":

> Tem sido pensado que a *aritmética* tem as ideias abstratas de *número* como seu objeto. Da qual, para compreender as propriedades e as relações mutuas, supôs-se não fazer parte do conhecimento especulativo. A opinião de uma natureza <u>pura</u> e <u>intelectual</u> dos números em abstrato tem fornecido a esses estima entre os filósofos, que parecem ter afetado uma incomum sutileza e elevação do pensamento. Essa opinião tem emprestado valor às mais insignificantes especulações numéricas que na prática não servem para nada senão para divertimento, e, por essa razão, tem contagiado tanto a mente de alguns que eles imaginaram profundos *mistérios* envoltos nos números, e tentaram explicar coisas naturais por meio deles. [ênfase minha] (Berkeley, PHK, §119).

Nesse trecho, ao mencionar a opinião de uma "natureza pura e intelectual" do número, torna-se evidente que Berkeley assume a possibilidade do número ser interpretado, pelo seu oponente na discussão, como algo resultante somente da mente. Não há, nesse caso, a direta necessidade de admitir que a origem do conteúdo "puro" e "intelectual" do número esteja fora da mente, pois, caso tivesse, ele não seria "puro" e "intelectual". É por isso que aqui se faz a distinção das teses (t.1) e (t.2).

Por outro lado, é claro que, ao refutar a tese (t.1), Berkeley enfatiza a total dependência do número em relação à mente. De certa forma há um comprometimento com a natureza intelectual do número. No entanto, agora, existe algo diferente na sua investigação. Sua atenção volta-se para (t.2) no sentido de realizar uma análise de algo equivocado na perspectiva "pura e intelectual". A saber: que o número seja resultado de uma concepção equivocada de abstração, algo que resultaria na pretensa "ideia abstrata de número". Isso teria se tornado um dos empecilhos para o desenvolvimento da aritmética. Está manifesto que Berkeley se contrapõe a uma concepção comumente aceita em seus dias, tanto por matemáticos como por filósofos, de que a aritmética é uma ciência da abstração.[15]

---

[15] Entre os matemáticos, é interessante citar a opinião de Barrow. Para ele a matemática estava dividida entre pura e mista. O que a diferenciava era o grau de abstração que a mente realiza quanto à matéria, à circunstância material e aos acidentes. Assim, aritmética poderia ser pura e aplicada. A aritmética pura trata dos números abstratos; e a aplicada das propriedades dos objetos finitos, particulares. Cf. Jesseph, 1993, p. 100.

Concepção abstrata de número

Nos *Princípios*, é no contexto de uma crítica acerca da linguagem que Berkeley trata pela primeira vez da teoria da abstração. É ainda em sua introdução que há a preocupação em compreender se a linguagem não está sendo prejudicada ao se assumir nela a existência de pretensas ideias abstratas naquilo que a estrutura. Em especial, Berkeley avalia se a palavras tornar-se-iam significativas por possuírem como referência as ideias abstratas. Esse, por exemplo, seria o caso a ser investigado quanto aos termos gerais.

Entretanto, qual é conceito de ideia abstrata criticada? É bem conhecida a exposição que Berkeley faz, na introdução, aos *Princípios,* sobre a doutrina da abstração. Ali ele recusa duas interpretações de ideias como sendo resultado de um processo de abstração. A primeira é aquela que pretende assumir que qualidades percebidas sempre juntas em um objeto poderiam ser separadas entre si pelo espírito e ser analisadas uma independentemente da outra. Nesse sentido, a ideia abstrata é definida como resultado de um processo de separação (realizado pela razão) de algo que os sentidos nunca encontrarão separado de outras coisas. O outro modo de separação ocorre não somente a partir da simples divisão do que é percebido conjuntamente. Acrescenta-se agora uma nova tarefa: encontrar o que é comum a todos os particulares analisados de um modo a formar a *noção geral* das coisas, ou ainda, uma *ideia geral abstrata*. Seria essa espécie de ideia que, supostamente por atuarem como referência direta, tornaria as palavras, ou termos gerais, significativas. No entanto, Berkeley não demora a rejeitar qualquer uma dessas concepções de ideias abstratas, relacionadas ao problema da linguagem. A fonte para o argumento contra elas reside em seu "empirismo", cristalizado em sua filosofia do *esse est percipi*: a mente separa unicamente aquilo que seja possível de ser percebido separadamente *in re*.

Ao voltar-se para aritmética, uma das principais teses que Berkeley tenta sustentar, a respeito dos números, é a de que eles não são ideias abstratas. Em especial, nega-se que os números sejam de natureza abstrata por resultarem de uma *coleção de unidades* em abstrato. Tal concepção de número partiria da tese de que a própria unidade seria algo obtido por abstração. Isso, por sua vez, conduz à reflexão sobre a suposta utilização da ideia abstrata de número com o que acontece com a própria linguagem. A seguinte passagem do texto parece indicar isso:

> Já consideramos antes, no parágrafo 13, a unidade em abstrato, e, a partir do que foi dito na Introdução, segue-se claramente que não existe tal ideia. Mas, definindo-se número como uma *coleção de unidades*, podemos concluir que, se não existe tal coisa como unidade ou unidade em abstrato, não existem ideias de número em abstrato denotadas pelos nomes e algarismos (*figures*) numéricos. (Berkeley, PHK, §120).

São quatro os aspectos que ali se destacam:

(i) Não existe unidade ou unidade em abstrato (tese do §13, dos *Princípios*);

(ii) Número é uma coleção de unidades;

(iii) Não existe número em abstrato;

(iv) Nomes e algarismos numéricos não denotam ideias abstratas.

Para acompanhar a argumentação de Berkeley, vale a pena analisar cada um desses pontos identificados aqui.

