

FELINOS INSEPARÁVEIS: CONSIDERAÇÕES HISTÓRICAS E FILOSÓFICAS ACERCA DO PROBLEMA DA MEDIÇÃO EM MECÂNICA QUÂNTICA

Raoni Wohnrath Arroyo¹

Resumo: Este artigo trata de aspectos abordados aspectos históricos e filosóficos do problema da medição em mecânica quântica, com ênfase na famosa formulação de Erwin Schrödinger conhecida como o “paradoxo do Gato de Schrödinger”. Pensado para o uso em sala de aula em cursos de filosofia da ciência a nível de graduação e pós-graduação, o artigo trata, em especial: da gênese do problema da medição (§ 1); sua conexão com os debates filosóficos sobre a localidade e separabilidade (§ 2); as consequências para debates futuros na metafísica da ciência (§ 3).

Palavras-chave: filosofia da mecânica quântica; gato de Schrödinger; metafísica da ciência; problema da medição; separabilidade.

Introdução

Quase todos os artigos sobre filosofia da mecânica quântica (este inclusive) iniciam dizendo que, apesar do enorme sucesso da teoria em termos predições confirmadas por experimentos, sua fundamentação conceitual é objeto de um extenso e controverso debate filosófico. Esse é um assunto delicado, pois o contínuo sucesso experimental da mecânica quântica—a teoria que explica e permitiu a criação de dispositivos tal como o que você utiliza neste momento para acessar este artigo eletrônico—parece demandar que seu significado físico também seja claro. No entanto, não é, e isso ocorre devido ao conceito de ‘medição’. O problema da medição, de uma forma geral, enfatiza a discrepância entre o que o formalismo da teoria descreve e os resultados experimentais obtidos por meio das medições.

¹ Pesquisador visitante na Università degli Studi Roma Tre. Apoio: processo No 22/15992-8, Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP). Pesquisador pós-doutoral no Centro de Lógica, Epistemologia e História da ciência, integra o Grupo de Pesquisa em Lógica e Fundamentos da Ciência (CNPq), e a International Network on Foundations of Quantum Mechanics and Quantum Information.

Neste artigo, discutiremos a gênese de tal problema; na primeira seção, a apresentaremos, do ponto de vista histórico e formal, o conceito de “emaranhamento”. A formulação tradicional do problema da medição é apresentada como um conflito entre dois axiomas da mecânica quântica padrão. Para tanto, analisamos algumas technicalidades relativas à formulação usual do problema—tomando a representação física do conceito de “emaranhamento” como central para tal problema no coração dos fundamentos da mecânica quântica. Em seguida, na seção 2, analisaremos o problema a partir do debate filosófico entre Einstein e Schrödinger acerca da noção da existência independente e separável de entidades emaranhadas, que culminou na formulação mais famosa do problema: o paradoxo do gato de Schrödinger. Finalizamos na seção 3 tecendo algumas considerações metodológicas sobre a indispensabilidade da noção de “emaranhamento” toda metafísica futura para a mecânica quântica.

1. O problema da medição

Em 1927, na 5ª Conferência de Solvay, um grupo de cientistas reunidos ao redor de Niels Bohr, Werner Heisenberg, Max Born e Paul Dirac mostrou ao mundo a mecânica quântica: uma teoria que explicava o comportamento das entidades subatômicas, como elétrons e fótons (viz., objetos quânticos). Tais objetos foram descritos como ondas contínuas (algo familiar para a física clássica), i.e., como espalhadas por diversas regiões do espaço—exceto quando uma medição fosse efetuada. Erwin Schrödinger formulou uma equação que tratava do movimento das funções de onda. Tais ondas, no entanto, deixaram de ser consideradas ondas físicas e foram interpretadas por Max Born como densidade de probabilidade, e.g. a densidade de probabilidade de encontrar um objeto quântico em determinada posição é maior nos picos dessa onda probabilística, e menor nos vales. No entanto, quando uma medição é efetuada, a probabilidade se atualiza em 100% no local de detecção, e 0% em todos os outros. Explicar o porquê disso ocorrer, e o que torna uma medição tão especial em mecânica quântica é o *problema da medição*, tem sua gênese nas primeiras discussões em torno da interpretação da mecânica quântica, viz., debates acerca do significado físico da teoria. Como salienta Becker (2018, p. 53):

Fundamentalmente, o problema era que o significado da função de onda de Schrödinger ainda não estava claro. Mas Max Born descobriu uma peça do quebra-cabeça naquele verão. Ele descobriu que a função de

onda de uma partícula em um local produz a probabilidade de medir a partícula naquele local—e que a função de onda entra em colapso quando a medição acontece. A visão de Born finalmente lhe rendeu um Prêmio Nobel, e com razão. Mas a regra de Born para lidar com as funções de onda também deixou os físicos com novos quebra-cabeças: o que era uma medição? E por que as funções de onda se comportam de maneira diferente quando estão sendo medidas, seja lá o que isso possa significar? A ideia de Born e a matemática de Schrödinger abriram o mundo quântico, mas a um preço. O problema da medição havia chegado. (Becker, 2018, p. 53).²

A resposta oficial a esse problema é: “mas que problema?” —em geral traduzida de maneira menos cortês para “cale a boca e calcule!” (Mermin, 2004, p. 10) —, e pode ser rastreada na ocasião em que Bohr (1983 [1935]) formula seu posicionamento filosófico, no qual as propriedades físicas dos objetos quânticos dependeriam fundamentalmente das condições experimentais, isto é, das *medições*, efetuadas sobre tais objetos (cf. Krips, 2013) —posicionamento que aparece explicitamente no debate suscitado por Einstein, Podolsky e Rosen (1935, doravante “EPR”). A concepção ortodoxa/tradicional/hegemônica é chamada de “*interpretação de Copenhague*”. De acordo com Jammer (1974, p. 473), a concepção ortodoxa de medição envolve os objetos a serem medidos e os instrumentos *macroscópicos* de medição que, embora necessários para que uma medição seja realizada, “[...] não são explicados pela teoria quântica em si mesma, mas considerados como logicamente anteriores à teoria”. Esse é o raciocínio por trás do “princípio da correspondência” de Bohr: a mecânica clássica, dos objetos macroscópicos (e.g., mesas, cadeiras, satélites, etc.) é um caso especial da mecânica quântica. Assim, na visão de Bohr, não existiria a necessidade de uma *teoria da medição quântica* porque a assunção do *princípio da correspondência* supostamente permitiria uma interpretação da mecânica quântica que deliberadamente *se afastaria do problema da medição*: quando as coisas passam para o domínio macroscópico, o assunto não é mais da física quântica. Então quando, por exemplo, um objeto quântico é detectado por um aparelho macroscópico, a detecção é macroscópica—logo, fora do domínio da mecânica quântica.

² Tradução livre. No original: “Fundamentally, the problem was that the meaning of Schrödinger’s wave function was still not clear. But Max Born had discovered a piece of the puzzle that summer. He found that a particle’s wave function in a location yields the probability of measuring the particle in that location—and that the wave function collapses once measurement happens. Born’s insight ultimately won him a Nobel Prize, and rightly so. But Born’s rule for handling wave functions also left physicists with new puzzles: What was a measurement? And why did wave functions behave differently when they were being measured, whatever that might mean? Born’s idea and Schrödinger’s mathematics had unlocked the quantum world, but at a price. The measurement problem had arrived.” (Becker, 2018, p. 53).

Ainda que o princípio da correspondência de Bohr não possa ser substituído por uma teoria formalizada da medição, o tratamento *duplo* em relação ao processo de medição seria, como salienta Jammer (1974, p. 472, ênfase nossa), uma das características mais *obscuras* da interpretação de Bohr, especificamente no que se refere à *arbitrariedade* da classificação dos domínios clássico e quântico. Outros aspectos do problema da medição na interpretação da complementaridade podem ser sondados a partir dos escritos do próprio Niels Bohr (1983 [1928], p. 89) quem afirma que: “[...] uma realidade independente, no sentido físico usual [clássico], não pode ser atribuída nem ao fenômeno nem às agências de observação”³; mais explicitamente em Bohr (1983 [1928]):

De acordo com a teoria quântica, a impossibilidade de ignorar a interação com o mecanismo de medição significa que cada observação introduz um novo elemento incontrolável. Na verdade, isto decorre das considerações expostas que a medição das coordenadas de posição de uma partícula é acompanhada não só por uma mudança finita nas variáveis dinâmicas, mas também a fixação de sua posição significa uma ruptura completa na descrição causal de seu comportamento dinâmico, enquanto a determinação de seu momento implica sempre em uma lacuna no conhecimento de sua propagação espacial. Essa situação realça de forma notável o caráter complementar da descrição dos fenômenos atômicos, que surge como uma consequência inevitável da oposição entre o postulado quântico e a distinção entre o objeto e a agência de medição, inerente à nossa própria ideia de observação. (Bohr 1983 [1928], p. 103).⁴

A medição é, da forma como ressalta Gibbins (1987, p. 104), um dos conceitos *centrais* em mecânica quântica, considerando que a medição é um conceito ligado à maioria—quicá todos—os paradoxos da mecânica quântica. Jammer (1974, p. 471) vai além e considera a medição um conceito central na teoria quântica *a despeito* da interpretação escolhida, uma vez que corresponde à ligação entre a *teoria* e a *experiência*.

³ Tradução livre. No original: “[...] an independent reality in the ordinary physical sense can neither be ascribed to the phenomena nor to the agencies of observation” (Bohr 1983 [1928], p. 89).

⁴ Tradução livre. No original: “According to the quantum theory, just the impossibility of neglecting the interaction with the agency of measurement means that every observation introduces a new uncontrollable element. Indeed, it follows from the above considerations that the measurement of the positional coordinates of a particle is accompanied not only by a finite change in the dynamical variables, but also the fixation of its position means a complete rupture in the causal description of its dynamical behavior, while the determination of its momentum always implies a gap in the knowledge of its spatial propagation. Just this situation brings out most strikingly the complementary character of the description of atomic phenomena which appears as an inevitable consequence of the contrast between the quantum postulate and the distinction between object and agency of measurement, inherent in our very idea of observation.” (Bohr 1983 [1928], p. 103).

