

# ANÁLISE DE ERROS NA REALIZAÇÃO DE ATIVIDADES MATEMÁTICAS COM CRIANÇAS

*Marcelo Henrique Oliveira Henklain<sup>1</sup>  
Priscila Mara de Araújo Gualberto<sup>2</sup>  
João dos Santos Carmo<sup>3</sup>*

## Resumo

Buscou-se identificar padrões de erros na realização de atividades matemáticas entre crianças das primeiras séries do Ensino Fundamental por meio da aplicação da bateria de Fioraneli, Castro-Caneguim e Carmo (2011). Participaram quatro crianças, entre sete e 11 anos. Os erros concentraram-se em duas habilidades: operações aritméticas de divisão e multiplicação, envolvendo ou não a identificação de incógnitas nas posições iniciais (a e b), e ordenação de conjuntos segundo critérios específicos. Verificou-se que a construção de baterias e a análise de erros podem ajudar a mapear dificuldades em matemática, sinalizando quais relações ainda precisam ser aprendidas ou aprimoradas, de modo que ocorra uma melhora de desempenho.

Palavras-chave: Análise do Comportamento; Habilidades matemáticas e aritméticas básicas; Padrões de Erro

## Abstract

We tried to identify patterns of errors in performing mathematical activities among children of the first grades of elementary school through the application of the battery Fioraneli, Castro-Caneguim and Carmo (2011). Four children, between seven and 11 years, participated. Their errors have focused on two skills: arithmetic operations of division and multiplication, whether or not involving the identification of unknowns in early positions (a and b) and sorting sets according to specific criteria. It was found

<sup>1</sup> Universidade Federal de Roraima

<sup>2</sup> Universidade Federal de São Carlos

<sup>3</sup> Universidade Federal de São Carlos

that the construction of batteries and error analysis can help map out problems in mathematics, signaling relations which still need to be learned or improved in order to occur a performance improvement.

Keywords: Behavior analysis; Basic math and arithmetical skills; Error patterns

Habilidades matemáticas básicas (ou repertórios matemáticos básicos) envolvem um conjunto amplo de repertórios que incluem desde a identificação de numerais até a formulação de cálculos e operações aritméticas simples (GUALBERTO, ALOI e CARMO, 2009; FIORANELI, CASTRO-CANEGUIM e CARMO, 2011). Algumas dessas habilidades são aprendidas na pré-escola e podem servir de pré-requisitos ou facilitadoras à aquisição de habilidades matemáticas mais complexas.

Conforme os conteúdos de matemática se tornam mais complexos, aumentam as chances de fracassos em função do repertório matemático básico que não foi aprendido. A persistência de déficits nesse repertório ao longo do Ensino Fundamental pode ser evitada se os professores puderem utilizar instrumentos para avaliação do conhecimento do aluno em relação à matemática. Por esse motivo, uma relevante área de pesquisas está relacionada à avaliação de habilidades matemáticas. Embora essa área envolva também a identificação de repertórios bem estabelecidos ou avançados em relação à idade, neste artigo será dado destaque aos padrões de erros que os alunos apresentam quando realizam tarefas que envolvem habilidades matemáticas básicas. Ser capaz de identificar o que o aluno conhece e os seus padrões de erros é fundamental para compreender e reverter dificuldades de aprendizagem (BANA, FARRELL e Mcintosh, 1995; BENEDETTO-NASHO e TANNOCK, 1999; ASHLOCK, 2006).

Nunes-Carraher, Carraher e Schliemann (1988) apontam que as crianças, quando chegam à escola, já trazem um conjunto de aprendizagens obtidas em suas relações

cotidianas e Pinto (1998) complementa essa ideia ao afirmar que o professor pode se valer desses conhecimentos na realização de seu planejamento didático:

*Se a matemática informal é fundamental para a criança enfrentar com êxito a matemática escolar, o professor necessita organizar seu ensino a partir de um bom diagnóstico do que a criança já conhece em relação aos conteúdos a serem abordados, articulando os conhecimentos formais com os informais (PINTO, 1998, p. 116).*

Um bom planejamento do ensino formal da matemática escolar deve contemplar a análise dos erros dos alunos, que pode servir tanto para o professor reorganizar suas estratégias a fim de melhorar o desempenho do aluno, como ao próprio aluno na correção dos equívocos. Carmo (2002) aponta que há diferentes tipos de erros e que os professores não devem encará-los apenas como uma “falha”. Nesse sentido, é imprescindível que os erros sejam melhor analisados para ter uma visão mais ampla de como as crianças aprendem matemática.

Uma vez aceito o argumento de que habilidades matemáticas básicas são essenciais e de que avaliar é importante, deve-se passar ao momento de definição do que deve ser avaliado. O repertório de habilidades matemáticas básicas é formado por (a) contagem de elementos de um conjunto; (b) seriação/ordenação de numerais; e (c) comparação de conjuntos e numerais (noções numéricas qualitativas, tais como maior, menor, antes, depois, igual). Essas habilidades são consideradas pré-requisitos para a aprendizagem de habilidades matemáticas complexas (CARMO, 2003; DONINI, 2005; PRADO e CARMO, 2004; PRADO e DE ROSE, 1999).

Outro tipo de repertório muito importante ao longo do processo de escolarização é o de habilidades aritméticas, que envolve realização de cálculos e resolução de problemas. Segundo Sophian (1996) a aritmética básica constitui a maior parte do ensino da matemática durante o período da escola elementar, e as dificuldades enfrentadas para que os alunos

aprendam esse conteúdo é surpreendente por duas razões: a quantidade de conteúdo a ser aprendida não é grande e as crianças já trazem em seu repertório, antes mesmo de entrar na escola, noções básicas sobre aritmética. Desta forma, este é outro tipo de repertório de suma importância para que se possa formular uma avaliação mínima do que a criança conhece dos conteúdos mais elementares (e por isso mesmo fundamentais) da matemática.