Considerando inicialmente o ponto (iv), a primeira coisa que é possível explicar não se relaciona ainda com o problema da abstração, mesmo que ainda diga respeito ao aspecto linguístico. Trata-se do porquê de Berkeley, na citação, fazer uma distinção dos seguintes termos: "nomes" e "algarismos". Observa-se que com eles pretende-se indicar elementos distintos. Uma coisa são os nomes dos números, outra são as marcas que designam os nomes; e, mesmo havendo distinção entre eles, um pode designar o outro. Assim, os nomes dos números (como *um*, *dois*, *três*...) podem ser designados por caracteres ou algarismos específicos (como 1, 2, 3...). Porém, o que importa a ser destacado com isso é que *não se estabelece* a existência de uma relação *necessária* entre nomes e tais caracteres. Para Berkeley, há uma arbitrariedade para se constituir tal relação, pois, mesmo que os nomes permaneçam os mesmo, os caracteres podem se modificar. Portanto, nome numérico e seu respectivo caractere, além de serem distintos um do outro, têm sua relação determinada arbitrariamente. Há a possibilidade do nome de um número qualquer ser designado não exclusivamente por um determinado caractere.[16]

[16] Essa perspectiva se confirma com uma análise do que está expresso no parágrafo 121, dos *Princípios*. Ali Berkeley considera a origem da notação numérica criada pelos "árabes ou hindus". Ele exalta a eficácia da nova notação em detrimento de outros tipos de notações até então criadas. Sua exaltação tem foco no que diz respeito somente aos "caracteres ou algarismos" e não quanto aos nomes. A superioridade da nova notação reside no fato de apresentar uma nova relação entre tais marcas. Os nomes dos números teriam permanecido os mesmos, mas

Outro elemento que deve ser esclarecido, quanto ao ponto (iv), está agora mais relacionado ao problema da abstração. Especificamente, trata-se do fato de Berkeley usar um conceito de *significado*. Em especial, o filósofo avalia se os signos da aritmética (nomes e algarismos) possuiriam significado unicamente por denotarem (designarem) ideias abstratas. Desse modo, acontece ali um julgamento de qual seria a referência dos signos da aritmética. Berkeley recusa que os signos aritméticos possam denotar ideia abstrata, pois não existiria a própria ideia abstrata pretendida de número. É exatamente em (iii) que se expressa a recusa da existência desse tipo de ideia.

Por sua vez, outro conceito importante reaparece nessa discussão sobre a natureza abstrata do número. O que se afirma em (iii) é fruto das outras duas afirmações (i) e (ii), cujo objeto principal é o conceito de *unidade*. Cabe, assim, aprofundar o que é, para Berkeley, a unidade numérica. Entra agora em questão o mencionado parágrafo 13, dos *Princípios*, como indicado no ponto (i). Eis o que se afirma ali:

> Sei que alguns sustentam que a unidade é uma ideia simples e não composta, que acompanha todas as demais ideias na mente, mas não encontro em mim nenhuma ideia que corresponda à palavra *unidade*, e, se a tivesse, creio que não poderia deixar de encontra-la. Pelo contrário, deveria ser a mais familiar ao meu entendimento, uma vez que se diz que ela companha todas as demais ideias e que é percebida por meio de todos os caminhos da sensação e reflexão. Para não me alongar, trata-se de uma *ideia abstrata*. (Berkeley, PHK, § 13).[17]

No que é dito aparecem duas características importantes que estariam associadas àquilo que muitos compreenderiam ser a unidade. Para eles, a unidade seria: (a) uma ideia simples; e (b) é uma ideia que acompanha todas as outras ideias. A característica (a) consiste na *simplicidade*, ou seja, é algo que não pode ser reduzido a partes menores. A característica (b) é a apresentação de uma *universalidade*. Isso quer diz que a unidade não é algo exclusivo de uma ideia particular. Não se trataria, por exemplo, de *uma* página, *um* capítulo, de *um* livro.

---

as marcas que designam os nomes dos números se alteraram, facilitando os cálculos que poderiam ser feitos por outros tipos de caracteres até então existentes.

[17] Provavelmente Berkeley escreveu esse parágrafo pensando novamente em refutar o que Locke escreve a respeito da unidade no *Essay*: “Como entre todas as ideias que temos não há nenhuma que seja sugerida à mente por mais vias do que a de unidade ou de uno, não há, portanto, ideia que seja mais simples. (...) É, por conseguinte, a mais íntima aos nossos pensamentos, do mesmo modo que, pela sua combinação com todas as demais coisas, é a ideia mais universal que temos” (Locke, *Essay*, II, xvi, §1). Para detalhes dessa interpretação lockeana do conceito de número em relação à réplica de Berkeley: Cf. Jesseph, 1993, p. 102.

Em outras palavras, ainda que possa ser aplicada ao que é particular, assume-se que a unidade é uma ideia que possui independência de quaisquer que sejam os particulares.

Não obstante, torna-se claro que a argumentação contra essa concepção de unidade parte de uma espécie de *exame* das ideias, pois Berkeley desafia a procurar na mente algo que contenha simultaneamente as propriedades (a) e (b). Como elas estão associadas entre si e apontam para uma independência do que é particular, em sua concepção, a descrição da unidade em tais termos faz lembrar a pretensa formulação de uma ideia abstrata. É por isso que Berkeley não demora em concluir negativamente quanto à possiblidade de encontrar essa espécie de unidade.

É possível compreender ainda mais a recusa da unidade como sendo "ideia simples". Basta lembrar o que foi analisado do parágrafo 12, dos *Princípios*, na discussão acima de (t.1). Observou-se que Berkeley concebe o número como criação da mente. De maneira *arbitrária*, a mente pode escolher qualquer coisa como unidade de medida. Logo, isso se torna incompatível com a concepção de simplicidade, algo expresso pelo conteúdo de (a). Almejar uma unidade em seu estado mais simples é tentar delimitar a existência da unidade. Desse modo, existiria somente *uma* unidade. Visto que a unidade é sempre relativa, resultado de uma escolha, portanto, não existirá a unidade em estado mais simples e, por conseguinte, somente uma unidade. O que é em um momento tomado como unidade pode se tornar agregado em outro e vice-versa. Nem todo processo de mensuração utiliza a mesma unidade. Assim, a arbitrariedade é incompatível com a ideia de unidade em seu estado mais puro de simplicidade.

