

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E ATIVIDADES INVESTIGATIVAS COM PESSOAS IDOSAS

Rafaela Nascimento da Silva¹

Universidade Federal de Alfenas – UNIFAL – Brasil.
rafaelansil@gmail.com.

Guilherme Henrique Gomes da Silva²

Universidade Federal de Alfenas – UNIFAL – Brasil.
guilherme.silva@unifal-mg.edu.br

Rejane Siqueira Julio³

Universidade Federal de Alfenas – UNIFAL – Brasil.
rejane.julio@unifal-mg.edu.br

¹ Graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal de Alfenas (UNIFAL-MG).

² Doutor em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP), campus de Rio Claro – SP. Docente do Departamento de Matemática do Instituto de Ciências Exatas e do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Alfenas (UNIFAL-MG).

³ Doutora em Educação pela Unicamp e mestre em Educação Matemática pela UNESP, campus de Rio Claro-SP, docente do Departamento de Matemática do Instituto de Ciências Exatas e do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Alfenas (UNIFAL-MG).

RESUMO: Discutimos neste artigo resultados de uma pesquisa que analisou a forma como ocorre o engajamento de idosos em atividades matemáticas quando inseridos em um cenário para investigação. Utilizando uma abordagem qualitativa, os dados foram produzidos em dois encontros com idosos participantes de um projeto de extensão universitária, que trabalha educação matemática direcionada à terceira idade. O envolvimento dos idosos se deu pelo aceite em participar das atividades e permeou os momentos de uma investigação matemática. Observamos contribuições para a interação social, mudança de concepção sobre a matemática, produção de conhecimento e o surgimento de discussões filosóficas, estéticas, tecnológicas e matemáticas.

Palavras-chave: Cenários para investigação. Razão áurea. Sequência de Fibonacci. Educação para idosos. Educação Matemática.

ABSTRACT: In this paper, we discuss results of a study that analyzed how occur the engagement of senior people with mathematics tasks when they are insert at a landscape of investigation. Through a qualitative approach, data were produced in two meetings with older people who participate of a university extension project. The involvement of senior people happened through the acceptance of development the tasks and was identified in all moments on the mathematical investigation. Contributions to senior people occurred in their social interaction, change in the conception about mathematics, and knowledge production. We also noted the emergence of discussion based on philosophy, aesthetics, technology and mathematics as well.

Keywords: Landscapes of Investigation. Golden Ratio. Fibonacci Sequence. Education for Senior People. Mathematics Education.

1 INTRODUÇÃO

Chegar a terceira idade¹ pode marcar o início de uma nova forma de viver, devido ao fim de ciclos, como no trabalho e na de criação dos filhos. Ao mesmo tempo pode ser um momento para que novas possibilidades e interesses sejam motivados, como o de se engajar em novos projetos de vida. A Educação tem se apresentado como uma possibilidade de projeto a qual os idosos podem participar e é, inclusive, apontada como um direito no Estatuto do Idoso (BRASIL, 2003).

O próprio fenômeno de envelhecimento da população, que ocorre em diversos países, como no Brasil, tem sido um dos principais motivos para o desenvolvimento de diferentes ações educativas para pessoas idosas, já que elas possuem interesses educacionais distintos (DOLL, 2008). Pesquisas têm mostrado que, por meio de processos educativos, os idosos podem se manter ativos cognitivamente, ter o conhecimento necessário para reivindicar seus direitos e participar de forma mais ativa, crítica e criativa em suas próprias vidas, se mantendo atuantes na comunidade (SCORTEGAGNA, 2010; LIMA, 2015; MARTORELL et. al, 2009).

Com base em Doll (2008), podemos destacar alguns aspectos relacionadas aos motivos e benefícios da educação para idosos. Dentre eles, tem-se a perspectiva socioeducativa, que se refere ao estabelecimento de relações sociais entre idosos e entre diferentes gerações. As atividades educativas também podem ser consideradas um momento de lazer para os idosos, atuando como um modo de ocupação do tempo livre. Elas podem assumir um caráter emancipatório, pois permitem melhorar a compreensão do mundo, criando possibilidades de ação. Nesse sentido, a Educação também possibilita que o idoso se mantenha atualizado e participativo na sociedade, além de permitir que continue exercendo suas capacidades cognitivas, amenizando as possíveis perdas que podem ocorrer em decorrência de doenças.

Assim, a educação para o idoso passa a ser, além de um novo projeto ou ocupação, uma garantia do exercício da cidadania e, também, um elemento importante para o nível de qualidade de vida, sendo este um conceito de contornos imprecisos, mas que inclui não apenas “fatores relacionados à saúde, como bem-estar físico, funcional, emocional e mental, mas também outros elementos importantes da vida das pessoas como trabalho, família, amigos, e outras circunstâncias do cotidiano” (PEREIRA; TEIXEIRA; SANTOS, 2012, p. 244).

Segundo Scagion (2018), o trabalho educacional com idosos no Brasil acontece através da Educação de Jovens e Adultos (EJA), dos sindicatos de aposen-

¹Em países desenvolvidos, a Organização Mundial da Saúde (OMS) considera idoso o indivíduo com idade igual ou superior a 65 anos. Já em países em desenvolvimento, a OMS indica que o limite inicial é de 60 anos de idade.

tados e das universidades, as quais se destacam pelas ações desenvolvidas através do Programa Universidade Aberta à Terceira Idade (Unati). A implementação de programas que seguem o modelo do Unati, ocorre através da extensão universitária, expandindo-se no país a partir do início da década de 1990. Cada instituição de ensino superior é livre para tomar suas decisões quanto aos objetivos do programa e as ações que serão realizadas. Contudo, elas apresentam propostas semelhantes, as quais estão relacionadas à melhora da qualidade de vida dos idosos, promoção da saúde, participação e autonomia, desenvolvimento pessoal e coletivo assim como a inserção social dos idosos.

A Educação Matemática, como aponta Skovsmose (2017), pode ser desenvolvida com diferentes grupos de pessoas em diferentes ambientes e se apresenta como uma possibilidade educacional para o desenvolvimento de leituras e escritas do mundo pelo idoso, com implicações tanto no desenvolvimento cognitivo e social quanto em seu desenvolvimento crítico para a reivindicação de seus direitos e exercício da cidadania. Um caminho para essa leitura e escrita de mundo tem sido a utilização de atividades matemáticas desenvolvidas em um cenário para investigação, como discutiremos adiante.

A pesquisa de Lima (2015) foi pioneira no âmbito da Educação Matemática envolvendo uma abordagem sistemática de desenvolvimento de atividades investigativas direcionada para o público idoso. Esta pesquisa, juntamente com as atividades desenvolvidas na ação “Conversas sobre Matemática com pessoas idosas” do projeto de extensão Laboratório de Ensino em Matemática (LEM)² da Universidade Estadual Paulista (Unesp), *campus* de Rio Claro, nos inspiraram a desenvolver o Projeto de Extensão “Conversas Matemáticas”, direcionado ao público idoso participante do Programa Universidade Aberta à Terceira Idade da Universidade Federal de Alfenas (UNIFAL) (Unati-UNIFAL-MG).

Visamos, em nosso projeto, desenvolver atividades investigativas relacionadas à Educação Matemática. As atividades são realizadas semanalmente com um grupo de nove idosos, matriculados no projeto. A equipe executora é formada por três estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da UNIFAL-MG, uma mestranda em Educação desta mesma instituição e dois docentes formadores. O projeto também tem proporcionado o desenvolvimento de pesquisas relacionadas à formação de professores de matemática inseridos neste contexto³ e outras que se relacionam aos aspectos envolvidos na participação de idosos em ambientes de aprendizagem baseados em cenários para investigação⁴.

² Projeto coordenado pela educadora matemática Profa. Dr.^a Miriam Godoy Penteadó.

³ Por exemplo, Silva (em desenvolvimento).

⁴ Por exemplo, Julio e Silva (2018).

Em particular, o objetivo deste artigo é realizar uma leitura sobre o engajamento de pessoas idosas em atividades matemáticas quando inseridas em um cenário para investigação. Para tanto, discutiremos dados produzidos a partir de dois encontros realizados com os idosos do projeto “Conversas Matemáticas” cuja temática principal foram os conteúdos matemáticos relacionados à razão áurea e à sequência de Fibonacci.

