

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E MÚSICA: UMA REDE DE POSSIBILIDADES

MATHEMATICS EDUCATION AND MUSIC: A NETWORK OF POSSIBILITIES

Bianca Alves-Pereira¹

<https://orcid.org/0000-0003-2229-4049>

Sabrina Alves-Pereira²

<https://orcid.org/0000-0002-7961-8828>

Patricia Rosana Linardi³

<https://orcid.org/0000-0001-6249-418X>

Resumo:

O presente artigo tem como objetivo discutir sobre conexões entre Matemática e Música a partir de produções científicas, como uma rede de possibilidades para o Ensino Fundamental e Médio. Apoiou-se na teoria de Rede de Significados de Machado (2011) e caracterizada como uma pesquisa do tipo Estado da Arte compreendeu três etapas metodológicas: A Etapa 1 consistiu no levantamento de literatura acerca da relação entre Matemática e Música. Na Etapa 2 foi realizada a exploração desse material e foram definidas características gerais e enfoques e perspectivas dessas produções. A Etapa 3 consistiu na análise desses dados, e sistematização por meio de uma rede de significados das relações entre Matemática e Música. Espera-se contribuir para apresentar potencialidades e limitações e características centrais das pesquisas que tratam dessa temática, para a identificação de aportes teóricos e práticos para os campos de pesquisa e ensino.

Palavras-chave: Educação matemática; matemática e música; educação básica; rede de significados; estado da arte.

Abstract:

This article aims to discuss connections between Mathematics and Music from scientific productions, as a network of possibilities for Elementary and High School. It relied on Machado's (2011) Network of Meanings and characterized as state-of-the-art research, it comprised three methodological stages: Stage 1 consisted of a literature survey on the relationship between Mathematics and Music. In Stage 2, the exploration of this material was conducted, and typical characteristics and approaches and perspectives of these productions were defined. Stage 3 consisted of the analysis of these data, and systematization through a network of

¹ Universidade Federal de São Paulo, Diadema, SP, Brasil. E-mail: alves.pereirabs@gmail.com.

² Universidade Federal de São Paulo, Diadema, SP, Brasil. E-mail: alves-pereirabs@hotmail.com.

³ Universidade Federal de São Paulo, Diadema, SP, Brasil. E-mail: linardi@unifesp.br.

meanings of the relationships between Mathematics and Music. It is expected to contribute to present potentialities and limitations and central characteristics of research that deal with this theme, for the identification of theoretical and practical contributions to the fields of research and teaching.

Keywords: Mathematical education; mathematics and music; basic education; network of meanings; state of the art.

INTRODUÇÃO AO TEMA

A importância dada à Matemática na sociedade e as dificuldades dos alunos nessa disciplina são apontadas por diversos autores como Andrade (2016) e Felcher (2016). Tais apontamentos são reforçados, por exemplo, a partir dos resultados do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA, sigla em inglês) de 2018 (BRASIL, 2019), que mostram que ao comparar na perspectiva internacional, a nota média dos jovens brasileiros em Matemática foi de 384 (correspondente ao nível 1), significativamente inferior à dos estudantes dos países da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) que foi de 489 (correspondente ao nível 3).

Buscam-se práticas educacionais alternativas nesse cenário, dentre as quais se destacam as vantagens da ligação e sistematização de conteúdos⁴ matemáticos e musicais, discutidas por autores como Abdounur (2003) e Santos-Luiz et al. (2015). Considerando-se o destacado por Abdounur (1996) de que, no ambiente didático pedagógico, essa relação pode contribuir para a construção de significados. Isto porque, a partir da discussão das especificidades das linguagens matemáticas e musicais envolvidas, novos olhares podem ser dados a determinados conhecimentos escolares.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997, 1998) não mencionam explicitamente essa possibilidade, porém indicam como objetivos do ensino, que os alunos, dentre outras coisas, sejam capazes de utilizar diferentes linguagens, incluindo a musical. Além de citarem a importância da Matemática para diferentes áreas do conhecimento, inclusive por estar presente na composição musical.

Além disso, há também a Lei Ordinária Nº 13.278, de 2 de maio de 2016 que fixa as diretrizes e bases da educação nacional, referente ao ensino da Arte, que define as artes visuais, a dança, a música e o teatro como linguagens a serem estudadas nesta componente curricular (BRASIL, 2016).

Com isso, o ensino da Arte, na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018, p. 193), para o Ensino Fundamental Anos Iniciais e Finais, foi centrado nessas quatro linguagens, das quais se destaca a música, também sendo considerada na Educação Infantil e no Ensino Médio. Conforme esse documento (p. 193), essas linguagens devem articular “saberes referentes a produtos e fenômenos artísticos e envolver as práticas de criar, ler, produzir, construir, exteriorizar e refletir sobre formas artísticas”. Ressalta ainda que é preciso “alcançar a

⁴ Neste artigo, quando mencionados os ‘conteúdos’, considera-se que as linguagens envolvidas (matemática, artística e musical) estão sempre abarcadas.

experiência e a vivência artística como prática social, permitindo que os alunos sejam protagonistas e criadores”.

Esses fatores favorecem para uma visão interdisciplinar, por exemplo, ao considerar a leitura e reflexão no contexto da música, permitir a análise de partituras musicais em seus aspectos matemáticos como os compassos; também a compreensão do valor quanto à duração das notas musicais como a divisão de frações; ou ainda como práticas de construção nesse contexto, poder contemplar a composição musical a partir de uma função das notas musicais correspondendo aos 12 tons de uma escala cromática; também na construção de instrumentos musicais, vivenciando as relações entre os sons, comprimento de cordas e suas razões, ou seja, o número de oscilações que produzem a nota musical.

A pretensão é então, a de estabelecer uma intercomunicação efetiva entre essas duas disciplinas, Matemática e Arte, fixando um objeto comum, neste caso a Música, que para autores como Machado (2011) é ainda mais favorecida quando o conhecimento é considerado como uma rede de significados.

Nesse contexto, não se pretende que a Matemática explique por completo a Música ou o contrário. Busca-se refletir sobre questões tais como: Quais relações entre Matemática e Música são discutidas em produções científicas realizadas no período de 2010 a 2019? Quais são as semelhanças e diferenças existentes entre tais pesquisas? E como as relações entre Matemática e Música podem contribuir para o ensino e aprendizagem de matemática, considerando o conhecimento como rede de significados?