Mas, para Berkeley, isso resulta na eliminação de qualquer conceito de unidade? Na afirmação (i), foi apresentado que Berkeley nega a existência de "unidade ou unidade em abstrato". A disjunção não pretende assegurar que Berkeley recusa todo e qualquer tipo de unidade. Ela relaciona algo que alguns chamam de unidade, mas que, para Berkeley, deve ser chamada de "unidade em abstrato". A palavra "unidade" sozinha indica o conceito errôneo pretendido; e as palavras "unidade em abstrato" revelam a visão de Berkeley do que na verdade é tal conceito errôneo. É possível observar que Berkeley aceita um conceito de unidade, ou seja, é nesse sentido relativo, como sendo sempre o resultado de uma escolha. Tal definição de unidade não impede que o conceito de número seja formulado, como dito em (ii):

enquanto "coleção de unidades". Porém, o número também deve ser visto como resultado da arbitrariedade, como resultado de uma escolha.[18]

A recusa da unidade e do número em abstrato deixa em aberto uma questão importante: qual é a universalidade que Berkeley aceita na aritmética? De um modo geral, pode-se dizer que ele estava ciente do papel desempenhado pela universalidade na constituição do conhecimento.[19] Como esclarecido em (b), há no conceito rejeitado de unidade a pretensão pela universalidade. Se Berkeley não aceita uma concepção de universalidade que aponta para uma perspectiva abstracionista de unidade e de número, mas por outro lado manifesta a demanda pela universalidade, falta esclarecer como se salva a universalidade naquilo que ele concebe como unidade e, por sua vez, como número. Porém, na aritmética, o problema que se põe surge da própria concepção de unidade e número como resultado da *arbitrariedade*: para haver universalidade é necessário já ter escolhido a unidade de medida?

No plano da linguagem, resumidamente a solução de Berkeley a respeito da universalidade repousa sobre dois aspectos. De um lado está a *ideia geral* e de outro, o *termo geral*. Isso acontece quando uma ideia torna-se *representante* de outra por possuir nela uma característica comum a outras. A mente seleciona essa característica e generaliza a outras ideias, buscando a percepção da mesma característica. É na relação entre particulares, estabelecida por essa característica selecionada, que a ideia torna-se geral. Por outro lado, o termo geral surge quando ele é signo da própria ideia geral. É muito conhecida a passagem onde Berkeley apresenta esse conceito de universalidade, nos *Princípios*:

---

[18] Essas concepções parecem não contrariar as definições apresentas no Livro VII, dos Elementos de Euclides: 1 – Unidade é aquilo segundo o qual cada uma das coisas existentes é dita uma; 2 – E número é a quantidade [πλη~θοζ] composta de unidade (Euclides, 2009, p. 269). Número enquanto "coleção de unidades" ou como "quantidade composta de unidade" tem diferença? Segundo Heath (Euclides, 1968, v.2, p. 280), contemporâneos de Euclides utilizaram termos diferentes para definir número. Em alguns momentos, número foi concebido como "coleção de unidades" (μονα/δω συ/στημα). Em outros momentos, ele foi concebido como "quantidade determinada" (πλη~θοζ ω.∴ρισμε/νον). No entanto, Heath trata esses termos como sinônimos. Da mesma maneira, é possível defender que, do ponto de vista de Berkeley, nesse contexto da definição de número, "coleção" é sinônimo de "quantidade". Acredita-se que a definição de Euclides foi fonte da concepção de número como *coleção de unidades*, partilhada entre vários matemáticos no período de Berkeley. Entre esses matemáticos estaria André Tacquet: Cf. Jesseph, 1993, p. 101.

[19] Eis a passagem que indica o consentimento dessa necessidade: "Sei que se insiste muito no fato de todo conhecimento e toda demonstração se referirem a noções universais, com o que estou plenamente de acordo. Mas nesse caso não me parece que essas noções sejam formadas por meio da abstração segundo a maneira antes mencionada". (Berkeley, Intro, PHK, §15).

> A universalidade, até onde posso compreendê-la, não consiste na natureza ou na concepção positiva e absoluta de alguma coisa, mas na relação que ela tem com as coisas particulares *significadas* ou *representadas* (*signified or represented*) por ela. É em virtude disso que as coisas, os nomes ou as noções, sendo em sua própria natureza *particulares*, tornam-se universais. [ênfase minha] (Ibidem, §15).

Portanto, Berkeley está supondo que a universalidade só é possível quando uma ideia possui relação com uma classe de particulares, estabelecida quando a mente seleciona determinadas características comuns presentes nos particulares. As palavras tornar-se-iam gerais ao serem representantes dessas ideias gerais.[20]

Porém, no caso do número, isso parece indicar duas possibilidades de interpretação da universalidade, cuja escolha da unidade é o que diferenciará uma da outra. A primeira hipótese de interpretação é aquela em que se concebe o número como universal, pois ele seria resultado da presença de uma ideia que se torna geral na relação com outras ideias. Isso está de acordo com o que Berkeley defende na *Introdução* aos *Princípios*. Porém, essa hipótese parece levar a uma demanda que deve ser satisfeita antes da própria manipulação dos números: escolher arbitrariamente a unidade de medida. A ideia que se torna geral é a própria unidade de medida. Mesmo escolhendo uma ideia percebida e tratando-a como unidade, algo importantíssimo para universalidade não é eliminado, ou seja, tal escolha não impede que a relação entre particulares se estabeleça. Por exemplo, escolhe-se uma ideia percebida que pode receber qualquer nome. A unidade de medida "polegada" é um exemplo dessa nomeação. Tal ideia pode tornar-se universal quando se estabelece a relação com outras ideias que contenham as suas mesmas propriedades. Isso não impede que "1 polegada" seja tomada no sentido universal. O que entra em jogo não é esta ou aquela ideia percebida isoladamente e denominada "1 polegada" presente em uma dada *régua*, mas todas as ideias que podem ser representadas pela ideia referida por "1 polegada". Isso permite pensar a *régua* (em polegadas) no sentido universal. Caso contrário existiria somente uma régua e, nesse caso, a palavra "polegada" funcionaria somente como um nome próprio de uma ideia particular.