2 METODOLOGIA

As atividades realizadas com os idosos no projeto “Conversas Matemáticas” acontecem no Laboratório de Ensino de Matemática da UNIFAL-MG. Discutiremos neste trabalho resultados das atividades denominadas “Razão Áurea” e “Sequência de Fibonacci”, que ocorreram, respectivamente, no quarto e no décimo primeiro encontro com os idosos.

O grupo de idosos matriculados no projeto possui formação em diferentes áreas, como em Magistério, Contabilidade, Farmácia, História, Letras, Matemática e Administração. Dentre os motivos que os levaram a participar estão o interesse em aprender mais sobre matemática como, também, em exercitar a “mente”. Eles possuem um vasto “conhecimento de mundo” e sempre apresentam diversas questões e curiosidades durante as atividades desenvolvidas, diferente do que aconteceu em outra versão do projeto de extensão “Conversas Matemáticas” que trabalhou com idosos residentes de uma instituição de longa permanência do município de Alfenas-MG⁵. Isso significou para a equipe a necessidade de estudar a fundo os conceitos históricos, culturais e matemáticos envolvidos nas atividades elaboradas.

Como já mencionado, o projeto “Conversas Matemáticas” tem possibilitado a realização de pesquisas prioritariamente qualitativas que recorrem ao método da observação participante para a produção dos dados, utilizando-se de instrumentos como a gravação em áudio das atividades desenvolvidas e de conversas com os idosos durante e depois da realização das mesmas. Além disso, também realizamos notas em caderno de campo que posteriormente são transcritas para um editor de texto no computador. O mesmo acontece com as conversas gravadas com os idosos. Seguindo as orientações de Creswell (2014), durante o processo de realização desta pesquisa em particular, realizávamos anotações e lembretes de possíveis temas para serem discutidos e nos reuníamos para debater sobre os mesmos. Esse processo permitiu maior refinamento nas nossas análises dos dados como um todo.

Depois de organizar os dados, fizemos leituras e releituras, individualmente e coletivamente, realizando, em um primeiro momento, descrições mais detalhadas das situações ocorridas, e, posteriormente, construção de categorias

⁵ Sobre o desenvolvimento desta versão do projeto veja-se a discussão em Silva, Silva e Julio (2017).

de análise. Para tanto, atribuímos códigos para os dados que se alinhavam com os objetivos da pesquisa. Esses códigos foram agrupados de acordo com suas particularidades em categorias mais amplas para realizarmos uma leitura mais aprofundada de como ocorre o engajamento de pessoas idosas em atividades investigativas. Denominamos estas categorias de *envolvimento dos idosos com atividades matemáticas em um cenário para investigação e discussões propiciadas por uma atividade investigativa*. Neste processo de análise, nos baseamos em Skovsmose (2000; 2014), Ponte, Brocardo e Oliveira (2015) e em pesquisas no âmbito da Educação Matemática que desenvolveram trabalhos com pessoas idosas, como a já mencionada pesquisa de Lima (2015).

3 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO E TERCEIRA IDADE

Segundo Scagion (2018), a educação pode ser entendida como um processo de desenvolvimento ininterrupto do ser humano em relação aos aspectos intelectuais, morais e sociais. A educação ocorre durante toda a vida, a partir da disponibilidade para aprender em qualquer circunstância, e contribui para que o idoso tenha condições de acompanhar as mudanças que ocorrem na sociedade.

Diante das diversas contribuições da educação para a qualidade de vida dos idosos, a matemática pode se inserir neste contexto como uma possibilidade de inclusão no momento da execução de atividades, por meio do compartilhamento de informações, discussões acerca da resolução ou investigação de um problema e relações sociais que podem ser estabelecidas. Atividades com essa temática também podem trazer benefícios através do estímulo do raciocínio lógico, deduções e cálculos mentais (SCAGION, 2018; LIMA, 2015; GROSSI, 2014; SILVA; LIMA, 2014; SILVA; SILVA; SILVA, 2017).

Pesquisadores que utilizaram uma abordagem investigativa em problemas ou situações, como é o caso de Martorell et al (2009), durante o desenvolvimento de atividades de uma disciplina no campo das Ciências direcionada para idosos matriculados em um Programa Aberto à Terceira Idade de uma universidade espanhola, destacaram que o caráter investigativo da proposta favoreceu que os idosos não apenas construíssem, reforçassem habilidades científicas e produzissem novos conhecimentos, mas também que apresentassem um maior grau de satisfação com relação às suas perspectivas sociais e cognitivas.

No âmbito da Educação Matemática, o uso de uma abordagem investigativa com idosos se insere como uma possibilidade de criar um ambiente que pri-

vilegie o diálogo e argumentação, em busca da compreensão do que está sendo estudado, gerando maior interesse dos idosos em participar das atividades e aprender (LIMA, 2015; SCAGION, 2018). Em consonância com as ideias defendidas por Alrø e Skovsmose (2006) e Lins (1999), consideramos a aprendizagem como um processo que pode ser entendido como *ação*. Tal fato ocorre quando alunos e professores possuem uma perspectiva comum em relação a uma atividade, indicando uma aproximação. Deste modo, para que uma atividade realizada seja considerada uma ação, deve haver alguma intencionalidade, aliada a possibilidade de se fazer escolhas.

Conforme Skovsmose (2000), a abordagem investigativa se contrapõe ao ensino tradicional, pautado no chamado “paradigma do exercício”, no qual a premissa central é a de que em cada exercício ou tarefa existe uma, e somente uma, resposta correta, sendo que o professor possui o monopólio do conhecimento. Um dos principais interesses da investigação para a Educação Matemática está relacionado à formação crítica, que visa o desenvolvimento de competências relativas à prática da democracia. Skovsmose (2000) salienta então que é importante que a matemática não seja vista apenas como um conteúdo a ser ensinado e aprendido, mas como uma ferramenta que nos possibilita refletir sobre diversas questões sociais e está fortemente presente em nossa cultura tecnológica. Para este autor, ambientes que favorecem o uso da investigação em processos de ensino e aprendizagem são chamados de “cenários para investigação” e se caracterizam por inserir o estudante como responsável pelo processo de exploração e explicação/justificação para a produção do seu conhecimento. Contudo, a criação de um cenário para investigação depende de alguns fatores, como a disponibilidade dos estudantes para aceitar o convite para a investigação e o modo como o professor tenta criar o ambiente, que pode repercutir como um comando e não ser atrativo para os participantes da atividade (SKOVSMOSE, 2000).

As diferenças entre o trabalho educativo baseado nos cenários para investigação e no paradigma do exercício podem ser categorizadas a partir da combinação entre estas duas práticas e três referências, as quais são responsáveis por levar os estudantes a produzirem significados para os conceitos e as atividades matemáticas. A primeira referência se refere às questões e atividades relacionadas a própria matemática. A segunda, à uma realidade construída, chamada semirrealidade. Já a terceira se refere às situações do mundo real (SKOVSMOSE, 2000, 2014). Desta forma, combinando as duas práticas de sala de aula com os três tipos de referência, Skovsmose (2000) apresenta os possíveis ambientes de aprendizagem, apresentados no quadro a seguir.

Quadro 1 - Ambientes de aprendizagem

	Exercícios	Cenários para investigação
Referências à Matemática pura	(1)	(2)
Referências à semirealidade	(3)	(4)
Referências ao mundo real	(5)	(6)

Fonte: Skovsmose (2000). Quadro adaptado pelos autores.

Segundo Skovsmose (2000), os ambientes 1 e 3 são os mais observados nas práticas de ensino que seguem o modelo tradicional do paradigma do exercício, pois se referem respectivamente aos exercícios formulados no contexto da matemática pura e da semirrealidade. Já os ambientes 2, 4 e 6 estão relacionados ao uso da investigação a partir das três referências. De acordo com o autor, é interessante caminhar por todos os ambientes.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2015) também oferecem contribuições para as discussões relacionadas às investigações, denominadas investigações matemáticas, que em conjunto com as de Skovsmose (2000; 2014) nos oferecem subsídios teóricos para a elaboração de atividades e até mesmo de pesquisas na Educação Matemática, como a que estamos abordando neste artigo.