Historicamente, durante os primeiros debates entre Heisenberg e Bohr, a problemática relativa à *medição* das propriedades observáveis—posição e momento—de um objeto quântico suscitou diversas questões filosóficas. O mesmo ocorreu com os debates entre Einstein e Bohr acerca dos efeitos que a *medição* um objeto *A* tem em um objeto *B* espacialmente distante de *A*. Posteriormente—e é essa a parte que interessa à discussão proposta aqui—, Schrödinger (1935, 1983 [1935]) refletiu sobre os efeitos de uma medição efetuada em estados emaranhados. Assim, parece razoavelmente justificada a posição de Gibbins (1987, p. 104, ênfase nossa) de que “[...] o problema da medição é *o problema central* da filosofia da mecânica quântica”. Como observam Busch, Lahti, Mittelstaedt (1996, p. 131), a pressuposição da validade universal da teoria quântica seria condição necessária para o estabelecimento de uma teoria da medição, isto é, uma pressuposição “[...] according to which this theory should be applicable, in particular, to the measurement process”. Essa é justamente a premissa utilizada por von Neumann (1955 [1932]) na formulação de sua teoria da medição. É notável que, ainda que aspectos do problema da medição já estivessem sendo discutidos antes da formalização de von Neumann (1955 [1932]), foi apenas com ela que o problema foi tornado explícito.

Já uma condição necessária para o problema da medição, também apontada por Busch, Lahti e Mittelstaedt, (1996) é o tratamento ontológico da questão extensional da teoria quântica, isto é, a assunção de que a teoria trata sobre sistemas individuais (em oposição a *ensembles* estatísticos) e suas propriedades:

A primeira questão decisiva a ser respondida é aquela sobre o referente da mecânica quântica: resultados de medição (a opção epistêmica) ou sistemas de objetos (a opção ôntica ou realista)? A resposta ôntica sustenta que a mecânica quântica lida com objetos individuais e suas propriedades. É somente aqui que surge o problema de medição. (Busch, Lahti e Mittelstaedt, 1996, p. 4).⁵

Optamos por conduzir a discussão a partir da abordagem axiomática da teoria quântica padrão, visto que uma das vias para abordar o problema da medição é o conflito entre dois axiomas fundamentais da teoria—diferentes abordagens axiomáticas podem ser encontradas em outros lugares (cf. Muller, 2015; Krause e Arenhart, 2016; Arroyo e da Silva, 2022). Max Jammer (1974, p. 5) elenca cinco axiomas fundamentais, dos quais

⁵ Tradução livre. No original: “The first decisive question to be answered is the one about the referent of quantum mechanics: measurement outcomes (the epistemic option) or object systems (the ontic, or realistic option)? The ontic answer maintains that quantum mechanics deals with individual objects and their properties. It is only here that the measurement problem arises.” (Busch, Lahti e Mittelstaedt, 1996, p. 4).

os três primeiros referem-se à relação entre noções primitivas e entidades matemáticas e os dois últimos referem-se a axiomas que, tomados em conjunto, levam ao problema da medição. De uma maneira bastante geral, um dos axiomas da mecânica, o “axioma da *dinâmica*”, quântica diz que os estados dos objetos quânticos se evoluem ao longo do tempo, e que essa evolução temporal é determinada por leis dinâmicas (frequentemente, ainda que não necessariamente, pela *Equação de Schrödinger*); outro axioma, por sua vez, conhecido como “axioma do *colapso*”, diz que imediatamente após uma medição a medida de um observável assume um certo valor com uma dada probabilidade, um único valor dos valores possíveis dos estados calculáveis pelo axioma IV. Vale notar que a generalização ‘um observável *possui* um certo valor’ não pode ser feita sem a adoção de uma metafísica particular—o que, ao menos nesse primeiro momento, exclusivamente *descritivo*, evitaremos tanto quanto for possível.

A notação de Jammer (1974, pp. 5–6) segue a formulação de von Neumann (1955 [1932]), para quem o processo de medição pode ser dividido em ao menos dois processos ou mudanças de estados quânticos, nomeadamente: o processo 1, chamado de “mudanças arbitrárias por medição”, e o processo 2, chamado de “mudanças automáticas” (cf. von Neumann, 1955, p. 351). A identificação dos axiomas da dinâmica e do colapso com os processos 2 e 1, respectivamente, é natural. O processo 1 é definido como “o ato descontínuo, não-causal e instantâneo de experimentos ou medições” (cf. von Neumann, 1955, p. 349) e o processo 2 como a “mudança causal e contínua no curso do tempo” (cf. von Neumann, 1955, p. 351). Ao passo que o processo 2 é descrito pelas leis deterministas de movimento da mecânica quântica (seguimos a equação de Schrödinger aqui), o irreduzível processo 1 não o é (cf. Jammer, 1974, p. 476). Quando considerados simultaneamente, é fácil perceber que há um *conflito* entre esses dois importantes axiomas da teoria quântica: as *leis dinâmicas* deterministas expressas pelo processo 2 e o *princípio* (ou *axioma*) do *colapso* expresso pelo processo 1.

O problema da medição pode ser delineado precisamente no embate entre esses dois, sendo que a tentativa de reconciliar os dois processos seria, de acordo com Jammer (1974, p. 476), o problema central das teorias posteriores da medição. Um questionamento ontológico, por exemplo, emerge deste raciocínio precisamente no “como”, “quando” e “onde” tal “ato de medição” expresso pelo *colapso*, ocorre (e se ocorre). Diversas interpretações foram formuladas na tentativa de responder questões como essa. O problema da medição suscita um debate vivo na filosofia contemporânea

da física no sentido de que, como pontuam Busch, Lahti, Mittelstaedt (1996, p. 1), não há uma interpretação universalmente aceita, e os problemas de interpretação estão estritamente relacionados com as dificuldades da teoria da medição quântica.

Para que possamos discutir mais precisamente os aspectos filosóficos do problema da medição, iniciaremos com uma breve exposição acerca da matemática envolvida no formalismo do processo de medição, conforme o formalismo usual da teoria quântica, de von Neumann (1955 [1932]). Segundo Jammer (1974, p. 2), tal seria historicamente o mais influente e importante formalismo proposto para a teoria quântica. Uma lista de obras que contribuíram discutindo e elaborando o formalismo de von Neumann (1955 [1932]) pode ser encontrada em Jammer (1974, p. 2, nota 3). Ainda assim, não é a única: Styer (*et al.*, 2002) apresentam *nove maneiras* de se obter a mecânica quântica padrão sem a abordagem proposta por von Neumann (1955 [1932]).

Os objetos quânticos não podem ser visualizados diretamente, da mesma maneira como esta folha diante de nossos olhos. São de tal magnitude que não podem sequer ser *visualizados* em microscópio. Por isso, o formalismo é de extrema importância para as discussões sobre mecânica quântica: é somente por meio do formalismo que os objetos quânticos são tratados. O termo ‘formalismo’, adverte Krause (2016, p. 27), conforme empregada na literatura da física, designa a formulação matemática da mecânica quântica “[...] e nada tem a ver, em princípio, com sistemas formais que são tratados em lógica e em fundamentos da matemática”. Como pontuam Susskind e Friedman (2014):

A mecânica quântica lida com o comportamento de objetos tão pequenos que nós, humanos, estamos mal equipados para visualizá-los. Átomos individuais estão perto da extremidade superior dessa escala em termos de tamanho. Os elétrons são frequentemente usados como objetos de estudo. *Nossos órgãos sensoriais simplesmente não são construídos para perceber o movimento de um elétron. O melhor que podemos fazer é tentar entender os elétrons e seus movimentos como abstrações matemáticas.* (Susskind e Friedman, 1914, p. 2, ênfase nossa).⁶

⁶ Tradução livre. No original: “Quantum mechanics deals with the behavior of objects so small that we humans are ill equipped to visualize them at all. Individual atoms are near the upper end of this scale in terms of size. Electrons are frequently used as objects of study. Our sensory organs are simply not built to perceive the motion of an electron. The best we can do is to try to understand electrons and their motion as mathematical abstractions.” (Susskind e Friedman, 1914, p. 2).

Nesse preciso sentido, Paty (1995, p. 137) considera que a mecânica quântica, “[...] uma vez estabelecida, propõe-se, antes de qualquer interpretação, como um formalismo”. Em tal formalismo, como observa Paty (1995, p. 237), os estados quânticos:

[...] são representados numa formulação teórica, em termos de operadores que se aplicam a vetores de estado e, para realizá-lo, recorremos a entidades matemáticas apropriadas. As propriedades dos objetos ou conceitos físicos assim designados são, conseqüentemente, determinados, de um lado, pela coerência lógico-matemática do esquema e da formulação [...]; e, de outro, pela transcrição das observações matemáticas em questão.

De modo geral, o formalismo da mecânica quântica descreve os *estados* de um sistema físico, considerando os aspectos que podem ser medidos, chamados de *observáveis* (posição, momento, spin, etc.). Aqui, o termo ‘estado’ é um conceito primitivo, meta axiomático, cuja definição (chamada ‘definição operacional’) é dada pelos postulados. No formalismo usual da mecânica quântica, os estados são representados pela noção de ‘vetor’. Uma função de onda—que, como advertem Susskind e Friedman (2014, p. 134), não tem conexão necessária com o comportamento ondulatório, sendo apenas um nome atribuído por convenção—frequentemente notada pelo caractere grego ψ , onde $\psi(a, b, c \dots)$ são os coeficientes que se movimentam—se *expandem*—em um espaço vetorial complexo n-dimensional, nomeado por von Neumann (1955 [1932]) de ‘Espaço de Hilbert’, notado pelo caractere H , onde $H \in C^n$, que, por sua vez, é caracterizado por um conjunto de vetores chamado ‘base’ do espaço. Para Jammer (1974, p. 2), “von Neumann’s idea to formulate quantum mechanics as an operator calculus in Hilbert space was undoubtedly one of the great innovations in modern mathematical physics”.