A outra hipótese de interpretação é aquela que contém a escolha da unidade como uma ação não concretizada. A escolha arbitrária existiria enquanto possibilidade, sem ainda ser levada a cabo. Em seu universo encontra-se a possibilidade de escolha de qualquer unidade,

---

[20] Para mais detalhes sobre o conceito de ideias gerais em Berkeley: Cachel, 2003; Winkler, 2005, p. 125-165.

seja ela *uma* polegada, *uma* jarda, *um* pé, ou ainda, *um* livro, *uma* página, *uma* linha – para citar somente alguns dos exemplos de unidade que aparecem nos textos de Berkeley.[21] Dessa maneira, agora a marca numérica "1" indicaria o conjunto de todas as possíveis unidades que arbitrariamente poderão ser escolhidas, diferenciando-se da hipótese anterior onde "1 polegada" é universal somente no caso da unidade de medida "polegada".

Contudo, qual das duas hipóteses Berkeley concebe para a aritmética? É possível ter universalidade sem escolher efetivamente a unidade de medida? Uma afirmação de Berkeley, que aparece ao final dos *Princípios*, no parágrafo 122, pode fornecer elementos para formulação de respostas. Ali existe uma menção ao que ele havia discutido na *Introdução* aos *Princípios* acerca das palavras.[22] Trata-se da concepção de que elas teriam significado devido às ideias abstratas, algo que, como visto, é em sua opinião insustentável. Agora a tarefa do parágrafo é outra. Há um contraponto com o conceito de número, ou seja, o objetivo é o de negar a tese de que: "...ideias abstratas são significadas por nomes numerais ou caracteres, enquanto eles não sugerem ideias de coisas particulares para nossas mentes" (Berkeley, PHK, §122).[23] Adota-se, nesse parágrafo, um modo "econômico" de escrita, ou seja, Berkeley afirma ainda que não entrará em uma "dissertação mais minuciosa sobre o assunto". Realmente ali não são desenvolvidas as situações em que "nomes numerais ou caracteres" não sugeririam coisas particulares. Por outro lado, Berkeley limita-se a uma atitude positiva: indicar quais são os elementos presentes na correta interpretação a respeito dos numerais e de caracteres na aritmética:

> ...é evidente, a partir do que foi visto, que estas coisas que passam por verdades e teoremas abstratos concernentes a números não estão relacionadas (*conversant about*), na realidade, a nenhum objeto distinto de coisas particulares numeráveis, exceto somente nomes e caracteres, que originalmente não foram considerados senão como *signos*, ou capazes de representar apropriadamente quaisquer (*whatever*) coisas particulares que os homens tenham necessidade de computar. (Berkeley, PHK, §122).

Ao utilizar as palavras "verdades e teoremas abstratos", Berkeley pretende indicar o que muitos pensadores de sua época aceitavam como conhecimento matemático a respeito de

[21] Cf. Berkeley, PHK, §12, p. 106.

[22] Berkeley precisamente menciona o parágrafo 19 da *Introdução*, dos *Princípios*.

[23] "…abstract ideas are thought to be signified by numeral names or characters, while they do not suggest ideas of particular things to our minds".

números. Porém, a finalidade é corrigir esses pensadores. Isso é feito quando ele classifica os *objetos particulares* (passíveis de serem numerados) e os *nomes* e *caracteres* numéricos como sendo os únicos objetos que se relacionam com o que é conhecimento relativo aos números. É importante notar que, nesse caso, Berkeley não está indicando quando os nomes e caracteres *são aplicados* aos objetos particulares. Contudo, sua afirmação tem um caráter mais geral, isto é, o de apresentar de modo amplo todos os elementos que podem em alguma ocasião estar presentes naquilo que é tido como conhecimento a respeito de números. Evidentemente, em sua perspectiva, a ideia abstrata de número nunca surgirá como um desses elementos.

Por sua vez, ao listar tais objetos, Berkeley concebe "nomes e caracteres" como sendo "signos". Isso não é mais um simples detalhe, pois Berkeley utiliza *signo* para designar uma classe geral de termos, onde a *relação* entre particulares desempenha papel central. É exatamente a mesma interpretação que se manifesta quanto aos signos da aritmética. Para confirmar, vale observar o peso que o termo "representar" tem na citação acima. Com ele, Berkeley não somente evidencia a capacidade que o signo tem de ser substituto, isto é, de ser representante de coisas nos raciocínios matemáticos, mas, também, manifesta em qual amplitude isso acontece. A saber: em seu sentido mais geral. Prova disso é o fato de Berkeley considerar indiscriminadamente a possibilidade de aplicação dos signos. A aplicabilidade diz respeito a *quaisquer* coisas particulares que se necessite contar. Independentemente do aspecto prático dado aos signos, isto é, o de suprir uma necessidade dos homens, Berkeley não delimita quais objetos particulares deverão ser contatos. Isso indica que qualquer particular pode vir a ser representado pelos signos à medida que apareça a demanda por contá-los. Assim, é possível dizer que Berkeley, na citação, trata do signo matemático no plano mais universal possível. É exatamente isso que permitirá esclarecer em qual sentido ele concebe a universalidade na aritmética: tal interpretação é mais compatível com uma universalidade onde a unidade ainda não foi escolhida. É somente nesse caso que existe a possibilidade de se conceber uma indiscriminada aplicabilidade do signo aos objetos particulares, não importando quais sejam. Há várias unidades, mas interessa, nesse momento, a unidade enquanto signo de um grupo onde estão todas as coisas que podem vir a ser escolhidas como unidade. Efetivar a escolha da unidade, antes de tudo, resulta na eliminação de tal grupo. Isso permite dizer que a universalidade, como descrita na primeira hipótese, manifesta-se muito mais como sendo um caso especial da segunda hipótese, uma vez que esta última, além do grupo das possíveis unidades, contém em seu âmbito de aplicabilidade todos os possíveis casos a que a primeira hipótese se aplicaria.[24]