Gualberto, Aloí e Carmo (2009) desenvolveram um instrumento de avaliação que contemplou habilidades matemáticas apontadas como relevantes por Carmo (2003) e Prado e de Rose (1999). Participaram desse estudo três crianças do Ensino Fundamental de uma escola pública, sendo uma menina com oito anos, da segunda série, uma menina com oito anos e sete meses, da terceira série, e um menino com nove anos e seis meses, da quarta série. Aplicou-se uma bateria com 10 tarefas que envolveram as habilidades de sequenciação de numerais, classificação de figuras, conjuntos e numerais (com e sem modelo impresso), igualdade entre numerais e entre conjuntos, contagem e ordenação crescente de numerais. O procedimento foi o emparelhamento ao modelo. Tarefas que exigiam produção de sequências com ou sem discriminação de quantidade foram as que geraram maior número de erros. O procedimento mostrou-se eficaz para a descrição do repertório inicial, mas verificou-se a necessidade de que novas relações fossem incluídas, tais como nomeação de Algarismos, ordenação decrescente, estimativas etc.

Outra contribuição brasileira recente nessa área, e ainda em fase de avaliação, é a Bateria de Avaliação de Habilidades Matemáticas desenvolvida por Fioraneli, Castro-Caneguem e Carmo (2011). Os autores objetivaram sistematizar e analisar as possibilidades de um instrumento de avaliação de habilidades numéricas básicas para as séries iniciais do Ensino Fundamental. O instrumento foi elaborado a partir das indicações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2000) e será apresentado na seção de método do presente

artigo. Numa primeira aplicação da bateria, participaram 24 alunos, do 1º ao 3º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública. Alunos do primeiro ano erraram mais em 16 tarefas que variavam desde correspondência bimodal até operações básicas. Os erros dos alunos do segundo e do terceiro ano concentraram-se nas operações básicas. Os resultados indicaram que alguns erros podem ter sido induzidos pela forma de apresentação da tarefa.

O objetivo deste estudo foi identificar, por meio da aplicação da bateria de testes de Fioraneli et al (2011), padrões de erros na realização de atividades matemáticas entre crianças das primeiras séries do Ensino Fundamental, buscando indicar quais são os estímulos e tarefas matemáticas que geram mais erros.

## MÉTODO

### *Participantes*

Quatro crianças, entre sete e 11 anos de idade (P1: 10 anos e 11 meses; P2: 7 anos e 8 meses; P3: 8 anos e 6 meses; P4: 9 anos), duas do sexo feminino (P1 e P2) e duas do sexo masculino (P3 e P4), todas cursando o Ensino Fundamental: P2 no 1º ano, P3 no 2º e P4 e P1 no 4º ano. Os participantes frequentavam um programa informatizado de ensino de leitura e escrita, que faz parte de um projeto de extensão desenvolvido pelo Departamento de Psicologia de uma universidade federal do interior do estado de São Paulo. O objetivo prioritário do projeto é atender crianças com dificuldades em leitura e escrita, mas também viabiliza a realização de pesquisas sobre ensino-aprendizagem da matemática.

### *Local e Materiais*

A coleta de dados foi realizada na Biblioteca Comunitária de uma universidade federal do interior de São Paulo, onde funciona o projeto de extensão supracitado. Foi empregada a bateria de testes desenvolvida por Fioraneli et al (2011). Esse instrumento em seu formato original é composto de 50

sessões que avaliavam 63 tipos de habilidades matemáticas básicas, organizadas em 288 tentativas, programadas no *software* ProgMTS (MARCICANO, CARMO & PRADO, 2011). Em sua maioria, essas tentativas estão no formato de MTS e CRMTS. Para contornar erros de programação, alguns dados foram excluídos da análise: sessão 33, composta de três tentativas (habilidade: “Diante de um algarismo modelo apontar qual de outros dois algarismos vem antes do modelo e qual vem após”); seis tentativas de CRMTS da sessão 21 (habilidade: “Comparação igualdade de quantidades, arranjos diferentes, em um conjunto - 1 a 9” e “Comparação igualdade de quantidades, arranjos iguais, em um conjunto - 1 a 9”). Portanto, o instrumento utilizado foi composto por 49 sessões, que avaliavam 60 tipos de habilidades matemáticas básicas, organizadas em 279 tentativas. As habilidades testadas, o tipo e o número de tentativas estão descritos na Tabela 1, na sequência em que foram apresentadas aos participantes.

**Tabela 1.** Habilidades pré-aritméticas e aritméticas testadas

HABILIDADES TESTADAS	TIPO	Nº. TENTATIVAS
Relação de igualdade entre numerais impressos - 0 a 9	MTS	10
Relação de igualdade entre palavras impressas - 0 a 9	MTS	10
Relação conjunto pontos - conjunto ursos - 1 a 9 (Igualdade)	MTS	9
Contagem de subconjuntos - 1 a 9 a partir de estímulo sonoro	CRMTS	5
Contagem de subconjuntos a partir de palavras-número impressas - 1 a 9	CRMTS	5
Relação numeral impresso - conjunto casas - 1 a 9	MTS	9
Relação numeral impresso - palavra impressa - 0 a 9	MTS	10