Indagações estas que são discutidas durante este texto, a partir da apresentação de alguns resultados obtidos com a dissertação (ALVES-PEREIRA, 2020) de uma das autoras, cujo objetivo geral foi inventariar, analisar e sistematizar produções científicas no âmbito da Educação Matemática (publicadas no período de 2010 a 2019) acerca das relações entre Matemática e Música.

Antes de abordar especificamente sobre a Música, de forma a percorrer um caminho que relaciona a Arte de modo geral com a Matemática e com a Educação, é importante destacar que algumas dessas relações eram já discutidas no âmbito da arquitetura antiga e em obras de arte; também no livro de Silva (2019); na série da TV cultura, intitulada Arte e Matemática⁵; no canal do YouTube da Universidade Virtual do Estado de São Paulo (UNIVESP), que em 2014 desenvolveu aulas relacionando à Matemática e à Arte e, mais especificamente, sobre a Música e a Matemática⁶; e no canal Matemática Humanista⁷.

Quanto à Música, não pretendendo constituir-se uma narrativa original em História da Matemática, buscou-se apenas elencar alguns exemplos de aspectos históricos da relação entre Matemática e Música, destacadas por literatura especializada, como o fato de ambas estarem presentes na sociedade desde tempos remotos, conforme Abdounur (2003).

⁵ Os vídeos da TV Cultura podem ser encontrados no Youtube no seguinte link:

https://www.youtube.com/watch?v=6mHjdQpzxyI&list=PL-j7c0qbu3cfR5VTdcsHu_t7kN3kK_Dvh&index=8.

⁶ UNIVESP: <https://www.youtube.com/user/univesptv>.

⁷ Matemática Humanista: <https://www.youtube.com/watch?v=eDEtewE7PG4&t=3454s>.

Consideraram-se então alguns aspectos históricos da relação entre Matemática e Música, pois embora possam parecer conceitos distintos, indícios dessa relação são discutidos desde o século VI a.C. com o experimento do monocórdio⁸, conforme diversos autores, como Abdounur (2003), Grillo e Perez (2016), Juliani (2003) e Med (1996). Isso porque “ao mesmo tempo em que a música manifesta arquétipos também presentes na matemática [...] contribuem mutuamente a evolução coletiva da ciência” (ABDOUNUR, 1996, p. 8).

O CONHECIMENTO COMO REDE DE SIGNIFICADOS

Após essa breve introdução, a seguir, será tratado sobre o conhecimento como uma rede de significados sobre a qual fundamentou-se a presente pesquisa. Para tanto, torna-se necessário realizar uma explicação sobre a metáfora de hipertexto de Lévy (1993) que, embora não utilizada na análise de dados, foi a base para a Rede de Significados de Machado (2011). Isso porque Machado (2011) considera que a metáfora de hipertexto, para situações nas quais significações estejam envolvidas, se constitui como a teia básica a partir da qual a ideia de rede para a representação do conhecimento deve ser tecida.

Hipertexto foi o nome designado por Lévy (1993) para uma grande rede semântica relacionada ao fato de que a mente humana não apresenta uma linearidade de cognição, quando uma informação lhe é atribuída.

Esse autor designou seis Princípios abstratos aos quais o hipertexto obedece: Princípio de Metamorfose, de Heterogeneidade, de Multiplicidade e de encaixe das escalas, de Exterioridade, de Topologia e o Princípio de Mobilidade dos centros.

De modo geral, esses princípios definem, conforme Lévy (1993), que o modelo hipertextual está em permanente mudança de construção e ressignificação, nos quais os nós e conexões são heterogêneos, podendo assumir formas como imagens, sons e característica de fractalidade. Também definem que a escolha de caminhos em um hipertexto é de origem externa, que os meios compostos por hipertextos interligados são compatíveis e ressaltam a característica de acentrismo da rede (LÉVY, 1993).

Para Machado (2011), a rede subsiste em um ‘espaço de representações’, que constitui uma teia de significações, na qual:

Os pontos (nós) são significados – de objetos, pessoas, lugares, proposições, teses –, as ligações são relações entre nós, não subsistindo isoladamente, mas apenas enquanto pontes entre pontos. [...] os nós são feixes de relações; as relações são ligações entre dois nós. Ressalta-se ainda que tais relações englobam tanto as de natureza dedutiva, as dependências funcionais, as implicações causais, quanto as analógicas ou certas influências e interações sincrônicas que não podem ser situadas no âmbito da causalidade em sentido estrito (MACHADO, 2011, p. 134).

⁸ Com esse experimento, de acordo com Juliani (2003, p. 5), os pitagóricos verificaram que com uma corda esticada entre dois suportes fixos “ao dividir a vibração bem no meio da corda, a tonalidade do som era a mesma da produzida com a corda solta, mas uma oitava acima [...] Ao fazer as outras divisões, descobriu que as principais consonâncias [...] eram as oitavas, as quartas e as quintas, as quais [...] são à base da harmonia para instrumentos de cordas”.

Assim, a representação das redes por meio de nós (pontos) e relações, para esse autor, pode revelar-se extremamente fecunda possibilitada pelo abandono de certas pretensões, como a formalização e a literalidade. Indo ao encontro ao defendido por Pommer (2012), em particular quanto aos conhecimentos matemáticos, isso possibilita realçar os significados do objeto em questão, permitindo desenvolver um processo de ensino e de aprendizagem mais amplo e articulado com outros conhecimentos, emergindo novos, que circulam em variadas representações.

Para Machado (2011), os significados devem ser construídos, individual ou socialmente, a partir de múltiplas interações. De tal modo que, a compreensão de um objeto a partir dessa visão, como relata Barufi (1999), não pode ser considerada resultante de mera transmissão de informações sobre esse objeto, pois decorre da apreensão de seu significado.

Com relação à sensibilidade e competência do professor em estabelecer pontes, levando em consideração a rede de significações, nessa teoria considera-se que, desta forma, permite ao trabalho do professor, promover articulações inspirando conexões muitas vezes inesperadas.

Nesse sentido, buscou-se considerar a discussão de rede de significado subsistindo em um ‘espaço de representações’ composto pelos campos da Matemática e da Música.

ETAPAS DA PESQUISA

Para tanto, foi adotada uma abordagem qualitativa do tipo Estado da Arte. De acordo com Prigol (2013), a metodologia de pesquisa denominada Estado do Conhecimento ou Estado da Arte⁹ refere-se a pesquisas de caráter bibliográfico que, conforme Romanowski e Ens (2006) são realizadas a partir da sistematização da produção de um campo do conhecimento em um dado intervalo de tempo.