Com essa apresentação já é possível vislumbrar como Berkeley concebeu o conceito de número: eles funcionam como nomes comuns para as coisas. E, além disso, em um sentido geral (universal), eles significam por referência múltipla uma vez que tais nomes (ou marcas) podem designar indiferentemente todas as *possíveis* unidades de serem determinadas ou todas as coleções *possíveis* de serem constituídas em uma unidade estabelecida. Assim, número é algo dependente da ação mental. Ele não existe em absoluto, enquanto uma espécie de ideia abstrata. Há sempre a necessidade de *arbitrariamente* escolher o modo como se abordará aquilo que será computado. Isso inclui a necessidade de escolher arbitrariamente não somente o tipo de signo. Escolhe-se também a unidade a que esse signo deve se referir. Dessa maneira, o que interessa à atividade do matemático, em relação à aritmética, é o signo em si e o modo como ele será aplicado, considerando regras estabelecidas:

> "Na aritmética, portanto, nós não consideramos as *coisas* mas os *signos*, que, todavia, não são considerados por si mesmos, mas por que nos dirigem como agir em relação às coisa e dispor adequadamente delas" (Berkeley, PHK, §122).

É aqui que entra em questão a importância das regras, pois são elas que estipulam ("nos dirigem") como os signos serão aplicados. O número é um signo regrado, ou seja, as regras são criadas arbitrariamente para manipular tal signo:

> ...foram inventados métodos para encontrar, a partir algarismos (*figure*) dados ou marcas (*marks*) das partes, quais algarismos e que posição são próprios para denotar o todo ou vice-versa. E, encontrando-se os algarismos procurados e observando-se sempre a mesma regra ou analogia, é fácil traduzi-los em palavras. (Berkeley, PHK, §121).

A eficiência da regra é avaliada pela facilidade em conduzir o raciocínio com signos aritméticos de um modo a descobrir outros signos. Isso faz com que o próprio objeto aritmético esteja vinculado necessariamente à sua regra de utilização.

Desse conceito de número é possível retirar duas consequências importantes. Uma ainda a respeito da noção de significado dos signos utilizados na aritmética e outra a respeito do problema da inteligibilidade de tal objeto.

---

[24] Talvez seja esse o motivo de Berkeley não realizar de fato uma menção em seus textos à possibilidade de fazer a divisão nas duas hipóteses. Se a universalidade é algo importante para constituir o que é aceito como conhecimento, bastaria, para a aritmética, considerar o caso quando a universalidade se manifesta plenamente.

Quanto à primeira consequência, pergunta-se: se o número é um signo que não é significativo por denotar uma ideia abstrata, então como ele adquire significado? A resposta inicial, que pode ser formulada, considera a própria aplicabilidade dos números. Quando aplicados, cada número se refere aos objetos particulares que são considerados para serem contados. Assim isso permitiria dizer que eles são significativos por denotarem tais objetos particulares.[25] Por outro lado, como visto acima, considerando o aspecto da universalidade, o signo torna-se significativo quando ele denota uma ideia geral, constituída na relação entre particulares e estabelecida na seleção de uma característica comum percebida entre esses particulares. Aplicada essa interpretação ao conceito de número, ele também passa a ser concebido como um signo que adquire significado na relação entre particulares e, novamente, não por designar uma ideia abstrata de número. A conclusão importante, a que se chega aqui, é que, mesmo do ponto de vista da universalidade, o signo aritmético, para ser significativo, *parece depender da presença de ideais particulares*. A relação entre os particulares é fundamental ainda que esteja presente ali. Nesse sentido, considerando o que foi apresentado acima quanto aos *Comentários filosóficos*, surge um desconforto a respeito da inicial caracterização feita a respeito da aritmética: por que a aritmética se incluiria no conceito de ciência "puramente verbal" uma vez que ela parece depender ainda de ideia percebidas?

Quanto ao problema da inteligibilidade dos objetos, problema central proposto para este artigo, parece manifestar-se o mesmo tipo de desconforto. A inteligibilidade do signo poderia ser descrita nesses mesmos termos, ou seja, o signo tornar-se-ia inteligível à mente na medida em que a relação entre particulares, ou melhor, a relação entre ideias particulares se apresentaria associada ao signo. O critério de inteligibilidade baseado em ideias percebidas parece que estaria sendo aplicado ainda aqui. E, novamente considerando o que está exposto nos *Comentários filosóficos*, o problema está em conceber a inteligibilidade quando se assume o signo *puramente*. Ou melhor, o que é essa "ciência *puramente* verbal"? Como a inteligibilidade pode se aplicar nela uma vez que a presença de ideias percebidas parece ainda se fazer necessária? A solução do impasse exige uma expansão da noção de significado para Berkeley e, por sua vez, conduz para um caminho que necessita evitar a noção de

[25] Por exemplo, pode-se, arbitrariamente, escolher que "1" se refira a uma laranja. Desse modo, "2" se referirá a um grupo de duas laranjas, e assim por diante. Os objetos concebidos como *laranjas* seriam as referências de tais símbolos aritméticos.

inteligibilidade baseada na avaliação de ideias percebidas. O diálogo *Alciphron* poderá contribuir para mais esclarecimentos. Isso agora também permite incluir na reflexão uma reflexão sobre a álgebra.

Aritmética e álgebra: da pura manipulação de signos

No *Alciphron*, texto de 1732, Berkeley retoma a análise não somente da aritmética. Agora a álgebra também é objeto de estudo. A justificativa para ele generalizar encontra-se no fato dele perceber que tanto a aritmética como a álgebra "tratam de signos".[26] Com o que foi visto nos *Princípios*, é muito fácil assumir que a aritmética trata de signos, posto que os símbolos numérico, tidos como seus objetos, são considerados signos. No entanto, agora Berkeley almeja algo mais amplo no *Alciphron*. Isso permite incluir a álgebra no contexto.

O que está em questão poderá ser compreendido a partir de algo retirado da própria álgebra. Trata-se do exemplo da raiz quadrada de um número negativo, isto é, raízes imaginárias. Utilizando o personagem *Euphranor*, Berkeley afirma o seguinte:

> Pode-se às vezes atingir esta meta [a de encontra um bem determinado] mesmo se as ideias designadas não se apresentam ao espírito e mesmo se ela fosse impossível de apresentar ou de mostrar tal ideia ao espírito. Por exemplo, o símbolo algébrico que denota a raiz de um quadrado negativo tem sua *utilização* dentro da operação do cálculo ainda mesmo que seja impossível de se fazer uma ideia de tal quantidade. (Berkeley, *ALC*, VII, §14).