O formalismo, quando tomado isoladamente, sugere que a mecânica quântica trata *exclusivamente* do resultado de medições, mantendo-se silencioso em relação a noções tais como ‘realidade física’ e, como tal, *não favorece nem rejeita* uma ou outra interpretação particular. Ainda assim, para que possamos tratar do formalismo, parece necessário assumir uma ‘interpretação mínima’, que leva em conta o caráter probabilístico da teoria quântica. Hughes (1989) considera que tal atitude é uma premissa necessária para que a teoria quântica possa ser uma teoria física:

Ao desenvolver nossa representação geral de uma teoria física, partimos de uma suposição de que o mundo é tal que, em certas circunstâncias especificáveis, vários eventos podem receber probabilidades definidas. *Considero essa suposição mínima se quisermos ter alguma teoria física: assumimos que existem ligações, ainda que apenas probabilísticas, entre um conjunto de ocorrências (as circunstâncias iniciais) e outro (os eventos resultantes).* (Hughes 1989, p. 85, ênfase nossa).⁷

Busch, Lahti, Mittelstaedt (1996, p. 4) caracterizam ainda mais a ‘interpretação mínima’ no sentido probabilístico:

Na interpretação mínima, a mecânica quântica é considerada uma teoria física probabilística, consistindo de uma linguagem (proposições sobre resultados de medições), uma estrutura de probabilidade (um conjunto convexo de medidas de probabilidade representando as possíveis distribuições de resultados de medição) e leis probabilísticas. Além disso, as probabilidades são interpretadas como limites de frequências relativas de resultados de medição, ou seja, no sentido de uma interpretação estatística epistêmica. (Busch, Lahti, Mittelstaedt, 1996, p. 4).⁸

Ademais, Busch, Lahti, Mittelstaedt (1996, p. 8) constatarem que “essa interpretação mínima está contida em qualquer interpretação mais extensiva da mecânica quântica”⁹. Redhead (1989, p. 44) nomeia essa atitude de “interpretação *instrumentalista* mínima”, que visa a explicar:

⁷ Tradução livre. No original: “In developing our general representation of a physical theory we start from one assumption, that the world is such that in certain specifiable circumstances various events can be assigned definite probabilities, I take this assumption to be minimal if we are to have any physical theory at all: we assume that there are links, albeit only probabilistic ones, between one set of occurrences (the initial circumstances) and another (the resulting events).” (Hughes 1989, p. 85).

⁸ Tradução livre. No original: “In the minimal interpretation, quantum mechanics is regarded as a probabilistic physical theory, consisting of a language (propositions about outcomes of measurements), a probability structure (a convex set of probability measures representing the possible distributions of measurement outcomes) and probabilistic laws. In addition, probabilities are interpreted as limits of relative frequencies of measurement outcomes, that is, in the sense of an epistemic statistical interpretation.” (Busch, Lahti, Mittelstaedt, 1996, p. 4).

⁹ Tradução livre. No original: “this minimal interpretation is contained in any more extensive interpretation of quantum mechanics”

[...] como o formalismo está relacionado com os possíveis resultados de medição e as frequências estatísticas com que esses resultados de medição aparecem quando uma medição é repetida muitas vezes (em princípio um número infinito de vezes) em sistemas preparados em estados quânticos idênticos. (Redhead, 1989, p. 44).¹⁰

Aquilo que esses autores chamam de ‘interpretação mínima’ se relaciona com a chamada ‘*interpretação estatística*’ de Max Born—não confundir com a ‘interpretação dos ensembles estatísticos’ idealizada por Einstein (cf. Home, Whitaker, 1992)—que, de acordo com Griffiths (1994, p. 2) diz que a teoria quântica fornece a *probabilidade* de se encontrar o valor de um estado de um observável em um ponto entre o intervalo x e $(x + dx)$, em um tempo t , de modo que: $|\psi(x, t)|^2 dx$. De acordo com Griffiths (1995), essa particularidade da descrição quântica introduz a noção de ‘indeterminismo’¹¹ na mecânica quântica, pois:

[...] mesmo que você saiba tudo o que a teoria tem a dizer sobre a partícula (a saber: sua função de onda), você não pode prever com certeza o resultado de um experimento simples para medir sua posição - tudo o que a mecânica quântica tem a oferecer é uma informação *estatística* sobre *possíveis* resultados. (Griffiths, 1995, pp. 2–3, ênfase original).¹²

As questões relativas à realidade transfenomenal dos objetos quânticos são questões que dependem estritamente da interpretação adotada; esse motivo pelo qual postergaremos tal discussão para as próximas seções. Ainda que, como afirmam Redhead (1989, p. 45) teorias sem interpretação “[...] simplesmente não contribuem com nosso entendimento do mundo natural”¹³, e Jammer (1989, p. 343) “o formalismo, mesmo se

¹⁰ Tradução livre. No original: “[...] how the formalism is related to the possible results of measurement and the statistical frequencies with which these measurement results turn up when a measurement is repeated many times (in principle an infinite number of times) on systems prepared in identical QM states.” (Redhead, 1989, p. 44).

¹¹ Que não deve ser confundido com o ‘princípio de indeterminação’, formulado por Werner Heisenberg (1983 [1927]).

¹² Tradução livre. No original: “[...] even if you know everything the theory has to tell you about the particle (to wit: its wave function), you cannot predict with certainty the outcome of a simple experiment to measure its position—all quantum mechanics has to offer is a *statistical* information about *possible* results.” (Griffiths, 1995, pp. 2–3, ênfase original).

¹³ Tradução livre. No original: “[...] simply do not contribute to our understanding of the natural world” (Redhead, 1989, p. 45).

for completo e logicamente consistente, ainda não é uma teoria física”¹⁴, reiteramos: atemos-nos, nesta seção, *somente* àquilo que denominamos por ‘interpretação mínima’.

Cada base pode ser escolhida em função de um observável que se quer medir sobre o sistema em um dado estado, à qual pode-se designar infinitos vetores, de modo que, por exemplo, para um observável de posição, $|\psi\rangle$ denota um coeficiente do vetor de estado na base da posição da seguinte maneira: $|\psi\rangle = \langle x_1|\psi\rangle|x_1\rangle + \langle x_2|\psi\rangle|x_2\rangle + \dots + \langle x_n|\psi\rangle|x_n\rangle$. Em termos de uma *densidade de probabilidade* denotada por ρ_m , a probabilidade de que uma medição efetuada sobre um observável A no tempo t tenha como resultado o valor a_m é igual a (utilizaremos a notação de Paul Dirac dos ‘bra-kets’ para expressar o vetor de estado ψ , de modo que ‘ $\langle\psi|$ ’ seja um *bra* e ‘ $|\psi\rangle$ ’ seja um *ket*): $\rho_m(t) = |\langle\psi(t)|a_m\rangle|^2$. Uma medição do observável A no tempo t representa o *valor esperado* (que envolve o conceito estatístico de ‘esperança matemática’) $\langle A \rangle(t)$, dado pela soma das densidades de probabilidade ρ_m para o resultado a_m no tempo t , que por sua vez é equivalente ao produto interno das funções de onda possíveis, de modo que:

$$\langle A \rangle(t) = \sum_m \rho_m(t) a_m$$

ou mais especificamente, conforme a regra de Born, a probabilidade de se encontrar o valor da medida de um observável físico A em um sistema quântico ψ descrito por (x, t) em um dado intervalo $[a, b]$ de uma reta em R ou C é

$$Prob_{[a,b]}^{\psi(x,t)}(A) = \int_b^a |\psi(x, t)|^2 dx.$$

O valor $|\psi(x, t)|^2$ é denotado pela densidade de probabilidade $p(x, t)$. Reiterando: a mecânica quântica é uma teoria probabilística no sentido que fornece apenas *probabilidades* para os estados dos sistemas quânticos. Como recorda Krause (2016, pp. 5-6), somente os estados que obedecem a uma *condição de normalização* são relevantes para a problemática em questão visto que, ao representarem *probabilidades*, os escalares x_i devem ter soma igual à unidade, tal que:

$$\sum_{i=1}^n |x_i|^2 = 1.$$

¹⁴ Tradução livre. No original: “[...] formalism, even if complete and logically consistent, is not yet a physical theory” (Jammer, 1989, p. 343).

Como observa Hughes (1989, p. 28) as *probabilidades* na teoria quântica são dadas na forma de expressões como $|x|^2$, e por isso é importante que os coeficientes sejam normalizados, para que as expressões relativas às probabilidades possam assumir valores entre zero e um. O valor esperado é tudo o que se pode conhecer sobre um sistema quântico. Como os estados que interessa à problemática da medição quântica devem ser normalizados (cf. Hughes, 1989, p. 26), é necessária a utilização da noção de “norma”, uma aplicação que associa um escalar a cada vetor, de modo que o vetor é unitário se $\|\psi\| = 1$; em específico, para tratar do problema da medição interessam as normas advindas do produto interno $\langle\psi\rangle$, onde: $\|\psi\| = \sqrt{\langle\psi\rangle}$.

Como recorda Krause (2016, p. 24), o quadrado da norma dessa função de onda fornecerá uma densidade de probabilidade de encontrar um sistema quântico em certa situação (como uma posição definida para uma partícula, por exemplo. Como também nota Krause (2016, p. 71, nota 1), “O termo ‘partícula’ deve ser tomado com cautela aqui. Em mecânica quântica, não há analogia possível com qualquer objeto ‘clássico’, como com uma pequena bolinha”. É relevante ressaltar que, como um instrumento heurístico, as partículas em mecânica quântica são tomadas como pontos sem extensão). Podemos sintetizar o que foi dito até então, de acordo com Krause (2016, p. 50) que, no formalismo usual da mecânica quântica, são particularmente importantes as equações do tipo: $T(\xi) = \lambda\xi$, onde T representa um observável medido em relação a um sistema, cujo estado é representado por ξ , sendo λ o valor possível para a medida desse observável, isto é, o sistema em um dado estado.