HABILIDADES TESTADAS	TIPO	Nº. TENTATIVAS
Relação conjunto pontos - palavra impressa - 1 a 9	MTS	9
Relação conjunto pontos - numeral impresso - 1 a 9	MTS	9
Relação palavra impressa - numeral impresso - 1 a 9	MTS	9
Relação palavra impressa - conjunto casas - 1 a 9	MTS	9
Relação numeral ditado - palavra impressa - 1 a 9	MTS	9
Relação numeral ditado - numeral impresso - 1 a 9	MTS	9
Relação numeral ditado - conjunto pontos - 1 a 9	MTS	9
Ordenação crescente de numerais impressos - 1 a 9	CRMTS	3
Ordenação decrescente de numerais impressos - 1 a 9	CRMTS	3
Ordenação crescente de conjuntos pontos - 1 a 9	CRMTS	6
Ordenação decrescente de conjuntos pontos - 1 a 9	CRMTS	6
Ordenação crescente de palavras-número impressas - 1 a 9	CRMTS	3
Ordenação decrescente de palavras-número impressas - 1 a 9	CRMTS	3
Nomeação de palavras-número impressas - 1 a 9	NOM	9
Nomeação de numerais impressos - 1 a 9	NOM	9
Nomeação de quantidades - 1 a 9	NOM	9
Relação maior/menor com numerais impressos - 1 a 9	MTS	6
Comparação de igualdade de numerais em um conjunto - 1 a 9	CRMTS	3

HABILIDADES TESTADAS	TIPO	Nº. TENTATIVAS
Relação mais/menos sem modelo - 1 a 9	MTS	12
Ordenação crescente de conjuntos figuras - 1 a 9	CRMTS	3
Ordenação decrescente de conjuntos figuras - 1 a 9	CRMTS	3
Relação maior/menor com figuras (tamanho) - Aponte maior	MTS	1
Relação maior/menor com figuras (tamanho) - Aponte menor	MTS	1
Ordenação crescente de figuras por tamanho	CRMTS	1
Ordenação decrescente de figuras por tamanho	CRMTS	1
Estimativa entre numerais impressos - 1 a 9	MTS	6
Contagem oral crescente - 1 a 10	NOM	1
Contagem oral decrescente - 1 a 10	NOM	1
Ordenação de numerais impressos (completar) - 1 a 9	CRMTS	3
Ordenação de conjuntos de asteriscos (completar) - 1 a 9	CRMTS	3
Relação adição 1 dígito - resultado (numerais impressos)	MTS	3
Relação adição 2 dígitos - resultado (numerais impressos)	MTS	3
Relação subtração 1 dígito - resultado (numerais impressos)	MTS	3
Relação subtração 2 dígitos - resultado (numerais impressos)	MTS	3
Identificação do valor da incógnita (adição com numerais impressos)	MTS	3
Identificação do valor da incógnita (subtração com numerais impressos)	MTS	3
Relação de igualdade entre figuras - Aponte igual	MTS	3

<b>HABILIDADES TESTADAS</b>	<b>TIPO</b>	<b>Nº. TENTATIVAS</b>
Relação de igualdade entre figuras - Aponte diferente	MTS	3
Relação igualdade entre conjuntos (conjunto – conjunto)	CRMTS	2
Relação adição 1 dígito - resultado (conjuntos)	MTS	1
Relação subtração 1 dígito - resultado (conjuntos)	MTS	1
Identificação de ímpar e par	MTS	4
Ordenação crescente com valores multiplicativos	CRMTS	2
Comparação de conjuntos com valores multiplicativos	MTS	4
Operações básicas com palavras-número (adição)	MTS	2
Operações básicas com palavras-número (subtração)	MTS	2
Operações básicas com palavras-número (multiplicação)	MTS	2
Operações básicas com palavras-número (divisão)	MTS	2
Relação palavra falada - figuras geométricas	MTS	4
Relação multiplicação 1 dígito - resultado (numerais impressos)	MTS	3
Identificação do valor da incógnita (multiplicação com numerais impressos)	MTS	3

HABILIDADES TESTADAS	TIPO	Nº. TENTATIVAS
Relação divisão - resultado (numerais impressos)	MTS	3
Identificação do valor da incógnita (divisão com numerais impressos)	MTS	3
TOTAL DE TENTATIVAS		279

### Procedimento

A bateria de testes de Fioraneli et al. (2011) foi aplicada aos participantes em dias e horários definidos com os pais ou responsáveis e com os próprios participantes. A quantidade de tarefas realizada dependia de diversos critérios, tais como: manifestação verbal de “interesse/disposição” por parte do participante e duração e dificuldade das tarefas que o participante já havia realizado ao longo do seu período na escola, em casa ou no programa de ensino de leitura e escrita. A sugestão geral de duração das sessões era de 10 minutos ou, pelo menos, realizar uma sessão por dia ainda que sua duração fosse menor que o sugerido. Numa sala organizada para coleta de dados, o experimentador preparava os computadores dos participantes e acompanhava o andamento das suas sessões. Todas as tentativas eram apresentadas pelo computador por meio do programa ProgMTS.

### Procedimentos de análise dos dados

A análise foi feita em termos da descrição e categorização dos tipos de erros mais frequentes. Buscaram-se os erros mais frequentes e aspectos das tarefas que poderiam ter controlado a produção desses erros, tais como controle por dimensões irrelevantes dos estímulos nas tarefas e variáveis dos participantes.

## RESULTADOS

A Tabela 2 exibe duas informações importantes: a quantidade de tentativas por habilidade matemática avaliada e a porcentagem média de erros de cada um dos participantes por habilidade matemática, bem como um cálculo da média de erros do grupo.