Romanowski (2002) alerta, no entanto, que uma pesquisa definida como Estado da Arte não se restringe a identificar a produção de um campo do conhecimento. Isso porque, para, além disso, os estudos do Estado da Arte tendem a ser mais históricos e procuram, conforme Fiorentini (1994, p. 32), “inventariar, sistematizar e avaliar a produção científica numa determinada área”, buscando identificar tendências e descrever o estado do conhecimento de tal área, como acrescentam Fiorentini e Lorenzato (2009).

Logo, os dados obtidos por meio de estados da arte permitem uma ampla diversidade de análise (ROMANOWSKI; ENS, 2006). Ferreira (2002) também ressalta que, mesmo com acesso ao material completo, o pesquisador não terá controle absoluto sobre seu objeto de investigação, estará no máximo escrevendo uma, dentre várias possíveis histórias sobre o tema.

Nesse contexto, para desenvolver uma pesquisa do tipo Estado da Arte, de acordo com Romanowski e Ens (2006) é necessário compreender que se trata de um estudo descritivo e

⁹ Conforme Romanowski e Ens (2006), pesquisas do tipo Estado da Arte recebem esta denominação quando se trata de estudos que compreendem toda uma área, nos vários aspectos do setor de produções (dissertações, teses e publicações de congressos e de periódicos) e quando abordam somente um desses setores, são denominadas de Estado do Conhecimento. Além desses nomes, Pillão (2009) ressalta que, às vezes, também são chamadas de mapeamento, tendências, panorama, entre outras. Mas, conforme esses autores, todas elas apresentam em comum o foco central de sua metodologia.

analítico, e sugerem assim, alguns procedimentos. Dessa forma, adaptando esses procedimentos, a pesquisa compreendeu três etapas para obtenção e análise dos dados.

Etapa 1, levantamento de literatura em plataformas de pesquisas nos idiomas português, espanhol e inglês, que disponibilizem os textos completos eletronicamente acerca da relação entre Matemática e Música, e estudo da teoria musical (Quadro 1):

Quadro 1 - Etapa 1: Levantamento de literatura

Procedimentos	Descrição
Localizar plataformas de pesquisas	Localização de plataformas específicas e localização de pesquisas no Google Acadêmico: bancos de teses e dissertações de universidades, revistas científicas e publicações de eventos (conferências, congressos, simpósios, encontros) nacionais e internacionais que disponibilizem os textos (nos idiomas português, inglês ou espanhol) completos eletronicamente e gratuitamente.
Definir descritores	Definição de descritores para as buscas: 'Matemática e Música', 'Música'; 'Mathematic and Music', 'Music'; 'Matemáticas y Música', 'Matemáticas', 'Música' (em plataformas específicas). E "Educação Matemática" e "Matemática e Música", "Mathematical Education" and "Mathematics and Music" e "Educación Matemática" y "Matemáticas y Música" (no Google Acadêmico).
Estabelecer critérios para a seleção do material para composição do <i>corpus</i> do Estado da Arte	Estabelecimento de critérios de seleção do material: identificação dos descritores (definidos anteriormente) nos títulos ou resumos e quando ainda necessário, nos textos das produções científicas a partir de uma leitura flutuante. Período (em anos) de publicação da produção: de 2010 a 2019 (optou-se pelos 10 anos anteriores a publicação da dissertação de Alves-Pereira (2020) que resultou neste artigo). Tipo de produção: Tese; Dissertação; Artigo e Trabalho apresentados em eventos. Nível de ensino abordado na produção: Ensino Fundamental e/ou Ensino Médio.
Realizar levantamento	Seleção das produções científicas, salvando as pesquisas no computador, em pastas nomeadas conforme citação (sobrenome dos autores e ano) e elaboração de banco de dados.
Estudar teoria musical	Seleção de material para estudo da linguagem musical nessas e em outras produções científicas, vídeos e livros sobre teoria musical, resultando na apresentação da definição de conceitos fundamentais, visando à possibilidade da utilização da presente pesquisa mesmo por pessoas que não conheçam a teoria musical ¹⁰ .

Fonte: As autoras, adaptado de Alves-Pereira (2020, p. 41-42)

¹⁰ A apresentação desses conceitos encontra-se no Apêndice C da dissertação (ALVES-PEREIRA, 2020).

Etapa 2, exploração desse material, consistindo na realização de leitura preliminar, definição das características gerais e definição de enfoques e perspectivas a serem analisados (Quadro 2):

Quadro 2 - Etapa 2: Exploração do material

Procedimentos	Descrição
Realizar leitura preliminar	Separação de partes de interesse dos arquivos salvos, considerando o tema, objetivos, problemáticas, metodologias, conclusões e considerações.
Definir características gerais	Identificação de características gerais sobre as plataformas, apresentação dos trabalhos e dos autores das produções selecionadas.
Definir enfoques e perspectivas	Organização dos materiais para a criação de categorias e subcategorias contemplando enfoques e perspectivas das pesquisas quanto a aspectos metodológicos e epistemológicos.

Fonte: Alves-Pereira (2020, p. 42)

E etapa 3, análise das características gerais, comparação e análise dos enfoques e perspectivas dessas produções e sistematização, quanto às relações entre conteúdos matemáticos e musicais observados (Quadro 3):