Tendo esclarecido tais pontos, passemos à discussão acerca da evolução temporal dos estados dos observáveis. Muito embora a equação de Schrödinger não seja a única equação de movimento da teoria quântica (embora seja a mais utilizada), de fato, como recorda Kauark-Leite (2012, p. 170), o formalismo da teoria quântica é *sempre* determinista, quer seja pelo formalismo de Dirac, Heisenberg ou Schrödinger. É notável que, embora a teoria quântica seja essencialmente probabilista, as leis dinâmicas que descrevem a evolução (ou movimento) temporal dos estados sejam deterministas.

A equação de Schrödinger, especificamente, é determinista no sentido de que sua solução no tempo $t = 0$ *determina* a solução para todos os outros valores de t (positivos ou negativos, isto é, é uma equação cujo valor temporal é *reversível*). Assim, o valor da medição em um observável A em um tempo t , ainda que não forneça valores

determinados para o estado quântico ψ , fornece elementos para a distribuição estatística de resultados para medições futuras.

As leis dinâmicas da mecânica quântica são frequentemente expressas sob a equação de Schrödinger¹⁵, cuja notação é a seguinte:

$$i\hbar \frac{\partial |\psi\rangle}{\partial t} = H|\psi\rangle$$

A solução da equação de Schrödinger pode admitir dois ou mais estados $|\psi\rangle$ possíveis, cuja soma é também um estado possível. Tal é o ‘princípio de *superposição*’, que de acordo com Pessoa Junior (2003, p. 23) pode ser enunciado da seguinte maneira: “dados dois estados admissíveis de um sistema quântico, então a soma desses dois estados também é um estado admissível do sistema”, o que pode ser descrito da seguinte maneira: $|\psi_{12}\rangle = |\psi_1\rangle + |\psi_2\rangle$. Para que os vetores sejam unitários, utiliza-se o fator $1/\sqrt{2}$, chamado ‘fator de normalização’. Quando uma superposição envolve certos coeficientes que podem assumir valores complexos \mathbb{C}^n , introduz-se o número imaginário i , tal que $i \equiv \sqrt{-1}$. Assim,

$$|\psi_{12}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|\psi_1\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|\psi_2\rangle.$$

Os estados acima são ditos ‘estados *puros*’, em que ψ descreve toda a informação que pode ser obtida sobre o estado de uma única partícula. Não é necessário que os vetores dos estados em superposição sejam ortogonais, isto é, vetores $|\psi_1\rangle$ e $|\psi_2\rangle$ cujo produto interno é $\langle\psi_{12}|\psi_{12}\rangle = 0$; ainda assim, a ortogonalidade é utilizada em raciocínios de situações limite, sendo uma característica importante para a discussão acerca do gato de Schrödinger. Assim, supomos que os estados tratados aqui sejam ortogonais, expressos

¹⁵ Trata-se de uma equação linear, pois envolve derivadas primeiras somente, isto é, não envolve derivações de enésima potência; na medida em que suas variáveis são funções, é uma equação diferencial. A constante $i\hbar$ se trata de um coeficiente complexo explícito pelo número imaginário i , multiplicada pela Constante Reduzida de Planck $\hbar = h/2\pi$, representando a constante do movimento de circunferência em H . A taxa de variação, representada pelo caractere “ ∂ ”, indica uma derivada parcial cuja operação $\partial/\partial t$ incide em $|\psi\rangle$ para determinar a evolução temporal, fornecendo o estado da função de onda $|\psi\rangle$, isto é, suas coordenadas no tempo, de modo que tal variação é igual ao cálculo do operador de energia H , chamado ‘Hamiltoniano’, multiplicado à função de onda. É relevante constatar que a equação de Schrödinger, conforme enunciada acima, funciona apenas para o caso de uma partícula, como o caso da partícula de hidrogênio na qual apenas um elétron orbita em relação ao núcleo. Em H está previsto o potencial, que substitui a influência do núcleo como uma ferramenta heurística que possibilita o cálculo do movimento do elétron desprezando suas relações com uma segunda partícula, i.e.: o núcleo.

como $|\psi_1\rangle|\psi_2\rangle^\perp$. Quando os estados são *ortogonais* e *normalizados*, tais estados são chamados de ‘ortonormais’. Uma característica importante da ortogonalidade é a exclusividade de seus estados: dois estados são ortogonais em relação um ao outro se não possuem o mesmo valor.

Ambos estados ‘1’ e ‘2’ podem ser descritos separadamente como $|\psi_1\rangle$ e $|\psi_2\rangle$, ainda que sua soma dê origem a um novo estado $|\psi_{12}\rangle$ possível. Deve ficar claro que no princípio de superposição, os estados são *fatoráveis*, isto é *divisíveis*, sendo apenas o produto tensorial dos componentes da equação tal que $|\psi_{12}\rangle = |\psi_1\rangle \otimes |\psi_2\rangle$. O vetor $|\psi_{12}\rangle$ pode ser decomposto em um produto de vetores, cada um em um espaço (possivelmente infinitos), tal que $H = H_1 \otimes \dots \otimes H_n$, de modo que se pode dizer que os vetores agem independentemente. Vale ressaltar que é bastante comum a seguinte generalização: $|\alpha\rangle \otimes |\beta\rangle = |\alpha\rangle|\beta\rangle = |\alpha\beta\rangle$, e que os produtos tensoriais não são comutativos, de modo que: $|\alpha\beta\rangle \neq |\beta\alpha\rangle$.

Se uma medição for efetuada sobre $|\psi_{12}\rangle$, apenas *um* dos estados superpostos $|\psi_1\rangle$ ou $|\psi_2\rangle$ será obtido *exclusivamente*. Como pontua Krause (2016, p. 91), se o estado do sistema é $|\psi\rangle = \sum_j c_j |a_j\rangle$, e se a medida fornece o valor a_n , após a medida o sistema *colapsa* para o estado $|a_n\rangle$ com a probabilidade $|c_n|^2 = |\langle\psi|a_n\rangle|^2$. Quando isso ocorre, o vetor é *projetado* de maneira descontínua em um desses valores, chamados ‘autovalores’. O colapso, contudo, não é determinado pela evolução temporal prevista pela equação de Schrödinger, sendo que a tentativa de conciliar tais dois aspectos seja uma via de abordar o problema da medição, conforme explicitado acima.

Outra via é a seguinte. Uma característica bastante importante para a presente discussão é que os produtos tensoriais são utilizados no formalismo da mecânica quântica para representar *sistemas compostos*, ou seja, sistemas envolvendo *mais de um sistema físico*. Para visualizarmos a noção de sistemas compostos, é oportuna a divisão que Jammer (1974, p. 477) faz do processo de medição de von Neumann (1955 [1932]): na etapa (I), há a interação entre o objeto e o aparato de medição; na etapa (II), há o ato da medição. Em (I), a união entre os sistemas físicos $\langle\text{Objeto} + \text{Aparato}\rangle$ é considerada um *único* sistema, chamado ‘sistema *composto*’, isolado à medida que antecede o passo (II) (cf. Jammer, 1974, p. 479).

Remontaremos um exemplo, dado por Redhead (pp. 52-54) acerca de uma ‘medição *ideal*’ e suas problematizações, conforme o esquema oferecido até aqui. Suponha que Q é um observável com um espectro discreto $\{q_i\}$. Suponha que o estado de

um sistema quântico S é um autoestado $|q_i\rangle$ de Q , e que S interaja com um aparato de medição A . Suponha, ainda, que o autoestado de A seja $|r_0\rangle$ na quantidade R , e que o autoestado de A passe, em decorrência da interação, de $|r_0\rangle$ para $|r_i\rangle$, ao passo que S permaneça em $|q_i\rangle$. Assim, o sistema composto $S + A$ vai de $|q_i\rangle|r_0\rangle$ para $|q_i\rangle|r_i\rangle$ após a interação. Como observáveis do sistema conjunto, os operadores para Q e R devem ser designados por $Q \otimes I$ e $I \otimes R$ respectivamente, onde o primeiro produto tensorial corresponde ao sistema S e o segundo a A .

O estado inicial da situação proposta, denotando que o estado de S é uma superposição de autoestados de Q com amplitude de probabilidade c_i , é dado por:

$$|\psi\rangle = \left(\sum_i c_i |q_i\rangle \right) |r_0\rangle$$

dada a linearidade da evolução temporal do sistema, onde se supõe que todos os r_i são distintos, tem-se que:

$$|\psi'\rangle = \sum_i c_i |q_i\rangle |r_i\rangle.$$

Em termos de operadores estatísticos, antes da medição o operador para o sistema conjunto é:

$$W = P_{|\psi\rangle} = P_{\left(\sum_i c_i |q_i\rangle \right) |r_0\rangle}.$$

Após a medição é o estado puro:

$$W' = P_{|\psi'\rangle} = P_{\sum_i c_i |q_i\rangle |r_i\rangle}$$

e o valor esperado seria:

$$W'' = \sum_i |c_i|^2 P_{|q_i\rangle |r_i\rangle}$$

onde W'' é um estado misto que descreve um *ensemble* de sistemas nos estados $|q_i\rangle|r_i\rangle$, tal que a probabilidade de achar o estado $|q_i\rangle|r_i\rangle$ na mistura seja $|c_i|^2$. O problema da

medição é que o que se espera como operador estatístico no estado final é W'' , quando o que se obtém é W' . Redhead (1989, p. 54, ênfase nossa) nota que no estado inicial, $|\psi\rangle$ seria um autoestado de $I \otimes R$, ao passo que $|\psi'\rangle$ não seria autoestado de $Q \otimes I$ nem de $I \otimes R$, Redhead concluindo que “[...] o observável do aparato R ficou *infectado* com a superposição!”¹⁶. Como pontua Paty (1995, p. 200),

A dificuldade provém do princípio de superposição, que requer a linearidade da equação [de Schrödinger], de tal modo que a transição do vetor de estado como superposição para um dos elementos desta não pode ser causal: e a linearidade da equação está ligada à ausência, colocada em princípio, de interação recíproca—no sentido causal—entre o sistema observado e o aparelho de medida.