O desenvolvimento de uma investigação, conforme Ponte, Brocardo e Oliveira (2015), ocorre inicialmente com a introdução de um assunto, situação ou problema de forma oral ou escrita, em que o professor propõe a atividade, cabendo ressaltar a importância do aceite ao convite, conforme Skovsmose (2000). Em seguida, os alunos devem realizar a investigação, que pode ocorrer individualmente ou em grupo. Por último, é feito o compartilhamento dos resultados com todos os envolvidos. A investigação matemática geralmente ocorre em torno de uma ou mais temáticas, envolvendo quatro momentos principais: exploração e formulação de questões; formulação de conjecturas; realização de testes e reformulação; justificção e avaliação do trabalho. Estes momentos podem ocorrer simultaneamente, incluindo diversas atividades que podem transitar nos diferentes ambientes de aprendizagem destacados por Skovsmose (2000).

Vale ressaltar que em uma atividade investigativa o seu processo de desenvolvimento, via de regra, é mais importante do que o resultado alcançado, dado o seu caráter aberto. Desse modo, cabe ao professor programar o início da atividade, contudo o resultado não pode ser controlado, podendo haver diferentes conclusões. Ainda, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2015), nesse tipo de abordagem, é importante que o professor estabeleça um ambiente de aprendizagem em que o estudante se sinta à vontade para expressar suas

ideias, fazer questionamentos e discutir com os demais colegas. Para isso, é necessário que o tempo seja suficiente para que a investigação seja concluída.

A abordagem investigativa no desenvolvimento de atividades matemáticas com pessoas idosas foi utilizada em Lima (2015) e mostrou potencialidades importantes. Os idosos se envolveram nas atividades, demonstrando interesse em entender e resolver os problemas abordados. A participação ocorreu por meio de questionamentos, posicionamento em relação aos assuntos discutidos e o compartilhamento e defesa de suas ideias, por meio de argumentos matemáticos. O interesse em compartilhar as atividades com outras pessoas também evidenciou o envolvimento dos idosos nas atividades.

O desenvolvimento de atividades investigativas com o público idoso segue os mesmos pressupostos apontados por Ponte, Brocardo e Oliveira (2015) e Skovsmose (2000, 2014), mas precisa de alguns cuidados. Lima (2015) nos fornece uma série de características importantes no que tange ao trabalho pedagógico com este público, como preparar previamente o ambiente em que acontece a atividade, aumentar a fonte da letra para facilitar a leitura dos textos e dos slides elaborados bem como utilizar uma entonação de voz adequada, para que todos possam ouvir e se envolver na atividade.

Queremos trazer para este artigo mais um elemento que consideramos fundamental na elaboração de atividades, que é a leitura dos estudantes – no nosso caso os estudantes idosos –, conforme proposta por Lins (1999), para poder conhecê-los, saber onde eles estão e interagir com eles, o que possibilita um desenvolvimento que leve em consideração não somente a perspectiva dos idosos, mas a possibilidade de que percorram outros caminhos, novos lugares, e produzam conhecimentos. Também levamos em consideração o *foreground* dos idosos que, conforme Skovsmose (2014), consiste nas possibilidades que o meio social em que as pessoas estão inseridas pode proporcionar. Desse modo, o *foreground* determina a intencionalidade no processo de aprendizagem, se relacionando aos motivos que levam as pessoas a aprender. Nesse sentido, as atividades discutidas neste artigo, que foram a base para a produção dos dados aqui discutidos, bem como as demais desenvolvidas no projeto “Conversas Matemáticas”, foram elaboradas com a preocupação de inserirem os participantes em um cenário para investigação, seguindo as recomendações de Lima (2015) no que tange à adaptação para o público idoso.

4 ATIVIDADES “RAZÃO ÁUREA” E “SEQUÊNCIA DE FIBONACCI”

As atividades “Razão Áurea” e “Sequência de Fibonacci” foram elaboradas a pedido de um dos idosos participantes do projeto de extensão, que queria

saber o que significava razão áurea e qual a relação possuía com a sequência de Fibonacci. Por mais que as duas atividades tenham partido do interesse de um participante em especial, a equipe do projeto teve a preocupação de elaborar atividades investigativas de forma que todos os idosos aceitassem o convite para participar do cenário para investigação que estávamos propondo.

Inicialmente, realizamos levantamentos bibliográficos⁶ sobre a temática razão áurea ou proporção áurea ou número de ouro e não encontramos referências que se enquadravam declaradamente como atividades investigativas. Ainda assim, os trabalhos encontrados inspiraram e, ao mesmo tempo, desafiaram a equipe do projeto para elaborar uma atividade que propiciasse a criação de cenários para investigação nessa temática que transitassem nos diferentes ambientes.

A atividade foi desenvolvida conforme o seguinte roteiro: inicialmente foram apresentadas diferentes imagens (a pintura da Mona Lisa, de Leonardo da Vinci, a catedral de Notre Dame em Paris, uma concha, o símbolo da empresa Apple, uma orelha, um girassol, um cartão de crédito e o desenho Homem Vitruviano de Leonardo da Vinci) e questionado aos idosos o que eles achavam que as imagens tinham em comum. O intuito foi o de fazer o convite para participarem da investigação, algo a ser observado mediante a exploração e formulação de questões. A partir das falas dos idosos, apresentamos outros slides com as mesmas figuras, mas com retângulos e espirais áureas inscritos nas mesmas, sem informar de imediato o que aquilo significava, visando que os mesmos identificassem as curvas nas figuras. Esses momentos se caracterizaram por uma caminhada entre os ambientes (4) e (6) propostos por Skovsmose (2000) e destacados no Quadro 1, uma vez que elementos do dia a dia foram trazidos para fazer com que os idosos fossem refinando seu olhar para a temática da atividade.

Após esgotar esta discussão, iniciamos uma discussão matemática com os idosos sobre a razão áurea, abordando seu contexto histórico e os elementos matemáticos envolvidos, caminhando pelos ambientes de aprendizagem (1) e (2) do Quadro 1. Em seguida, convidamos uma idosa para realizar a leitura do texto *Renascimento, razão áurea e as formas do corpo humano*⁷, elaborado pela equipe, que destacava a utilização da razão áurea no Renascimento. O texto trazia um desenho do “O Homem Vitruviano”, que apresenta um homem de proporções áureas inscrito em uma circunferência e em um quadrado. Por meio do desenho, a equipe desenvolveu atividades com os idosos de forma que fizessem explorações e formulassem conjecturas, realizassem testes e

⁶ Para o estudo acerca do tema e elaboração da atividade “Razão Áurea” utilizou-se os trabalhos de Garcia et al (s/d), e Queiroz (2007).

⁷ Para a confecção do texto, a equipe se baseou em Queiroz (2007).

reformulassem suas conjecturas ou questões, momentos estes importantes na realização de atividades investigativas (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2015). Após esse momento, buscamos estabelecer proporções e relações dos próprios idosos com a razão áurea, utilizando como referência a medição de seus próprios corpos, o que se deu por um movimento entre os ambientes (3) e (4) do Quadro 1.

Na última etapa da atividade, voltando para o ambiente (2), os idosos realizaram a construção do retângulo áureo com o auxílio de régua e compasso e, em seguida, fizeram o cálculo da razão áurea do retângulo construído. Para encerrar a atividade, a equipe apresentou outras imagens aos idosos (redemoinho, caracol, flor copo de leite e os símbolos da Toyota, da Pepsi e do canal de televisão National Geographic). Nestes símbolos, os idosos puderam identificar a razão áurea ou então verificar que suas proporções remetiam à mesma.

A atividade “Sequência de Fibonacci”, visou contribuir para que os idosos compreendessem o funcionamento de uma sequência matemática, identificando seu padrão de funcionamento. Em especial, a atividade visava favorecer que os idosos identificassem alguma relação entre os conteúdos matemáticos trabalhados na atividade “Razão Áurea” com a sequência de Fibonacci. Para a elaboração da atividade, a equipe realizou, também, um levantamento bibliográfico⁸ acerca do tema, a fim encontrar referências de atividades que pudessem ser desenvolvidas ou que inspirassem na elaboração da mesma, visando a construção de um ambiente de aprendizagem baseado em cenários para investigação. Devido à curiosidade que os idosos sempre apresentavam em conhecer o contexto histórico dos temas abordados nas atividades, optamos por introduzir o assunto através da leitura de um texto⁹ elaborado pela equipe sobre Leonardo de Pisa (ou Fibonacci), abordando sua importância para a inserção do sistema de numeração que utilizamos hoje – o sistema de numeração indo-arábico ou sistema de numeração decimal – e o problema dos coelhos, que nos permite estabelecer a sequência de Fibonacci.