**Tabela 2.** Porcentagem média de erros dos participantes por habilidade matemática avaliada

HABILIDADE MATEMÁTICA	TIPO	QT	P1	P2	P3	P4	GP
Identificação do valor da incógnita (subtração com numerais impressos)	MTS	3	67	100	100	100	92
Comparação de conjuntos com valores multiplicativos	MTS	4	75	75	100	100	88
Ordenar decrescente palavras impressas - 1 a 9	CR-MTS	3	100	100	33	100	83
Identificação do valor da incógnita (adição com numerais impressos)	MTS	3	67	100	100	33	75
Identificação do valor da incógnita (multiplicação com numerais impressos)	MTS	3	67	100	67	67	75
Operações básicas com palavras-número (divisão)	MTS	2	100	50	100	50	75
Ordenar crescente com valores multiplicativos	CR-MTS	2	50	100	100	50	75
Ordenar decrescente numerais impressos - 1 a 9	CR-MTS	3	33	100	67	100	75
Relação divisão - resultado (numerais impressos)	MTS	3	100	33	100	67	75
Relação multiplicação 1 dígito - resultado (numerais impressos)	MTS	3	100	67	100	33	75

HABILIDADE MATEMÁTICA	TIPO	QT	P1	P2	P3	P4	GP
Identificação do valor da incógnita (divisão com numerais impressos)	MTS	3	100	67	33	67	67
Comparação igualdade de numerais em um conjunto - 1 a 9	CR-MTS	3	0	33	100	100	58
Relação adição 1 dígito - resultado (numerais impressos)	MTS	3	67	100	33	33	58
Relação subtração 2 dígitos - resultado (numerais impressos)	MTS	3	67	100	0	67	58
Relação subtração 1 dígito - resultado (numerais impressos)	MTS	3	0	100	33	67	50
Completar sequência de conjuntos de asteriscos - 1 a 9	CR-MTS	3	0	67	33	100	50
Completar sequência de numerais impressos - 1 a 9	CR-MTS	3	0	100	0	100	50
Identificar ímpar e par	MTS	4	75	25	25	75	50
Ordenar decrescente conjuntos figuras - 1 a 9	CR-MTS	3	0	100	0	100	50
Relação subtração 1 dígito - resultado (conjuntos)	MTS	1	100	0	0	100	50
Estimativa entre numerais impressos - 1 a 9	MTS	6	33	67	33	33	42
Ordenar crescente palavras impressas - 1 a 9	CR-MTS	3	67	0	100	0	42
Relação de igualdade entre figuras - Aponte diferente	MTS	3	100	33	33	0	42
Ordenar decrescente conjuntos ptos - 1 a 9	CR-MTS	6	33	67	17	50	42
Operações básicas com palavras-número (adição)	MTS	2	50	50	50	0	38

<b>HABILIDADE MATEMÁTICA</b>	<b>TIPO</b>	<b>QT</b>	<b>P1</b>	<b>P2</b>	<b>P3</b>	<b>P4</b>	<b>GP</b>
Ordenar crescente conjuntos ptos - 1 a 9	CR-MTS	6	17	33	100	0	38
Ordenar crescente numerais impressos - 1 a 9	CR-MTS	3	0	33	100	0	33
Relação adição 2 dígitos - resultado (numerais impressos)	MTS	3	0	100	33	0	33
Operações básicas com palavras-número (multiplicação)	MTS	2	0	50	0	50	25
Operações básicas com palavras-número (subtração)	MTS	2	50	50	0	0	25
Ordenar crescente conjuntos figuras - 1 a 9	CR-MTS	3	0	0	100	0	25
Ordenar crescente tamanho de figuras	CR-MTS	1	0	100	0	0	25
Relação maior/menor sem modelo - 1 a 9	MTS	6	0	50	50	0	25
Contagem de subconjuntos com CRMTS - 1 a 9 a partir de palavra impressa	CR-MTS	5	0	20	40	20	20
Relação palavra impressa - conjunto casas - 1 a 9	MTS	9	11	44	22	0	19
Relação conjunto ptos - palavra impressa - 1 a 9	MTS	9	0	22	44	0	17
Relação numeral impresso - conjunto casas - 1 a 9	MTS	9	11	33	11	0	14
Nomeação de palavras impressas - 1 a 9	NOM	9	0	0	56	0	14
Relação palavra falada - figuras geométricas	MTS	4	50	0	0	0	13
Relação conjunto ptos - conjunto ursos - 1 a 9 (Igualdade)	MTS	9	11	33	0	0	11

HABILIDADE MATEMÁTICA	TIPO	QT	P1	P2	P3	P4	GP
Relação numeral ditado - conjunto ptos - 1 a 9	MTS	9	11	22	11	0	11
Relação numeral ditado - palavra impressa - 1 a 9	MTS	9	0	11	33	0	11
Relação numeral impresso - palavra impressa - 0 a 9	MTS	10	10	20	10	0	10
Nomeação de quantidades - 1 a 9	NOM	9	11	22	0	0	8
Relação mais/menos sem modelo - 1 a 9	MTS	12	0	33	0	0	8
Relação palavra impressa - numeral impresso - 1 a 9	MTS	9	0	0	33	0	8
Relação de igualdade entre palavras impressas - 0 a 9	MTS	10	0	10	10	10	8
Relação conjunto ptos - numeral impresso - 1 a 9	MTS	9	0	11	0	0	3
Relação de igualdade entre numerais impressos - 0 a 9	MTS	10	0	10	0	0	3
Contagem de subconjuntos com CRMTS - 1 a 9 a partir de estímulo sonoro	CR-MTS	5	0	0	0	0	0
Contagem oral crescente - 1 a 10	Recitar	1	0	0	0	0	0
Contagem oral decrescente - 1 a 10	Recitar	1	0	0	0	0	0
Nomeação de numerais impressos - 1 a 9	NOM	9	0	0	0	0	0
Ordenar decrescente tamanho de figuras	CR-MTS	1	0	0	0	0	0
Relação adição 1 dígito - resultado (conjuntos)	MTS	1	0	0	0	0	0
Relação conjunto - conjunto	CR-MTS	2	0	0	0	0	0

HABILIDADE MATEMÁTICA	TIPO	QT	P1	P2	P3	P4	GP
Relação de igualdade entre figuras - Aponte igual	MTS	3	0	0	0	0	0
Relação maior/menor com figuras (tamanho) - Aponte maior	MTS	1	0	0	0	0	0
Relação maior/menor com figuras (tamanho) - Aponte menor	MTS	1	0	0	0	0	0
Relação numeral ditado - numeral impresso - 1 a 9	MTS	9	0	0	0	0	0

*Nota.* Algarismos indicados na coluna Habilidade matemática referem-se aos valores testados. NOM = Nomeação e quantificação de conjuntos nas tarefas de contagem; MTS = Escolha de acordo com o modelo; CRMTS = Escolha de acordo com o modelo com construção de resposta. QT = Total de tentativas por habilidade; GP = Média de erros do grupo numa determinada habilidade matemática.