Tendo minimamente esclarecido o problema da medição, passemos à análise do paradoxo do gato de Schrödinger, e de suas relações com a problemática apresentada até aqui.

2. O gato de Schrödinger

Anteriormente, com a superposição de estados de *uma* partícula, obtivemos estados de *duas* partículas. Na superposição de estados de *duas* partículas a noção de ‘*emaranhamento*’, central na discussão que se pretende neste texto, toma lugar. Originalmente, a noção de ‘emaranhamento’ foi concebida por meio de argumentos do tipo *redução ao absurdo* para a interpretação de Copenhague, a interpretação usual da mecânica quântica. Cunhado por Schrödinger (1935, p. 555) o termo “emaranhamento” (traduzido do inglês ‘*entanglement*’ que, por sua vez, é tradução do alemão ‘*Verschränkung*’) denota um nível extraordinário de correlação entre estados de sistemas quânticos sem uma causa comum, mesmo que espacialmente separados. Grosso modo, trata-se de um caso particular de superposição que ocorre quando o estado de um sistema de duas partículas não pode ser reduzido ao das funções de onda das duas partículas separadas.

Formulada nos primórdios do desenvolvimento da teoria quântica, tal noção permanece sendo um dos aspectos mais problemáticos (e menos compreendidos) da

¹⁶ Tradução livre. No original: “[...] the apparatus observable R has become infected with the superposition itself!” (Redhead, 1989, p. 54).

teoria. Ainda que sob uma nomenclatura diferente (chamada “ação fantasmagórica à distância”), a noção de emaranhamento foi concebida pela primeira vez no experimento mental de EPR (1935).

No experimento mental proposto por EPR (1935), duas partículas, ‘A’ e ‘B’, após interagirem por um tempo, seriam espacialmente separadas. No entendimento de EPR (1935, p. 799), a *separabilidade* dos estados das duas partículas A e B deveria se manter até o final do processo de medição: “uma vez que no momento da medição os dois sistemas não mais interagem, nenhuma mudança real pode ocorrer no segundo sistema em consequência de qualquer coisa que possa ser feita no primeiro sistema”¹⁷. Como a mecânica quântica, por meio de sua interpretação usual, implicaria nessa situação considerada absurda por EPR, deveria ser uma teoria incompleta.

No entanto, Einstein (*apud* Fine, 1986, p. 35, nota 9, ênfase nossa) afirma, em uma carta endereçada a Schrödinger, datada de 19 de Junho de 1935, Einstein (*apud* Fine, 1986, p. 35, nota 9, ênfase nossa) que: “Por razões de linguagem, esse [artigo EPR] foi escrito por Podolsky depois de muita discussão. Ainda assim, o artigo não saiu da forma como eu originalmente gostaria; ao contrário, *o ponto essencial foi, por assim dizer, obscurecido pelo formalismo*”¹⁸.

Einstein (*apud* Held, 2015) trata, na mesma carta, o referido *ponto essencial* a partir de uma parábola que ficou conhecido na literatura como ‘as caixas de Einstein’ (*‘Einstein’s boxes’*):

¹⁷ Tradução livre. No original: “since at the time of measurement the two systems no longer interact, no real change can take place in the second system in consequence of anything that may be done to the first system”. EPR (1935, p. 799)

¹⁸ Tradução livre. No original: “For reasons of language this was written by Podolsky after much discussion. Still, it did not come out as well as I had originally wanted; rather, the essential thing was, so to speak, smothered by the formalism.” (Einstein *apud* Fine, 1986, p. 35, nota 9).

Tenho em minha frente duas caixas com tampas, nas quais posso ver quando as tampas são abertas; isso é chamado de ‘fazer uma observação [medição]’. Há também uma bola lá que sempre será encontrada em uma das duas se alguém fizer uma medição. Agora descrevo um estado da seguinte maneira: A probabilidade de que a bola esteja na primeira caixa é $1/2$. — Essa é uma descrição completa? Não: Uma descrição completa é que a bola está na primeira caixa (ou não). É assim, portanto, que a caracterização do estado deve aparecer em uma descrição completa. Sim: Antes de eu abrir a caixa, a bola não está em nenhuma das duas caixas. Estar em uma caixa definitiva só acontece quando levanto a tampa. É isso que produz o caráter estatístico do mundo da experiência, ou sua legalidade empírica. O estado antes de levantar a tampa é completamente caracterizado pelo número $1/2$, cujo significado, com certeza, se manifesta apenas estatisticamente, dada uma medição. A estatística só surge porque a medição envolve fatores pouco conhecidos e estranhos ao sistema que está sendo descrito. (Einstein *apud* Held, 2015, pp. 1004–1005).¹⁹

Em uma situação envolvendo duas caixas, digamos, A e B , e uma bola *que sempre está em uma das caixas*, o raciocínio acima aponta que a mecânica quântica não descreve em *qual* das caixas a bola está antes de uma medição. Nos termos do formalismo apresentado na seção anterior, suponha que $|\psi\rangle$ represente o estado do sistema total, que $|\psi_A\rangle$ represente a função de onda do sistema físico em que é o caso em *a bola está na caixa A* e que $|\psi_B\rangle$ represente a função de onda do sistema físico em que é o caso em *a bola está na caixa B*. Como o raciocínio impossibilita os casos em que 1) a bola esteja em ambas as caixas e 2) a bola esteja em nenhuma das caixas, tem-se que $|\psi_A\rangle$ e $|\psi_B\rangle$ são ortogonais, isto é $\langle\psi_B|\psi_A\rangle = 0$. Como a probabilidade de que $|\psi_A\rangle$ seja o caso é a mesma probabilidade de que $|\psi_B\rangle$ seja o caso, tem-se que $|\psi_A|^2 = |\psi_B|^2$, e que $|\psi_A|^2 + |\psi_B|^2 = 1$. Assim, podemos descrever a situação da seguinte maneira:

$$|\psi_{AB}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\psi_A\rangle + |\psi_B\rangle).$$

¹⁹ Tradução livre. No original: “In front of me there are two boxes with hinged lids, into which I can see when the lids are opened; the latter is called ‘making an observation’. There is also a ball there that will always be found in or other of the boxes, if one makes an observation. I now describe a state as follows: The probability that the ball is in the first box is $1/2$.—Is this a complete description? No: A complete statement is the ball is in the first box (or is not). That, therefore, is how the characterization of the state must appear in a complete description. Yes: Before I open the box, the ball is by no means in one of the two boxes. Being in a definite box only comes about when I lift the lid. This is what brings about the statistical character of the world of experience, or its empirical lawfulness. The state before lifting the lid is completely characterized by the number $1/2$, whose meaning, to be sure, manifests itself only statistically, given an observation. Statistics only arises because observation involves factors that are insufficiently known and foreign to the system being described.” (Einstein *apud* Held, 2015, pp. 1004–1005).

O formalismo não é capaz de dizer qual, dentre $|\psi_A\rangle$ e $|\psi_B\rangle$, é o caso até que uma medição seja efetuada sobre o sistema. No entanto, uma característica da parábola das caixas é notável para a presente discussão: suponha que se constatou, como resultado de uma medição, que é o caso que $|\psi_A\rangle$, isto é, que a bola está na caixa *A*. *Imediatamente*, obtém-se uma informação a respeito da caixa *B*, a saber, que *a bola não está lá*. É precisamente *esse* aspecto do raciocínio que é precursor da noção de *emaranhamento*, uma vez que, quando admitido, acaba por recusar a tese metafísica da *separabilidade*. Enquanto o argumento EPR (1935) é conhecido por colocar em jogo o princípio da localidade, um princípio metafísico menos geral do que a separabilidade. De fato, o aspecto mais marcante da parábola das caixas de Einstein (*apud* Held, 2015, pp. 1004–1005) é sua própria solução que é a primeira vez que o princípio einsteiniano da separação é enunciado: “Agora, minha maneira de pensar é esta: Em princípio, não se pode superar o talmudista [Bohr] sem um princípio adicional: ‘princípio de separação’. A saber: ‘a segunda caixa, juntamente com tudo o que diz respeito ao seu conteúdo, é independente do que acontece com a primeira caixa (partes separadas do sistema)’.”²⁰; o princípio de separação será central na posição filosófica a ser formulada nos anos seguintes por Einstein (cf. 1949a, 1949b, 1950; ver também Howard (1985, 2004; Murdoch, 2004).