Após a leitura, convidamos os idosos a resolvê-lo de forma colaborativa, por meio de uma tabela confeccionada em cartolina e coelhos adultos e novos, também em cartolina, que poderiam ser manipulados. Nesse momento, conduzimos os idosos entre os ambientes de aprendizagem (2) e (4). Isso exigiu a ambientação do problema, que se deu por meio de explorações e formulações de questões, e pelo estabelecimento de negociações e estratégias para a resolução do problema. A fim de promover uma discussão sobre os resultados obtidos, os idosos completaram uma tabela individualmente, em que anotaram a quantidade de casais adultos, casais novos e o total de coelhos para cada mês. Também, foram feitos vários questionamentos visando

⁸ Para a elaboração da atividade baseou-se em Livio (2006), Belini (2015) e Leopoldino (2016).

⁹ A elaboração do texto baseou-se em Livio (2006).

que estabelecessem a relação existente entre os elementos das sequências formadas nas colunas da tabela e, deste modo, determinar as características da sequência de Fibonacci. Em seguida, com a finalidade de relacionar a sequência de Fibonacci com a razão áurea, propusemos que os idosos fizessem uma divisão¹⁰ entre os termos desta sequência e anotassem os resultados na tabela para depois tentarem investigar o que estava acontecendo com essas razões.

Para finalizar, mostramos imagens como a árvore genealógica de um zangão, a configuração das sementes de girassol na flor, o número de pétalas de uma flor margarida e o crescimento de galhos de plantas, em que podem ser lidas a sequência de Fibonacci e propomos como tarefa para casa, a resolução de algumas questões, retiradas de concursos, envolvendo sequências numéricas, de palavras e de formas. Esta última etapa inseriu a atividade no ambiente de aprendizagem (1).

5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Por meio de nossa leitura dos dados produzidos a partir das duas atividades descritas, analisamos a participação de idosos em atividades matemáticas quando inseridos em um cenário para investigação. Esse processo ocorreu a partir de nossa produção de significados para os acontecimentos ocorridos no momento em que as atividades foram realizadas e em discussões posteriores. Dividimos as discussões do processo de análise em duas categorias, que denominamos de *envolvimento dos idosos com atividades matemáticas em um cenário para investigação* e *discussões propiciadas por uma atividade investigativa*.

5.1 A TABELA SE CRUZA COMO OS COELHOS: ENVOLVIMENTO DOS IDOSOS COM ATIVIDADES MATEMÁTICAS EM UM CENÁRIO PARA INVESTIGAÇÃO

O primeiro passo para discutirmos o envolvimento de idosos inseridos em um cenário para investigação em um contexto de trabalho com a matemática diz respeito ao *aceite para participar das atividades*. Segundo Skovsmose (2000), este é o primeiro (e talvez mais importante) momento de uma investigação matemática em um contexto pedagógico. A análise dos dados produzidos em nosso estudo traz indicações de que esse aceite ocorreu pelos idosos em ambas as atividades. Por exemplo, logo que introduzimos a primeira atividade, mesmo não encontrando uma característica comum entre as imagens apresentadas, os idosos tentaram encontrar regularidades e formular ques-

¹⁰ A divisão entre os termos foi realizada da seguinte maneira:

$$\left(\frac{F_n}{F_{n-1}} \right)$$

tões. A senhora Ana¹¹ tentou identificar figuras geométricas comuns, Pedro observou que as figuras estavam centralizadas e possuía certa simetria, Lúcia e Marina disseram que a característica em comum entre as figuras eram as curvas. Lúcia identificou um quadrado, lembrou da atividade envolvendo quadrados mágicos, realizada em outro momento no projeto, em que eles haviam trabalhado com tal figura e questionou se a atividade seria sobre curvas. Essa constatação pôde ser confirmada quando as mesmas imagens foram apresentadas, mas desta vez com retângulos e espirais áureas inseridos, e os idosos, novamente questionados, reconheceram as inserções nas imagens e fizeram afirmações como: “Foi feita uma divisão proporcional. [...] É como se fosse uma forma... [...] É tipo um gabarito” (Pedro), “A parte menorzinha [da espiral] vai se distribuindo no todo” (Sandra).

Na segunda atividade, consideramos que o aceite dos idosos ocorreu devido ao surgimento de discussões acaloradas no momento da exploração do problema, em que as mesmas tentavam não apenas compreendê-lo, mas estabelecer um plano de ação. Em um primeiro momento, essas discussões acabaram gerando uma fragmentação no grupo, pois Joana estava tão convicta de que suas conjecturas estavam corretas que decidiu resolver por ela mesma o problema, enquanto os demais idosos se mantiveram em grupo, trabalhando colaborativamente.

É importante mencionar que, mesmo ocorrendo o aceite pelos participantes para se inserirem no cenário para investigação, pode acontecer que alguns deles não se sintam motivados a continuar a explorar a situação. A leitura do texto *Renascimento, razão áurea e as formas do corpo humano* e a discussão dos questionamentos e conjecturas levantadas no início da atividade “Razão Áurea” mostraram-se como motivadoras para a introdução do exercício de medição dos corpos dos idosos. No entanto, a senhora Ana mostrou-se desinteressada pelo assunto durante esta primeira etapa da atividade. Apenas no momento em foi realizada a medição dos corpos, ela se motivou a participar e fazer os cálculos para comparar as medidas e razões feitas com o número de ouro, mostrando sua preferência por atividades mais práticas. Nesta etapa, alguns corpos foram medidos pelos membros da equipe do projeto e outros foram medidos pelos próprios idosos.

As reações dos idosos durante a atividade, em especial da senhora Ana, nos mostrou que os participantes do projeto possuem diferentes perfis e interesses e por isso a importância em não focar em um tipo específico de atividade, corroborando com os apontamentos de Doll (2008). Além disso, Lima (2015) afirma que é importante estar preparado para situações inesperadas, como o

¹¹ Todos os nomes são fictícios e foram elaborados desta forma para preservar os idosos participantes do projeto.

desinteresse do idoso e críticas à atividade, o que reiteramos, com base em Julio e Oliveira (2018), de que mais do que preparar uma atividade, é fundamental se preparar para ela, pensando em possibilidades de produção de significados, se colocando no lugar dos outros (dos idosos) e estando aberto à interação.

Em diversos momentos das atividades a *formulação de conjecturas* esteve presente. Um exemplo foi na primeira atividade em que a leitura possibilitou questionamentos como: “*Será que existe alguma relação entre os membros inferiores e superiores?*” (Marina), “*Será que isso se encaixa em todo mundo?*” (Sandra) e o comentário de Glória de que talvez aquelas proporções estejam relacionadas com o povo europeu e que em outras etnias não seriam válidas (chineses, japoneses, etc.). Outro exemplo de conjecturas levantadas ocorreu na segunda atividade, em que Lúcia comentou, ao perceber o que aconteceria nos primeiros meses da tabela dos coelhos, que seria construída uma sequência. Em relação a *elaboração de testes/estratégias*, foi possível ler isto de forma mais ativa na atividade envolvendo a sequência de Fibonacci. O próprio enunciado do problema, por gerar muitas discordâncias no grupo de idosos, envolveu um longo processo de negociação de estratégias.

Alrø e Skovsmose (2006) destacam a importância de avaliar a perspectiva dos participantes durante o processo investigativo em um cenário para investigação, a fim de entender seu ponto de vista sobre o problema e chegar a um propósito comum. No caso da atividade “Sequência de Fibonacci”, o problema em questão se caracterizava por ser uma situação fictícia sobre reprodução de coelhos e os idosos tiveram dificuldade em desvinculá-lo de uma situação real. Dessa forma, foi necessário que a equipe intervisse na discussão a fim esclarecer esta questão e discutir em conjunto sobre o objetivo do problema, a partir de uma perspectiva que fosse comum a todos, como foi o caso de considerar o casal de coelhos do primeiro mês como novo para iniciar o preenchimento da tabela grande confeccionada.