Observa-se que Berkeley não mais concebe o signo como *representante* de alguma ideia, pois a raiz imaginária é assumida como algo que "não se apresenta" ou "impossível de se apresentar" ao espírito. Isso parece só dificultar a compreensão do conceito de universalidade dos signos aritméticos e algébricos, porque dispensa o signo da necessidade de designar uma ideia percebida ou possivelmente percebida. Se $\sqrt{-1}$ denota uma *impossibilidade* enquanto ideia, elimina-se a construção da *relação* entre particulares, algo necessário para universalidade, uma vez que o signo universal (seja ele uma ideia ou uma palavra), com já foi afirmado, é construído a partir da relação entre tais particulares. A passagem não só mostra que Berkeley aceita a raiz imaginária como um símbolo legítimo para os cálculos algébricos. Também ela revela que Berkeley estava consciente da impossibilidade do signo da raiz imaginária designar aquilo de que ela seria representante, isto é, a de determinar algo sensível, perceptível, para ser generalizado a outros particulares percebidos ou que possivelmente serão

[26] Cf. Berkeley, ALC, VII, §12.

percebidos. Desse modo, surge a demanda por saber em que aspecto, para Berkeley, essa espécie de símbolo torna-se legítima no cálculo algébrico a ponto de possuir significado e ser inteligível, sem deixar de ser universal.

A partir do *Alciphron*, a solução surge com a observação de que Berkeley manifesta várias outras possibilidades de relações entre signo e ideia. É o que está presente em outro exemplo dado por ele: as “fichas de jogos”. Por intermédio dos personagens *Euphranor* e *Alciphron*, Berkeley faz uma analogia entre palavras e as fichas de apostas, utilizadas nos jogos de cartas:

> **Euphranor**: (...) As palavras, como é admitido, são signos; é conveniente, pois, examinar o uso de outros signos para conhecer o das palavras. Por exemplo, as fichas (*counters*) que são usadas em uma mesa de jogo. Elas são utilizadas não por si mesmas, mas somente como signos substitutos do dinheiro, assim como são as palavras para o dinheiro. Diga-me Alciphron, é necessário formar, cada vez que essas fichas são usadas, no decorrer do jogo, uma ideia da distinta soma ou do valor que cada uma representa?
> **Alciphron**: De modo nenhum. É suficiente que os jogadores em princípio se ponham de acordo sobre seus respectivos valores e, ao final, substituam as fichas por esses valores.
> **Euphranor**: E calculando uma soma, as figuras que representam libras, xelins e centavos (*pounds, shillings, and pence*), você pensa que é necessário, ao longo de toda a operação, a cada passo formar as ideias de libras, xelins e centavos?
> **Alciphron**: Não. Será suficiente se, na conclusão, essas figuras dirijam nossas ações com respeito às coisas. (Berkeley, ALC, VII, §5).

Defende-se aqui uma manipulação de signos sem a obrigação de dar atenção às ideias denotadas por eles. Está evidente que isso revela outra perspectiva de como interpretar a relação entre signo e ideia. Essa concepção não é uma exclusividade do texto *Alciphron*. É a mesma interpretação que Berkeley defende já na introdução aos *Princípios*, contudo, utilizando uma comparação com a álgebra:

> Nas leituras e raciocínios, os nomes são quase sempre utilizados como letras são utilizadas na *álgebra*, ou seja, embora cada letra represente uma quantidade particular, não é necessário, para calcular corretamente, que em cada passo cada letra sugira ao nosso pensamento a quantidade particular cuja representação lhe foi designada. (Berkeley, Intro, PHK, §19).

Nota-se que, em ambos os textos, o signo é assumido como representante, mesmo que o representado não se apresente à mente em todo momento que o signo é utilizado. A inovação que surge é que tanto palavras, ficha de jogo ou, ainda, as letras na álgebra, adquirem o que será chamando aqui de *autonomia operatória* do signo. Isso merece uma melhor explicação.

Da mesma maneira como um jogador não precisa, sempre que utiliza uma ficha de jogo, ter em mente o dinheiro que ela representa, uma palavra ou as letras na álgebra não necessitam (por também serem signos) trazer à mente, no decorrer de sua utilização, a ideia que representam. Segundo Berkeley, bastaria indicar no início da ação o que o signo irá representar. Após tal situação o signo adquire uma autonomia, importando ali somente a manipulação do signo na relação com outros signos e as regras dessa manipulação. Ainda que tenha adquirido a autonomia, o signo não impossibilita o retorno à ideia inicialmente associada a ele. É o que acontece no caso do jogo, pois as fichas, ao final de uma partida, podem ser trocadas pelo dinheiro que elas representam durante a partida.

Voltando ao caso da raiz imaginária, o signo $\sqrt{-1}$ indica uma impossibilidade de concebê-lo como representante de algo, porque há a impossibilidade da ideia correspondente se apresentar ao espírito. Esse é um caso que exige uma avaliação tanto do conceito de significado bem como o de inteligibilidade. Se existe o nível operatório onde se consegue *proceder precisamente* com o signo, desconsiderando a ideia representada, isso quer dizer que em tal nível nada impede a introdução de outros signos. É suficiente que o novo signo se adeque às regras que estabelecem as relações entre os signos e que, ao final das operações, seja possível indicar coisas no mundo.[27]

Os conceitos de significado e de inteligibilidade agora apontam para relação operatória entre os signos. Tais signos em particular não necessitam ter significado e muito menos ser inteligíveis. Porém, no conjunto dos signos (constituído pela relação regrada), tais signos adquirem significado, por um lado, porque, ao final da operação, signos poderiam indicar coisas. Desse modo, do ponto de vista denotativo, o signo $\sqrt{-1}$ individualmente falha em possuir significado, porém no conjunto da operação ele pode manifestar significado, já que a operação pode conduzir a coisas no mundo.