A habilidade matemática com maior porcentagem média de erros para o grupo foi “Identificação do valor da incógnita (subtração com numerais impressos)”, 92%, seguida por “Comparação de conjuntos com valores multiplicativos”, 88%, e “Ordenar decrescente palavras impressas - 1 a 9”. As nove habilidades matemáticas que se seguem na lista de maiores porcentagens de erro, entre 67% e 75%, estão relacionadas à realização de operações aritméticas de multiplicação e divisão, com e sem a incógnita nas posições iniciais (a e b), bem como tarefas de ordenação de números com base em critérios como “monte sequências numéricas de 2 em 2”, com por exemplo, “2 4 6 8 10”.

Quando se calcula a média de erros do grupo em função das tentativas terem sido do tipo MTS, CRMTS ou NOM (nomeação e recitação), verifica-se que, em média, houve 39% de erros em tentativas do CRMTS, 23,7% de erros nas de MTS e apenas 4% nas de NOM. Foi classificado como

NOM a tarefa em que os participantes tinham que contar os elementos de um conjunto e dizer seu valor (“Nomeação de quantidades”).

A Tabela 3 exhibe, para cada participante, a média da diferença entre a resposta dada por ele e a resposta correta em função das habilidades relacionadas à realização de cálculos aritméticos. A análise da Tabela 3 foi realizada em razão dos resultados obtidos na análise da Tabela 2, que mostrou grande porcentagem média de erros nas tarefas de resolução de problemas. Decidiu-se então explorar melhor esses erros por meio de uma forma de análise sugerida por Henklain e Carmo (no prelo) na qual calcula-se a diferença (ou distância) entre a resposta dada e a resposta esperada numa tentativa de tentar identificar o tamanho do erro. Os autores aplicaram essa análise no contexto de avaliação de um procedimento para redução de dificuldades na resolução de problemas aditivos e notaram que o “tamanho” do erro diminuiu ao longo da intervenção, ou seja, as respostas erradas eram mais discrepantes no início do experimento e tornaram-se mais próximas da resposta correta ou a criança passou a acertar a resolução dos problemas a diferença passou a ser igual a 0 (situação na qual resposta dada e esperada coincidem, resultando, portanto, numa diferença igual a zero). O interessante é que esta forma de análise é simples e, ao mesmo tempo, oferece uma oportunidade de tentar qualificar o tamanho do erro da criança, oferecendo a oportunidade para o professor selecionar um primeiro ponto de intervenção. Além disso, é uma forma de observar o efeito de um procedimento de ensino sobre o “tamanho” dos erros, o que pode ser muito útil para estudos futuros com foco em ensino de habilidades matemáticas.

**Tabela 3.** Distância média entre a resposta dada e a resposta esperada nas habilidades que envolviam cálculos aritméticos

HABILIDADE MATEMÁTICA	P1	P2	P3	P4
Relação multiplicação 1 dígito - resultado (numerais impressos)	9	7	9	3

Relação subtração 2 dígitos - resultado (numerais impressos)	7	10	0	5
Identificação do valor da incógnita (multiplicação com numerais impressos)	6	8	2	1
Identificação do valor da incógnita (divisão com numerais impressos)	4	3	4	3
Operações básicas com palavras-número (multiplicação)	0	6	0	6
Relação adição 1 dígito - resultado (numerais impressos)	4	3	3	3
Identificação do valor da incógnita (subtração com numerais impressos)	1	3	3	4
Estimativa entre numerais impressos - 1 a 9	2	4	2	2
Relação adição 2 dígitos - resultado (numerais impressos)	0	9	0	0
Identificação do valor da incógnita (adição com numerais impressos)	3	2	3	1
Relação subtração 1 dígito - resultado (conjuntos)	4	0	0	4
Relação divisão - resultado (numerais impressos)	2	1	2	2
Operações básicas com palavras-número (divisão)	2	2	2	2
Operações básicas com palavras-número (adição)	2	2	1	0
Relação subtração 1 dígito - resultado (numerais impressos)	0	2	0	2
Operações básicas com palavras-número (subtração)	1	1	0	0

Verifica-se que P1 apresentou maiores diferenças em seus erros nas operações aritméticas de multiplicação com um dígito (distância igual a 9), subtração com dois dígitos (7) e identificação do valor da incógnita em operações de multiplicação (6) e de divisão (4). P2 teve maiores distâncias para resolver problemas de subtração com dois dígitos (10), adição com dois dígitos (9), identificação do valor da incógnita em operações de multiplicação (8) e operações de multiplicação

com um dígito (7). No caso de P3, destacaram-se os erros em operações de multiplicação com um dígito (9) e identificação do valor da incógnita em operações de divisão (4), adição (3) e subtração (3). P4 apresentou maiores distâncias de erros em operações de multiplicação envolvendo palavras-número (6), subtração com dois dígitos (5), subtração com 1 dígito (4) e identificação do valor da incógnita na subtração (4).