A tabela confeccionada ocupou uma grande parte da mesa e foi feita com o objetivo de gerar interação entre os idosos. Para seu preenchimento, os idosos optaram por continuar sentados e que, à medida que os meses iam sendo completados, cada pessoa que estava mais perto do local (linha referente a um determinado mês) o preenchia com coelhos novos e adultos (Figura 1). Assim, todos puderam ajudar na montagem da tabela, acompanhando o que estava sendo feito e alguns já foram preenchendo ao mesmo tempo suas próprias tabelas.

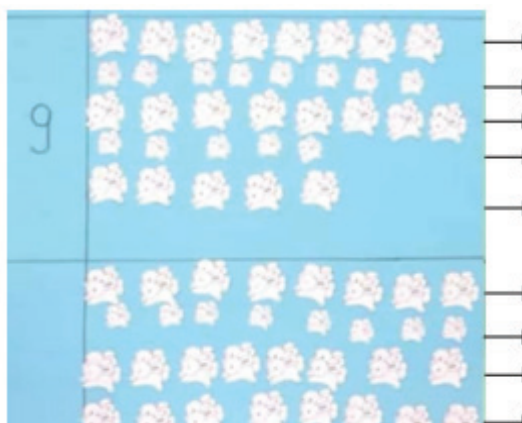
Figura 1 - Montagem da tabela



Fonte: Acervo dos autores, 2018.

Por mais que uma estratégia de preenchimento da tabela já tivesse sido estabelecida com os idosos, alguns ainda estavam com dificuldades sobre o que poderiam fazer. Dessa forma, foi necessária uma pausa para discutir com todos, novamente, a estratégia que estava sendo utilizada. Somente após todos concordarem e compreenderem, eles puderam dar continuidade. A estratégia utilizada para distribuir os coelhos em cada mês era sempre contar a quantidade de coelhos do mês anterior que seriam adultos no próximo mês e distribuí-los. Em seguida, eles verificavam o número de casais coelhos do mês anterior que poderia ter casais novos no próximo mês e distribuíam os casais novos junto dos seus respectivos “pais”. Por exemplo, no oitavo mês tinham 21 casais de coelhos, sendo 13 adultos e 8 novos (Figura 2). Desse modo, para completar o nono mês, primeiramente eles colocaram 21 casais de coelhos adultos e, como no oitavo mês tinham 13 casais adultos, apenas esses casais iriam gerar novos filhote no nono mês e, assim, elas colocaram 13 casais novos de modo que cada casal ficasse embaixo de um casal adulto. Assim, no nono mês foram colocados 34 casais.

Figura 2 - Oitavo e nono mês da tabela



Fonte: Acervo dos autores, 2018.

A senhora Joana, que estava resolvendo a atividade sozinha, ao ver que tinha cometido um erro, não mostrado para a equipe do projeto, voltou a trabalhar

com o grupo, acompanhando a montagem da tabela e ajudando a completar a linha referente ao décimo mês. Mesmo no preenchimento da tabela, esta idosa usou uma estratégia diferente dos outros idosos. Sua estratégia foi a de contar e distribuir os coelhos por partes, ou seja, ela contava quantos casais tinham em cada fileira do mês anterior, (Figura 3) e distribuía os coelhos no próximo mês. Após fazer isso para todas as fileiras, ela analisou quais eram as fileiras que tinham casais adultos no mês anterior e distribuiu os casais novos no mês seguinte. Por exemplo, no nono mês tinham 34 casais de coelhos, sendo 21 adultos e 13 novos (Figura 3). Para completar o décimo mês, a idosa tomou a mesma quantidade de oito casais de coelhos, que tinha na primeira fileira do nono mês, e colocou no décimo mês. Como esses oito casais já eram adultos no nono mês, eles iriam gerar casais novos no décimo mês e, portanto, a idosa colocou, na segunda fileira, oito casais novos correspondentes a cada casal adulto acima. Em seguida, ela pegou a mesma quantidade de casais de coelhos da segunda fileira do nono mês e colocou na terceira fileira do décimo mês. Como esses casais eram novos no nono mês eles não gerariam casais novos no décimo mês. A idosa fez o mesmo procedimento para todas as fileiras até terminar de completar o décimo mês.

Figura 3 - Nono e décimo mês da tabela



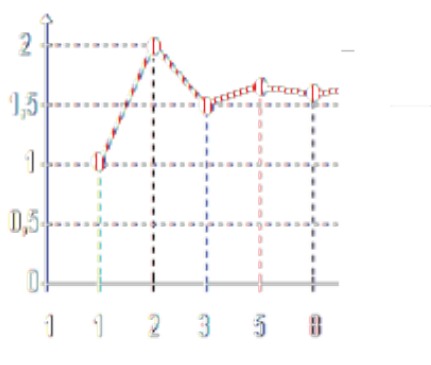
Fonte: Acervo dos autores, 2018.

Inicialmente, os demais idosos não entenderam esta estratégia e, ao ser solicitada, a senhora Joana pôde explicar até que todas entendessem. Algumas idosas comentaram: "A ordem fatores não altera o resultado". De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2015), é fundamental se sentir à vontade para compartilhar suas ideias em uma atividade investigativa, pois isso permite que diferentes estratégias de resolução possam ser confrontadas. Notamos que esse compartilhamento favoreceu a discussão entre os idosos durante o desenvol-

vimento da atividade. Neste caso, ainda vale fazer mais um comentário sobre a fala de alguns idosos de que a ordem dos fatores não altera o resultado. Em atividades escolares pautadas no paradigma do exercício, os professores estão interessados, na maioria das vezes, no resultado de um problema ou de uma operação a ser efetuada. No caso das atividades investigativas, muitas vezes, o processo de investigar torna-se mais importante que o resultado em si (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2015; SKOVSMOSE, 2014).

Consideramos, assim como Lima (2015), que o engajamento de idosos com atividades investigativas pode favorecer que os mesmos possam desenvolver sua criatividade, através da exposição de ideias e compartilhamento de conclusões, levando ao surgimento de diferentes soluções para um problema e a produção do conhecimento. Tanto na primeira quanto na segunda atividade houve muita interação/colaboração *entre os idosos*. Na Figura 1, os idosos estão sentados e formam um só grupo, exceto a participante que quis resolver a situação sozinha. Eles decidiram as estratégias de preenchimento da tabela, apresentando diferentes argumentos, e trabalharam de forma colaborativa no preenchimento e nas discussões sobre a quantidade de coelhos. Na Figura 4, que ilustra a medição de corpos, notamos uma maior interação entre os idosos e a equipe do projeto (Figura 4).

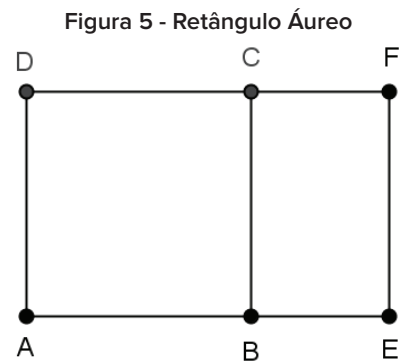
Figura 4 - Idosos fazendo as medições



Fonte: Acervo dos autores, 2018.

A análise dos dados traz indícios de que o envolvimento dos idosos com atividades matemáticas em um cenário para investigação propiciou aos mesmos não apenas o envolvimento, mas também a *produção de conhecimentos matemáticos*. Por exemplo, durante a construção do retângulo áureo com régua e compasso realizada na primeira atividade, os idosos não tiveram dificulda-

des em utilizar esses instrumentos para fazer a construção e também para determinar o cálculo da razão áurea. Verificamos que duas estratégias foram utilizadas: enquanto alguns idosos fizeram a razão entre a medida do lado maior (AE) e lado menor (AD) outros fizeram a razão entre a medida segmentos AB e BE, conforme a Figura 5. Dessa forma, cada um pôde compartilhar como realizou o cálculo, o que favoreceu não apenas a interação entre eles, mas evidenciou a compreensão do assunto pelos mesmos.





Fonte: Acervo dos autores, 2018.