Por outro lado, quanto ao problema da inteligibilidade, o signo tem sua inteligibilidade avaliada no conjunto operatório. Ou melhor, no contexto do raciocínio matemático, o signo torna-se inteligível à *mente* na medida em que ela percebe como *operar* com ele. Por exemplo, o signo $\sqrt{-1}$ torna-se inteligível não porque ele denota uma ideia perceptível à mente. Individualmente, a partir desse critério, ele também falha para se manifestar como inteligível. Tal signo torna-se inteligível porque a mente, ao considerar as regras, sabe o que fazer com ele quando o introduz em uma operação. A importância das regras (que inclui a

[27] É necessário ressaltar que, no jargão berkeleyano, as coisas no mundo são ideias percebidas ou possivelmente percebidas.

própria *definição* desse signo), assim, torna-se fundamental, porque são elas que estipulam precisamente como os signos devem se comportar na relação com outros símbolos. Para Berkeley, a mente consegue capturar essa operacionalidade do signo a partir das regras. O surpreendente disso é que o critério de inteligibilidade agora passa a ser aquele que avalia o signo não na sua individualidade, mas no conjunto com outros signos, na sua *utilidade* ao permitir, dentro da operação, que se chegue a outros signos.[28]

Portanto, de um modo amplo, a noção de significado e inteligibilidade presente entre os signos, tanto na aritmética quanto na álgebra, diz respeito não ao signo em si, mas ao nível operatório. Ali o que está em jogo é a relação entre signos, determinada pelas regras operatórias, e que no conjunto podem denotar coisas.

Com tais esclarecimentos, surgem os elementos necessários que permitem compreender mais o que Berkeley afirma nas entradas 767 e 768, dos *Comentários filosóficos*. Para caracterizar a aritmética e a álgebra como "puramente verbais", sugeriu-se que a resposta para a pergunta de Berkeley, na entrada 767, deveria ser: "nada". Desse modo, isso só tem sentido caso se interprete tal afirmação considerando o *nível operatório* da aritmética e álgebra. Em tal nível há somente signos e suas respectivas regras de operação. Assim, ao retirá-los, o que resta é um vazio, pois os particulares supostamente representados por eles não estão em questão. Eis o porquê de Berkeley negar que tais ciências sejam especulativas. Não há especulação onde não existe comparação entre ideias. No nível operatório a aritmética e álgebra tratam puramente de signos. É nesse sentido que, no *Alciphron*, Berkeley declara que a aritmética é uma ciência que "trata, sobre tudo – em sua

---

[28] Se a inteligibilidade depende das regras, qual a natureza dessas regras? Berkeley percebe que as regras são fruto de uma ação da mente ao estipular relações e que, todavia, não dependem necessariamente de ideias. As relações podem ser feitas sem que se pense necessariamente naquilo que os signos podem ou não denotar. Esse é um problema, por exemplo, no caso dos números grandes. Em uma carta a Samuel Molynoeux, em dezembro de 1709, é possível observar que Berkeley separa a compreensão da regra, que determina a relação entre os números, da compreensão do número que denotaria uma ideia perceptível à mente: "Não podemos formular nenhuma noção de número além de certo grau. Ainda assim podemos raciocinar tão bem tanto com mil quanto cinco. A verdade sobre isso é que números não são nada mais do que nomes" (Berkeley, 1979, v. 8, p. 25). No entanto, não se deve interpretar esse raciocínio sem ideias como sinônimo de um puro intelecto. A relação, para Berkeley, é uma ação da mente que pressupõe ideias para serem relacionadas. Não há relação "em si" sem algo que seja relacionado pela mente. Nesse contexto, da álgebra Berkeley não está assumindo a relação como algo puro, mesmo que os signos não necessitem denotar ideias. O que está em jogo é que o próprio signo é algo que está sendo relacionado. Não há possibilidade de apreender a relação sem os signos.

origem, em suas operações, regras e teoremas – *do uso artificial* de signos, de nomes e caracteres" [ênfase minha] (Berkeley, ALC, VII, § 12).[29]

Além do mais, é possível compreender por que Berkeley, em outra entrada, a de numeração 766, como citada acima, concebe o próprio número como uma "denominação". Os números são *nomes* que podem ser encontrados a partir de um raciocínio regrado. Eles são puras denominações quando considerados a partir desse aspecto operatório, artificial. Basta que o número seja um signo manipulável a partir de regras, não há a necessidade de conter ideia alguma (muito menos a ideias abstratas) relacionada ao signo para saber operar com ele. Mais uma prova para assumir o número como "denominação", além do que está presente no caso da raiz imaginária, nasce da discussão que Berkeley faz sobre os números grandes[30]:

> Qu: se temos ideias claras de números grandes por eles mesmos ou só de suas relações. (Berkeley, PC, §77).[31]
> Parece-nos que as ideias claras e distintas de números grandes, p.ex. 1000, não as temos de outro modo a não ser considerando-as como formadas pela multiplicação de números pequenos. (Berkeley, PC, §217).

Essas anotações revelam, ainda em um "tom" investigativo, como os números grandes podem ser considerados. Contudo, é central ali o fato de que Berkeley assume a existência de uma dificuldade para a mente formular tais números enquanto ideia. A solução é conceber que o número seja um simples signo que contém regras para ser manipulado. A mente sabe muito bem proceder com números grandes a partir das regras estabelecidas, mesmo que não esteja associada ideia nenhuma a esse signo.

Conclusão

Considerando o nível operatório presente na aritmética e na álgebra, resultam duas conclusões importantes. Uma a respeito do conceito de significado dos signos e outra a respeito do critério de inteligibilidade adotado nessas disciplinas. Foi possível observar que ambos os conceitos emergem ao mesmo tempo quando se considera tal nível operatório. Desse modo, quanto ao significado, observou-se que os signos da aritmética e da álgebra,

[29] Para uma avaliação da existência de uma postura formalista na filosofia de Berkeley sobre a aritmética e a álgebra: Cf. Jesseph, 1993, p. 106-114. E para uma crítica à interpretação de Jesseph: Schwartz, 2010a, p. 43-56.