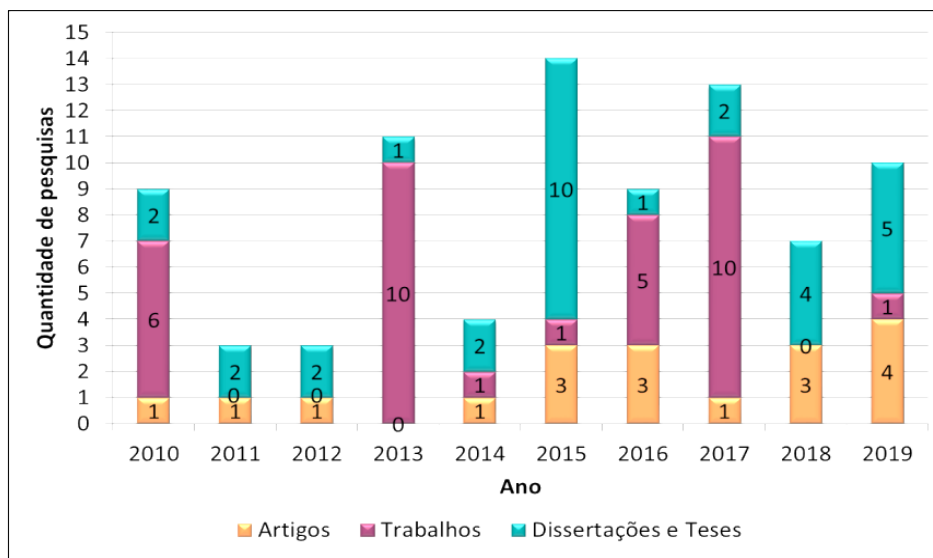
Quadro 3 - Etapa 3: Análise

Procedimentos	Descrição
Das características gerais	Apresentação dos dados de características gerais das produções científicas selecionadas, contemplando tipos de plataformas; distribuição geográfica; e a formação acadêmica dos pesquisadores, em tabelas, quadros, gráficos e figuras com indicação de frequências e percentagens e/ou produção de um texto resumindo cada um.
Dos enfoques e perspectivas	Comparação e análise dos focos de níveis de ensino, abordagem/estratégia, potencialidades e limitações da integração da Música no âmbito da Educação Matemática e da conexão entre conteúdos matemáticos e musicais em contextos e situações, visando uma abordagem alternativa para o ensino e aprendizagem de matemática. E sistematização, retomando as análises, por meio de uma rede geral de significados das relações entre Matemática e Música, apresentando como nós, ora conteúdos matemáticos, ora musicais.

Fonte: As autoras, adaptado de Alves-Pereira (2020, p. 42)

ALGUNS RESULTADOS E DISCUSSÕES

A partir desses procedimentos, compuseram então o *corpus* do Estado da Arte, 83 produções científicas (publicadas no período de 2010 a 2019) de 45 plataformas distintas, resultando em 18 artigos, 34 trabalhos apresentados em eventos e 31 produções resultantes de trabalhos de diferentes universidades (sendo 27 dissertações e 4 teses), conforme Gráfico 1.

Gráfico 1 - Comparação da proporção de pesquisas por tipo e por ano

Fonte: Alves-Pereira (2020, p. 48)

Os agrupamentos por ano e tipo de plataforma ressaltam a relevância e amplitude do tema ao longo dos dez anos analisados, quando se percebe que esta discussão vem sendo realizada em diferentes esferas acadêmicas, como em congressos, universidades e em revistas científicas.

Quanto à identificação geográfica da origem das 83 produções selecionadas, verificou-se que estão distribuídas em 3 continentes (América, Europa e Oceania), correspondendo a um total de 8 países, são eles: Brasil (63 pesquisas), Chile (2), Colômbia (4), Eslováquia (1), Espanha (8), Estados Unidos (3), Nova Zelândia (1) e Portugal (1). Esses dados, juntamente com o conhecimento de que a cultura musical do oriente se distingue da cultura musical do ocidente, permitem notar possíveis características influenciadoras para o desenvolvimento de tais pesquisas que resultam em discussões sobre a relação da Matemática e da Música em uma perspectiva do pensamento ocidental.

Quanto à formação acadêmica, verificou-se que do total de 130 pesquisadores, dentre os 105 dos quais foram localizadas tais informações, principalmente por meio do *Currículo Lattes* e *LinkedIn*, 82 apresentavam formação acadêmica (graduação, especialização, mestrado ou doutorado) relacionada à Matemática, principalmente das áreas de Ensino e Educação em Ciências e Matemática; 9 relacionada à Arte ou à Música e destas, apenas 3 também com formação relacionada à Matemática.

Como a maioria desses pesquisadores não possui formação na área artística ou musical, esse resultado pode sugerir a não necessidade de possuir formação nessas áreas para o desenvolvimento de trabalhos relacionando a Matemática e a Música. Mas, vale destacar que não ter formação musical, não significa, necessariamente, não ter conhecimentos sobre o tema.

Quanto ao foco de abordagens ou estratégias utilizadas nessas produções, foram identificadas sete categorias, nas quais cada uma das 83 produções foi agrupada uma única vez, conforme Quadro 4.

Quadro 4 – Categorias de Abordagem/Estratégia e suas respectivas descrições

Abordagem/ Estratégia	Descrição
Canções	<ul style="list-style-type: none"> • Análise das letras que permitam discussões de conteúdos matemáticos; • Análise da influência de ouvir música enquanto se estuda determinado conteúdo matemático.
Criações musicais	<ul style="list-style-type: none"> • Uso ou criação de Paródias e Performances Matemáticas Digitais, que consiste no uso, por exemplo, de vídeo ou objeto virtual de aprendizagem, a partir das artes performáticas, tais como música e drama, para comunicar ideias matemáticas.
Experiências didáticas	<ul style="list-style-type: none"> • Relatos de experiências em escolas públicas ou particulares de Ensino Fundamental e/ou Ensino Médio.
Histórias	<ul style="list-style-type: none"> • História da Matemática e/ou da Música aparece de modo a promover uma discussão teórica sobre termos ou conceitos matemáticos.
Modelagem Matemática	<ul style="list-style-type: none"> • No sentido de processos de investigação no qual a partir de questionamentos, o aluno é orientado em busca de novos modelos ou para a adaptação de modelos antigos à nova realidade;
Oficinas/ Minicursos	<ul style="list-style-type: none"> • Foram apresentadas ou foram propostas oficinas ou minicursos, com curto período de duração para públicos diversos como alunos, professores e/ou para outros interessados.
Revisões da literatura	<ul style="list-style-type: none"> • Levantamentos ou revisões da literatura ou bibliográficas; • Realizadas em diversas fontes como em banco de teses e dissertações ou em artigos ou livros, em repositórios de bases bibliográficas.

Fonte: As autoras, adaptado de Alves-Pereira (2020)

Dentre as 83 produções analisadas, contemplando diversas Abordagens/Estratégias, 33 (40%) consistem em pesquisas teóricas ou propostas (não aplicadas em âmbito educacional) e 50 (60%) de pesquisas que foram aplicadas com professores, pesquisadores e/ou estudantes e outros.

Foram também discutidas a partir dessas produções, potencialidades e limitações na integração da música no âmbito da Educação Matemática, a partir das quais também foram (na dissertação de Alves-Pereira, 2020) apresentados diferentes exemplos das produções analisadas e que foram relacionadas com outros autores e com as competências gerais da Educação Básica e específicas da Matemática e de Arte do Ensino Fundamental e competências da Matemática e suas tecnologias do Ensino Médio, conforme Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018).

É importante salientar que as potencialidades (possibilidades, contribuições) bem como as limitações (desafios, dificuldades) discutidas, não surgiram como opostas nem como complementares, como pode ser mais bem percebido no Quadro 5 que resume cada uma delas.