Na atividade “Sequência de Fibonacci”, depois que os idosos preencheram a tabela confeccionada na cartolina, propomos que eles preenchessem suas próprias tabelas. Para finalizar a investigação, foi realizada uma discussão entre todo o grupo sobre as possíveis relações existentes entre os números da sequência formada na coluna que representava o total de coelhos. Desse modo, os idosos puderam compartilhar suas conjecturas, justificativas e conhecimentos acerca do que estava sendo discutido. De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2015), neste momento, o professor deve atuar como um moderador a fim de que os resultados mais significativos sejam destacados, estimular os questionamentos dos estudantes e, por fim, que seja feita uma organização das principais ideias e discussão sobre os resultados encontrados.

Dessa forma, no início da discussão, as senhoras Sandra, Selma e Glória relataram que já haviam percebido que cada termo, a partir do terceiro, era obtido a partir da soma dos dois termos anteriores (Figura 6). Elas também descobriram que essa relação acontecia nas outras colunas (casais adultos e casais novos). As discussões que elas levantaram auxiliaram que os demais também identificassem esse padrão. Neste momento, a equipe optou por informar que a sequência formada se tratava da Sequência de Fibonacci. Os idosos continuaram formulando conjecturas acerca das relações na tabela, percebendo, inclusive, que a sequência se formava nas outras colunas começando em linhas diferentes. A senhora Sandra percebeu outra relação entre os elementos da tabela (Figura 6), relacionando todas as colunas. A relação foi a seguinte: a soma do Total (da primeira linha) com a quantidade de casais de coelhos novos da segunda linha, resulta na quantidade de casais de coelhos adultos da

terceira linha, a soma do total (da segunda linha) com a quantidade de casais de coelhos novos da terceira linha resulta na quantidade casais de coelhos adultos da quarta linha, e assim sucessivamente. Ela levantou este ponto e solicitou que o mesmo fosse discutido com os outros idosos. A senhora Glória comentou: "A tabela se cruza como os coelhos".

Figura 6 - Tabela completada com o número de casais adultos, novos e o total para cada mês

Mês	Casais adultos 	Casais novos 	Total
1	0	1	1
2	1	0	1
3	1	1	2
4	2	1	3
5	3	2	5
6	5	3	8
7	8	5	13

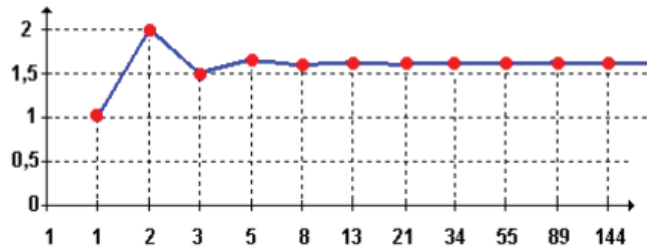
Fonte: Acervo dos autores, 2018.

A senhora Sandra estabeleceu regularidades que a equipe não havia notado durante a elaboração da atividade. Outras conjecturas também surpreenderam os membros da equipe no momento de execução das atividades, como foi o caso da senhora Joana que tentou relacionar o total de coelhos da tabela em termos de porcentagem e questionou sobre a existência de um gráfico de crescimento da situação explorada. Ela ainda perguntou como utilizamos essa sequência e se ela é válida na reprodução de outros animais. Consideramos que neste momento, os idosos estavam buscando produzir/relacionar conhecimentos matemáticos por meio das atividades. Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2015), durante a realização de atividades investigativas, podem surgir situações imprevisíveis que exigem que o professor raciocine matematicamente, como quando os alunos formulam conjecturas que não haviam sido pensadas de antemão. Este tipo de situação se caracteriza por ser um momento em que o aluno estabelece conexões com outros conceitos matemáticos e com outras áreas do conhecimento.

Ainda em relação à produção de conhecimentos matemáticos, as atividades investigativas propiciaram que os idosos fizessem relações entre as atividades trabalhadas no projeto. No caso da atividade "Sequência de Fibonacci", em determinado momento os idosos necessitaram preencher uma coluna da tabela individual com os valores da razão entre os termos da sequência de Fibonacci. Usando calculadoras, lápis e papel e cálculo mental, logo após as primeiras divisões, perceberam que o valor estava cada vez mais próximo do número de ouro, trabalhado algumas semanas antes. Joana perguntou se se-

ria possível construir um gráfico com esses valores. A equipe aproveitou a oportunidade e mostrou, na lousa digital do laboratório, um gráfico com os valores encontrados nas divisões, visando corroborar o argumento dos idosos em relação à obtenção da razão áurea (Figura 7).

Figura 7 - Gráfico da relação entre a sequência de Fibonacci e as divisões.



Fonte: Belini, 2015, p. 39.

Consideramos esta situação como uma evidência de que os idosos, de fato, compreenderam os elementos matemáticos da atividade “Razão Áurea” e puderam, inclusive, relacioná-los com o que estava sendo discutido no momento da atividade “Sequência de Fibonacci”. Isso corrobora o fato de que a realização de investigações matemáticas pode propiciar aos envolvidos oportunidades para utilizarem e retomarem seus conhecimentos matemáticos e não apenas de desenvolverem, mas de ampliarem suas capacidades e efetuarem novas aprendizagens (ROCHA; PONTE, 2006).

Em especial, no caso dos idosos, eles possuem um vasto conhecimento de mundo e, não somente nas atividades destacadas neste artigo, como nas demais desenvolvidas ao longo do projeto, estabelecem relações entre as abordagens matemáticas com os fazeres das pessoas e suas culturas. Assim, consideramos que a característica “aberta” que atividades em um cenário para investigação apresentam atrelada a este conhecimento de mundo podem favorecer o desenvolvimento de momentos importantes de produção de conhecimentos matemáticos. Claro que, para o professor ou equipe que esteja à frente das atividades, isso pode gerar momentos imprevistos, denominados pela literatura como zona de risco, caracterizada pela imprevisibilidade e pela perda de controle da situação pelo professor (PENTEADO, 2001), o que já é mais propício de se acontecer em um cenário para investigação (SILVA, 2010; SILVA; PENTEADO, 2013). O que temos notado é que estes momentos têm proporcionado oportunidades para discussões e pesquisas sobre os temas tanto para os idosos quanto para a equipe executora. Em outras palavras, verificamos que os riscos trazem possibilidades (PENTEADO; SKOVSMOSE, 2008).

5.2 AMEI FALAR SOBRE CONSTANTES: DISCUSSÕES PROPICIADAS ENTRE OS IDOSOS EM UM CENÁRIO PARA INVESTIGAÇÃO

Todos os momentos das atividades investigativas trabalhadas com os idosos no projeto foram permeados por muitas discussões, envolvendo assuntos filosóficos, estéticos, tecnológicos, matemáticos, dentre outros. No momento da análise dos dados produzidos no projeto, e em particular das duas atividades analisadas, estas discussões surgiram durante as etapas de desenvolvimento das atividades. O que chamamos de *discussões filosóficas* relacionam-se a momentos em que as atividades propiciaram reflexões em relação à própria natureza da matemática. Por exemplo, durante a realização da atividade “Razão Áurea”, Sandra questionou “*E quem inventou isso [a razão áurea], descobriu?*”, que gerou o questionamento entre o grupo de idosos se a razão áurea era uma criação ou uma descoberta humana, prevalecendo a vertente da descoberta humana. Esta discussão voltou a surgir no final da atividade, ao serem exibidas imagens que possuíam relação com o número de ouro, prevalecendo, para os idosos, a crença de que “descobrimos” coisas feitas por um criador, no caso Deus, exemplificada na seguinte fala da senhora Sandra: “*Fico enfezada com esses ateus que acham que tudo surgiu ao acaso. Como eles podem não acreditar em um ser superior com tamanha inteligência para criar tantas coisas que por exemplo, tem a mesma proporção?*”.

Discussões sobre estética também surgiram, iniciada pela senhora Ana. Em suas palavras, “essa história de número de ouro representar a beleza é uma bobeira”. Para esta idosa, além de não achar a Mona Lisa bonita, ela não utilizava a razão áurea em suas aulas de pintura e não achava que o seu uso poderia deixar as pinturas mais bonitas. Outros idosos também comentaram que o padrão de beleza da época deveria ser bem diferente do que é considerado nos dias atuais, pois se a Mona Lisa foi feita utilizando a razão áurea, provavelmente ela era considerada bonita à época, o que, na visão delas, não aconteceria nos dias de hoje.