## DISCUSSÃO

A Tabela 2 exibiu a porcentagem média de erros por participante e pelo grupo em função das habilidades matemáticas avaliadas. Verificou-se que parte significativa dos erros esteve concentrada em dois tipos de habilidades: realizar operações aritméticas, especialmente, de divisão e multiplicação, envolvendo ou não a identificação de incógnitas nas posições iniciais (a e b), e ordenação de conjuntos segundo critérios específicos, tais como criar sequências de dois em dois números. A habilidade “Comparação de conjuntos com valores multiplicativos”, que apresentou 88% de erro, avaliou a capacidade do participante de, com base numa instrução e num conjunto-modelo, identificar um novo conjunto correspondente à relação instrução e modelo. Por exemplo: diante do conjunto “duas casas” e da instrução “o dobro”, identificar um conjunto com quatro casas seria a resposta esperada. Necessariamente, esta habilidade também exige a realização de operações aritméticas para produzir a resposta correta. Quando se considera que a criação de sequências de elementos segundo instruções do tipo “dois em dois” também pode envolver uma operação aritmética, conclui-se que os participantes apresentaram especial dificuldade na realização de cálculos aritméticos.

Alunos do quarto ano já devem ter desenvolvido a capacidade de resolver todos esses tipos de problemas, segundo as matrizes referenciais de matemática constantes no Plano de Desenvolvimento da Educação Básica (BRASIL, 2008). No primeiro e segundo ano do Ensino Fundamental, as matrizes de

referência referentes ao eixo “Número e Operações” apontam que os alunos dessas séries devem ser capazes de resolver problemas de adição e subtração e solucionar problemas que envolvam a ideia de multiplicação e divisão (BRASIL, 2008). Por isso, esperava-se que todos os participantes tivessem sido capazes de resolver os problemas de adição e subtração presentes na bateria de testes.

Apesar dessa expectativa com base nas matrizes referenciais da matemática, de acordo com Haydu, Costa e Pullin (2006) e Henklain e Carmo (2013), alunos do ensino fundamental costumam enfrentar dificuldades na resolução de problemas aritméticos por diversos motivos, desde déficits na aprendizagem de habilidades matemáticas que são pré-requisitos para a solução problemas até características do próprio problema, tais como compreensão das instruções, a forma de apresentação do mesmo (exemplo: sob a forma de algarismos ou escrita) e a posição da incógnita,  $(a + b = c)$ . Geralmente, problemas na forma escrita são os mais difíceis porque envolvem não só habilidades matemáticas como também de leitura e, mesmo que na forma de algarismos (a mais simples), problemas de adição, subtração, multiplicação e divisão são mais difíceis quando as incógnitas estão nas posições iniciais,  $a$  e  $b$ . Importa ressaltar que o critério para se afirmar que um problema é fácil ou difícil está relacionado à quantidade de acertos ou erros apresentados diante do mesmo. Com base nesses dados, nota-se que os resultados deste estudo corroboram a literatura sobre padrões de erros.

Os erros nas habilidades de comparação de conjuntos e ordenação sugerem, como já se afirmou, essa dificuldade de realização de operações aritméticas, mas também podem ser interpretados como déficit no aprendizado da contagem. A contagem é uma habilidade importante e complexa e tem sido apontada como fundamental para a aprendizagem das operações aritméticas (GUALBERTO, ALOI e CARMO, 2009; PRADO e DE ROSE, 1999; CARMO e GALVÃO, 1999). Monteiro e Medeiros (2002) consideraram a

contagem como um pré-requisito para a aprendizagem do comportamento conceitual numérico. Prado (2001) afirma que a contagem parece facilitar a aprendizagem do conceito de número, mas que são necessárias mais investigações que corroborem os resultados por eles encontrados. Gualberto (2013) também apontou que a contagem, principalmente de valores maiores que dez, pode interferir na aprendizagem das habilidades aritméticas e que são necessárias novas investigações a fim de analisar as variáveis determinantes do comportamento de contar.

Uma terceira possibilidade é que os participantes possam não ter entendido a instrução fornecida, de modo que é relevante testar a presente bateria após a realização de tarefas de familiarização, uma alternativa para controlar erros por mera incompreensão de instruções, pois isso afeta a validade do instrumento. Um exemplo claro disso ocorreu numa tarefa de completar uma sequência. O modelo era “5 6 \_\_\_ 9”. A resposta esperada era selecionar dois números, 7 e 8. P2 selecionou “5, 6, 7, 8 e 9” e P4 “1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9”. Claramente, os participantes eram capazes de produzir sequências corretas, mas não foram capazes, provavelmente, de apresentar o comportamento esperado pelo experimentador que era selecionar apenas dois números. P1 e P3 acertaram esse item. Logo, estudos devem testar a qualidade da instrução fornecida. Em paralelo, sugere-se realizar uma validação dessas instruções com juízes.

Apresentou-se também, em relação à Tabela 2, a maior porcentagem de erros em tarefas de CRMTS, o que sugere que foi mais difícil que as de MTS e Nomeação. No CRMTS, o estímulo-modelo pode ser visual, uma palavra impressa, um conjunto de pontos ou uma figura, ou sonoro, uma palavra ou quantidade ditada. Os estímulos-comparação são as unidades que compõem o estímulo-modelo, por exemplo, as letras ou sílabas de uma palavra, uma bolinha (representando a quantidade um) ou parte da figura apresentada como estímulo-modelo. O participante deve então construir um

estímulo idêntico ao estímulo-modelo com base nos estímulos-comparação disponíveis (MACKAY, 1985; STROMER e MACKAY, 1992; SOUZA, GOYOS, SILVARES e SAUNDERS, 2007; SUDO, SOARES, SOUZA e HAYDU, 2008; GUALBERTO, ALOI e CARMO, 2009).

Diferentemente da tarefa de MTS, em que é preciso selecionar um único elemento que compõe o estímulo-comparação, no CRMTS existe o requisito de construção do estímulo, a partir da seleção de dois ou mais elementos, o que a torna mais complicada. Dessa forma, todas as tentativas de CRMTS envolvem estímulos compostos ou complexos, isto é, estímulos formados por mais de um elemento e que podem gerar controle restrito, quando apenas um dos elementos do estímulo exerce controle sobre o comportamento (STROMER, MCILVANE e SERNA, 1993; DUBE e MCILVANE, 1999). Portanto, a tarefa de CRMTS exige discriminar cada elemento do estímulo a fim de construir a resposta correta. Mas, o comportamento não pode ficar sob controle restrito de um ou mais elementos do estímulo-modelo ou comparação complexos porque, para concluir adequadamente a tentativa, é preciso avaliar o estímulo-modelo como um todo e a resposta construída deve corresponder a ele. Essa maior complexidade pode explicar o maior número de erros nesse tipo de tarefa.