Quadro 5 - Resumo das potencialidades e limitações na integração da Música no âmbito da Educação Matemática

Potencialidades, possibilidades e contribuições	Limitações, desafios e dificuldades
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Explorar a Matemática em um contexto artístico/musical; ➤ Trabalhar a Matemática de modo interdisciplinar; ➤ Despertar interesse e motivação nos envolvidos; ➤ Valorizar a História e a Filosofia da Matemática e da Música; ➤ Explorar abordagens alternativas; ➤ Desenvolver raciocínio e construir conhecimentos; ➤ Aprender coletivamente; ➤ Desenvolver o senso crítico e reflexivo; ➤ Desenvolver atitudes proativas dos alunos; ➤ Permitir atitudes inovadoras dos professores; ➤ Refletir sobre a Educação Básica. 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Reconhecer o caráter parcial da relação Matemática e Música; ➤ Explorar didaticamente a relação sem priorizar um dos conhecimentos em detrimento do outro; ➤ Inserir conceitos musicais no currículo de Matemática; ➤ Mudar a postura como professores; ➤ Buscar saber sobre o conhecimento dos alunos; ➤ Reconhecer que a relação Matemática e Música pode não atingir a todos os alunos.

Fonte: Alves-Pereira (2020, p. 104)

Percebe-se, portanto, a possibilidade destas potencialidades e limitações serem aproveitadas para se obter melhores resultados na integração da Música nas aulas de Matemática e desta, nas aulas de Arte da Educação Básica.

Em sendo assim, sobre cada uma das 83 produções selecionadas, verificou-se o foco de níveis de ensino para o qual a pesquisa está direcionada de acordo com o ensino brasileiro. 39 produções foram identificadas como tendo foco no Ensino Fundamental (Anos Iniciais e/ou Finais), 30 foram identificadas como tendo foco no Ensino Médio e 14, como tendo foco no Ensino Fundamental e Médio.

Destas, dentre 58 produções que, por maneira de tratar a relação entre Matemática e Música, discutiram de forma explícita essa relação em aspectos de análise, teoria e composição musical, foram também comparados e analisados enfoques e perspectivas, no que tange a conexões em contextos e situações entre conteúdos matemáticos e musicais.

Para tanto, foram discutidas por focos de conteúdos matemáticos e musicais identificados (podendo cada produção aparecer em mais de uma conexão), situando o conhecimento como uma rede de significados, conforme Machado (2011). No Quadro 6, estão especificadas as 13 conexões definidas e os respectivos níveis de ensino contemplados.

Quadro 6 - Conexões entre conteúdos matemáticos e musicais identificadas nas produções que tratam da música em seu aspecto teórico, de análise e composição

Conexões entre Conteúdos		Níveis de Ensino
Matemáticos	Musicais	
Padrão	Ritmo	Ensino Fundamental
Razão e proporção	Consonância	Ensino Fundamental e Médio
	Intervalo	Ensino Fundamental e Médio
Fração	Intervalo	Ensino Fundamental e Médio
	Figura rítmica	Ensino Fundamental e Médio
Progressão geométrica	Figura rítmica	Ensino Médio
	Escala	Ensino Fundamental e Médio
Transformação geométrica	Nota musical	Ensino Fundamental e Médio
Probabilidade	Nota musical	Ensino Médio
Características de função	Nota musical	Ensino Fundamental e Médio
Função exponencial	Escala	Ensino Fundamental e Médio
Logaritmo	Escala	Ensino Fundamental e Médio
Função trigonométrica	Onda sonora	Ensino Fundamental e Médio

Fonte: As autoras, adaptado de Alves-Pereira (2020)

Assim, no início das 13 conexões criadas, foram apresentados os nomes dos autores, tipo de pesquisa (artigo, dissertação, tese ou trabalho apresentado em evento), nível de ensino e abordagem/estratégia das produções agrupadas nessa conexão. Em seguida, em cada uma, também foram apresentados os assuntos tratados, contemplando desde ideias pitagóricas até produções musicais digitais, destacando conceitos e procedimentos utilizados por esses autores. Também exemplos aparecem, ora adaptados, ora acrescentados, como diferentes partituras e criação de *QR Codes* com vídeos destas. E no final de cada conexão, uma possibilidade de rede específica foi construída como ramificação de uma rede geral.

Como exemplo, foi definida a conexão intitulada como Características de função – Nota musical sobre a qual foram agrupadas 4 produções, que por exemplo, Wentworth (2019) discute sobre a imagem e operações com funções, a partir da técnica de doze-tons empregada por Arnold Schoenberg associando um número a cada nota da escala temperada.

Musicalmente a canção soa a mesma, alterando-se apenas a altura tonal como pode ser percebido nas partituras da Figura 1, as quais a primeira representa a partitura inicial como uma $f(x) = y$, por exemplo, $f(\text{Ré}) = 2$, $f(\text{Fá}) = 5$ e a segunda, somando-se uma constante. Por

exemplo, a nota Ré, somando-se 2 (que significa aumentar dois semitons a partir da nota Ré), se torna Mi, que corresponde a 4. As músicas podem ser comparadas ouvindo-as por meio dos QR Codes.

Figura 1 - Exemplo da conexão Características de função – Nota Musical

A) Exemplo de partitura com técnica de doze-tons $f(x) = y$

B) Exemplo de partitura com técnica de doze-tons $g(x) = x + 2$

A

B

Fonte: As autoras, adaptado de Alves-Pereira (2020)

Foi então desenvolvida uma rede específica, como no exemplo apresentado na Figura 2, para o caso da conexão ‘Características de função – Nota Musical’.