Uma das características de um cenário para investigação diz respeito à exploração dos diversos caminhos que podem surgir no desenvolvimento das atividades. Como aponta Skovsmose (2014, p. 45),

ao contrário da bateria de exercícios tão característica do ensino tradicional de matemática, que se apresenta como uma estrada segura e previsível sobre o terreno, as trilhas dos cenários para investigação não são tão bem demarcadas. Há diversos modos de explorar o terreno e suas trilhas. Há momentos de prosseguir com vagar e cautela, e outros de se atirar loucamente e ver o que acontece.

Essas trilhas podem ter, muitas vezes, um desfecho incerto. No caso das atividades, a equipe levou a sério as discussões filosóficas e estéticas levantadas pelos idosos, buscando incorporá-las nas atividades para, também, fomentar maior interesse pela matemática, mesmo não sabendo onde tais discussões poderiam levar.

Durante a realização das atividades *discussões sobre tecnologias* foram abordadas, tanto em um aspecto particular quanto geral. No aspecto particular, se manifestou na recusa de alguns idosos em utilizar a calculadora. Esta situação ocorreu no cálculo das proporções relacionadas ao número de ouro. Uma das idosas justificou dizendo que não utiliza calculadora no seu dia a dia e outra revelou que queria fazer as contas à mão para se recordar do algoritmo da divisão. Na segunda atividade, as razões entre os termos da sequência de Fibonacci ficaram cada vez mais complicadas de serem feitas utilizando somente lápis e papel. Neste momento, os idosos, exceto uma, que recusavam usar a calculadora, acabaram vendo a facilidade de utilizá-la na realização de cálculos. Conforme Doll e Machado (2011), a rejeição frente ao uso de novas tecnologias, como aconteceu com a calculadora, é uma atitude esperada por parte de pessoas idosas. Geralmente eles não são contra o uso de tecnologias, mas possuem uma visão crítica acerca da sua aderência.

No final da primeira atividade, vimos comentários mais gerais e críticos sobre o uso de tecnologias. Selma comentou a forma como a tecnologia tem interferido nas relações entre as pessoas mais jovens, porque hoje em dia elas preferem conversar por mensagens e que até atitudes simples como dizer bom dia estão sendo desvalorizadas, o que mostra uma mudança na educação familiar. Ela também observou que, em seu tempo de adolescente, as pessoas tinham uma maior necessidade de utilizar a memória para guardar informações, como por exemplo, números de telefone e datas de aniversário, e que hoje em dia a tecnologia desempenha essa função. Segundo ela, este é um ponto negativo da tecnologia, pois pode influenciar no desempenho cognitivo dos jovens, com relação à memorização, quando estes estiverem na terceira idade. Ainda durante esta atividade, Selma comentou sobre a capacidade dos povos antigos de descobrir e de criar coisas sem os recursos tecnológicos existentes na atualidade, considerando-os mais inteligentes, e dizendo que *“tudo o que os povos antigos deixaram de conhecimento a gente só agregou e desenvolveu”* (Selma).

Por meio das falas dos idosos, é possível perceber como uma atividade em um cenário para investigação pode proporcionar reflexões que vão além dos conceitos matemáticos envolvidos. Os idosos se sentem à vontade para expor suas concepções sobre religião, filosofia, tecnologia e outros assuntos, bem como para compartilhar os conhecimentos que foram adquiridos durante

a vida. Segundo Scagion (2018), a matemática, conforme é abordada, pode gerar discussões intergeracionais, em que as pessoas idosas utilizam de sua experiência para contribuir em decisões, resolução de problemas e, como observado acima, refletir sobre questões atuais.

Discussões sobre a *concepção sobre a matemática* também surgiram durante as atividades. Por exemplo, ao término da atividade “Sequência de Fibonacci”, os idosos foram questionados sobre o que haviam achado de se engajar em atividades matemáticas com a característica proposta pela equipe. Pedro comentou que achou a atividade muito interessante, que é um conhecimento adicional para sua vida e que foi bem prático. Sandra comentou: *“É um conhecimento a mais [...]. Amei falar sobre constantes. [...] Ano que vem, vou fazer o curso de matemática; eu tinha um trauma com matemática, pois levei bomba na segunda série, mas há alguns anos, eu venho lendo livros e me encantado pela matemática”*. Ela ainda indicou a leitura do livro o “Homem que Calculava” de Malba Tahan para a nossa equipe. Nota-se, através da sua fala, como a participação nas atividades tem contribuído para uma visão diferente sobre a matemática, entendida anteriormente como um conteúdo difícil de aprender. A análise dos dados mostra que o uso da investigação matemática no trabalho com os idosos pode ter favorecido uma visão mais positiva sobre a matemática. A senhora Simone, por exemplo, destacou: *“Aprendi até a perceber a matemática na natureza”*. Ela ainda comentou que começaria a olhar isso com mais atenção em seu cotidiano. Percebe-se que a superação da dificuldade com relação à matemática torna-se um dos motivos que levaram os idosos a frequentarem o projeto, o que também foi constatado em Grossi (2014). O interesse de Sandra em ingressar no curso de Matemática, remeteu a um fato que ocorreu na pesquisa de Lima (2015). Ademais, sobre a participação nas atividades, Simone comentou: *“Culturalmente foi muito interessante, maravilhoso”*. Já a senhora Glória afirmou: *“Eu adorei, aprendi muita coisa, mas para mim que sou mais velha foi muita informação para uma aula só”*.

A *aplicabilidade da matemática* na vida também foi uma discussão levantada pelos idosos. Durante a atividade “Razão Áurea” foi necessário abordar mais exemplos relacionados a determinação de proporções entre figuras geométricas, algo que não havia sido pensado anteriormente pela equipe. Neste momento, também foi trabalhado o conceito de semelhança de figuras. Isso levou a um questionamento de Selma: *“Que aplicabilidade isso tem? Que importância tem isso na vida?”* (Selma). Respondemos que a razão áurea é utilizada, por exemplo, em algumas construções, nas artes e no desenvolvimento de logotipos de algumas marcas, pois algumas pessoas consideram o retângulo áureo como uma forma harmoniosa. De acordo com Skovsmose (2014), as produções de significados dos alunos durante a realização de uma

atividade dependem do seu *foreground* e o modo como ocorre a participação mostra a intencionalidade dos mesmos. Nesse sentido, pudemos perceber que a intenção dos idosos ao participar das atividades do projeto vai além de aprender conceitos matemáticos e se desenvolver cognitivamente, eles também se interessam por saber como a matemática está presente na vida.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento das atividades apresentadas neste trabalho nos possibilitou realizar uma leitura sobre o envolvimento dos idosos participantes em um cenário para investigação. Podemos afirmar que a participação ocorreu inicialmente a partir do aceite para a realização das atividades. Foi possível observar momentos de exploração dos problemas e das situações, formulação de questões e conjecturas, elaboração de testes e estratégias e a defesa de ideias, os quais caracterizam uma investigação matemática, conforme Ponte, Brocardo e Oliveira (2015). As atividades foram permeadas por questionamentos e discussões, na busca pelo entendimento dos assuntos e dos conceitos matemáticos envolvidos, evidenciando o interesse dos idosos. Outro aspecto importante sobre o envolvimento nas atividades foi a interação entre os idosos durante a realização das tarefas propostas, assim como os momentos de interação com os membros da equipe do projeto.

Rocha e Ponte (2006) destacam que o trabalho com atividades investigativas na Educação Matemática contribui para o desenvolvimento dos participantes em variados níveis: na aprendizagem do que são e como se engajar em investigações propriamente ditas; na aprendizagem de conceitos, ideias e também procedimentos matemáticos; no que tange ao aprimoramento de habilidades comunicativas e de trabalho em equipe; na formação de novas concepções e atitudes frente à matemática. Isso também acontece no que tange ao público idoso. Como evidenciamos ao longo deste artigo, o uso de atividades investigativas contribuiu para uma visão mais positiva sobre a matemática, propiciou o surgimento de discussões acerca de diversos temas, além de ter possibilitado a retomada e produção de conhecimentos matemáticos e o desenvolvimento da capacidade de aprender coisas novas.