Sobre a maior porcentagem de erros nas tarefas de CRMTS, outra hipótese a se considerar é que, além da complexidade em termos de discriminação, o custo de resposta dessa tarefa talvez seja mais elevado do que nas tarefas de seleção (MTS) e nomeação e que responder à bateria possa ter valor aversivo. Nesse sentido, alguns erros podem ter ocorrido porque o participante engajou-se num padrão de fuga da tarefa. Um exemplo disso ocorreu numa tentativa que apresentava a instrução para que o participante selecionasse dois números com o mesmo valor, ou seja, num rol de números como, por exemplo, 1 8 3 5 4 8 9 2, o participante poderia apenas selecionar 8 e 8 (únicos com o mesmo valor). A tentativa real no caso permitia apenas a seleção dos valores

2 e 2. P3 selecionou 2 e 3 e P4 2, 3, 4, 5, 6 e 7. O erro de P3 levanta a questão sobre a compreensão da instrução e o de P4 sobre engajamento na tarefa.

O tempo necessário para aplicação da bateria foi adequado, em torno de 20 minutos. P1 levou, aproximadamente, 17 minutos para completar a bateria, P2, 16, P3, 43, e P4, 20. O tempo de coleta variou de 5 a 13 dias porque as crianças realizavam tarefas de leitura e escrita e depois participavam da presente pesquisa. Por isso, eram realizadas apenas duas ou três sessões por dia. De todo modo, é importante que o instrumento seja aplicado para mais alunos no intuito de selecionar apenas os itens mais adequados para efeito de avaliação, tornando o instrumento o mais objetivo possível.

Em relação à análise do “tamanho” dos erros, três participantes demonstraram maior distância da resposta correta na multiplicação de um dígito com resultado em numerais impressos (P1-9, P2-7 e P3-9). Mas é interessante notar que na multiplicação com palavras-número, P1 e P3 acertaram a resposta, o que aponta certo entendimento do que se espera nesse tipo de operação matemática. Já na operação de adição com resultado em numerais impressos, ocorreu algo que nos chamou a atenção. Todos os participantes erraram a operação de adição com um dígito, com distância do erro 4 para P1 e 3 para os demais, contudo P1, P3 e P4 acertaram as operações de adição com dois dígitos.

De forma geral, o número de acertos, independente da distância do erro, foi bem pequeno para todos os participantes nas habilidades apresentadas na Tabela 3. P1 acertou todas as tentativas da multiplicação com palavras-número, da adição com dois dígitos e resultado em numerais impressos e da subtração com 1 dígito e resultado em numerais impressos; P2 acertou as tentativas apenas da subtração com um dígito com resultado em conjuntos; P3 foi o que mais apresentou acertos e também as menores distâncias de erros, acertando todas as tentativas da subtração com dois dígitos e resultado em

numerais impressos, da multiplicação com palavras-número, da adição com dois dígitos e resultado em numerais impressos, da subtração com um dígito e resultado em conjuntos e em numerais impressos e da subtração com palavras-número; e P4 acertou todas as tentativas da adição com dois dígitos e resultado em numerais impressos, da adição e subtração com palavras-número.

Os dados com apenas quatro participantes constituem amostra pequena para se identificar padrões de erros para o grupo. O que se verifica é que a dificuldade com a resolução de problemas cujas incógnitas estão nas posições iniciais está sempre presente. Na análise individual, nota-se que P1 parece ter maiores dificuldades com multiplicação e divisão, tendo talvez consolidado melhor o aprendizado de resolução de problemas de adição e subtração ou, pelo menos, o aprendizado dos algoritmos usados para resolvê-los. P2 já possui dificuldades mais básicas, desde a adição até a multiplicação. P3 apresentou dificuldades parecidas em todos os tipos de operação e P4 parece possuir dificuldade especial em operações de subtração.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os dados demonstram que a construção de baterias para avaliar comportamento matemático e a análise de erros podem ajudar a mapear as dificuldades do aluno com a matemática, sinalizando quais relações ainda precisam ser aprendidas ou aprimoradas, de modo a promover melhora de desempenho em matemática. Com efeito, avaliar e analisar o desempenho de alunos constituem passos essenciais para garantir aprendizagem. Estudos futuros devem aprimorar baterias, analisando, por exemplo, as instruções e os tipos de tarefas empregadas. Em seguida, é preciso que sejam realizadas pesquisas que associem avaliação (teste) por meio de uma bateria, intervenção e re-teste, demonstrando, dessa forma, possibilidades de aplicação de instrumentos desenvolvidos no contexto da pesquisa científica para a sala de aula.

## REFERÊNCIAS

ASHLOCK, R. B. Error patterns in computation: using error patterns to improve instruction. New Jersey: Pearson Merrill Prentice Hall, 9 ed., 98p., 2006.

BANA, J.; FARRELL, B.; MCINTOSH, A. Error patterns in mental computation in years 3-9, 1995. Acesso em: 05 de Dezembro. Disponível em: [http://www.merga.net.au/documents/RP\\_Bana\\_Farrell\\_McIntosh\\_1995.pdf](http://www.merga.net.au/documents/RP_Bana_Farrell_McIntosh_1995.pdf).

BENEDETTO-NASHO, E.; TANNOCK, R. Math computation, error patterns and stimulant effects in children with attention deficit hyperactivity disorder. *Journal of Attention Disorders*, n. 3, v. 3, p. 121-134, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. PDE: Plano de Desenvolvimento da Educação. Prova Brasil: ensino fundamental. Matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília/DF: MEC, SEB, Inep, 200 p., 2008.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Rio de Janeiro: DP&A, 2 ed., 2000.