Meses após a publicação do artigo EPR (1935), Schrödinger (1935, p. 555) publica um artigo comentando o raciocínio EPR, no qual cunha o termo ‘emaranhamento’, colocando tal característica no centro da mecânica quântica e do processo de medição:

Quando dois sistemas, dos quais conhecemos os estados por seus respectivos representantes, entram em interação física temporária devido a forças conhecidas entre eles e quando, após um período de influência mútua, os sistemas se separam novamente, eles não podem mais ser descritos da mesma maneira como antes, *viz.* dotando cada um deles de um representante próprio. Eu não chamaria isso de um mas sim de *o* traço característico da mecânica quântica, aquele que impõe seu afastamento total das linhas clássicas de pensamento. Pela interação, os dois representantes $[\psi]$ ficaram emaranhados. [...] Outra forma de expressar a situação peculiar é: o melhor conhecimento possível de um todo não inclui necessariamente o melhor conhecimento possível de todas as suas partes, mesmo que elas possam estar inteiramente separadas e, portanto, virtualmente capazes de serem ‘melhores possivelmente conhecidas,’ isto é, de possuir, cada um deles, um

²⁰ Tradução livre. No original: “Now, my way of thinking is this: In principle, one cannot overcome the Talmudist without an additional principle: ‘separation principle’. Namely: ‘the second box, together with everything concerning its content, is independent of what happens to the first box (separate system parts)’.” (Einstein *apud* Held, 2015, pp. 1004–1005).

representante próprio. A falta de conhecimento não se deve de forma alguma ao fato de a interação ser insuficientemente conhecida—pelo menos não da maneira que poderia ser conhecida mais completamente—, mas à própria interação. Recentemente, chamou-se a atenção para o fato óbvio, mas muito desconcertante, de que, embora restrinjamos as medições de desemaranhamento a um sistema, a representatividade obtida para o outro sistema não é de forma alguma independente da escolha particular de observações que selecionamos para esse fim e que aliás, são totalmente arbitrários. É um tanto desconfortável que a teoria permita que um sistema seja dirigido ou pilotado para um ou outro tipo de estado à mercê do experimentador, apesar de ele não ter acesso a isso. (Schrödinger, 1935, p. 555).²¹

No caso dos estados emaranhados, tal como os estados das partículas de dois sistemas físicos, o estado composto não pode ser descrito como uma simples soma de estados definidos, como num caso simples de superposição explicitado acima. Para estados puros, um sistema é emaranhado se não pode ser separado ou *fatorado*, tal que $\psi_{AB} \neq \psi_A \otimes \psi_B$. Um sistema emaranhado, isto é, no qual dos sistemas $|\psi_1\rangle$ e $|\psi_2\rangle$, cujos estados possíveis $|a\rangle$ e $|b\rangle$ estão emaranhados, pode ser descrito da seguinte maneira:

$$|\psi_{12}\rangle_{H_1 \otimes H_2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left((|a\rangle \otimes |b\rangle)_{H_1 \otimes H_2} + (|b\rangle \otimes |a\rangle)_{H_1 \otimes H_2} \right).$$

Susskind e Friedman (2014, p. 167) pontuam duas características centrais dos estados emaranhados: “1. O estado emaranhado é uma descrição completa do sistema, no sentido de que nada mais pode ser conhecido sobre ele. 2. É um estado que fornece informação sobre o estado conjunto, e nada pode ser conhecido sobre os sistemas individuais.” Também é importante frisar que, no caso particular do emaranhamento, o

²¹ Tradução livre. No original: “When two systems, of which we know the states by their respective representatives, enter into temporary physical interaction due to known forces between them, and when after a time of mutual influence the systems separate again, then they can no longer be described in the same way as before, viz. by endowing each of them with a representative of its own. I would not call that one but rather the characteristic trait of quantum mechanics, the one that enforces its entire departure from classical lines of thought. By the interaction the two representatives $[\psi]$ have become entangled. [...] Another way of expressing the peculiar situation is: the best possible knowledge of a whole does not necessarily include the best possible knowledge of all its parts, even though they may be entirely separate and therefore virtually capable of being ‘best possibly known,’ i.e., of possessing, each of them, a representative of its own. The lack of knowledge is by no means due to the interaction being insufficiently known—at least not in the way that it could possibly be known more completely—it is due to the interaction itself. Attention has recently been called to the obvious but very disconcerting fact that even though we restrict the disentangling measurements to one system, the representative obtained for the other system is by no means independent of the particular choice of observations which we select for that purpose and which by the way are entirely arbitrary. It is rather discomfoting that the theory should allow a system to be steered or piloted into one or the other type of state at the experimenter’s mercy in spite of his having no access to it.” (Schrödinger, 1935, p. 555).

sistema não pode ser descrito como estando em nenhum dos estados até a medição. No caso de emaranhamento, pode-se dizer que os estados emaranhados são *inseparáveis* no sentido de que uma medição efetuada em um sistema físico $|\psi_1\rangle$, por meio da qual um estado possível do sistema assumiria um valor definido com uma probabilidade não nula, faria com que um sistema $|\psi_2\rangle$ assumia um estado definido imediatamente, *como se* a medição tivesse sido efetuada em $|\psi_2\rangle$.

A *medição*, no formalismo usual da mecânica quântica (von Neumann, 1955 [1932]) modifica a dinâmica do sistema de maneira descontínua, de modo que, após uma medição, não há estados emaranhados. Uma das questões desafiadoras que essa situação essencialmente não clássica coloca é a seguinte: o estado do sistema não está definido antes da medição. Ainda que possa parecer uma questão trivial, tal situação extremamente relevante no caso de estados emaranhados ortogonais, tal como a questão proposta por Schrödinger (1983 [1935], p. 161): *como pode uma descrição completa da realidade (como alegadamente a interpretação usual da mecânica quântica o é) não descrever estados de objetos que 'já estão lá'?*

O todo está em um estado definido. As partes tomadas individualmente não estão. “Como assim? Certamente um sistema deve ter algum tipo de estado.” “Não. O estado é a função ψ , é a soma maximal de conhecimento. Eu não necessariamente me providenciei isso, posso ter sido preguiçoso. Então o sistema não está em nenhum estado.” “Tudo bem, mas também a proibição agnóstica de perguntas ainda não está em vigor e no nosso caso posso dizer a mim mesmo: o subsistema já está em algum estado, só não sei qual.” “Espere. Infelizmente não. Não existe ‘eu simplesmente não sei’. Pois, quanto ao sistema total, o conhecimento maximal está disponível... A insuficiência da função ψ como substituição do modelo repousa apenas no fato de que nem sempre se tem [uma descrição do estado definido]”. (Schrödinger, 1983 [1935], p. 161).²²

Essa parece ser a motivação principal de Schrödinger (1983 [1935]) em relação à mecânica quântica: conforme a interpretação de Copenhague, afirma que o determinismo é, mesmo *a princípio*, impossível—o que suscita uma questão de caráter ontológico:

²² Tradução livre. No original: “The whole is in a definite state. The parts taken individually are not. ‘How so? Surely a system must have some sort of state.’ ‘No. State is ψ -function, is maximal sum of knowledge. I didn't necessarily provide myself with this, I may have been lazy. Then the system is in no state.’ ‘Fine, but then too the agnostic prohibition of questions is not yet in force and in our case I can tell myself: the subsystem is already in some state, I just don't know which.’ ‘Wait. Unfortunately no. There is no ‘I just don't know’. For as to the total system, maximal knowledge is at hand... The insufficiency of the ψ -function as model replacement rests solely on the fact that one doesn't always have it [a description of the definite state]’.” (Schrödinger, 1983 [1935], p. 161).

como pode a realidade ser não ser determinista? Para Schrödinger (1983 [1935], p. 155), a noção de uma “realidade borrada” (“*blurred reality*”) seria inaceitável. Se, como o princípio da indeterminação de Heisenberg (1983 [1927]) prevê, apenas *uma* das variáveis observáveis (tal como *posição e momento*) pode ser associada a uma descrição bem definida em um dado instante de tempo, então a *outra* variável não seria real? Ou, alternativamente, os aspectos não observados da realidade seriam reais, e a mecânica quântica tão somente se silenciaria acerca de tais aspectos?

A argumentação de Schrödinger gira em torno da recusa à concepção de uma *realidade borrada, imprecisa*, inaceitável na medida em que, se a realidade não observada teria efeitos macroscópicos tangíveis, então deveria ser dada pela teoria. Dois exemplos dessa afirmação são investigados: um envolvendo o decaimento de uma partícula radioativa α e outro envolvendo um gato. No primeiro exemplo, a descrição do movimento esférico da partícula α , que se expande no espaço a partir do núcleo, é tida como “borrada”, imprecisa; mas no instante em que se realiza uma medição para detectar a posição dessa partícula α , a localização é pontual, clássica; como a partícula é real, não deveria ser descrita de forma imprecisa.

Antes de enunciar o segundo exemplo, é relevante retomar que um dos aspectos do problema da medição seria o *conflito axiomático* da própria teoria. O experimento mental do *gato de Schrödinger* (1983 [1935], p. 157) ilustra tal problemática, uma vez que se trata de uma situação proposta poucos anos mais tarde da publicação de von Neumann (1955 [1932]), para explicitar a dificuldade do “problema da medição” na mecânica quântica. O experimento mental do gato de Schrödinger (1983 [1935], p. 157) seria, na opinião do próprio autor, uma extrapolação (até mesmo “um caso ridículo”) da descrição quântica da realidade, que se dá da seguinte maneira:

Um gato preso em uma câmara de aço, juntamente com o seguinte dispositivo diabólico (que deve ser resguardado contra a interferência direta do gato): um contador Geiger [um detector de radiação] com um pouco de substância radioativa, tão pouco que, talvez no curso de uma hora, um dos átomos decaia—mas também, com igual probabilidade, talvez nenhuma; se isso acontece, o contador descarrega e, através de um dispositivo elétrico, libera um martelo que quebra um pequeno frasco de ácido cianídrico. Se o sistema for deixado a si mesmo por uma hora, poder-se-ia dizer que o gato ainda vive se enquanto isso nenhum átomo decaiu. O primeiro decaimento atômico o teria envenenado. A função de onda de todo o sistema poderia expressar isso por ter nela o gato vivo e o gato morto (desculpe a expressão) misturado ou espalhado em partes iguais. (Schrödinger, 1983 [1935], p. 157).²³

O núcleo do argumento está contido na ideia de que, até que uma “observação direta” (cf. Schrödinger, 1983 [1935], p. 157) seja efetuada sobre o sistema em questão—isto é, uma *medição*, correspondente ao processo 1—a descrição do formalismo quântico não forneceria senão *possibilidades*, com igual probabilidade, de dois estados—correspondente ao processo 2. Isto é, até que uma medição seja efetuada no sistema ‘|gato>’, o estado do sistema composto é descrito como a superposição das possibilidades ‘|gato_vivo>’ no caso de não haver o decaimento da partícula α , desencadeando a sequência de eventos ‘|sem decaimento>’, e ‘|gato_morto>’ no caso de haver o decaimento da partícula α , o que desencadearia a sequência de eventos ‘|com decaimento>’ responsáveis pelo destino mórbido do felino, tal que: $|gato\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|gato_{vivo}\rangle \otimes |sem\ decaimento\rangle + |gato_{morto}\rangle \otimes |com\ decaimento\rangle)$.