Figura 2 - Exemplo de possibilidade de rede específica desenvolvida

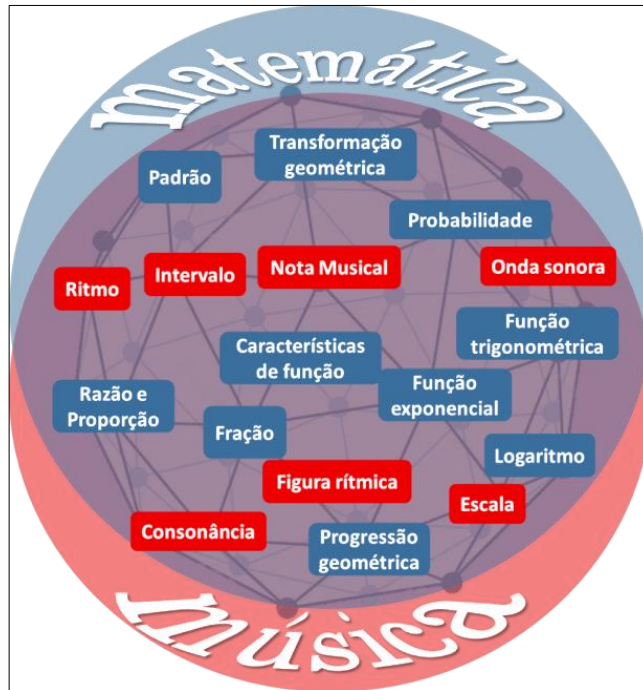


Fonte: Alves-Pereira (2020, p. 145)

Além desta, seguindo essa ideia, com base na análise das produções, ao longo de toda a pesquisa, buscando indícios da relação entre música e matemática, situando o conhecimento

como rede de significados de Machado (2011) fundamentada na metáfora de hipertexto de Lévy (1993), foram construídas outras redes específicas ao longo da dissertação (ALVES-PEREIRA, 2020), que constituem a rede geral, Figura 3.

Figura 3 - Possibilidade de rede das relações entre Matemática do Ensino Fundamental e Médio – Música em seu aspecto de teoria análise e composição

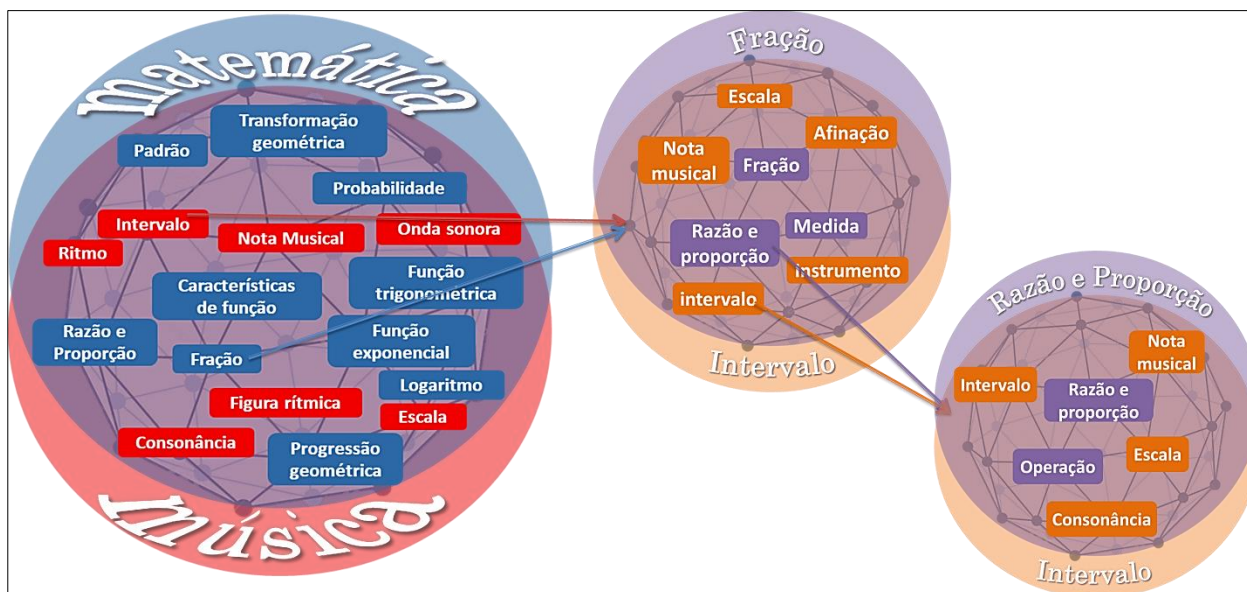


Fonte: Alves-Pereira (2020, p. 160)

Como sistematização, a partir das análises realizadas das produções selecionadas, quanto ao princípio da metamorfose, revela-se o caráter dinâmico de uma rede. Por exemplo, para a obtenção da configuração final apresentada na Figura 3, foram sendo alterados os nós e/ou as relações, resultando em atualizações constantes do desenho de toda a rede.

Também revela que, quanto ao princípio da heterogeneidade, tal diversidade de conexões foi possibilitada a partir de elementos da teoria, composição e análise musical, do uso de instrumentos musicais, uso de tecnologias, de temas matemáticos, além de considerados os diferentes níveis de ensino ou mesmo as diferentes abordagens/estratégias utilizadas nas 83 produções analisadas. Provavelmente sendo influenciado também pela localização geográfica e formação acadêmica dos pesquisadores envolvidos.

A rede também é composta por ramificações (Figura 4), conseqüentemente, tudo que é explicado para a rede geral, pode ser transferido para as redes específicas, revelando assim o princípio da multiplicidade e de encaixe das escalas. Por exemplo, a rede 'Fração – Intervalo' pode ainda se ramificar em outra rede (exemplificado também na Figura 4). De modo que realizando novos percursos não se esgotam as possibilidades de significar os conhecimentos abordados no processo de ensino e aprendizagem dependendo do caminho e de abordagens ou estratégias escolhidas pelo professor.

Figura 4 - Representação com exemplos de ramificações de uma rede

Fonte: As autoras, adaptado de Alves-Pereira (2020, p. 162)

Percebe-se a influência de fatores externos para a composição de uma rede, fato que destaca o princípio da exterioridade. Por exemplo, a relação da fração como medida do tempo musical e externo ao aprendizado da matemática escolar. Ou de modo amplo, considerando os conhecimentos de Música e de Matemática como separados (como em disciplinas escolares) a Matemática, muitas vezes considerada mais exata/científica e a Música, considerada mais emocional/artística, tem-se o conteúdo de um, externo ao conteúdo do outro, mas que podem ampliar as possibilidades de significar o referido conteúdo.

Sobre o espaço de representações, revelando assim, o princípio da topologia, as redes, no caso das conexões analisadas, subsistem em espaços de representações compostos pelos campos da Matemática e da Música, nos quais, os nós (pontos) são significados de conteúdos, ora matemáticos, ora musicais, sendo as ligações, relações entre esses nós.

As redes desenvolvidas, tanto a geral quanto as específicas, apresentam acentralidade, que se reflete no princípio de mobilidade dos centros. Nesse contexto, por exemplo, se o objetivo for ensinar Progressão Geométrica, pode-se centrar conforme Rede 2, em nós como a 'Progressão geométrica' e 'Figura rítmica' ou 'Escala' ou ainda nas conexões desses nós: 'Progressão geométrica – Figura rítmica', ou 'Progressão geométrica – Escala' que se ramificam. Exigindo também mudanças nas abordagens/estratégias a serem mobilizadas, para se atingir os objetivos.