[30] As seguintes afirmações de Berkeley revelam o mesmo caso apresentado na carta a Samuel Molynoeux, como citada na nota anterior, ou seja, a possibilidade de haver raciocínios sem ideias.

[31] "Qu", possivelmente, é a abreviação para "Query", "Question", "Quaere" ou "Quaestio".

ainda que não necessitem ter significado intrínseco, podem possuir significado no conjunto da operação, pois eles podem ser úteis para se referir a coisas.

Quanto à inteligibilidade, chega-se a uma tese surpreendente: não é possível adotar o critério das ideias percebidas como sendo o único que vigoraria na filosofia de Berkeley. O caso dos objetos da aritmética e da álgebra exige outro critério. Se o signo é o objeto imediato dessas disciplinas, ele torna-se inteligível somente dentro de uma operação regida por regra. A mente, ao perceber como operar com o signo (o que subentende a relação com outros signos), está ao mesmo tempo percebendo quão inteligível ele é. Se aqui há um critério de inteligibilidade, portanto deve ser aquele que exige que o signo se manifeste compreensível quanto à operacionalidade no conjunto com outros signos. Se a mente sabe operar com o signo para se chegar a outro signo, desse modo ele é inteligível.

Como um último comentário quanto ao tema da inteligibilidade, em Berkeley, é possível afirmar que a constatação da presença desse outro critério em sua filosofia parece contribuir para um tipo de desconforto que tem se manifestado nas análises feitas por comentadores, considerando outros aspectos do pensamento matemático desse filósofo. Por exemplo, esse é o caso do conceito de verdade matemática. Schwartz (2010b) argumenta a favor de uma dificuldade de estabelecer uma *norma*, uma regra geral para o pensamento matemático a respeito da verdade. Haveria duas possibilidades distintas. O mesmo acontece com a análise de Sherry (1987, p. 465). Para ele, quanto ao problema da verdade matemática, há duas maneiras diferentes de Berkeley tratá-la. Uma é a partir de uma teoria referencial da verdade. Esse seria o caso adotado em uma filosofia da geometria (onde há ideias percebidas para funcionarem como referência). A outra é a partir de uma teoria pragmática de verdade. Essa teoria conduziria a uma avaliação da utilidade dos termos matemáticos, trata-se da noção de “verdadeiro por utilidade”. Nesse caso, não se perguntaria se eles têm referencia, mas se eles permitem produzir resultados corretos. Portanto, para uma futura investigação, cabe pesquisar mais a fundo a questão de até que ponto Berkeley estava consciente dessa dupla linha de frente da abordagem matemática e se realmente não havia em seu pensamento um projeto para estabelecer uma relação conciliatória. Isso exige incluir uma reflexão sobre outros aspectos do pensamento matemático de Berkeley, como é o caso da geometria e do cálculo diferencial, presentes, por exemplo, em seu texto de maturidade: *O analista* (1734).

REFERÊNCIAS

AYERS, M. R. Berkeley, Ideas, and Idealism. In: **Reexaming Berkeley's Philosophy**. Edição S. H. Daniel. Canada: University or Toronto Press Incorporated. 2007.

BERKELEY, G. **The Works of George Berkeley Bishop of Cloyne**. Edição A. A. Luce e T. E. Jessop. Nendeln / Liechtenstein: Kraus Reprint.. 1979. 9 v.

BERLIOZ, D. **Berkeley: un nominalisme realiste**. Paris: Vrin. 2000.

CACHEL, A. Ideias gerais e linguagem em Berkeley e Hume. **Cadernos Pet**. Curitiba-Pr, n. 5. 25-36, 2003.

CALAZANS, A. **George berkeley e o problema da inteligibilidade dos objetos matemáticos**. 2014. 176p. Tese (Doutorado em filosofia) – Instituto de Filosofia e Ciências Humanas, 2004. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2014.

EUCLIDES. **Os elementos**. Tradução, introdução I. Bicudo. São Paulo: Ed. Unesp. 2009

_______. **The thirteen books of Euclid's Elements.** Tradução, introdução e notas T. L. Heath. New York: Dover, 1968. 3v.

JESSEPH, D. M. **Berkeley's Philosophy of Mathematics**. Chicago/London: The University of Chicago Press. 1993.

MANCOSU, P. **Philosophy of Mathematics and Mathematical Practice in the Seventeenth Century.** Oxford: Oxford University Press, 1996.

PANZA, M. **Newton et les origines de l'analyse**: 1664-1666. Paris: Albert Blanchard, 2005.
_______. **Newton**. Paris: Belles Lettres, 2003.

PYCIOR, H. M. Mathematics and philosophy: Wallis, Hobbes, Barrow, and Berkeley. **Journal of the history of ideas**. University of Pennsylvania Press. V. 48, N.2. 65–86. 1987.

ROBLES, J. A. **Las ideas matemáticas de George Berkeley**. México: UNAM. Instituto de Investigaciones Filosóficas. 1993.

SCHWARTZ, C. Berkeley and His Contemporaries: The Question of Mathematical Formalism. In: PARIGI, Silvia (org). **George Gerkeley**: religion and science in the age of enlightenment. International Archives of the History of Ideas, (Dordrecht/Heidelberg/London/New York): Springer, 201, 2010a. Cap. 4, p. 43-56.

_______. Berkeley et la norme mathématique: de l'Alciphron à l'Analyste. In : BRYKMAN, G.; JAFFRO, L.; SCHWARTZ, C (eds). **Berkeley's Alciphron English text and essays in interpretation**. (Hildesheim/Zürich/New York): Georg OLMS Verlag, 2010b, p. 423-433.

SHERRY, D. The wake of Berkeley' Analyst: *rigor mathematicae*? **Studies in History and Philosophy of Science**. v 18. n 4. 455-480. 1987.

WINKLER, K. P. Berkeley and the doctrine of signs. In: WINKLER, K. P. (ed) **The Cambridge Companion to Berkeley**. Cambridge New York: University Press. 2005. Cap. 5, p. 125-165.