CARMO, J. S.; GALVÃO, O. F. Aquisição do conceito de número em crianças pré-escolares através do ensino de relações condicionais. In J. S. Carmo, L. C. C. Silva, & R. M. E. Figueiredo (Orgs.). *Dificuldades de aprendizagem no ensino de leitura, escrita e conceitos matemáticos* (pp. 50-87). Belém, PA: Editora da Unama, 1999.

CARMO, J. S. Definições operacionais de habilidades matemáticas elementares. In H.J. Guilhardi, M.B.B.P. Madi, P.P. Queiroz, & M.C. Scoz (Eds.). *Sobre comportamento e cognição: contribuições para a construção da teoria do comportamento* (9, 181-191). São Paulo/SP: ESETEC, 2002.

CARMO, J. S. Comportamento Conceitual Numérico: um Modelo de Rede de Relações Equivalentes. Tese de Doutorado. Universidade Federal de São Carlos, UFSCar, São Carlos, SP, 2003.

CARMO, J. S.; Prado, P. S. T. Análise do comportamento e psicologia da educação matemática: algumas aproximações. Em Hübner, Maria M. C., Marinotti, Miriam (Orgs), Análise do comportamento para a educação: contribuições recentes (pp. 115-136). Santo André/SP: ESETec, 2004.

DONINI, R. Identificando comportamentos pré-requisitos para o ensino da adição e da subtração. Dissertação de Mestrado. São Paulo/SP: PUC-SP, 2005.

DUBE, W. V.; MCILVANE, W. J. Reduction of stimulus overselectivity with nonverbal differential observing responses. *Journal of Applied Behavior Analysis*, n. 32, v. 1, p. 25-33, 1999.

FIORANELI, R. C.; CASTRO-CANEGUIM, J. de F. Z.; CARMO, J. dos S. Habilidades matemáticas básicas em crianças do ensino fundamental: dados iniciais de sistematização de instrumento de avaliação. In XLI Reunião Anual da Sociedade Brasileira de Psicologia, 2011, Belém/PA. Resumos de Comunicação Científica, 2011.

GUALBERTO, P. M. de A. Avaliação de habilidades pré-aritméticas e ensino de adição e subtração para crianças: contribuições da Análise do Comportamento. Tese de Doutorado. São Carlos, SP: UFSCar, 2013.

GUALBERTO, P. M. de A.; ALOI, P. E.; CARMO, J. S. Avaliação de habilidades pré-aritméticas por meio de uma bateria de testes. *Revista Brasileira de Análise do Comportamento*, n. 5, v. 2, p. 21-35, 2009.

HAYDU, V. B. H.; COSTA, L. P. C.; PULLIN, E. M. M. P. Resolução de problemas aritméticos: Efeito de relações de

equivalência entre três diferentes formas de apresentação dos problemas. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, n. 19, v. 1, p. 44-52, 2006.

HENKLAIN, M. H. O.; CARMO, J. dos S. Stimulus equivalence and increase of correct responses in addition and subtraction problems. *Paidéia*, n. 23, v. 56, p. 349-358, 2013.

HENKLAIN, M. H. O.; CARMO, J. dos S. Medidas comportamentais de eficácia: contribuições na avaliação do ensino de operações aritméticas. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, no prelo.

MONTEIRO, G.; MEDEIROS, J. G. A contagem oral como pré-requisito para a aquisição do conceito de número com crianças pré-escolares. *Estudos de Psicologia*, n. 7, p. 73-90, 2002.

NUNES-CARRAHER, T.; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. Na vida dez, na escola zero: os contextos culturais da aprendizagem da matemática. In: Nunes-Carraher, T., Carraher, D., & Schliemann, A. *Na vida dez, na escola zero*. São Paulo, Cortez, pp. 23-43, 1998.

PINTO, N. B. O erro como estratégia didática no ensino da matemática elementar. Tese de Doutorado. São Paulo, SP: USP, 1998.

PRADO, P. S. T.; CARMO, J. S. Fundamentos do comportamento matemático: a importância dos pré-requisitos. Em Hübner, Maria M. C., Marinotti, Miriam (Orgs). *Análise do comportamento para a educação: contribuições recentes*. Santo André/SP: ESETEC, 2004.

PRADO, P. S. T.; DE ROSE, J. C. Conceito de Número: uma Contribuição da Análise Comportamental da Cognição. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, n. 15, v. 3, p. 227-235, 1999.

PRADO, P. S. T. Ensinando o conceito de número: contribuições do paradigma de rede de relações. Tese de Doutorado. São Paulo, SP: USP, 2001.

SOPHIAN, C. The sum of the parts. In Sophian, C. Children's numbers. Colorado: Westview Press, 73-88, 1996.

SOUZA, S. de; GOYOS, C.; SILVARES, E. F. M.; SAUNDERS, R. R. Emergence of Printing and Spelling Skills from Constructed-Response Matching-to-Sample Instruction (CRMTS). *European Journal of Behavior Analysis*, n. 8, v. 1, p. 49-64, 2007.

STROMER, R.; MACKAY, H. A. Spelling and emergent picture-printed word relations established with delayed identity matching to complex samples. *Journal of Applied Behavior Analysis*, n. 25, v. 4, p. 893-904, 1992.

STROMER, R.; Mcilvane, W. J.; SERNA, R. Complex stimulus control and equivalence. *The Psychological Record*, n. 43, p. 585-598, 1993.

SUDO, C. H.; SOARES, P. G.; SOUZA, S. R. de; HAYDU, V. B. Equivalência de estímulos e uso de jogos para ensinar leitura e escrita. *Revista Brasileira de Terapia Comportamental e Cognitiva*, n. 10, v. 2, p. 223-238, 2008.