Sendo assim, de modo geral, com a sistematização, os nós (pontos) e relações de conteúdos matemáticos e musicais das redes puderam ser percebidos como acentrais, enriquecidos por fatores externos e diversos, ampliados por ramificações.

Juntamente com a caracterização dos significados como relações, essa diversidade, possibilidades de exploração das relações constitutivas de cada feixe e a dualidade objetos/relações, são consideradas as dimensões mais representativas da imagem metafórica do conhecimento como rede de significados, enfatizadas por Machado (2011).

Segue então que a expectativa é conforme este autor:

[...] a de que, a partir da metáfora do conhecimento como uma rede, um amplo espectro de ações docentes possa ser redesenhado, envolvendo tanto as atividades didáticas em sentido estrito, como as que se referem aos processos de avaliação, ao planejamento, à utilização de tecnologias educacionais, entre outras (MACHADO, 2011, p. 35).

Deste modo, as conexões que podem ser estabelecidas podem fazer emergir novos conhecimentos para a Educação Matemática e até mesmo para a área da Educação Musical, perpassando por diversas representações e competências intelectuais, podendo ser conectadas às concepções desenvolvidas em um processo histórico. No ponto de vista de que considerando a dinamicidade de uma rede, pode proporcionar, conforme Abdounur (2003), a ressignificação constante dos conhecimentos escolares.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Este artigo pretendeu então, discutir sobre conexões entre Matemática e Música em produções científicas, como uma rede de possibilidades para o Ensino Fundamental e Médio, apoiado na ideia de conhecimento como rede de significados e por meio de uma metodologia do tipo estado da arte.

Ao adotar uma metodologia qualitativa do tipo estado da arte, a partir das etapas desenvolvidas, perceberam-se contribuições teóricas, dentre elas, como estrutura metodológica para pesquisas desse tipo. Os critérios definidos podem ser adotados em pesquisas futuras para análise do tema em períodos e contextos distintos aos abarcados, e ainda, podem ser realizadas análises em outras plataformas não contempladas. Além disso, as características gerais e os enfoques e perspectivas também podem ser adaptados, modificando ou criando novos focos de agrupamento.

No que tange a questões práticas, em se tratando de um estudo na área da Educação Matemática, muitas vezes, o nível de ensino que tais pesquisas contemplaram, é algo de interesse do professor/pesquisador, por exemplo, para a seleção de materiais e abordagens para serem adotados em suas aulas e/ou futuras pesquisas.

Na área da Educação Matemática ainda há espaço para a realização de estudos discutindo a relação da Matemática com a Música nas diferentes estratégias como as identificadas, adaptando conforme os objetivos, interesses didático-pedagógicos em cada situação e conhecimentos do próprio professor.

Para tanto, considerou-se necessário analisar as potencialidades e limitações no trabalho da integração da Matemática com a Música identificadas nas produções selecionadas. Visou assim, mostrar o potencial dessa relação para além da inteligência lógico-matemática, contribuindo, direta ou indiretamente, com outras inteligências, de modo a favorecer o desenvolvimento das múltiplas competências dos estudantes, valorizando a criatividade no processo ou ainda possibilitando discussões na formação de professores.

Uma potencialidade que pôde ser observada ao analisar os textos completos, mas que não surgiu foi o uso de tecnologias digitais, pois mesmo tendo sido utilizadas por esses autores, em variados momentos, não o enfatizaram como uma potencialidade. Por exemplo, o uso de

simuladores de instrumentos digitais, ou *softwares* para utilização e criação de partituras com músicas atuais e/ou do interesse dos alunos.

Vale ressaltar que não foram identificadas limitações em todas as 83 pesquisas, contudo, reconhecer a existência de obstáculos pode ser necessário para serem enfrentados, amenizados ou para se conscientizar sobre eles.

Quanto às 13 conexões identificadas, de modo geral, contemplam conceitos e procedimentos de diversos campos da Matemática e de outras áreas do conhecimento. Nesse cenário e considerando as potencialidades e limitações observadas, nota-se a presença da relação da Matemática com a Música no sentido de algo passível de ser lido à luz da Matemática valorizando também essa relação como construção histórica. Além de perspectivas que favorecem a criação ativa da Matemática a partir da Música ou desta, a partir da Matemática. Assim, pode-se pensar na criação de livros, projetos, jogos, cursos, dentre outras possibilidades já integrando essas duas áreas.

Desta forma, surgem possibilidades de contextualizar os conteúdos, para a realidade e interesse dos estudantes, de modo interdisciplinar e intradisciplinar, como pode ser notado pelas redes específicas das conexões. Redes estas que revelam a diversidade de conteúdos matemáticos e musicais e também de conexões dentro de cada rede e entre elas. Vale ressaltar também que com elas, não se buscou justificar a teoria musical a partir da Matemática ou o contrário, o que não poderia ser mesmo possível, uma vez que, por exemplo, propriedades físicas dos materiais também influenciam no estudo do tema, conforme mencionado por Pillão (2009).

Do ponto de vista teórico, a rede geral, bem como suas ramificações em redes específicas, abrangendo diferentes níveis de ensino, abordagens/estratégias, utilização de instrumentos musicais e *softwares* e influências dos pesquisadores envolvidos, com suas diferentes formações acadêmicas e de origens geográficas distintas, contemplam uma diversidade de relações e reciprocidade profunda entre objetos de ambas as áreas (Matemática e Música), permitindo que sua exploração seja executada de modo não linear ou hierarquizada. Desta forma, o conhecimento como rede de significados pode contribuir para a construção de conhecimentos perpassando pelos conteúdos estudados do Ensino Fundamental ao Ensino Médio.

Assim, espera-se apresentar potencialidades e limitações e características centrais das pesquisas para a identificação de aportes teóricos e práticos para os campos de pesquisa e ensino, como abordagens alternativas por meio de contextos e situações ao sistematizar os conhecimentos matemáticos e musicais como redes de significados.

REFERÊNCIAS

ABDOUNUR, Oscar João. Da matemática à música: um passeio numérico através dos sons. *In: ENCONTRO DE HISTÓRIA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 1996, Braga. **Anais...** Disponível em: <https://docplayer.com.br/6261992-Da-matematica-a-musica-um-passeio-numerico-atraves-dos-sons-oscar-joao-abdounur-universidade-de-sao-paulo-christina-brito-bottura-introducao.html#download_tab_content>. Acesso em: 30 jun. 2018.