Durante as atividades, buscamos criar um ambiente em que os participantes se sentissem à vontade para se expressar sobre qualquer assunto que pudesse surgir, relacionado (ou não) ao tema. Dessa forma, concordamos com Lima (2015) no aspecto de que esse tipo de trabalho pode contribuir para a autoestima dos idosos, uma vez que a oportunidade de estabelecer um diálogo intergeracional, compartilhando seus conhecimentos e experiências, aliada a

possibilidade de sair de casa para o encontro de outras pessoas e obter novos conhecimentos, propicia o surgimento de novas relações afetivas.

A postura dos idosos durante o desenvolvimento das duas atividades aqui destacadas no que tange à realização de perguntas, anotações do que estava acontecendo a todo momento, apontamentos, empenho e realização de atividades fora do contexto do projeto, em seus lares, evidenciou a vontade de aprender dos idosos, o que também foi destacado nos estudos de Grossi (2014), Lima (2015) e Scagion (2018). Além disso, como também apontado por Martorell et al (2009), a análise das interações nos permitem dizer que os idosos superaram suas expectativas sociais e cognitivas de envolvimento nas atividades destacadas.

A iniciativa de um dos idosos em solicitar os temas que foram trabalhados nas duas atividades aqui apresentadas, assim como o engajamento de todos, durante as atividades, revelou aspectos sobre o *foreground* e a intencionalidade dos idosos em relação ao projeto. Notamos o interesse no desenvolvimento cognitivo, em aprender novos conceitos matemáticos e retomar conceitos já vistos bem como conhecer aplicações da matemática na realidade. Assim, podemos concluir que houve em encontro entre a intencionalidade dos idosos e a proposta das atividades, o que segundo Skovsmose (2014), contribui para a construção de sentidos.

REFERÊNCIAS

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. Tradução de Orlando Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

BELINI, M. M. **A razão áurea e a sequência de Fibonacci**. 2015. 86 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ciências) – Instituto de Ciências Matemática e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2015.

BRASIL. Lei nº 10.741, de 01 de outubro de 2003. Dispõe sobre o Estatuto do Idoso e dá outras providências. **Diário Oficial da União**, Brasília, 2003. Disponível em: <http://www2.senado.leg.br/bdsf/bitstream/handle/id/70326/672768.pdf>. Acesso em: 06 nov. 2018.

CACHIONI, M.; ORDONEZ, T. N. Universidade da Terceira Idade. In: FREITAS, E. V.; PY, L. (org). **Tratado de Geriatria e Gerontologia**. 3. ed. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 2011. p. 1654-1663.

CRESWELL, J. W. **Research design: qualitative, quantitative, and mixed methods approaches**. 4. ed. Thousand Oaks: SAGE Publications, 2014.

DOLL, J. Educação e envelhecimento: fundamentos e perspectivas. **A Terceira Idade: Estudos sobre Envelhecimento**, São Paulo, v. 19, n. 43, p. 7- 26, 2008.

_____.; MACHADO, L. R. O idoso e as Novas Tecnologias. In: FREITAS, E. V.; PY, L. (org). **Tratado de Geriatria e Gerontologia**. 3. ed. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 2011. p. 1654-1663.

GARCIA, V. C. et al. **O número de ouro com instrumento de aprendizagem significativa no estudo dos números irracionais**. s/d. Disponível em: http://www.mat.ufrgs.br/~vclotilde/disciplinas/html/cultura_matematica_%20numero%20_%20ouro%20.pdf. Acesso em: 06 nov. 2018.

GROSSI, F. C. D. P. **Os diferentes “lugares” que a escola, a leitura, a escrita e a aula de matemática têm na vida dos alunos que estão na terceira idade**. 2014. 185 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de São João Del-Rei, São João Del-Rei, 2014.

JULIO, R. S.; OLIVEIRA, V. C. A. Estranhamento e descentramento na prática de formação de professores de Matemática. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, v. 72, p. 112-123, 2018.

_____.; SILVA, G. H. G. **A relação do idoso com a matemática e o efeito de sua participação na ocorrência de depressão e desempenho cognitivo no Projeto de Extensão Conversas Matemáticas**. 2018, 20f. Projeto de Pesquisa – Universidade Federal de Alfenas, Alfenas, 2018.

LEOPOLDINO, K. S. M. **Sequências de Fibonacci e a razão áurea: Aplicações no Ensino Básico**. 2016. 117 f. Dissertação (Mestrado Profissional de Matemática em Rede Nacional) – Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2016.

LIMA, L. F. D. **Conversas sobre matemática com pessoas idosas viabilizadas por uma ação de extensão universitária**. 2015. 186 f. Tese (doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2015.

LINS, R. C. Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (org.) **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: UNESP, 1999. p. 75-94.

LIVIO, M. **Razão áurea: a história de *phi*, um número surpreendente**. Rio de Janeiro: Record, 2006.

MARTORELL, I. et al. Inquiry-Based learning for older people at a University in Spain. **Educational Gerontology**, [s.l.], v. 35, p. 712-731, 2009.

PENTEADO, M. G. Computer-based learning environments: risks and uncertainties for teacher. **Ways of knowing Journal**, [s.l.], v. 1, n. 2, p. 23-35, 2001.

_____; SKOVSMOSE, O. Riscos trazem possibilidades. In: SKOVSMOSE, O. (org.). **Desafios da reflexão em Educação Matemática Crítica**. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo e Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas: Papyrus, 2008. p. 41-50. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

PEREIRA, É. F.; TEIXEIRA, C. S.; SANTOS, A. D. Qualidade de vida: abordagens, conceitos e avaliação. **Revista Brasileira de Educação Física e Esporte**, São Paulo, v. 26, n. 2, p. 241-250, 2012.

PONTE, J. P. D.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na sala de aula**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2015. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

QUEIROZ, R, M. **Razão áurea: a beleza de uma razão surpreendente**. Programa de Desenvolvimento Educacional. Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.

ROCHA, A.; PONTE, J. P.; Aprender matemática investigando. **Zetetikê**, Campinas, v. 14, n. 26. p. 29-54, 2006.

SCAGION, M. P. **Representações sociais de pessoas idosas sobre matemática**. 2018. 105 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2018.

SCORTEGAGNA, P. A. **Políticas públicas e a educação para a terceira idade: contornos, controvérsias e possibilidades**. 2010. 187 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2010.

SILVA, G. H. G. **Grupos de estudo como possibilidade de formação de professores de matemática no contexto da geometria dinâmica**. 2010. 191f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2010.

_____; PENTEADO, M. G. Geometria dinâmica na sala de aula: o desenvolvimento do futuro professor de matemática diante da imprevisibilidade. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 19, n. 2, p. 279-292, 2013.

_____; LIMA, L. F. D. Educação matemática na terceira idade: uma experiência com atividades manipulativas na terceira idade. In: Encontro Paulista de

Educação Matemática (EPEM), 12., 2014, Birigui. **Anais [...]** Birigui: SBEM, 2014. p. 939-947.

_____.; SILVA, N.; JULIO, R. S. Educação Matemática com e para idosos. In: REZENDE, E. G. (org.) **Unati: história e experiências compartilhadas**. Alfenas (MG): UNIFAL-MG, 2017. p. 239-277.

SILVA, N. D.; SILVA, B. B.; SILVA, G. H. G. Educação Matemática e atividades investigativas com pessoas idosas: contribuições para o “raciocínio” e a interação social. In: Congresso Internacional de Ensino de Matemática, 7., 2017, Canoas, RS. **Anais [...]** Canoas, RS: Universidade Luterana do Brasil - ULBRA, 2017. p. 1-13.

_____. **Educação Matemática com pessoas idosas: contribuições para a formação inicial de professores de Matemática (em desenvolvimento)**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Alfenas, Alfenas, (em desenvolvimento).

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)**, Rio Claro, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

_____. **Um convite à educação matemática crítica**. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo. Campinas: Papirus, 2014. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

_____. O que poderia significar a Educação Matemática Crítica para diferentes grupos de estudantes? **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 6, n. 12, p. 18-37, jul./dez. 2017.