Para Schrödinger (1983 [1935]), “morto” e “vivo” são estados clássicos (macroscópicos), e por isso parece absurdo que estejam em superposição, concluindo que a descrição da interpretação de Copenhague mecânica quântica é absurda ou *paradoxal*. Aqui seguimos Arroyo e Arenhart (2020) ao utilizarmos o termo em seu sentido etimológico, no qual ‘paradoxo’ significa ser contrário à opinião corrente. A renúncia da separabilidade, implicada pela noção de ‘emaranhamento’, significa a renúncia de um princípio deveras intuitivo, ou seja, favorável à opinião corrente. Como aponta Hughes

²³ Tradução livre. No original: “A cat is penned up in a steel chamber, along with the following diabolical device (which must be secured against direct interference by the cat): in a Geiger counter there is a tiny bit of radioactive substance, so small, that perhaps in the course of one hour one of the atoms decays, but also, with equal probability, perhaps none; if it happens, the counter tube discharges and through a relay releases a hammer which shatters a small flask of hydrocyanic acid. If one has left this entire system to itself for an hour, one would say that the cat still lives if meanwhile no atom has decayed. The first atomic decay would have poisoned it. The ψ -function of the entire system would express this by having in it the living and the dead cat (pardon the expression) mixed or smeared out in equal parts.” (Schrödinger, 1983 [1935], p. 157).

(1989, p. 28) “o ponto de Schrödinger é que, independentemente de como esses estados sejam escolhidos, nenhuma superposição deles pode existir, uma vez que são estados de um aparato de medição clássico”²⁴. Vale notar que Schrödinger (1983 [1935], p. 157, ênfase nossa) é, no último período da famosa passagem do *gato*, é explícito em um ponto: quando menciona que: “The ψ -function of *the entire system* [...]”, fica claro que não é o *gato* que se encontra literalmente entre os estados de vida e morte: o que se encontra em emaranhamento é o *estado do sistema físico como um todo*, isto é, de todo o aparato em questão.

Mais ainda, a crítica de Schrödinger se aplica não somente ao aspecto do emaranhamento, mas até mesmo à “solução” da interpretação ortodoxa. Bohr por diversas vezes se posiciona na negação de qualquer tipo de descrição transfenomenal, e de tão somente de limitar a descrição quântica às observações. De acordo com Rorhlich (1987, p. 1215), “A conclusão que Schrödinger tira de toda essa crítica é que, apesar de seu grande sucesso, a mecânica quântica deve ser considerada um inteligente esquema computacional, e não uma teoria fundamental”²⁵. Uma série de objeções foi feita ao raciocínio de Schrödinger (1983 [1935]). Dentre elas, a mais comum seria a de que o gato é um objeto macroscópico, um sistema vivo e por isso estaria além do domínio de aplicação da mecânica quântica. Diversas restrições a essa crítica poderiam ser ressaltadas como, por exemplo, a validade da mecânica quântica a sistemas macroscópicos (cf. von Neumann, 1955); no entanto, conforme a enunciação de Schrödinger (1983 [1935]) do paradoxo, o gato é *meramente ilustrativo*, não tendo papel essencial no experimento (que é quântico), podendo, portanto, ser substituído por um aparelho medidor. Einstein (1959, p. 670), Jauch (1968, p. 191) e McGrath (1980, p. 253) endossam essa interpretação. Como pontua Isham (1995, p. 174), no exemplo acima o conceito de *emaranhamento* se relaciona com essa dificuldade:

²⁴ Tradução livre. No original: “Schrodinger's point is that, however these indicator states are chosen, no superposition of them can exist, since they are states of a classical measuring apparatus.” (Hughes, 1989, p. 28).

²⁵ Tradução livre. No original: “The conclusion Schrödinger draws from all this criticism is that, despite its great success, quantum mechanics should be regarded as a clever computational scheme rather than as a fundamental theory.” Rorhlich 1987, p. 1215).

Claramente este problema está relacionado à questão de saber se um sistema macroscópico pode ou não existir em uma superposição linear de autoestados dos observáveis coletivos que descrevem suas propriedades macroscópicas e, se puder, o que isso significa. No entanto, o problema do emaranhamento quântico é ainda pior no sentido de que um subsistema macroscópico (ou conjunto de tal) pode não ser obviamente descrito por nenhum estado, nem mesmo por uma superposição linear de autoestados! (Isham, 1995, p. 174).²⁶

Isso ocorre porque o destino do gato está atrelado ao destino da partícula radioativa, um objeto quântico, como observam Dunningham, Rau e Burnett (2005):

A mecânica quântica nos diz que a qualquer momento o núcleo [da partícula α] envolvido está em uma superposição do estado decaído e original. Como o destino do gato está perfeitamente correlacionado com o estado do núcleo em decomposição, somos forçados a concluir que o gato também deve estar em um estado de superposição, desta vez de estar vivo e morto. (Dunningham, Rau e Burnett, 2005, p. 872).²⁷

O conceito de ‘estados emaranhados’ é, de acordo com Schrödinger (1983 [1935]) a característica essencial da mecânica quântica. Para Dirac (1974), é uma ideia essencialmente nova, e que requer novos conceitos:

A natureza das relações que o princípio da superposição requer para existir entre os estados de qualquer sistema é de um tipo que não pode ser explicado em termos de conceitos físicos familiares. Não se pode, no sentido clássico, imaginar um sistema estando parcialmente em cada um dos dois estados e ver a equivalência disso com o sistema estando completamente em algum outro estado. Trata-se de uma ideia inteiramente nova, à qual é preciso se acostumar e em termos da qual se deve proceder para construir uma teoria matemática exata, sem ter nenhuma imagem clássica detalhada. (Dirac, 1974, p. 12).²⁸

²⁶ Tradução livre. No original: “Clearly this problem is related to the question of whether or not a macroscopic system can exist in a linear superposition of eigenstates of the collective observables that describe its macroscopic properties and, if it can, what this means. However, the problem of quantum entanglement is even worse in the sense that a macroscopic subsystem (or ensemble of such) may not obviously be described by any state at all, not even a linear superposition of eigenstates!” (Isham, 1995, p. 174).

²⁷ Tradução livre. No original: “Quantum mechanics tells us that at anytime the nucleus [of the α particle] involved is in a superposition of the decayed and original state. Because the fate of the cat is perfectly correlated with the state of the nucleus undergoing decay, we are forced to conclude that the cat must also be in a superposition state, this time of being alive and dead.” (Dunningham, Rau e Burnett, 2005, p. 872).

²⁸ Tradução livre. No original: “The nature of the relationships which the superposition principle requires to exist between the states of any system is of a kind that cannot be explained in terms of familiar physical concepts. One cannot in the classical sense picture a system being partly in each of two states and see the

Retomando a parábola das caixas de Einstein, podemos agora reconstruir de forma intuitiva a diferença entre uma correlação clássica e uma correlação quântica entre objetos, em um caso específico da última em que haja emaranhamento—o que, de acordo com Krause (2016, p. 80), é de tamanha importância que “constitui o que de mais estranho e relevante há em mecânica quântica”. Suponhamos que tenhamos, agora, duas caixas e *duas bolas*, sendo uma vermelha e uma verde. Suponhamos ainda que há sempre uma bola em cada caixa, e que não é o caso que duas bolas estejam na mesma caixa ou que alguma das caixas possa estar vazia. Suponha que cada caixa seja dada a uma pessoa diferente, e que as duas pessoas, P_1 e P_2 , se afastem para lugares espacialmente distantes uma da outra. Em um caso de correlação *clássico*, quando P_1 abre a caixa e encontra, digamos, uma bola vermelha, instantaneamente P_1 pode inferir que a bola de P_2 é verde sem que seja necessário que P_1 e P_2 se comuniquem.

Para exemplificar um caso *quântico* de correlação, é conveniente modificar um único aspecto do exemplo anterior, e supor que as bolas sejam ambas da mesma cor, digamos, *branca*. Quando P_1 abre a caixa e resolve pintar sua bola, por exemplo, de verde. Instantaneamente, quando P_2 abre sua caixa, encontra uma bola vermelha. Da mesma forma, se, ao invés de verde P_1 tenha pintado sua bola de vermelho, P_2 encontraria, ao abrir sua caixa, uma bola verde. Com todas as limitações que um exemplo intuitivo possa ter, deve ficar claro o seguinte, como pontua Krause (2016, p. 80):

A [P_1] decidiu no momento o que fazer (qual propriedade medir) e, instantaneamente, isso influenciou B [P_2] sem que qualquer tipo de informação tenha sido transmitida, e sem que [a cor] (o valor a ser medido) tenha sido fixado a princípio, antes de eles viajarem.

3. Lições metafísicas da física para toda metafísica futura

A existência de emaranhamentos tem sido testada experimentalmente com êxito (cf. Nobel Prize, 2022), sendo uma questão que parece delimitar o escopo metafísico das interpretações da mecânica quântica. O termo “metafísica experimental”, cunhado por Shimony (1984, p. 35), expressa a ideia de que os experimentos científicos poderiam de

equivalence of this to the system being completely in some other state. There is an entirely new idea involved, to which one must get accustomed and in terms of which one must proceed to build up an exact mathematical theory, without having any detailed classical picture.” (Dirac, 1974, p. 12).

alguma forma guiar os debates metafísicos. Acreditamos que isso seja o caso para, por exemplo, qualquer interpretação da mecânica quântica: não há como fugir dos conceitos de ‘superposição’ e ‘emaranhamento’. Ainda assim, apesar da existência de tais efeitos não ser contestada, ainda não existe consenso acerca de seu *significado*, permanecendo em aberto assim como o próprio problema da medição.