ABDOUNUR, Oscar João. **Matemática e Música: Pensamento Analógico na Construção de Significados**. 3. ed. São Paulo: Escrituras Editora, 2003. 333 p.

ALVES-PEREIRA, Bianca. **Conexões entre Matemática e Música em produções científicas: uma rede de possibilidades para o Ensino Fundamental e Médio.** 2020. 219 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de São Paulo, Diadema, 2020.

ANDRADE, Keyla Ribeiro de. **Representações semióticas de números racionais sob o olhar de um grupo de professores de matemática dos anos finais do ensino fundamental.** 2016. 185 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2016. Disponível em: <<http://grupodmat.pro.br/wp-content/uploads/2017/03/Disserta%C3%A7%C3%A3o.-2016.-ANDRADE-K.-R.-188f.pdf>>. Acesso em: 10 set. 2018.

BARUFI, Maria Cristina Bonomi. **A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral.** 1999. 195 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1999. Disponível em: <<https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48133/tde-06022004-105356/publico/Tese.pdf>>. Acesso em: 05 out. 2019.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (1º e 2º ciclos do ensino fundamental).** Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. (3º e 4º ciclos do ensino fundamental).** Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Leis de Diretrizes e Bases da Educação Nacional.** Lei nº 13.278. 2016. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2015-2018/2016/Lei/L13278.htm>. Acesso em: 20 out. 2018.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular - BNCC.** 2ª versão. Ministério da Educação. Brasília, DF, 2018.

BRASIL. **Pisa 2018: análises e reflexões sobre o desempenho dos estudantes na avaliação.** Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP. São Paulo: Fundação Santillana, 2019.

FELCHER, Carla Denize Ott. **Tecnologias Digitais e Ensino de Matemática: o uso de Facebook no processo de ensino dos números racionais.** 2016. 142 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2016. Disponível em: <http://guaiaca.ufpel.edu.br/bitstream/prefix/3629/1/Carla_Denize_Ott_Felcher_Disserta%C3%A7%C3%A3o.pdf>. Acesso em: 10 set. 2018.

FERREIRA, Norma Sandra de Almeida. As pesquisas denominadas “Estado da Arte”. **Educação & Sociedade**, Campinas, ano XXIII, n. 79, p. 257-272, ago. 2002. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/es/v23n79/10857.pdf>>. Acesso em: 10 dez. 2018.

FIORENTINI, Dario. **Rumos da pesquisa brasileira em educação matemática: o caso da produção científica em cursos de Pós-Graduação.** 1994. 425 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1994. Disponível em: <<https://doi.org/10.47749/T/UNICAMP.1994.78833>>. Acesso em: 13 dez. 2018.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2009, 240 p.

GRILLO, Maria Lúcia; PEREZ, Luiz Roberto. **Física e música**. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2016. 141 p.

JULIANI, Juliana Pimentel. **Matemática e música**. 2003. 85 f. Trabalho de conclusão de curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal de São Carlos, Departamento de matemática, São Carlos, 2003. Disponível em: <<https://www.dm.ufscar.br/~dplm/TGMatematicaMusica.pdf>>. Acesso em: 05 set. 2018

LÉVY, Pierre. **Tecnologias da Inteligência: o futuro do pensamento na era da informática**. Traduzido por Carlos Irineu da Costa. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993, 127 p.

MACHADO, Nilson José. **Epistemologia e didática: as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente**. 7. ed. São Paulo: Cortez, 2011, 303 p.

MED, Bona. **Teoria da música**. 4. ed. Brasília, DF: Cortez, 1996, 420 p.

PILLÃO, Delma. **A pesquisa no âmbito das relações didáticas entre a matemática e a música: Estado da Arte**. 2009. 109 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-09032010-115909/publico/Delma_Pillao.pdf>. Acesso em: 09 nov. 2018.

POMMER, Wagner Marcelo. **A construção de significados dos números irracionais no ensino básico: uma proposta de abordagem envolvendo os eixos constituintes dos números reais**. 2012. 235 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-23082012-092642/pt-br.php>>. Acesso em: 05 out. 2019.

PRIGOL, Edna Liz. Pesquisa estado do conhecimento: uma visão para a prática pedagógica e a formação de professores. *In: XI CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 2013, Curitiba. Anais...* Disponível em: <https://educere.bruc.com.br/CD2013/pdf/6937_4762.pdf>. Acesso em: 10 dez. 2018.

ROMANOWSKI, Joana Paulin. **As licenciaturas no Brasil: um balanço das teses e dissertações dos anos 90**. 2002. 147 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-22102014-134348/pt-br.php>>. Acesso em: 10 dez. 2018.

ROMANOWSKI, Joana Paulin; ENS, Romilda Teodora. As pesquisas denominadas do tipo “Estado da Arte”. **Diálogos Educacionais**, Curitiba, v. 6, n. 6, p. 37-50, set./dez. 2006. Disponível em: <<http://docente.ifrn.edu.br/albinonunes/disciplinas/pesquisa-em-ensino-pos.0242-posensino/romanowski-j.-p.-ens-r.-t.-as-pesquisas-denominadas-do-tipo-201cestado-da-arte201d.-dialogos-educacionais-v.-6-n.-6-p.-37201350-2006/view>>. Acesso em: 15 dez. 2018.

SANTOS-LUIZ, Carlos dos; MÓNICO, Lisete; CAMPELOS, Sandra; Silva, Carlos Fernandes da. **Matemática e música: Sistematização de analogias entre conteúdos matemáticos e musicais**.

Revista Portuguesa de Educação, v. 28, n. 2, p. 271-293, 2015. Disponível em:
<<https://revistas.rcaap.pt/rpe/article/view/7742/5424>>. Acesso em: 30 jun. 2018.

SILVA, Ricardo Scucuglia Rodrigues da (Org.). **Artes em Educação Matemática**. Porto Alegre: Editora Fi, 2019, 285 p.

WENTWORTH, Elizabeth Rebecca. **Mathematics and music: the effects of na integrated approach on student achievement and affect**. 2019. 175 f. Tese (Doutorado em Educação) – Teachers College, Columbia University, 2019. Disponível em:
<<https://academiccommons.columbia.edu/doi/10.7916/d8-cmpm-t209>>. Acesso em: 18 jun. 2019.

Recebido em: 02/02/2022

Aceito em: 06/04/2022