Agradecimentos

Este texto foi desenvolvido, em grande parte, a partir de reflexões e notas de aula dos últimos cursos livres lecionados pelo Prof. Newton da Costa, na Universidade Federal de Santa Catarina, durante 2016 e 2020; nessas ocasiões, beneficiei-me também das discussões com Christian de Ronde, Décio Krause, Helcio Felipe Jr., Lauro Nunes Filho, Joanne Flausino e Jonas Arenhart. Agradeço também ao Gilson Olegario da Silva pelo gentil convite para publicar este artigo no presente número especial sobre filosofia da ciência.

Referências

- ARROYO, Raoni W.; ARENHART, Jonas R. B. “Realismo e metafísica na mecânica quântica”. Em: IMAGUIRE, G., CID, R. (Eds.). “Problemas de Metafísica Analítica”. Pelotas: NEPFIL Online, pp. 269–309, 2020.
- ARROYO, Raoni W.; DA SILVA, Gilson O. Against ‘Interpretation’: Quantum Mechanics Beyond Syntax and Semantics. *Axiomathes*, v. 32, pp. 1243–1279, 2022.
- BECKER, Adam. *What is real?* New York: Basic Books, 2018.
- BOHR, Niels. “The Quantum Postulate And The Recent Development Of Atomic Theory”, (1928). Em: WHEELER, John A.; ZUREK, Wojciech H. *Quantum Theory and Measurement*, pp. 87-126. Princeton: Princeton University Press, 1983.
- BOHR, Niels. *Atomic Theory and the Description of Nature*. Cambridge: Cambridge University Press, 1934.
- BUSCH, Paul. LAHTI, Pekka J. MITTELSTAEDT, Peter. *The Quantum Theory of Measurement*. Berlin: Springer, 1996.
- DIRAC, Paul A. M. *The Principles of Quantum Mechanics*. London: Oxford University Press, 1974.

DUNNINGHAM, J.; RAU, A.; BURNETT, K. "From pedigree cats to fluffy-bunnies" *Science* 307, pp. 872, 2005.

EINSTEIN, Albert. "Autobiographical Notes", (1949a). Em: SCHILPP, Paul A. (ed.). *Albert Einstein: Philosopher-Scientist*. Tudor, New York: pp. 3-105. 1949.

EINSTEIN, Albert. "Remarks to the Essays Appearing in this Collective Volume", (1949b). Em: SCHILPP, Paul A. (ed.). *Albert Einstein: Philosopher-Scientist*. Tudor, New York: Library of Living Philosophers, pp. 665-688. 1949.

EINSTEIN, Albert. *Out of My Later Years*. New York: Philosophical Library, 1950.

EINSTEIN, Albert; PODOLSKY, Boris; ROSEN, Nathan. "Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?" *Physical Review*, v. 47, pp. 777-780, 1935.

GIBBINS, Peter. *Particles And Paradoxes: The Limits Of Quantum Logic*. Cambridge: Cambridge University Press, 1987.

GRIFFITHS, David J. *Introduction to Quantum Mechanics*. New Jersey: Prentice Hall, 1994.

HEISENBERG, Werner. "On The Physical Content Of Quantum Theoretical Kinematics And Mechanics", (1927). Em: WHEELER, John A.; ZUREK, Wojciech H. *Quantum Theory and Measurement*. Princeton: Princeton University Press, pp. 62-84, 1983.

HEISENBERG, Werner. *Physics and Philosophy: The Revolution in Modern Science*. New York: Harper and Row, 1958.

HELD, Carsten. "Einstein's Boxes: Incompleteness of Quantum Mechanics Without a Separation Principle". *Foundations of Physics*, 45, pp. 1002-1018. New York: Springer, 2015.

HOME, Dipankar; WHITAKER, Andrew M. B. "Ensemble Interpretations Of Quantum Mechanics: A Modern Perspective". *Physics Reports*. Amsterdam: North-Holland, 210, 4, pp. 223-317, 1992.

HOWARD, Don. "Einstein on Locality and Separability". *Studies in History and Philosophy of Science*, 16, pp. 171-201, 1985.

HOWARD, Don. "Holism, Separability, and the Metaphysical Implications of the Bell Experiments". Em: CUSHING, James T.; MCMULLIN, Ernan, (eds.) *Philosophical Consequences of Quantum Theory: Reflections on Bell's Theorem*. Notre Dame: University of Notre Dame Press, pp. 224-253 ,1989.

- HUGHES, R. I. G. *The structure and interpretation of quantum mechanics*. Cambridge: Harvard University Press, 1989.
- MULLER, F. A. “Circumveiled by Obscuritads: The nature of interpretation in quantum mechanics, hermeneutic circles and physical reality, with cameos of James Joyce and Jacques Derrida”. In: BÉZIAU, Jean-Yves; KRAUSE, Décio; ARENHART, Jonas R. Becker (Eds.), *Conceptual Clarifications: Tributes to Patrick Suppes (1922–2014)*. Rickmansworth: College Publications, p. 107–135, 2015.
- ISHAM, C. J. *Lectures on quantum theory: mathematical and structural foundations*. Singapura: World Scientific, 1995.
- JAMMER, Max. *The Conceptual Development of Quantum Mechanics*. Tomash: American Institute of Physics, 1989.
- JAMMER, Max. *The Philosophy Of Quantum Mechanics: The Interpretations Of Quantum Mechanics In Historical Perspective*. New York: Wiley and Sons, 1974.
- JAUCH, Josef M. *Foundations of Quantum Mechanics*. Massachusetts: Addinson-Wesley Publishing Company, 1968.
- KAUARK-LEITE, Patrícia M. “Causalidade e Teoria Quântica”. *Scientiae Studia*, vol. 10, n. 1, pp. 165-77. São Paulo, 2012.
- KRAUSE, Décio; ARENHART, Jonas R. B. *The logical foundations of scientific theories: languages, structures, and models*. New York: Routledge, 2016.
- KRIPS, Henry. “Measurement in Quantum Theory”. Em: ZALTA, Edward N. (ed.). *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, 2013. Disponível em: <<https://plato.stanford.edu/archives/fall2013/entries/qt-measurement/>>. Acesso: 26/12/2021.
- McGRATH, James H. “A Formal Statement of Schrödinger's Cat Paradox” *Proceedings of the Biennial Meeting of the Philosophy of Science Association*, Volume One: Contributed Papers, pp. 251-263. Chicago: The University of Chicago Press, 1980.
- MERMIN, David N. Could Feynman Have Said This? *Physics Today* v. 57, n. 5, pp. 10–11, 2004.
- MURDOCH, Dugald. “The Bohr-Einstein Dispute”. Em: FAYE, Jan; FOLSE, Henry J. (eds.). *Niels Bohr and Contemporary Philosophy*. Boston: Boston Studies In The Philosophy Of Science vol. 153, Kluwer Academic Publishers, pp. 303-324, 1994.
- NOBEL PRIZE. *Press release: The Nobel Prize in Physics 2022*. Website, <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2022/press-release>. 2022.

- PATY, Michel. *A matéria roubada: a apropriação crítica do objeto da física contemporânea*. São Paulo: Edusp, 1995.
- REDHEAD, Michael. *Incompleteness, Nonlocality, And Realism: A Prolegomenon To The Philosophy Of Quantum Mechanics*. Oxford: Claredon Press, 1987.
- RORHLICH, Fritz. “Schrödinger and the Interpretation of Quantum Mechanics”. *Foundations of Physics*, Vol. 17, No. 12, pp. 1205-1220. Plenum Publishing Corporation, 1987.
- SCHRÖDINGER, Erwin R. J. “The Present Situation In Quantum Mechanics” (1935). Em: WHEELER, John A.; ZUREK, Wojciech H. *Quantum Theory and Measurement*. Princeton: Princeton University Press, pp. 152-167, 1983.
- SCHRÖDINGER, Erwin. “Discussion of probability relations between separated systems”. *Proceedings of Cambridge Philosophy Society*, Vol 31, pp. 555–562, 1935.
- SCHRÖDINGER, Erwin. “An Ondulatory Theory of the Mechanics of Atoms and Molecules”. *Physical Review*, No 28, Vol 6, pp. 1049-1070, 1926.
- SHIMONY, Abner. “Reflections of the philosophy of Bohr, Heisenberg and Schrödinger”. In: COHEN, Robert S.; WARTROFSKY, Marx W. (eds.). *A Portrait of Twenty-Five Years: Boston Colloquium for the Philosophy of Science 1960-1985*, pp. 305-317. Hingham: Kluwer Academic Publishers, 1984.
- STYER, Daniel F.; BALKIN, Miranda S.; BECKER, Kathryn M.; BURNS, Matthew R.; DUDLEY, Christopher E.; FORTH, Scott T.; GAUMER, Jeremy S.; KRAMER, Mark A.; OERTEL, David C.; PARK, Leonard H.; RINKOSKI, Marie T.; SMITH, Clait T.; WOTHERSPOON, Timothy D. “Nine Formulations Of Quantum Mechanics”. *American Journal of Physics*. American Association of Physics Teachers, vol. 70 n. 3, pp. 288-297, 2002.
- SUSSKIND, L.; FRIEDMAN, A. *Quantum Mechanics: A Theoretical Minimum*. New York: Basic Books, 2014.
- VON NEUMANN, John (1932). *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*. Princeton: Princeton University Press, 1955.
- ZEILINGER, A.; WEIHS, G.; JENNEWEIN, T.; ASPELMEYER, M. “Happy centenary, photon”. *Nature*, 433, pp. 230–238, 2005.